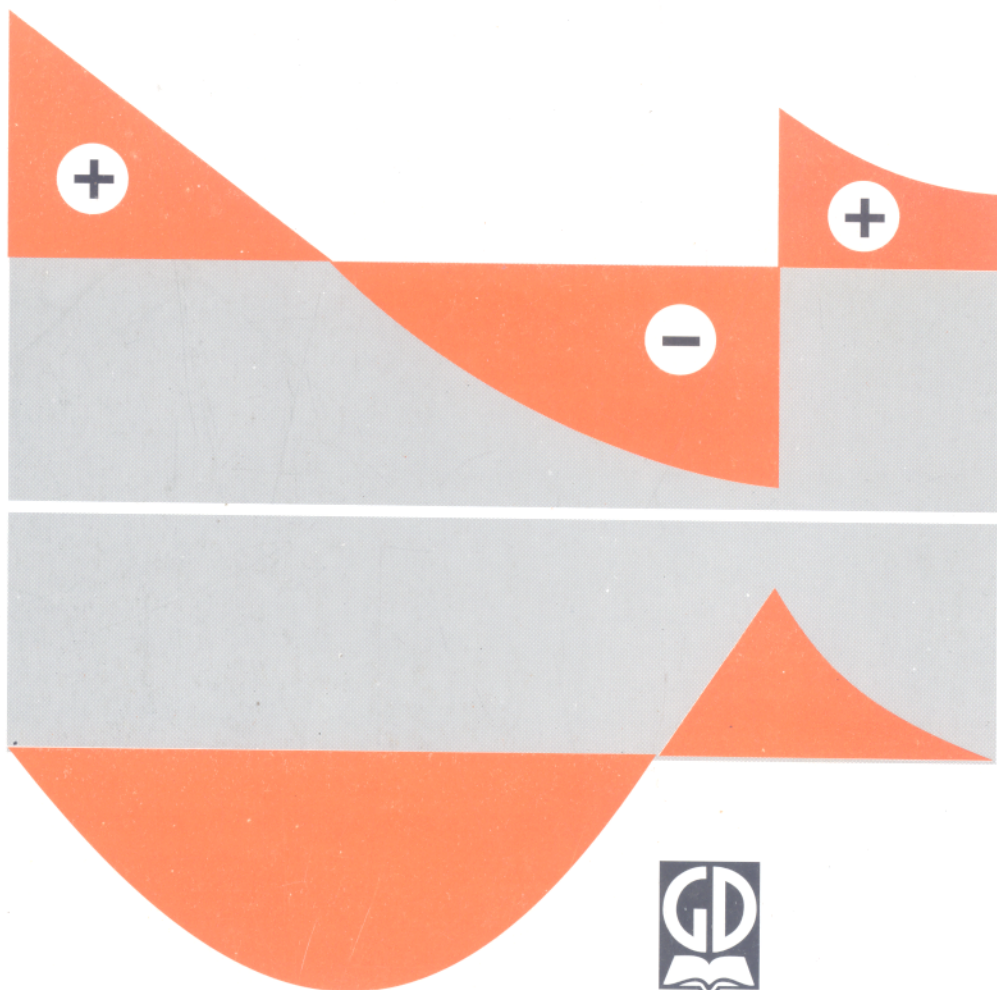


BÙI TRỌNG LỰU - NGUYỄN VĂN VƯỢNG

BÀI TẬP

**SỨC BỀN
VẬT LIỆU**



BÙI TRỌNG LỰU - NGUYỄN VĂN VƯỢNG

**BÀI TẬP
SỨC BỀN VẬT LIỆU**

(Tái bản lần thứ mười)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

Bản quyền thuộc HEVOBCO – Nhà xuất bản Giáo dục.

LỜI NÓI ĐẦU

Sách Bài tập sức bền vật liệu được soạn theo chương trình môn học Sức bền vật liệu.

Sách nhằm phục vụ việc học tập và giảng dạy tại các trường đại học kĩ thuật (cơ khí và xây dựng) thuộc hệ tập trung và tại chức.

Để thuận lợi cho người sử dụng, mỗi chương của sách có tóm tắt lí thuyết và đưa ra các ví dụ vừa để minh họa vừa làm bài giải mẫu. Các bài tập đều có đáp số để người sử dụng tự kiểm tra.

Trong lần tái bản đầu, sách đã được chỉnh lí lại cho hợp lí và chính xác hơn, đồng thời bổ sung thêm phần "Các đề thi Olympic cơ học về sức bền vật liệu" từ năm 1989 đến 1996.

Tuy có một số kinh nghiệm qua các lần xuất bản, song việc tái bản lần này chắc vẫn không tránh khỏi còn những sai sót. Chúng tôi mong nhận được nhiều ý kiến của bạn đọc. Thư góp ý xin gửi về : Nhà xuất bản Giáo dục - 81 Trần Hưng Đạo - Hà Nội. Xin chân thành cảm ơn.

Các tác giả

KÉO - NÉN ĐÚNG TÂM

1. Ứng suất pháp, biến dạng dài tuyệt đối

Một thanh gọi là chịu kéo, nén đúng tâm khi trên mặt cắt ngang của thanh chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc : N_z .

Trên mặt cắt ngang không có ứng suất tiếp, ứng suất pháp phân bố là đều và được tính theo công thức :

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} \quad (1-1)$$

Trong đó : N_z - giá trị lực dọc trên mặt cắt ngang tính ứng suất, lực dọc được coi là dương khi thanh chịu kéo và là âm khi thanh chịu nén ;

F - diện tích mặt cắt ngang.

Độ dãn dài tuyệt đối của thanh được tính theo công thức :

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N_z}{EF} dz \quad (1-2)$$

Trong đó: N_z - lực dọc, là hàm của tọa độ theo trục thanh, $N_z(z)$;

F - diện tích mặt cắt ngang tổng quát cũng là hàm của tọa độ F(z) ;

E - môđun đàn hồi khi kéo, nén của vật liệu ;

l - chiều dài của thanh.

Nếu trên suốt chiều dài l của thanh N_z , E, F là hằng số thì :

$$\Delta l = \frac{N_z \cdot l}{EF} \quad (1-3)$$

Tổng quát nếu thanh có nhiều đoạn có tính chất trên thì ta chia thanh ra làm nhiều đoạn và công thức có dạng :

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{N_{zi}}{E_i F_i} dz \quad \text{hoặc} \quad \Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_{zi} l_i}{E_i F_i} \quad (1-4)$$

Tích số EF được gọi là độ cứng của thanh kéo - nén đúng tâm.

Ví dụ 1-1.

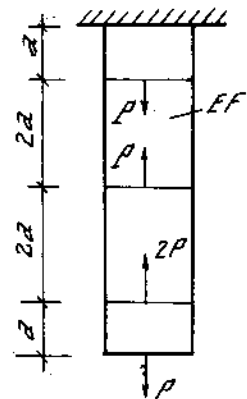
Cho thanh thẳng có mặt cắt không đổi chịu lực như trên hình vẽ. Vẽ biểu đồ lực dọc, biểu đồ ứng suất và biểu đồ chuyển vị của các mặt cắt ngang (H. 1-1).

Bài giải

Bằng phương pháp mặt cắt, ta tính được nội lực ở bốn đoạn từ đầu tự do :

$$N_1 = P ; N_2 = P - 2P = -P ; N_3 = P - 2P - P = -2P ;$$

$$N_4 = P - 3P + P = -P.$$



Hình 1-1

Ứng suất ở các đoạn:

$$\sigma_1 = \frac{P}{F}; \sigma_2 = -\frac{P}{F}; \sigma_3 = -\frac{2P}{F}; \sigma_4 = -\frac{P}{F}.$$

Chuyển vị của các mặt cắt tính theo công thức chung:

$$\Delta l = \sum \int \frac{Ndz}{EF} = \frac{1}{EF} \sum \int Ndz.$$

Đoạn 4 ($0 \leq z \leq a$):

$$\Delta l_4 = \frac{1}{EF} \int_0^z N_4 d\xi = -\frac{Pz}{EF}.$$

Đoạn 3 ($a \leq z \leq 3a$):

$$\Delta l_3 = \frac{1}{EF} \left(\int_0^a N_4 dz + \int_a^z N_3 d\xi \right) = \frac{1}{EF} (-Pa - 2Pz + 2Pa) = \frac{1}{EF} (Pa - 2Pz).$$

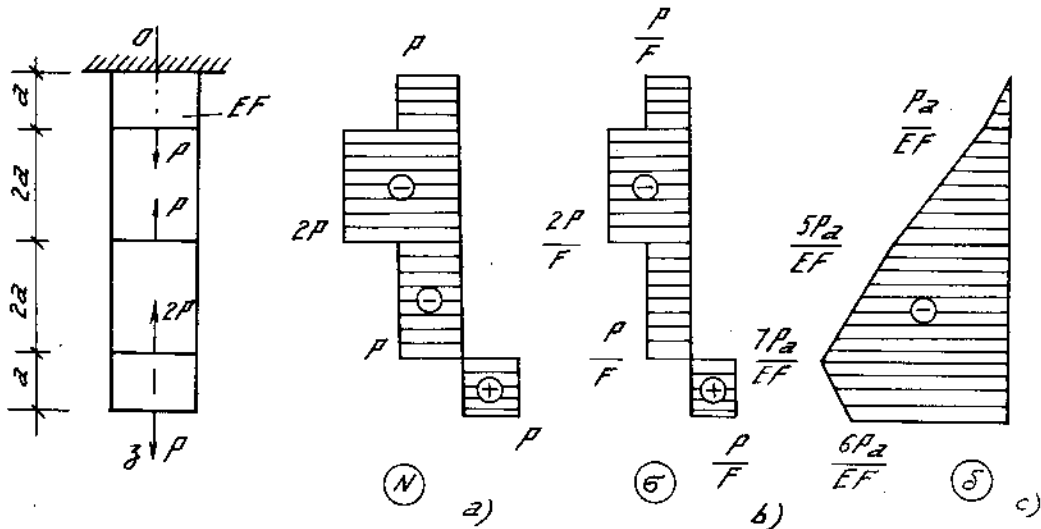
Đoạn 2 ($3a \leq z \leq 5a$):

$$\begin{aligned} \Delta l_2 &= \frac{1}{EF} \left(\int_0^a N_4 dz + \int_a^{3a} N_3 dz + \int_{3a}^z N_2 d\xi \right), \\ &= \frac{1}{EF} (-Pa - 4Pa - Pz + 3Pa) = \frac{1}{EF} (-2Pa - Pz). \end{aligned}$$

Đoạn 1 ($5a \leq z \leq 6a$):

$$\begin{aligned} \Delta l_1 &= \frac{1}{EF} \left(\int_0^a N_4 dz + \int_a^{3a} N_3 dz + \int_{3a}^{5a} N_2 dz + \int_{5a}^z N_1 d\xi \right), \\ &= \frac{1}{EF} (-Pa - 4Pa - 2Pa + Pz - 5Pa) = \frac{1}{EF} (-12Pa + Pz). \end{aligned}$$

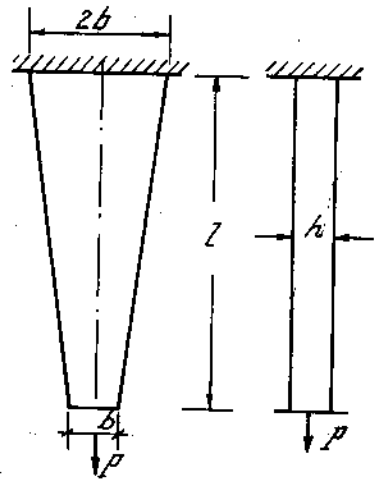
biểu đồ lực dọc, ứng suất, chuyển vị xem hình 1-1a (a, b, c).



Hình 1-1a

Ví dụ 1-2.

Một thanh thẳng có bề dày không đổi, bề rộng biến đổi theo hàm bậc nhất chịu một lực tập trung ở đầu tự do. Vẽ biểu đồ lực dọc, ứng suất và chuyển vị của các mặt cắt (H. 1-2).



Hình 1-2

Bài giải.

Bề rộng mặt cắt ngang:

$$b_z = b \left(1 + \frac{z}{l}\right)$$

Diện tích mặt cắt ngang m - n:

$$F_z = bh \left(1 + \frac{z}{l}\right)$$

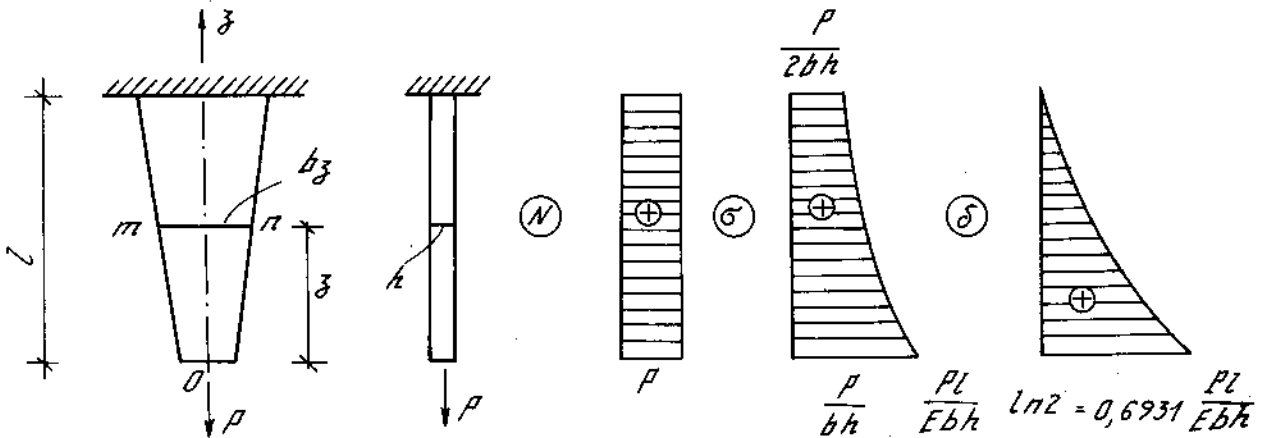
Ứng suất pháp ở mặt cắt ngang m - n:

$$\sigma = \frac{P}{bh} \cdot \frac{1}{1 + \frac{z}{l}}$$

Chuyển vị của mặt cắt ngang m - n:

$$\delta = \frac{P}{Ebh} \int_z^l \frac{dz}{1 + \frac{z}{l}} = \frac{Pl}{Ebh} \left[\ln \left(1 + \frac{z}{l}\right) \right]_z^l = \frac{Pl}{Ebh} \ln \left| \frac{2}{1 + \frac{z}{l}} \right|$$

Biểu đồ lực dọc, ứng suất, chuyển vị xem trên hình 1-2a (a, b, c)



Hình 1-2a

2. Chuyển vị các điểm của hệ thanh liên kết khớp

Chuyển vị đàn hồi các điểm của một hệ thanh liên kết khớp tính theo sơ đồ tổng quát sau : Từ điều kiện cân bằng tĩnh học ta tìm được lực dọc trục của các bộ phận đàn hồi. Dùng công thức tính độ đàn dài tuyệt đối của các bộ phận, vì khi biến dạng các bộ phận của hệ không rời nhau ra, do đó bằng phương pháp các đường giao nhau, ta lập được các điều kiện chập của chuyển vị, tức là các quan hệ hình học của các bộ phận hợp thành hệ thống. Từ những quan hệ ấy ta xác định được các chuyển vị cần tìm.

Khi dùng phương pháp đường giao nhau, cần chú ý rằng các bộ phận của hệ không những có biến dạng dọc trục mà còn có thể quay chung quanh khớp nào đó. Do đó mỗi một điểm của bộ phận đều có thể chuyển vị dọc trục của bộ phận và chuyển vị trên cung tròn có bán kính tương ứng. Cung tròn (đường giao) đó có thể thay bằng đường kẻ vuông góc với bán kính quay vì biến dạng của thanh rất bé so với chiều dài của nó.

Ví dụ 1-3.

Xác định đường kính của các thanh có đánh số 1 và 2 sao cho chuyển vị đứng của điểm A không vượt quá 1mm, và ứng suất trong các thanh 1, 2 không quá $16 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$;

$a = 1\text{m}$, $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ (H. 1-3).

Bài giải.

Tính lực dọc trong các thanh 1 và 2 :

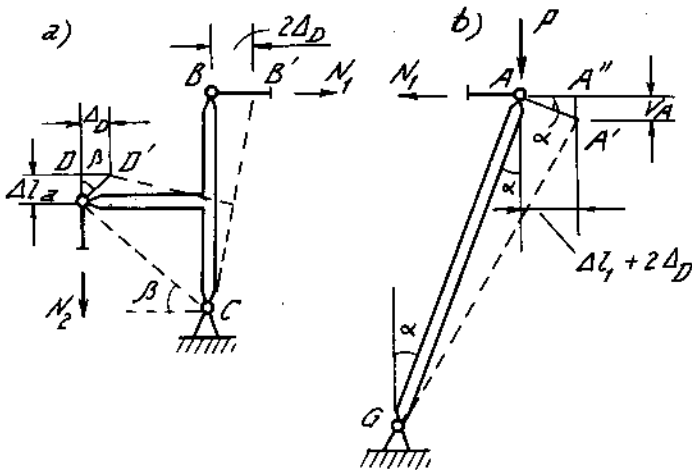
Xét phần phải hình 1-3a(a, b).

$$\sum M_G = 0 ; N_1 \cdot 3a = P \cdot a. \text{ Rút ra } N_1 = \frac{P}{3}.$$

Xét phần trái (hình 1-3a-b) $\sum M_c = 0, N_2 \cdot a = N_1 \cdot 2a$

$$\text{Rút ra : } N_2 = 2N_1 = \frac{2}{3}P.$$

$$\text{- Biến dạng của các thanh } \Delta l_1 = \frac{N_1 a}{EF} = \frac{Pa}{3EF}$$



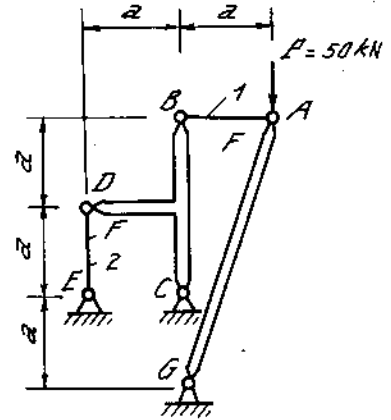
Hình 1-3a

- Xác định đường kính theo điều kiện cứng :

$$v_A \leq [v_A],$$

hay

$$\frac{5Pa}{9EF} \leq [v_A].$$



Hình 1-3

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 a}{EF} = \frac{2Pa}{3EF}$$

- Tính chuyển vị đứng của điểm A :

$$v_A = \overline{AA''} \text{tg}\alpha = (2\Delta_D + \Delta l_1) \text{tg}\alpha = \frac{2\Delta_D + \Delta l_1}{3}$$

Nhưng :

$$\Delta_D = \Delta l_2 \cdot \text{tg}\beta = \Delta l_2 \cdot 1 = \Delta l_2.$$

Vậy :

$$v_A = \frac{2\Delta l_2 + \Delta l_1}{3} = \frac{5Pa}{9EF}$$

$$\text{Rút ra: } F \geq \frac{5Pa}{9E[v_A]} = \frac{5 \cdot 50 \cdot 100}{9 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 0,1} \approx 1,4 \text{cm}^2 \rightarrow d = 1,34 \text{cm}$$

- Xác định đường kính theo điều kiện bền.

Lực dọc trong thanh 2 lớn hơn trong thanh 1, vậy điều kiện bền của thanh 2:

$$\frac{N_2}{F} \leq [\sigma],$$

$$\text{hay: } F \geq \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{2P}{3[\sigma]} = \frac{2 \cdot 50}{3 \cdot 16} \approx 2,08 \text{cm}^2 \rightarrow d = 1,63 \text{cm}$$

$$\text{Cuối cùng chọn: } [d] = 1,63 \text{cm}$$

3. Tính toán điều kiện bền và điều kiện cứng

Trình tự tính toán điều kiện bền của thanh theo ứng suất cho phép có các bước sau :

- Căn cứ vào biểu đồ nội lực để suy ra mặt cắt nguy hiểm hoặc các mặt cắt nghi ngờ là nguy hiểm.

- Căn cứ vào biểu đồ phân bố ứng suất pháp và tiếp trên mặt cắt ngang để suy ra điểm nguy hiểm.

- Xem vật liệu của thanh là dẻo hay giòn để viết điều kiện bền cho đúng.

- Phân tích trạng thái ứng suất của điểm nguy hiểm. Nếu là trạng thái ứng suất đơn hoặc trượt thuần túy thì không cần dùng đến thuyết bền. Nếu trạng thái ứng suất là phẳng hoặc khối thì phải dùng một thuyết bền nào đó thích hợp với vật liệu đã cho.

Đối với bài toán kéo, nén đúng tâm. Ứng suất trên mặt cắt ngang phân bố là đều, trạng thái ứng suất là đơn, ứng suất σ_z là ứng suất chính nên điều kiện bền có dạng.

$$\text{Đối với vật liệu dẻo vì } [\sigma_k] = [\sigma_n] = [\sigma] = \frac{\sigma_{ch}}{n}$$

$$\text{suy ra: } |\sigma_z|_{\max} = \frac{N_z}{F} \leq [\sigma] \quad (1-5)$$

$$\text{Đối với vật liệu giòn vì } [\sigma_k] \ll [\sigma_n]$$

$$\text{nên ta có hai điều kiện: } \sigma_{z \min} = \frac{N_z}{F} \leq [\sigma_n] \quad (1-6)$$

$$\sigma_{z \max} = \frac{N_z}{F} \leq [\sigma_k] \quad (1-7)$$

Trong đó :

$$[\sigma_k] = \frac{\sigma_B^k}{n} - \text{ứng suất cho phép khi kéo ;}$$

$$[\sigma_n] = \frac{\sigma_B^n}{n} - \text{ứng suất cho phép khi nén ;}$$

σ_{ch} - giới hạn chảy ;

σ_B^k - giới hạn bền khi kéo ;

σ_B^n - giới hạn bền khi nén ;

n - hệ số an toàn.

Nếu có đặt thêm điều kiện bổ sung là chuyển vị đàn hồi δ của điểm nào đó của hệ không được vượt quá một giá trị cho phép $[\delta]$ thì việc kiểm tra độ cứng thực hiện theo bất đẳng thức

$$\delta \leq [\delta] \quad (1-8)$$

Từ công thức trên ta suy ra ba bài toán cơ bản sau:

- Kiểm tra bền tính theo (1-5) (1-6) (1-7)

- Chọn kích thước của mặt cắt ngang : $F \geq \frac{N_z}{[\sigma]}$ (1-9)

- Tìm tải trọng cho phép

$$N_z \leq F \cdot [\sigma] \quad (1-10)$$

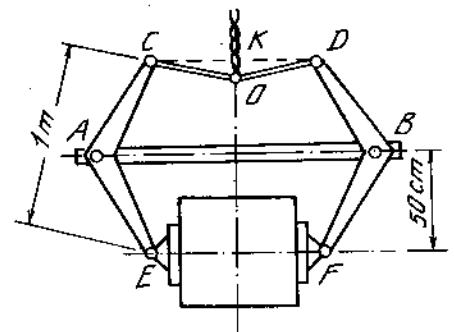
Ví dụ 1-4.

Trên hình 1-4 là một bộ phận nâng hàng. Xác định trọng lượng Q của vật nâng theo điều kiện bền của thanh AB.

Ứng suất pháp cho phép khi kéo của thanh $[\sigma]_k = 16 \text{ kN/cm}^2$.

Thanh AB có mặt cắt ngang hình chữ nhật $1,37 \text{ cm} \times 2,74 \text{ cm}$.

Chiều dài của các thanh OC và OD bằng 60cm. Khoảng cách OK = 10cm.



Hình 1-4

Bài giải.

Tách phần bên trái (H. 1-4a) và viết phương trình hình chiếu ta được :

$$2N_{OC} \cdot \cos \alpha = Q \text{ với } \cos \alpha = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$$

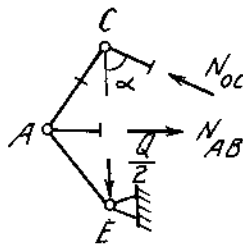
$$\text{Rút ra : } N_{OC} = 3Q$$

Phương trình mômen :

$$\sum M_E = 0 ; N_{OC} \cdot 1 - N_{AB} \cdot 0,5 = 0.$$

Rút ra:

$$N_{AB} = 2N_{OC} = 6Q.$$



Hình 1-4a

Điều kiện bền của thanh AB :

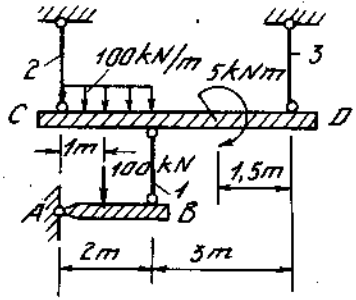
$$\frac{6Q}{F} \leq [\sigma].$$

Ta được :

$$Q \leq \frac{[\sigma] \cdot F}{6} = \frac{16 \cdot 1,37 \cdot 2,74}{6} = 10\text{kN}, [Q] = 10\text{kN}$$

Ví dụ 1-5.

Có hệ thống thanh chịu lực như trên hình 1-5. Tính diện tích mặt cắt ngang các thanh treo biết rằng ứng suất cho phép $[\sigma] = 16000\text{N/cm}^2$.



Hình 1-5

Bài giải.

Thanh AB, CD xem như tuyệt đối cứng.

Cắt thanh treo 1, kí hiệu nội lực ở thanh 1 là N_1 . Xét sự cân bằng của thanh AB (H. 1-5a). Lấy tổng mômen các lực đối với điểm A ta có :

$$N_1 \cdot 2 - 100 \cdot 1 = 0$$

suy ra :
$$N_1 = \frac{100}{2} = 50\text{kN}$$

Tính F_1 :

$$F_1 = \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{50}{16} = 3,125\text{cm}^2$$

Tính F_2 và F_3 . Xét sự cân bằng của thanh CD (H. 1-5b).

$$\sum Y = 0,$$

$$N_2 - 2 \cdot 100 - N_1 + N_3 = 0,$$

$$N_2 + N_3 = 250\text{kN}.$$

$$\sum M_A = 0,$$

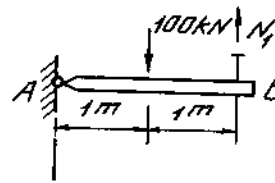
$$5N_3 - 5 - 50 \cdot 2 - 100 \cdot 2 \cdot 1 = 0,$$

$$N_3 = 61\text{kN}.$$

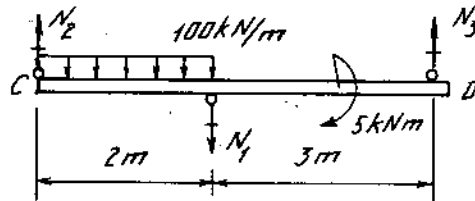
$$N_2 = 250 - N_3 = 250 - 61 = 189\text{kN}.$$

$$F_2 = \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{189}{16} = 11,8\text{cm}^2.$$

$$F_3 = \frac{N_3}{[\sigma]} = \frac{61}{16} = 3,8\text{cm}^2.$$



Hình 1-5a



Hình 1-5b

4. Tính thanh có xét trọng lượng bản thân

Đối với thanh hình lăng trụ có tác dụng của trọng lượng bản thân và lực tập trung P đặt ở đầu tự do (hình 1-6).

Lực dọc trục trên mặt cắt ngang cách đầu tự do là z.

$$N_z = P + \gamma \cdot F \cdot z$$

Ứng suất pháp trên mặt cắt này $\sigma_z = \frac{P}{F} + \gamma \cdot z$ (1-11)

Diện tích cần thiết của mặt cắt ngang : $F = \frac{P}{[\sigma] - \gamma \cdot l}$ (1-12)

Độ dãn dài tuyệt đối : $\Delta l = \frac{l}{EF} \left(P + \frac{Q}{2} \right)$ (1-13)

Trong đó : γ là trọng lượng riêng (trọng lượng đơn vị thể tích) của vật liệu thanh ;
 l - chiều dài thanh và $Q = \gamma Fl$ - trọng lượng thanh.

Đối với thanh độ bền đều, tức là thanh mà ứng suất pháp trên các mặt cắt ngang đều bằng nhau, diện tích mặt cắt ngang tính theo công thức :

$$F_z = \frac{P}{[\sigma]} \cdot e^{\frac{\gamma}{[\sigma]} z} \quad (1-14)$$

Trong đó e là cơ số loga tự nhiên.

Độ dãn dài tuyệt đối của thanh có độ bền đều tính theo công thức :

$$\Delta l = \frac{[\sigma] \cdot l}{E} \quad (1-15)$$

Đối với thanh hình bậc, diện tích mặt cắt của bậc thứ i là :

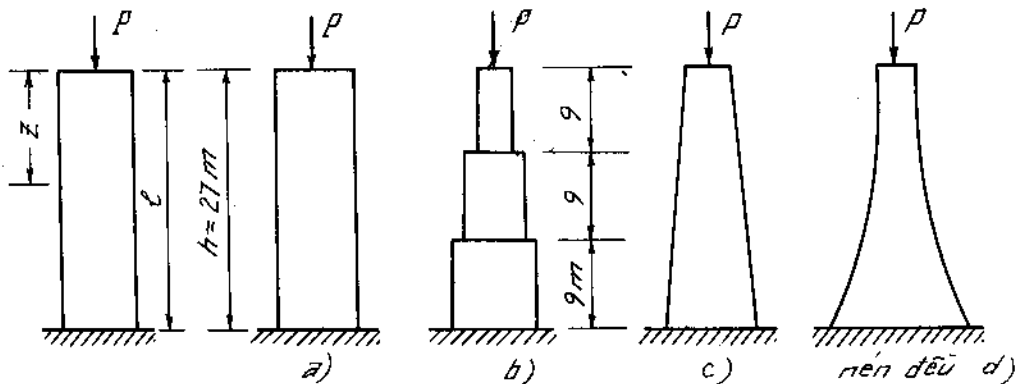
$$F_i = \frac{P \cdot [\sigma]^{i-1}}{([\sigma] - \gamma l_1)([\sigma] - \gamma l_2)([\sigma] - \gamma l_3) \dots ([\sigma] - \gamma l_i)} \quad (1-16)$$

và độ dãn dài tuyệt đối :

$$\Delta l = \frac{[\sigma]}{E} \sum_{i=1}^n l_i \left(1 - \frac{\gamma l_i}{2[\sigma]} \right) \quad (1-17)$$

Ví dụ 1-6.

Cột bê tông có mặt cắt ngang hình tròn, chịu nén đúng tâm bởi lực $P = 4000$ kN (H. 1-6).



Hình 1-6

Xác định kích thước của mặt cắt ngang và so sánh thể tích của cột đổ có các dạng sau :

- Mặt cắt ngang không đổi.
- Mặt cắt ngang thay đổi theo 3 bậc.
- Mặt cắt ngang thay đổi theo bậc nhất.
- Mặt cắt ngang bị nén đều.

Trọng lượng riêng của bê tông $\gamma = 22\text{kN/m}^3$, ứng suất cho phép của bê tông $[\sigma] = 1200 \text{ kN/cm}^2$.

Bài giải.

- a) Cột có mặt cắt ngang không đổi :

$$N_{\max} = P + \gamma h F,$$

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{F} = \frac{P}{F} + \gamma h \leq [\sigma]$$

Rút ra:
$$F \geq \frac{P}{[\sigma] - \gamma h} = \frac{4000}{1200 - 22 \cdot 27} = 6,6\text{m}^2,$$

$$d = 2,9 \text{ m}$$

Thể tích : $V = F \cdot h = 6,6 \cdot 27 = 178,2 \text{ m}^3$.

- b) Mặt cắt ngang thay đổi từng bậc :

$$F_1 = \frac{P}{[\sigma] - \gamma \frac{h}{3}} = \frac{4000}{1200 - 22 \cdot 9} = 4\text{m}^2, d_1 = 2,26\text{m}.$$

$$F_2 = \frac{P + \gamma \frac{h}{3} F_1}{[\sigma] - \gamma \frac{h}{3}} = \frac{4000 + 22 \cdot 9 \cdot 4}{1002} = 4,8\text{m}^2, d_2 = 2,47\text{m}.$$

$$F_3 = \frac{P + \gamma \frac{h}{3} F_1 + \gamma \frac{h}{3} F_2}{[\sigma] - \gamma \frac{h}{3}} = \frac{5750}{1002} = 5,8\text{m}^2, d_3 = 2,72\text{m}.$$

Thể tích:

$$V = (F_1 + F_2 + F_3) \frac{h}{3} = (4 + 4,8 + 5,8) \cdot 9 = 131,4\text{m}^3.$$

- c) Mặt cắt ngang thay đổi bậc nhất:

Diện tích ở đỉnh:

$$F_0 = \frac{P}{[\sigma]} = \frac{4000}{1200} = 3,33\text{m}^2, d_0 = 2,06\text{m}$$

Gọi R bán kính của đáy, thì ở mặt đáy :

$$G + P = F \cdot [\sigma],$$

hay
$$\gamma \frac{h\pi}{3} (R^2 + r_0^2 + Rr_0) + P = [\sigma] \pi R^2,$$

hay
$$\frac{\gamma h}{3}(\pi R^2 + \pi r_0^2 + \pi R r_0) + P = [\sigma] \pi R^2,$$

$$22.9 (\pi R^2 + 3,34 + \pi R \cdot 1,03) + 4000 = 1200 \cdot \pi R^2,$$

$$\pi(1002R^2 - 204R - 1485) = 0$$

Rút ra :

$$R = \frac{204 \pm \sqrt{204^2 + 4 \cdot 1002 \cdot 1485}}{2 \cdot 1002} = \frac{204 \pm \sqrt{5,99} \cdot 10^3}{2004}$$

$$= 1,33 \text{ m (chỉ lấy nghiệm dương).}$$

$$D = 2,66 \text{ m ; } F = 5,55 \text{ m}^2$$

Thể tích :

$$V = \frac{[\sigma]F - P}{\gamma} = \frac{1200 \cdot 5,55 - 4000}{22} = 121 \text{ m}^3.$$

d) Cột chịu nén đều :

Như trên $F_0 = 3,33 \text{ m}^2$, $d_0 = 2,06 \text{ m}$.

$$F = F_0 e^{\frac{\gamma}{[\sigma]} \cdot h} = 3,33 \cdot e^{\frac{22}{1200} \cdot 27} = 3,33 e^{0,495}$$

$$= 3,33 \cdot 1,64 = 5,46 \text{ m}^2$$

$$D = 2,64 \text{ m}$$

$$V = \frac{1200 \cdot 5,46 - 4000}{22} \approx 117 \text{ m}^3.$$

5. Hệ siêu tĩnh

Hệ siêu tĩnh là hệ mà ta không thể xác định được phân lực tại chỗ liên kết nhờ các phương trình cân bằng tĩnh học hoặc xác định nội lực bằng phương pháp mặt cắt. Tĩnh hệ siêu tĩnh có nhiều phương pháp. Trong bài toán kéo, nén siêu tĩnh ta có thể tính theo trình tự sau :

- Xác định bậc siêu tĩnh.
- Viết các phương trình cân bằng tĩnh học.
- Lập các phương trình phụ nhờ các điều kiện thực về chuyển vị, tức là dựa trên các quan hệ hình học giữa các biến dạng của các bộ phận của hệ. Số phương trình phụ độc lập cần thiết bằng số bậc siêu tĩnh.
- Giải hệ phương trình cân bằng tĩnh học và các phương trình phụ ta tìm được nội lực ở các bộ phận của hệ.
- Sau khi tính được nội lực ở các bộ phận, tiếp tục tính toán theo yêu cầu của bài toán đã cho.

Để tính ứng suất nhiệt ta vẫn giữ sơ đồ tính đã nói trên. Trong các điều kiện tĩnh học chỉ có các nội lực tham gia, còn độ thay đổi chiều dài của thanh bị đốt nóng hay bị làm lạnh thì bằng tổng đại số của độ thay đổi chiều dài do nội lực và độ thay đổi chiều dài do nhiệt độ. Độ thay đổi chiều dài do nhiệt độ tính theo công thức.

$$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta T^{\circ} \quad (1-18)$$

- Trong đó : l - chiều dài thanh.
 α - hệ số giãn nở bình quân của vật liệu.
 ΔT° - sự biến đổi nhiệt độ.

Ứng suất lắp ghép tính từ các điều kiện cân bằng tĩnh học và điều kiện thực về chuyển vị. Khi lập những điều kiện thực về chuyển vị, ta có xét đến độ sai lệch chiều dài của các bộ phận của hệ. Vì chiều dài thực tế của các bộ phận khi chế tạo khác rất ít so với chiều dài thiết kế, do đó khi tính biến dạng của các bộ phận, do biến dạng bé nên ta vẫn lấy chiều dài thiết kế chứ không phải chiều dài thực tế sau biến dạng.

Ví dụ 1-7.

Vẽ biểu đồ lực dọc, ứng suất và chuyển vị của thanh bị ngàm hai đầu và chịu lực như trên hình 1-7. Cho $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$.

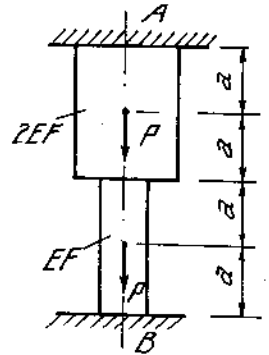
Bài giải :

Loại bỏ ngàm B, giả sử phản lực V_B có chiều như hình 1-7a (a)

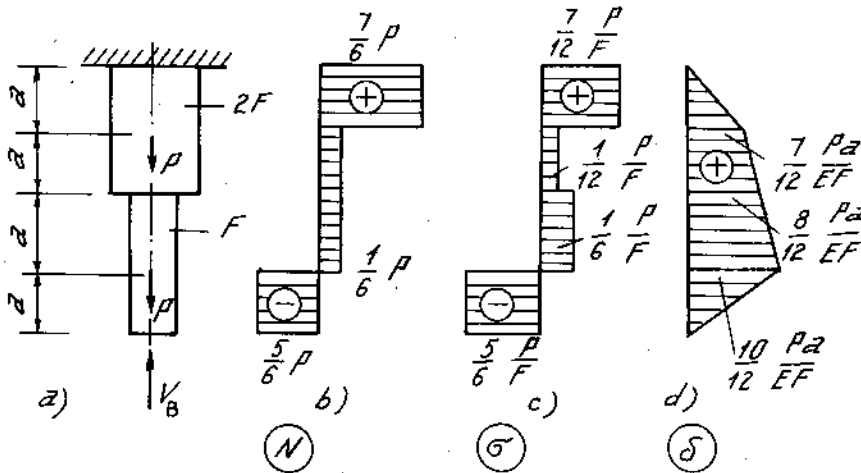
Phương trình biến dạng là : $\Delta l_B = 0$

hay :

$$\frac{P \cdot a}{2EF} + \frac{P \cdot 2a}{2EF} + \frac{Pa}{EF} - \frac{V_B \cdot 2a}{EF} - \frac{V_B \cdot 2a}{2EF} = 0$$



Hình 1-7



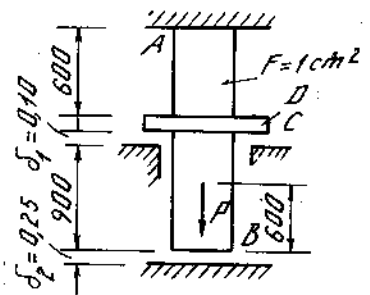
Hình 1-7a

từ đó rút ra : $V_B = \frac{5}{6} P$

Sau khi tìm được V_B , những phần còn lại tính như với thanh tĩnh định. Biểu đồ N, σ, δ cho trên hình 1-7a (b,c,d).

Ví dụ 1-8.

Xác định giá trị của lực $P = P_1$ làm cho đai tuyệt đối cứng D chạm vào gối trung gian C. Với giá trị của lực $P = P_2$ bằng bao nhiêu để đầu dưới của thanh chạm gối B ?



Hình 1-8

Vẽ đồ thị biểu diễn quan hệ giữa lực P và chuyển vị của điểm đặt lực đó khi P biến thiên từ 0 đến $2P_2$ (H. 1-8a).

Lấy $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ và bỏ qua chiều dày của đai D.

Bài giải.

Muốn cho đai D chạm gối C thì độ giãn của phần thanh giữa ngàm A và đai D phải bằng $\delta_1 = 0,010 \text{ cm}$, tức là :

$$\Delta_1 = \frac{P_1 \cdot 60}{EF} = \delta_1.$$

Rút ra :

$$P_1 = \frac{EF\delta_1}{60} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 1 \cdot 0,010}{60} = \frac{10}{3} = 3,33 \text{ kN}.$$

Khi đó, chuyển vị của điểm đặt lực là:

$$\Delta_1 = \frac{P_1 \cdot (30 + 60)}{E \cdot F} = \frac{10 \cdot 90}{3 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 1} = 0,015 \text{ cm},$$

và chuyển vị của điểm B cũng bằng Δ_1 :

$$\Delta_B = 0,015 \text{ cm}.$$

Do đó điểm B chỉ còn cách ngàm B là

$$0,025 - 0,015 = 0,010 \text{ cm}.$$

Vì đai D đã chạm gối C, nên bây giờ ta có thể coi thanh như bị ngàm ở C và ở đầu dưới cách ngàm B là 0,010 cm.

Vậy giá trị P'_2 phải thêm vào để đầu dưới của thanh chạm ngàm B được tính như sau :

$$\Delta'_B = \frac{P'_2 \cdot 30}{EF} = 0,010 \text{ cm}$$

Rút ra:

$$P'_2 = \frac{EF \cdot 0,010}{30} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 0,010}{30} = 6,67 \text{ kN}.$$

Do đó:

$$P_2 = P_1 + P'_2 = 3,33 + 6,67 = 10 \text{ kN}$$

(Có thể tính trực tiếp P_2 như sau : coi thanh bị ngàm ở C nhưng đầu dưới còn cách ngàm B là :

$$0,025 - 0,010 = 0,015 \text{ cm}.$$

Vậy :

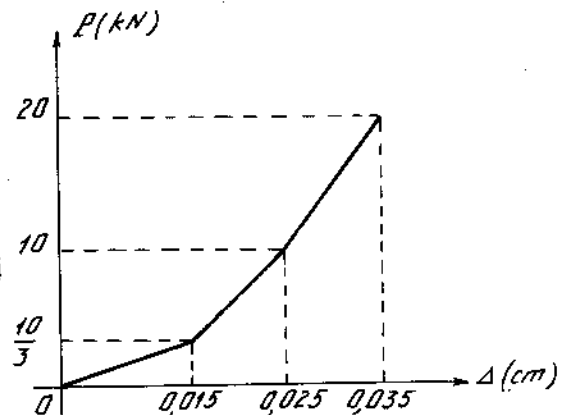
$$\Delta_B = \frac{P_2 \cdot 30}{EF} = 0,015 \text{ cm}$$

Rút ra:

$$P_2 = \frac{EF \cdot 0,015}{30} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 0,015}{30} = 10 \text{ kN}$$

Điểm đặt lực chuyển vị thêm một đoạn đúng bằng Δ'_B :

$$\Delta_2 = \Delta_1 + 0,010 = 0,025 \text{ cm}$$



Hình 1-8a

Khi $P = 2P_2$ thì bài toán là siêu tĩnh. Ta biết rằng $P = P_2$ thì đầu dưới chạm ngàm B. Vậy chỉ giải bài toán siêu tĩnh với trường hợp tiếp theo $P = P_2$ (ngàm ở C và B).

$$\Delta''_B = 0 = \frac{P_2 \cdot 30}{EF} - \frac{V_B \cdot 90}{EF} = 0,$$

$$V_B = \frac{P_2 \cdot 30}{90} = \frac{P_2}{3} = \frac{10}{3} = 3,33 \text{ kN}.$$

Lúc này điểm đặt lực di chuyển thêm là :

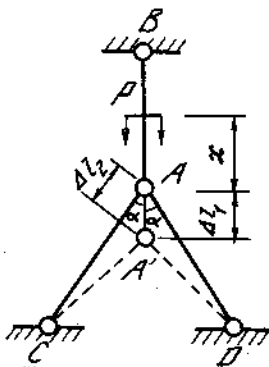
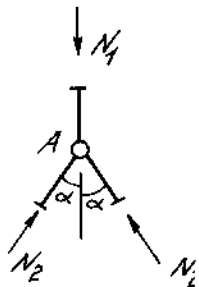
$$\begin{aligned} \Delta'_3 &= \frac{(P_2 - V_B) \cdot 30}{EF} = \frac{\left(10 - \frac{10}{3}\right) \cdot 30}{2 \cdot 10^4 \cdot 1} \\ &= \frac{20 \cdot 30}{3 \cdot 2 \cdot 10^4} = 0,010 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Vậy : $\Delta_3 = \Delta_2 + \Delta'_3 = 0,025 + 0,010 = 0,035 \text{ cm}.$

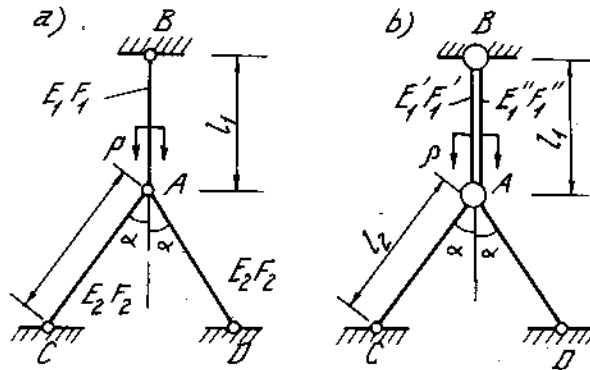
Ví dụ 1-9.

Một thanh AB có độ cứng E_1F_1 dài l_1 , được treo thẳng đứng. Đầu dưới A được chống bằng hai thanh xiên có cùng độ cứng E_2F_2 , dài l_2 .

Tính chuyển vị của điểm A khi lực P di động từ A đến B.



Hình 1-9a



Hình 1-9

Công thức tính chuyển vị của điểm A sẽ thay đổi như thế nào nếu thay thanh AB bằng hai thanh có độ cứng $E'_1F'_1$; $E''_1F''_1$ (H. 1-9).

Bài giải

Gọi N_1 là nội lực (nén) ở đầu A của thanh đứng. Tách nút A (H. 1-9a), ta có phương trình cân bằng :

$$2N_2 \cos \alpha - N_1 = 0.$$

Đặt Δl_1 là độ biến dạng tuyệt đối của thanh AB và Δl_2 - độ biến dạng tuyệt đối của thanh xiên, ta được :

$$\Delta l_2 = \Delta l_1 \cos \alpha,$$

trong đó:

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{E_2 F_2},$$

$$\Delta l_1 = \frac{P(l_1 - x)}{E_1 F_1} - \frac{N_1 l_1}{E_1 F_1}$$

Vậy :

$$\frac{N_2 l_2}{E_2 F_2} = \left[\frac{P(l_1 - x)}{E_1 F_1} - \frac{N_1 l_1}{E_1 F_1} \right] \cos \alpha$$

Đưa vào phương trình cân bằng : $2 \cdot \frac{1}{l_2} \cdot \frac{E_2 F_2}{E_1 F_1} [P(l_1 - x) - N_1 l_1] \cos^2 \alpha - N_1 = 0$.

Rút ra:

$$N_1 = \frac{2 \cdot \frac{E_2 F_2}{E_1 F_1} P(l_1 - x) \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{E_2 F_2}{E_1 F_1} \cos^2 \alpha}$$

Thay vào biểu thức tính Δl_1 ta sẽ được chuyển vị của điểm A :

$$v_A = \frac{P(l_1 - x)}{E_1 F_1 \left[1 + 2 \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{E_2 F_2}{E_1 F_1} \cos^2 \alpha \right]}$$

Khi thay thanh AB bằng hai thanh có độ cứng khác nhau, ta phải tìm độ cứng tương đương. Bằng cách so sánh biến dạng, ta được độ cứng tương đương:

$$(EF)_{td} = E' F'_1 + E'' F''_1$$

Thực vậy, độ biến dạng tuyệt đối của hai thanh phải bằng nhau :

$$\frac{N'_1 l_1}{E' F'_1} = \frac{N''_1 l_1}{E'' F''_1} = \frac{(N'_1 + N''_1) l_1}{E' F'_1 + E'' F''_1} = \frac{N_{td} \cdot l_1}{(EF)_{td}}$$

Nhưng vì :

$$N'_1 + N''_1 = N_{td} \text{ (nội lực trong thanh tương đương)}$$

nên :

$$E' F'_1 + E'' F''_1 = (EF)_{td}$$

Do đó ta vẫn dùng được công thức tính chuyển vị v_A ở trên nhưng phải thay $E_1 F_1$ bằng $E' F'_1 + E'' F''_1$.

Ví dụ 1-10.

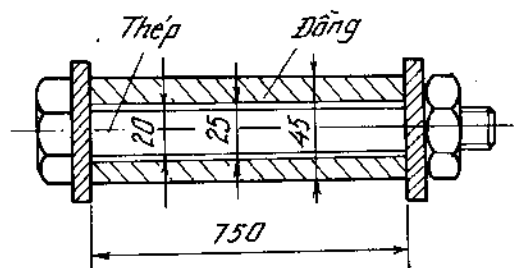
Một bulông bằng thép được lồng vào trong một ống đồng như trong hình 1-10.

Tính ứng suất trong bulông và trong ống đồng khi ta vặn ốc $\frac{1}{4}$ vòng. Bước ren của bulông là 3mm.

Cho : $E_{th} = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$, $E_{đồng} = 1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$.

Bài giải.

Khi siết ốc thì đồng bị nén và bulông bị kéo :



Hình 1-10

$$|\Delta l_{\text{đóng}}| + |\Delta l_{\text{th}}| = \frac{3}{40} \text{cm},$$

hay :

$$\frac{|N_d| \cdot l}{E_d F_d} + \frac{|N_{th}| \cdot l}{E_{th} F_{th}} = \frac{3}{40} \quad (a)$$

Phương trình cân bằng :

$$|N_d| = |N_{th}| \quad (b)$$

Mang (b) vào (a) và chú ý rằng :

$$\sigma_d = \frac{N_d}{F_d},$$

ta được :

$$\sigma_d = 3640 \text{N/cm}^2 \text{ (nén)},$$

và

$$\sigma_{th} = \sigma_d \frac{F_d}{F_{th}} = 12750 \text{N/cm}^2 \text{ (kéo)}.$$

Ví dụ 1-11.

Tính cạnh a theo điều kiện bền của các thanh. Các thanh đều làm bằng cùng một loại vật liệu có môđun đàn hồi E và ứng suất cho phép $[\sigma]$ (H. 1-11).

Bài giải.

Phương trình cân bằng (H. 1-11a) :

$$\begin{aligned} \sum X = 0, & \quad N_1 \cos \alpha + N_3 \cos \beta = N_2, \\ \sum Y = 0, & \quad N_1 \sin \alpha = N_3 \sin \beta, \end{aligned}$$

hay :

$$N_1 = N_3 \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}.$$

Mang vào phương trình đầu : $N_3 \cdot \frac{\sin \beta \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} + N_3 \cos \beta = N_2.$

Rút ra :

$$N_3 = \frac{N_2 \sin \alpha}{\sin \beta \cdot \cos \alpha + \cos \beta \sin \alpha},$$

$$N_1 = \frac{N_2 \sin \beta}{\sin \beta \cdot \cos \alpha + \cos \beta \cdot \sin \alpha}.$$

Thay số ta có :

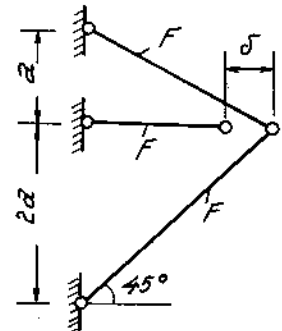
$$N_3 = \frac{N_2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}} = \frac{\sqrt{2}}{3} N_2 \quad (a)$$

$$N_1 = \frac{\sqrt{5}}{3} N_2 \quad (b)$$

Phương trình biến dạng :

$$\delta = \Delta l_2 + \Delta_x \quad (c)$$

Sau khi đã tính được Δ_x , mang vào (c) ta được :



Hình 1-11

$$\delta = \frac{N_2 \cdot 2a}{EF} + \frac{5N_1 a + 4N_3 a}{3EF}$$

hay :

$$5N_1 + 4N_3 + 6N_2 = \frac{3EF\delta}{a} \quad (d)$$

Giải hệ ba phương trình (a), (b), và (d), ta được :

$$N_1 = \frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{5} + 4\sqrt{2} + 18} \cdot \frac{EF\delta}{a} = 0,271 \cdot \frac{EF\delta}{a}$$

$$N_2 = \frac{9}{5\sqrt{5} + 4\sqrt{2} + 18} \cdot \frac{EF\delta}{a} = 0,364 \cdot \frac{EF\delta}{a}$$

$$N_3 = \frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{5} + 4\sqrt{2} + 18} \cdot \frac{EF\delta}{a} = 0,171 \cdot \frac{EF\delta}{a}$$

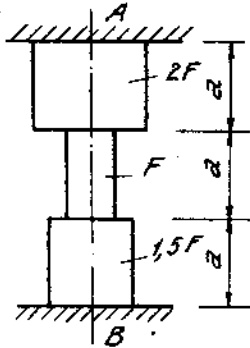
Vì $N_2 > N_1 > N_3$, chúng ta sẽ tính a theo điều kiện bền của thanh AC (có lực dọc N_2) :

$$\sigma_{(2)} = \frac{N_2}{F} = 0,364 \frac{E\delta}{a} \leq [\sigma]$$

rút ra : $[a] = 0,364 \frac{E\delta}{[\sigma]}$

Ví dụ 1-12.

Tính ứng suất khi nhiệt độ trong thanh tăng Δt° . Các đoạn thanh đều cùng một loại vật liệu (H. 1-12).



Hình 1-12

Bài giải.

Điều kiện biến dạng của hệ thống là :

$$\Delta l_B = 0,$$

hay

$$-\frac{V_B a}{1,5EF} - \frac{V_B a}{EF} - \frac{V_B a}{2EF} + \alpha \cdot \Delta t \cdot 3a = 0.$$

Từ đó rút ra :

$$V_B = \frac{18}{13} \alpha \cdot \Delta t EF.$$

Lực dọc của thanh :

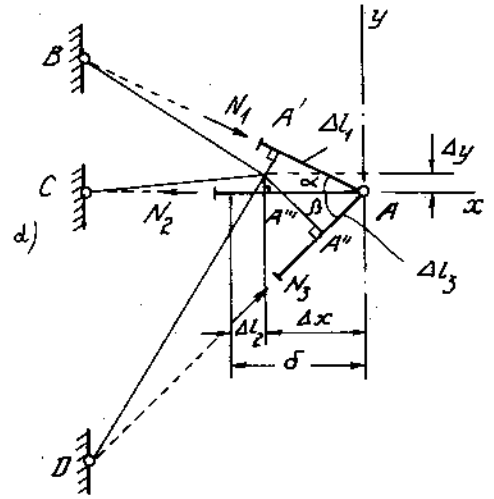
$$N = V_B \text{ (nén).}$$

Ứng suất ở đoạn trên :

$$\sigma_{(t)} = \frac{N}{2F} = \frac{9}{13} E \alpha \Delta t \text{ (nén).}$$

Ứng suất ở đoạn giữa :

$$\sigma_{(g)} = \frac{N}{F} = \frac{18}{13} E \alpha \Delta t \text{ (nén).}$$



Hình 1-11a

Ứng suất ở đoạn dưới :

$$\sigma_{(d)} = \frac{N}{1,5F} = \frac{12}{13} E\alpha\Delta t \text{ (nén)}$$

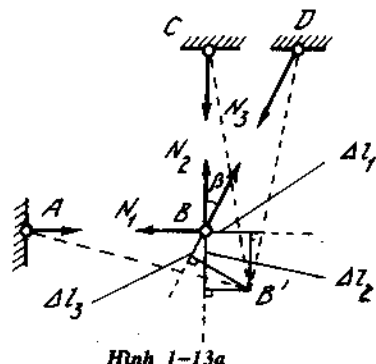
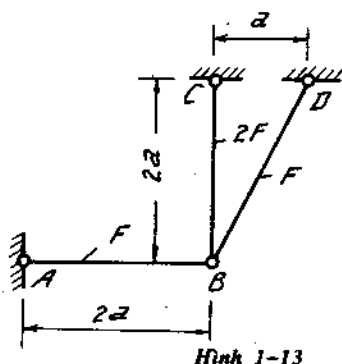
Ví dụ 1-13.

Tính nội lực trong các thanh AB, BC và BD khi chúng bị đốt nóng lên $\Delta t^\circ\text{C}$ (H. 1-13a).

Cho $E = 2 \cdot 10^4 \text{kN/cm}^2$; $\alpha = 12,5 \cdot 10^6$

Bài giải.

Tách nút B và chiếu các lực tác dụng xuống phương nằm ngang và thẳng đứng (H. 1-13a) ta được :



$$N_1 = N_3 \sin\beta \quad (a)$$

$$N_2 = -N_3 \cos\beta \quad (b)$$

Phương trình biến dạng lập bằng cách chiếu các biến dạng xuống phương BD. Ta có :

$$\Delta l_3 = \Delta l_2 \cos\beta - \Delta l_1 \sin\beta,$$

hay

$$\frac{N_3 a \sqrt{5}}{EF} + \alpha \Delta t a \sqrt{5} = \left(\frac{N_2 2a}{2EF} + \alpha \Delta t 2a \right) \cos\beta - \left(\frac{N_1 2a}{EF} + \alpha \Delta t 2a \right) \sin\beta \quad (c)$$

Giải hệ phương trình (a), (b), (c), được :

$$N_1 = -\frac{3}{5\sqrt{5} + 6} EF\alpha\Delta t \text{ (nén)},$$

$$N_2 = \frac{6}{5\sqrt{5} + 6} EF\alpha\Delta t \text{ (kéo)},$$

$$N_3 = -\frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{5} + 6} EF\alpha\Delta t \text{ (nén)}.$$

Bài tập

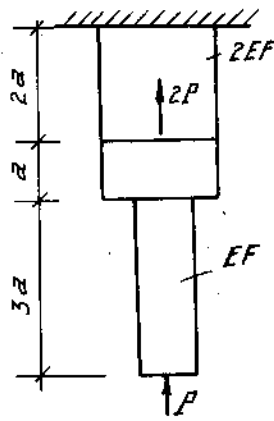
1*1-6. Cho các thanh chịu lực như trên hình (1-14) ÷ (1-19). Vẽ biểu đồ lực dọc, ứng suất và chuyển vị của các mặt cắt ngang.

1*7. Pittông trong xilanh của một máy ép khí có đường kính $D = 40\text{cm}$. Cán pittông bằng thép có đường kính $d = 15\text{cm}$ và dài 70cm . Tính ứng suất và độ biến dạng dài tuyệt đối của cán pittông, biết rằng áp suất khí ép bằng $= 250\text{at}$. Môđun đàn hồi $E = 2 \cdot 10^4 \text{kN/cm}^2$ (H. 1-20).

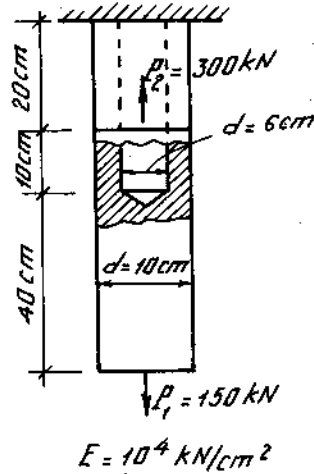
1*8. Một cần cấu gồm một giá chữ A và một dây cáp giằng nâng một vật nặng $P = 20\text{kN}$. Giá chữ A bằng gỗ tròn đường kính $d = 20\text{cm}$, dây cáp có diện tích mặt cắt ngang 400mm^2 . Tính ứng suất pháp trên mặt cắt ngang cột gỗ và dây cáp (H. 1-21).

1*9. Tính hệ số an toàn của các thanh thép AB và CD. Thanh AB có mặt cắt ngang tròn đường kính $d = 32\text{mm}$. Thanh CD có mặt cắt ngang ghép bởi 2 thép góc L $100 \times 100 \times 10$. (H. 1-22).

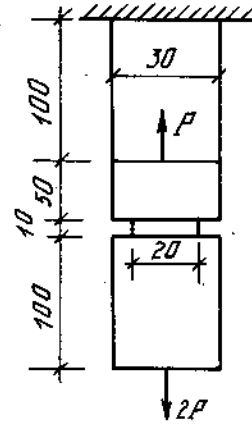
Giới hạn chảy của thép : $\sigma_{ch} = 22\text{kN/cm}^2$.



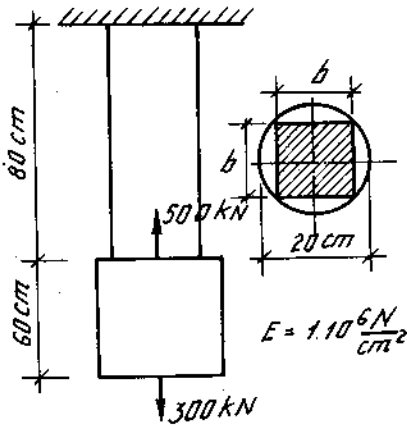
Hình 1-14



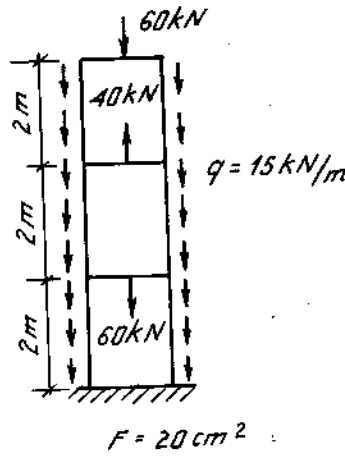
Hình 1-15



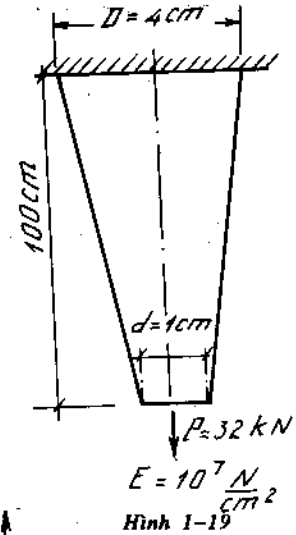
Hình 1-16



Hình 1-17



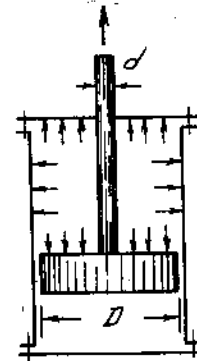
Hình 1-18



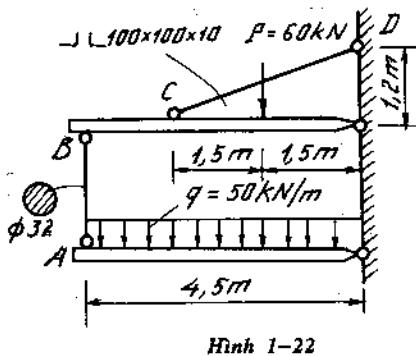
Hình 1-19

1*10. Người ta nén một mẫu gang cho đến khi vỡ trên một máy ép bằng thủy lực loại 1500kN. Khi nén mẫu có kích thước 40×40 mm thì cột máy có hệ số an toàn bằng bao nhiêu? (máy có hai cột tròn đường kính $d = 100$ mm).

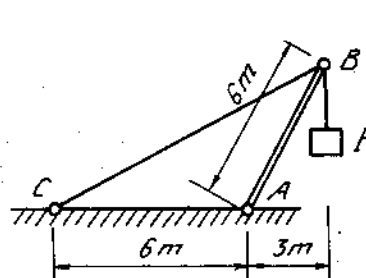
Xác định kích thước lớn nhất của mẫu gang (hình vuông) mà máy này có thể nén được. Khi đó hệ số an toàn của cột máy là bao nhiêu?



Hình 1-20



Hình 1-22

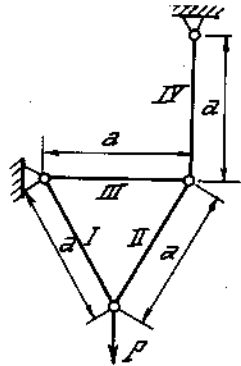


Hình 1-21

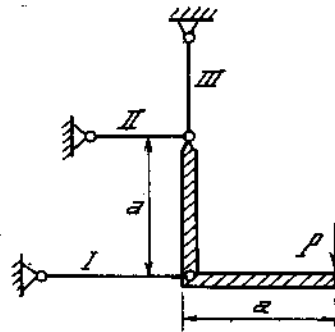
Vật liệu của cột máy có giới hạn chảy : $\sigma_{ch} = 32\text{kN/cm}^2$

Vật liệu của mẫu gang có giới hạn bền : $\sigma_b = 58\text{kN/cm}^2$.

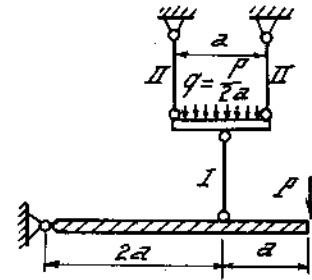
1*11 - 17. Chọn kích thước diện tích F mặt cắt ngang của các bộ phận đàn hồi của hệ (H.1-23 ÷ 1-29) : ở các bài mà dự kiện cho bằng chữ thì ứng suất cho phép $[\sigma]$ bằng nhau về kéo và nén đối với tất cả các bộ phận của hệ. Nếu ở bài không cho



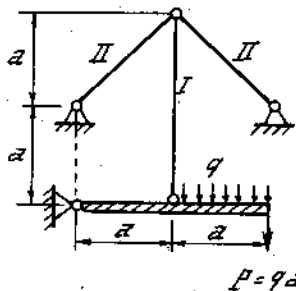
Hinh 1-23



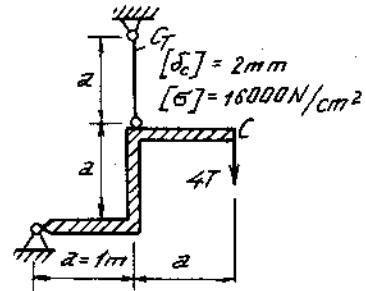
Hinh 1-24



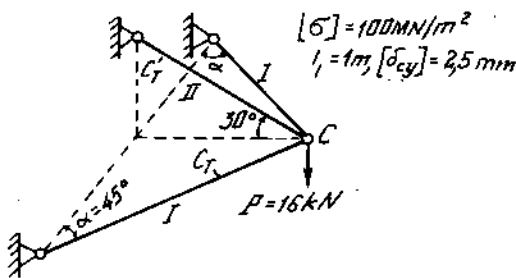
Hinh 1-25



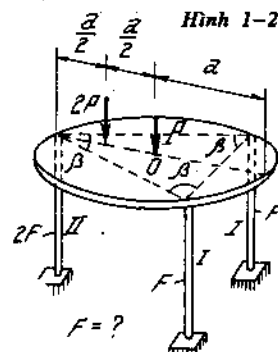
Hinh 1-26



Hinh 1-27



Hinh 1-28



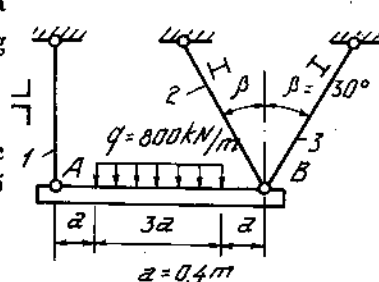
Hinh 1-29

môđun đàn hồi E thì coi như đã biết và giống nhau đối với tất cả các thanh. Ở bài 1-16 ; 1-17 tương ứng với hình 1-28 ; 1-29 lấy $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$.

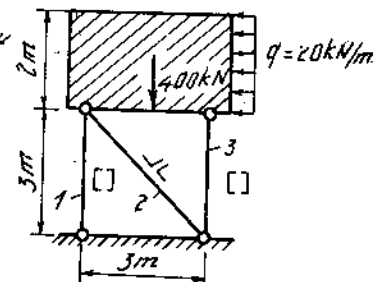
1*18, a, b. Xác định kích thước mặt cắt ngang của các thanh có đánh số trên hình vẽ (1-30).

Đối với các thanh chịu kéo :

$$[\sigma]_k = 16\text{kN/cm}^2$$



Hinh 1-30a



Hinh 1-30b

Đối với các thanh chịu nén :

$$[\sigma]_n = 10 \text{ kN/cm}^2$$

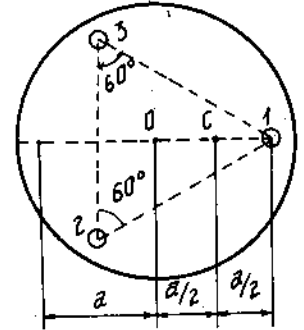
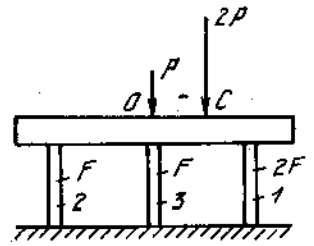
1*19. Một tấm tròn tuyệt đối cứng đặt trên ba cột song song bố trí như trên hình 1-31. Xác định diện tích mặt cắt ngang của các cột. Cột bằng vật liệu có ứng suất cho phép là $[\sigma]$.

1*20. Xác định đường kính d_0 của bulông trong hộp an toàn của máy dất, để khi $P = 6.000 \text{ kN}$ thì bulông sẽ bị đứt (H.1-32).

Bulông bằng vật liệu có giới hạn bền $\sigma_b = 60 \text{ kN/cm}^2$; bỏ qua lực ma sát.

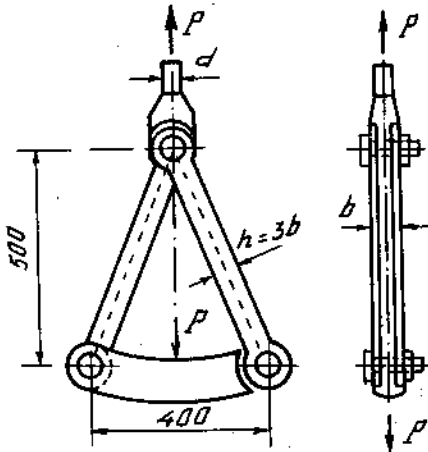
1*21. Trên hình (1-33) là một bộ phận nâng hàng loại lớn. Xác định trọng lượng hàng lớn nhất mà bộ phận đó có thể nâng được.

Lấy : $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$, $d = 40 \text{ mm}$,
 $h = 3.b = 30 \text{ mm}$

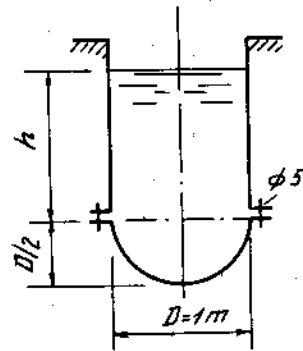


Hình 1-32

Hình 1-31



Hình 1-33

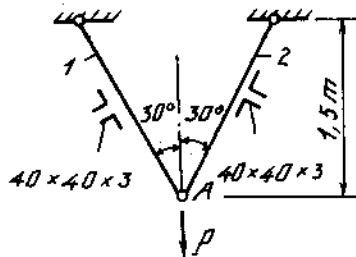


Hình 1-34

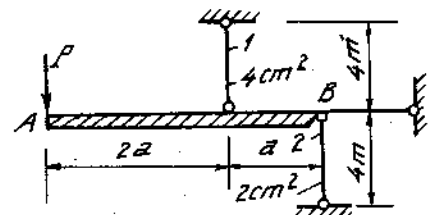
1*22. Người ta ghép dáy hình bán cầu vào thân hình trụ tròn của một thùng chứa nước bằng 8 bulông đường kính $d = 5 \text{ mm}$. Tính chiều cao h lớn nhất của mức nước. Cho ứng suất cho phép của bulông $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$ và trọng lượng riêng của nước

$$\gamma = 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \text{ (H.1-34)}$$

1*23-24. Xác định tải trọng P theo :



Hình 1-35

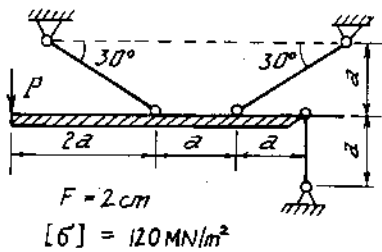


Hình 1-36

- Điều kiện bền của các thanh 1 và 2 (H. 1- 35)
 $[\sigma] = 16\text{kN/cm}^2$; $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$.

- Điều kiện cứng : chuyển vị thẳng đứng của điểm A không vượt quá 1,5 mm. (Đối với bài ở hình (1-36), giả thiết thanh AB là tuyệt đối cứng).

1*25-27. Tính lực cho phép P hoặc những đại lượng chỉ dẫn ở mỗi bài của hình 1-37, 38, 39.



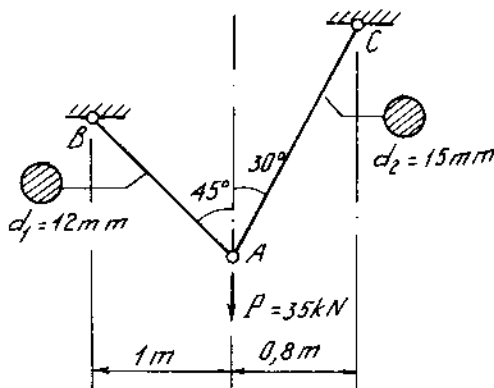
Hình 1-37

1*28. Tải trọng P chạy trên dầm tuyệt đối cứng AB trong giới hạn từ $x_1 = 0,4 \text{ m}$ đến $x_2 = 4,8 \text{ m}$ (H.1-40). Vẽ đồ thị biểu diễn sự biến thiên của lực dọc trong các thanh treo theo x.

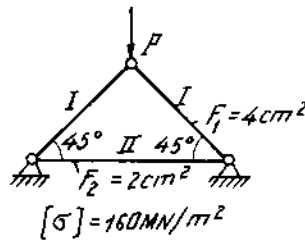
Tính góc xiên của dầm AB so với đường ngang khi tải trọng P ở giữa nhịp. Xác định vị trí của tải trọng P sao cho dầm AB vẫn nằm ngang $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$.

1*29. Thanh tuyệt đối cứng AB được treo bằng hai thanh cùng vật liệu có diện tích và chiều dài khác nhau (xem hình 1-41). Tính vị trí đặt lực P để cho thanh AB vẫn giữ nằm ngang khi các thanh treo biến dạng.

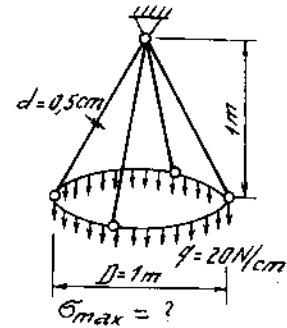
1*30-31. Tính chuyển vị thẳng đứng (V_A) của khớp A. Các thanh đều bằng thép : $E_{th} = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$. Kích thước cho trên hình 1-42, hình 1-43.



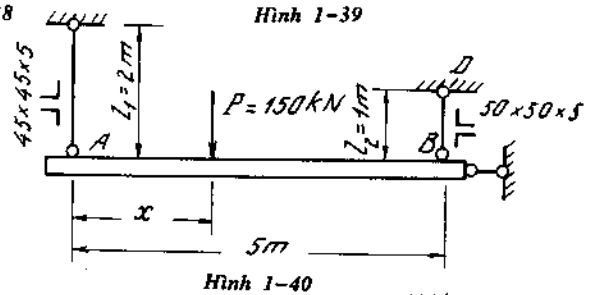
Hình 1-42



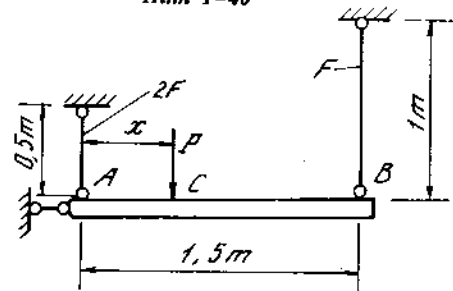
Hình 1-38



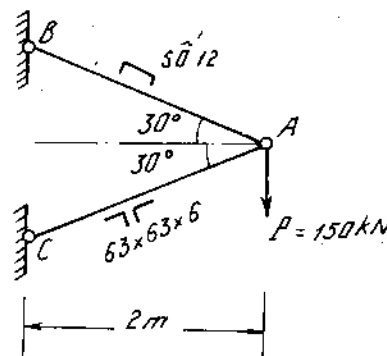
Hình 1-39



Hình 1-40



Hình 1-41

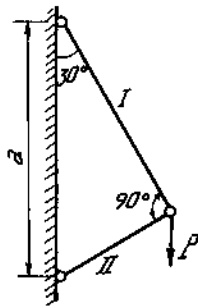


Hình 1-43

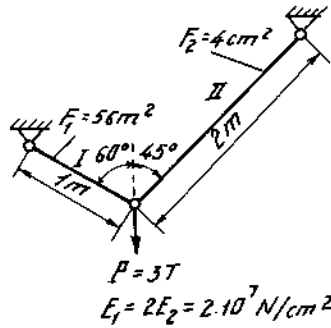
1*32-39. Xác định chuyển vị δ của các điểm đặt lực P (hoặc chuyển vị của điểm khác có ghi trên hình (1-44 ÷ 1-51) và ứng suất trên mặt cắt ngang các thanh.

Trong những bài chỉ có đề chữ, không cho giá

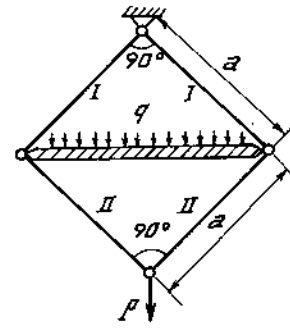
trị của E và F thì coi các thanh đều có E và F như nhau. Đối với bài ở hình 1-51 lấy $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$.



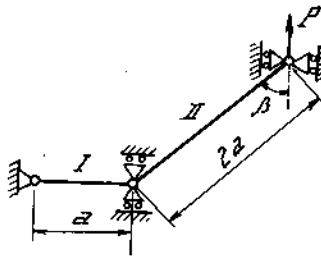
Hình 1-44



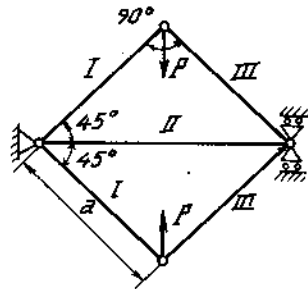
Hình 1-45



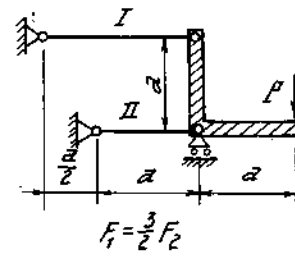
Hình 1-46



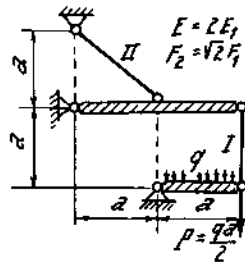
Hình 1-47



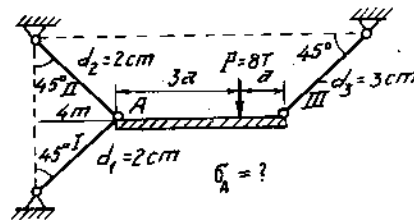
Hình 1-48



Hình 1-49



Hình 1-50

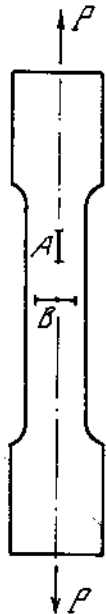


Hình 1-51

1*40. Người ta dùng tenxômét đòn có chuẩn đo 50mm và hệ số khuếch đại $K = 1.000$ để xác định môđun đàn hồi E của thép, đồng, dural. Kết quả thí nghiệm được ghi trong bảng sau :

Mẫu bằng thép		Mẫu bằng đồng		Mẫu bằng dural	
Lực kéo P(N)	Số đọc trên Tenxômét	Lực kéo P(N)	Số đọc trên Tenxômét	Lực kéo P(N)	Số đọc trên Tenxômét
2000	0	2500	0	1250	0
7000	16	5000	16	2500	11,5
12000	31,5	7500	31,5	3750	22,5
17000	48	10000	48	5000	34,5

Mẫu hình trụ tròn đường kính $d = 10\text{mm}$. Hãy tính ra môđun đàn hồi của các vật liệu trên.



Hình 1-52

1*41. Nếu kéo một thanh thép tròn có chiều dài 3m, đường kính 1,6mm bởi lực P thì nó sẽ dãn 1,3mm. Nhưng nếu kéo một thanh đồng có chiều dài 1,8m, đường kính 3,2mm cũng bởi lực P đó thì thanh này sẽ dãn ra là 0,39mm. Tính môđun đàn hồi của thanh đồng biết môđun đàn hồi của thanh thép là 2.10^7 N/cm^2 .

1*42. Để xác định hệ số Poátxông μ của vật liệu, người ta kẹp 2 tenxômét đôn vào mẫu thử như trên hình 1-52. Cả hai tenxômét đôn đều có chuẩn đo $l = 20\text{mm}$ và hệ số khuếch đại $K = 1000$. Hãy tính hệ số biến dạng ngang μ theo kết quả được ghi trong bảng sau :

Lực kéo $P(\text{N})$	Số đo trên Tenxômét A	Số đo trên Tenxômét B
5000	5	13,5
15000	17	9,5
25000	28,5	5,5
35000	41	2

1*43-44. Vẽ biểu đồ lực dọc, ứng suất và chuyển vị của các thanh chịu lực như trên hình (1-53, 1-54). Biết $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$.

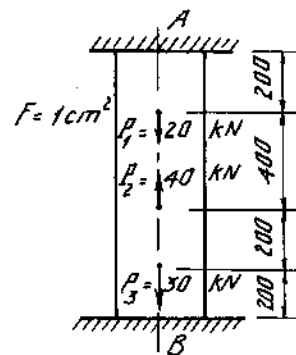
1*45. Một cái móc treo trọng lượng 42 kN như trên hình 1-55. Thanh treo ở giữa bằng thép, có mặt cắt ngang hình chữ nhật kích thước $0,5\text{cm} \times 2\text{cm}$. Các thanh bên bằng đuyra, có mặt cắt ngang hình chữ nhật kích thước $1,5\text{cm} \times 2\text{cm}$.

Xác định ứng suất và biến dạng của các thanh treo.

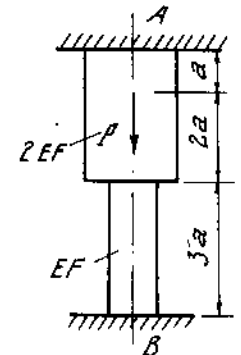
Cho : $E_{\text{th}} = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$, $E_{\text{đura}} = 0,7.10^4 \text{ kN/cm}^2$.

1*46-47. Dầm tuyệt đối cứng được giữ bởi các thanh treo bằng thép có giới hạn chảy $\sigma_{\text{ch}} = 24 \text{ kN/cm}^2$ (H.1-56, 57).

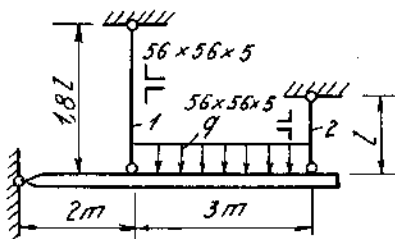
Xác định giá trị cho phép của tải trọng tác dụng lên dầm. Hệ số an toàn $n = 1,6$ môđun đàn hồi của thép : $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$.



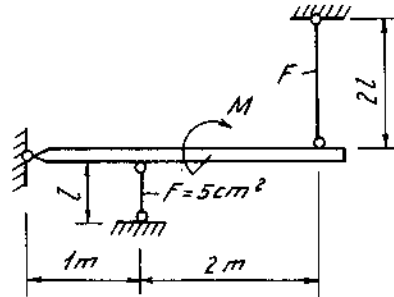
Hình 1-53



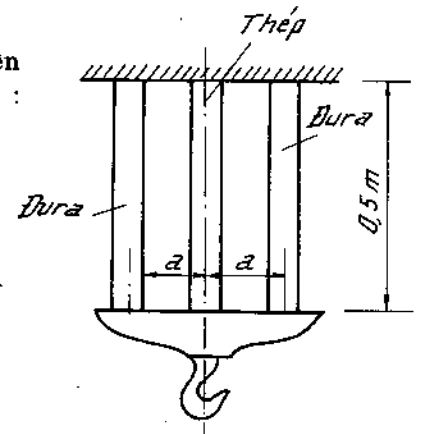
Hình 1-54



Hình 1-56

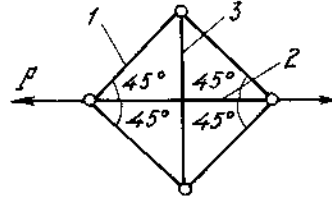


Hình 1-57



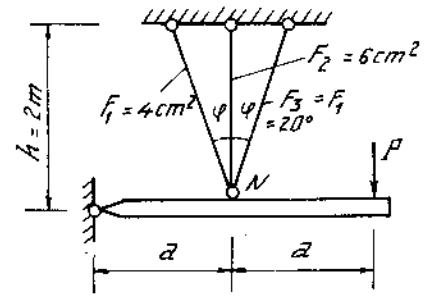
Hình 1-55

1*48. Tính nội lực trong các thanh vẽ trên hình 1-58. Độ cứng EF của các thanh giống nhau.



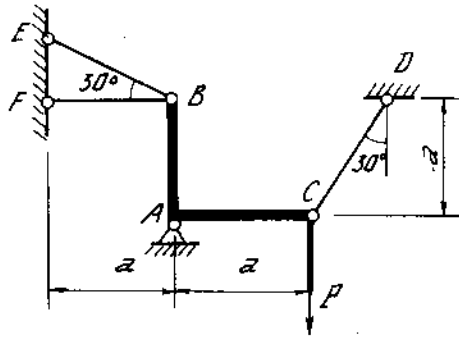
Hình 1-58

1*49. Xác định tải trọng cho phép [P] theo điều kiện bền của các thanh treo $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$. Giả thiết dầm AB là tuyệt đối cứng, các thanh treo được làm cùng một loại thép (H.1-59).



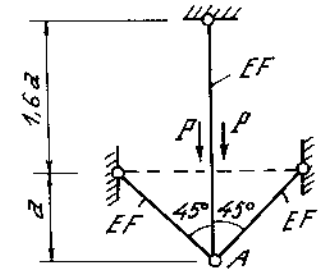
Hình 1-59

1*50. Có kết cấu chịu lực P như trên hình 1-60. Tính chuyển vị của điểm A.



Hình 1-61

1*51. Một thanh gậy khúc coi như cứng tuyệt đối đặt trên gối A và được giữ bằng ba thanh CD, BE, BF cùng diện tích mặt cắt ngang F, và cùng vật liệu. Tính



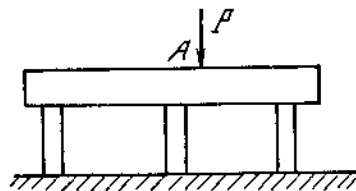
Hình 1-60

nội lực ở các thanh này khi hệ thống chịu tác dụng của lực P (H.1-61).

1*52. Vẽ biểu đồ lực dọc, ứng suất và chuyển vị của các mặt cắt dọc theo trục thanh chịu lực như trên hình 1-62.

1*53. Một tấm tuyệt đối cứng được đặt trên bốn cột cùng diện tích, cùng chiều dài và cùng bằng một loại vật liệu (H.1-63).

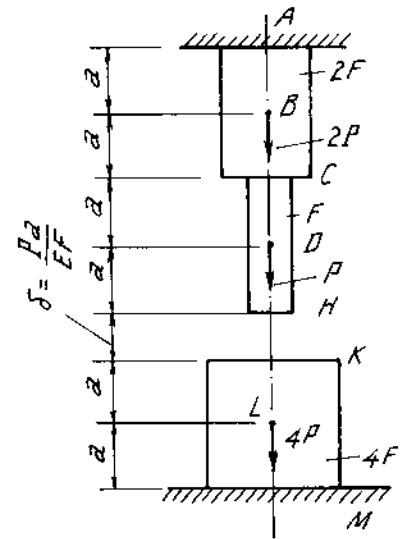
Tính phản lực trong các cột đối với hai trường hợp đặt lực :



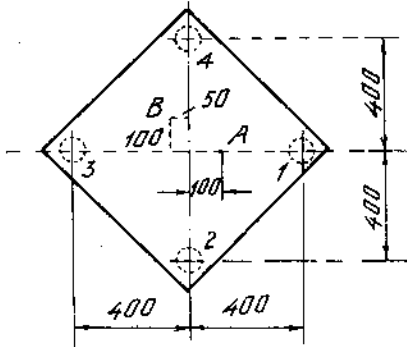
a) Lực P đặt ở điểm A trên đường nối hai cột 3 và 1.

b) Lực P đặt ở điểm B.

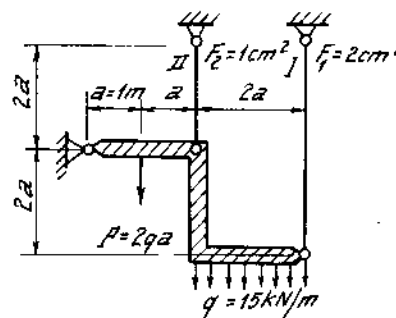
1*54-55. Tính ứng suất pháp tại các dây treo I, II trong các hình 1-64 ; hình 1-65.



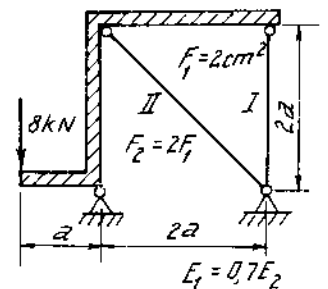
Hình 1-62



Hình 1-63



Hình 1-64



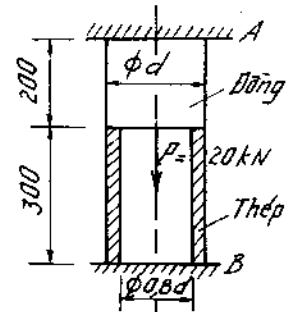
Hình 1-65

1*56. Xác định kích thước của mặt cắt ngang. Biết :

$$[\sigma]_{th} = 16 \text{ kN/cm}^2, [\sigma]_d = 6 \text{ kN/cm}^2, [\sigma]_{nh} = 8 \text{ kN/cm}^2.$$

$$E_{th} = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2, E_d = 1.10^4 \text{ kN/cm}^2, E_{nh} = 0,7.10^4 \text{ kN/cm}^2.$$

(H.1-66).



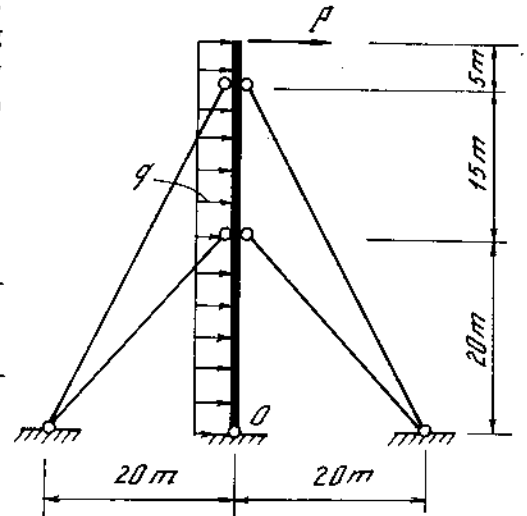
Hình 1-66

1*57. Một bulông bằng thép dùng để giữ hai ống thép và đồng. Tính lực P cho phép tác dụng vào bulông để ứng suất trong đó không vượt quá $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$. Lực kéo trước N_0 trong bulông được chọn sao cho khi lực P cho phép tác dụng thì nội lực còn lại trong các ống bằng 25% của lực tác dụng trước N_0 (H.1-67).

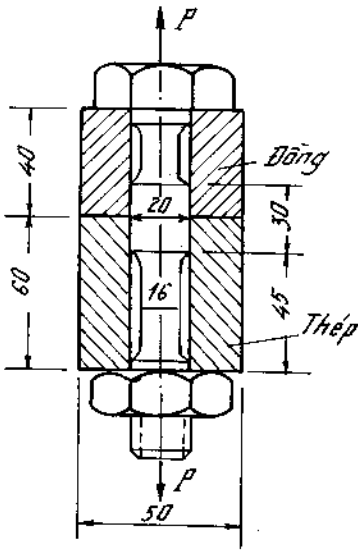
$$\text{Cho } E_1 = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2; E_d = 1.10^4 \text{ kN/cm}^2.$$

1* 58. Lực $P = 2000 \text{ N}$ và lực gió có cường độ $q = 300 \text{ N/m}$. Tính diện tích dây giằng biết rằng ứng suất cho phép $[\sigma] = 35 \text{ kN/cm}^2$ môđun đàn hồi $E = 1,6.10^4 \text{ kN/cm}^2$.

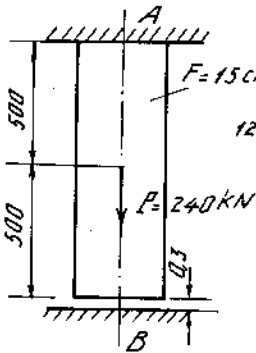
Tính chuyển vị nằm ngang của đầu cột. Chú ý rằng dây cáp chỉ chịu được kéo (H.1-68).



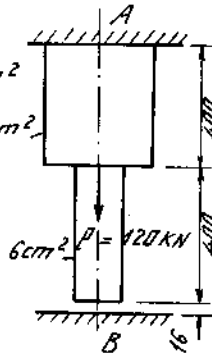
Hình 1-68



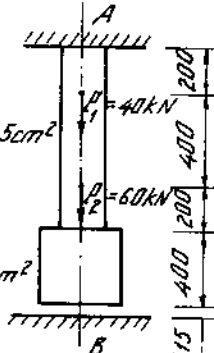
Hình 1-67



Hình 1-69



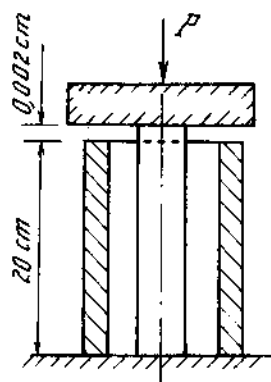
Hình 1-70



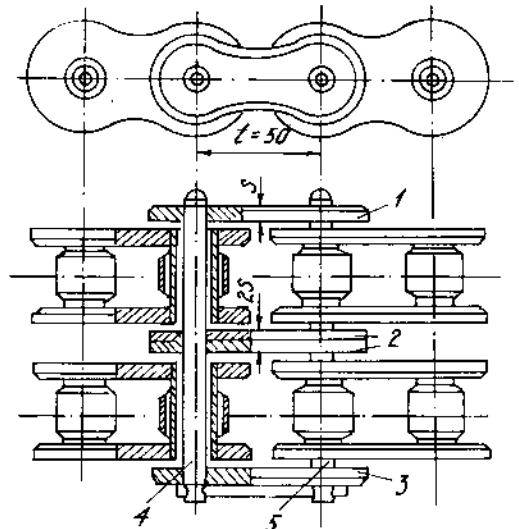
Hình 1-71

1*59-61. Vẽ biểu đồ lực dọc, ứng suất và chuyển vị trong các thanh chịu lực như trên hình (1-69,70,71). $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$.

1*62. Một thanh đồng có diện tích mặt cắt ngang bằng 20 cm^2 và có chiều dài trước khi chịu lực là $20,002 \text{ cm}$. Thanh đồng này được lồng vào một ống thép cùng diện tích mặt cắt ngang và có chiều dài trước khi chịu lực là 20 cm .



Hình 1-72



Hình 1-73

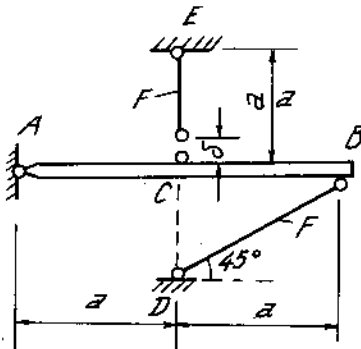
Tải trọng P tác dụng vào thanh đồng thông qua một tấm đệm tuyệt đối cứng. Tải trọng P phải bằng bao nhiêu để ứng suất trong thanh đồng và ống thép bằng nhau (H. 1-72).

$$E_d = 1.10^4 \text{ kN/cm}^2 ; E_{th} = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$$

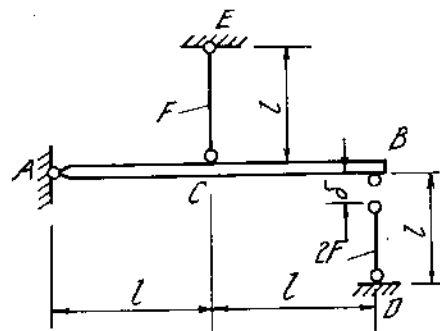
1*63. Trên hình (1-73) là một bộ truyền xích ống con lăn hai dây. Khi lắp ráp, bước (chiều dài) của tấm 2 nhỏ hơn bước của hai tấm biên 1 và 3 một đại lượng $\delta = 18.10^{-3} \text{ mm}$. Coi các chốt 4 và 5 là cứng tuyệt đối và diện tích mặt cắt ngang của tấm là không đổi. Tính ứng suất trong các tấm khi lắp ráp xích. Lấy môđun đàn hồi $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$.

1*64-65. Xác định $[\delta]$ sao cho ứng suất trong các thanh BD và CE không vượt quá ứng suất cho phép $[\sigma]$ (H.1-74, 75).

Giả thiết dầm AB là tuyệt đối cứng và các thanh đều cùng một loại vật liệu có môđun đàn hồi E.

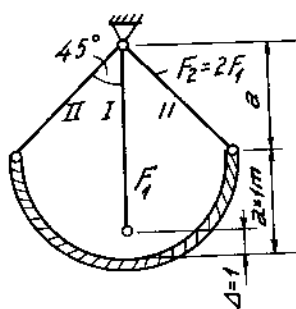


Hinh 1-74

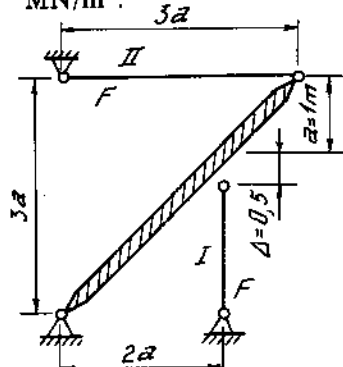


Hinh 1-75

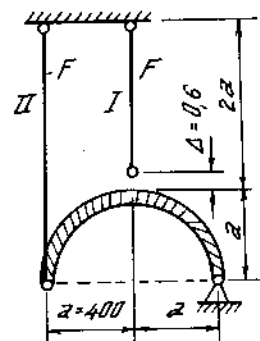
1*66-71. Tính ứng suất lắp ghép. Δ là độ lớn của đoạn chế tạo không chính xác trong các hình vẽ từ (1-76) đến (1-81). Đối với các thanh, lấy $E = 2.10^7 \text{ N/cm}^2$. Ở những bài 80 ; 81 lấy $E = 2.10^5 \text{ MN/m}^2$.



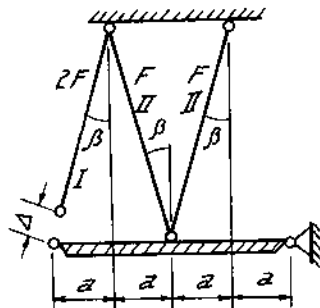
Hinh 1-76



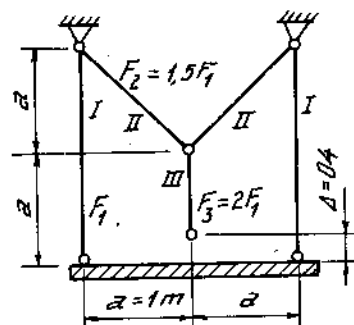
Hinh 1-77



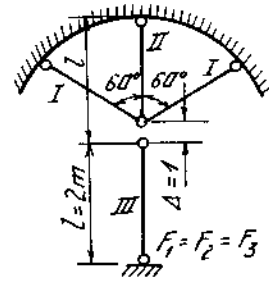
Hinh 1-78



Hinh 1-79



Hinh 1-80

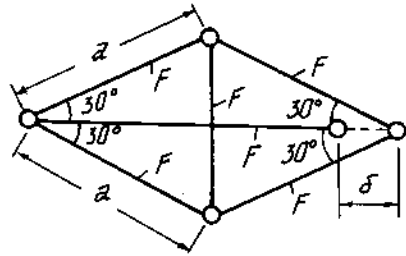


Hinh 1-81

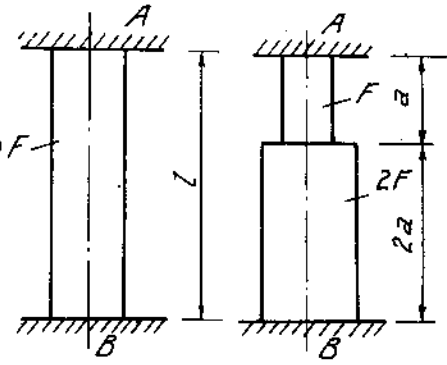
1*72. Tính cạnh a trên hình (1-82) theo điều kiện bên của thanh. Các thanh làm bằng cùng một loại vật liệu có môđun đàn hồi E và ứng suất cho phép $[\sigma]$.

1*73-74. Tính ứng suất khi nhiệt độ trong thanh tăng Δt° . Các đoạn thanh đều cùng một loại vật liệu (H.1-83,84).

1*75. Một tấm dài bằng dũa dày 0,6cm được gia cố bằng 3 thép góc. Mỗi thép góc có diện tích mặt cắt ngang bằng 4cm^2 (H.1-85).



Hình 1-82



Hình 1-83

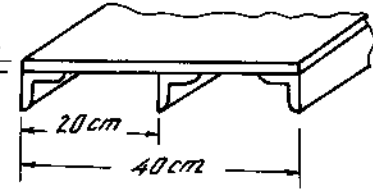
Hình 1-84

Tính ứng suất trong tấm và các thép góc nếu chi tiết được đốt nóng lên 100°C .

Hệ số giãn nở : $\alpha_{th} = 12,5 \cdot 10^{-6}$; $\alpha_d = 22,5$

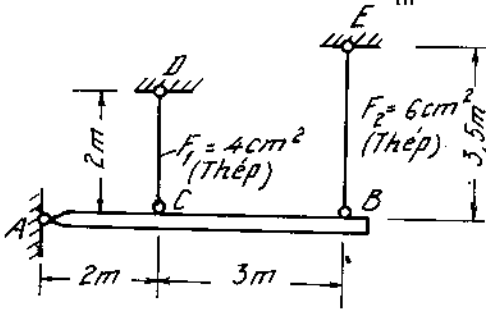
Môđun đàn hồi $E_{th} = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$; $E_d = 0,7.10^4 \text{ kN/cm}^2$

1*76-80. Tính nội lực trong các thanh treo hoặc thanh chống của các kết cấu vẽ trên hình (1-86 ÷ 1-90) khi các thanh đều bị đốt nóng lên $\Delta t^\circ\text{C}$. Các dầm AB đều coi như tuyệt đối cứng.

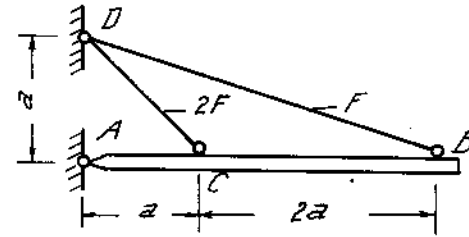


Hình 1-85

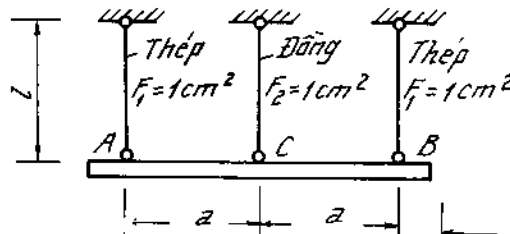
Khi áp dụng bằng số cho : $E_{th} = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$; $E_d = 1.10^4 \text{ kN/cm}^2$.
 $\alpha_{th} = 12,5 \cdot 10^{-6}$; $\alpha_d = 16,5 \cdot 10^{-6}$.



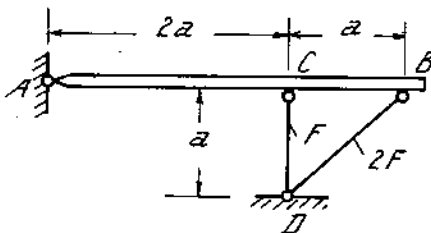
Hình 1-86



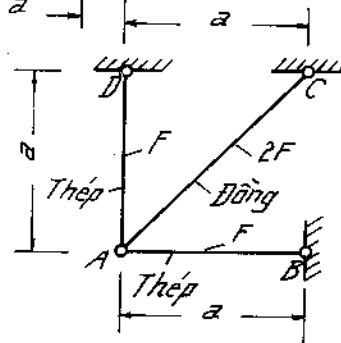
Hình 1-87



Hình 1-88

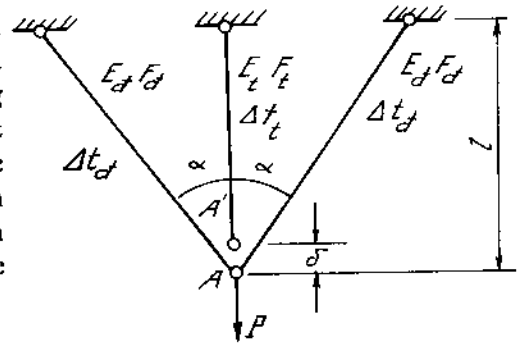


Hình 1-89

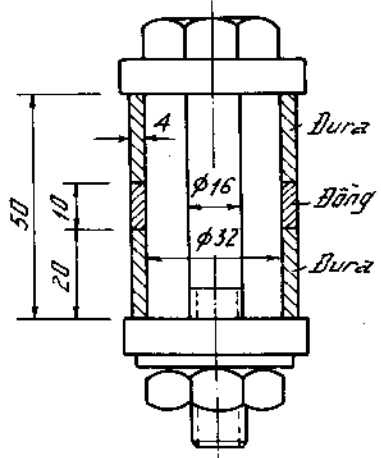


Hình 1-90

1*81. Một hệ thống gồm ba thanh, hai thanh bên bằng đồng có độ cứng chống kéo $E_d F_d$, thanh giữa bằng thép có độ cứng chống kéo $E_t F_t$, treo một trọng lượng P . Thanh giữa ngắn hơn chiều dài cần thiết một đoạn nhỏ δ . Khi lắp xong hệ thống và đặt lực các thanh còn bị tăng nhiệt độ lên là Δt_d đối với thanh bằng đồng, Δt_t đối với thanh bằng thép. Hệ số đàn nỏ của đồng và của thép là α_d, α_t . Tính nội lực ở các thanh hình 1-91.



Hình 1-91



Hình 1-92

1*82. Một bulông bằng thép dùng để ghép 2 ống dural có vòng đệm bằng đồng ở giữa. Lực kéo trước trong bulông bằng $N_0 = 20\text{kN}$. Tính ứng suất trong bulông và trong ống dural khi nhiệt độ tăng lên $\Delta t = 20^\circ\text{C}$ (H.1-92).

Hai tấm đệm ở đầu hai ống dural được coi là tuyệt đối cứng. Hệ số đàn nỏ :

$$\alpha_{du} = 22,5 \cdot 10^{-6} ; \alpha_d = 16,5 \cdot 10^{-6} ; \alpha_{th} = 12,5 \cdot 10^{-6}$$

$$E_{du} = 0,7 \cdot 10^4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} ; E_d = 1 \cdot 10^4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} ; E_{th} = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

1*83. Chi tiết 2 bằng gang được bắt chặt vào bệ đỡ 4 nhờ bulông thép 5. Giữa chi tiết 2 và hệ đỡ 4 có đệm một ống đồng 3. Dưới ốc xiết có đặt vòng đệm 1 bằng thép. Chi tiết 2 bị kéo ra khỏi bệ đỡ bởi lực $P = 10\text{ kN}$ (đối với bulông 5). Tính lực kéo ban đầu trong bulông (lực xiết ốc) sao cho khi chi tiết chịu lực P thì các chỗ nối không bị hở (H.1-93).

Kiểm tra độ bền của bulông 5 khi toàn bộ chi tiết bị đốt nóng lên $\Delta t = 45^\circ\text{C}$.

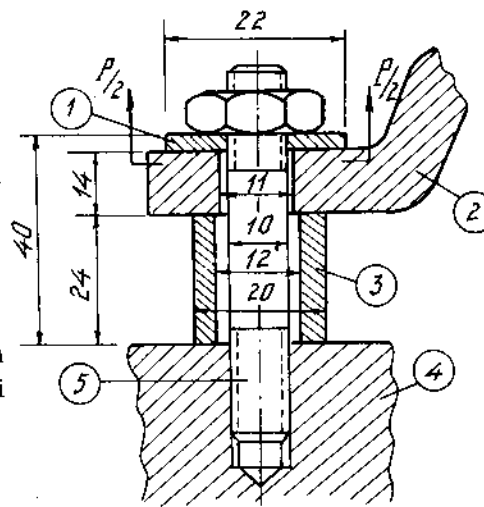
$[\sigma] = 16\text{ kN/cm}^2$, Hệ số giãn nở và môđun đàn hồi

Thép $\alpha_{th} = 12,5 \cdot 10^{-6}$; $E_{th} = 210^4\text{ kN/cm}^2$

Đồng $\alpha_d = 16,5 \cdot 10^{-6}$; $E_d = 1 \cdot 10^4\text{ kN/cm}^2$

Gang $\alpha_g = 10,7 \cdot 10^{-6}$; $E_g = 1,2 \cdot 10^4\text{ kN/cm}^2$

Khi tính chi tiết 2 có thể coi gần đúng là một thanh có mặt cắt ngang hình vành khăn đường kính ngoài 20mm, đường kính trong 11mm



Hình 1-93

Chương 2

TÍNH CÁC MỐI NỐI GHÉP

Tính toán chính xác độ bền các chi tiết mối ghép bằng bulông, đinh tán hoặc hàn là phức tạp. Phương pháp tính trình bày trong chương này chỉ là gần đúng và có tính quy ước.

1. Tính toán các mối ghép bằng đinh tán, bulông

1-1. Thân đinh tán chịu cắt ở một mặt phẳng (H. 2-1).

Gọi d - đường kính đinh tán ;

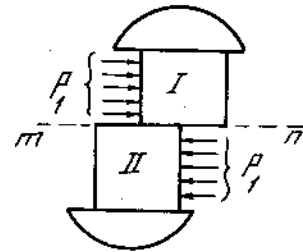
n - số đinh tán ;

P - lực cắt ;

$[\tau_c]$ - Ứng suất cắt cho phép.

Điều kiện bền về cắt của đinh tán là :

$$\tau = \frac{Q}{F} = \frac{P}{n \cdot \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau_c] \quad \dots \quad (2-1)$$

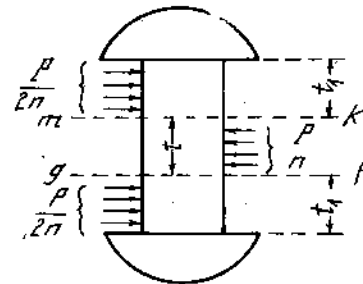


Hình 2-1

1-2. Thân đinh tán chịu cắt ở hai mặt phẳng (H. 2-2).

Điều kiện bền của đinh tán làm việc theo hai mặt là

$$\tau = \frac{P}{n \cdot 2 \cdot \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau_c] \quad \dots \quad (2-2)$$



Hình 2-2

1-3. Tính đinh tán theo dập (H. 2-3)

Gọi : d - đường kính đinh tán ;

t - chiều dày của tấm truyền sức ép vào thân đinh tán ;

$[\sigma_d]$ - ứng suất dập cho phép.

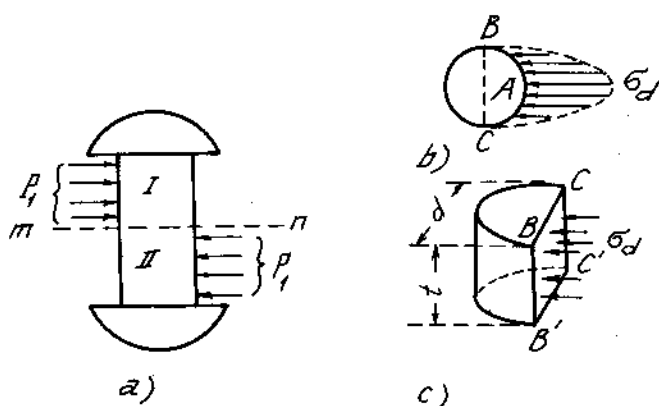
Điều kiện bền khi dập là :

$$\sigma_d = \frac{P}{ntd} \leq [\sigma_d] \quad (2-3)$$

Ví dụ 2-1.

Hai tấm thép có bề rộng $b = 180\text{mm}$ và bề dày $\delta = 10\text{mm}$ được nối với nhau bởi hai bản thép khác cùng bề rộng và có bề dày $\delta_1 = 8\text{mm}$. Đinh tán có đường kính $d = 20\text{mm}$ đặt như trên hình 2-4.

1. Tính lực kéo P cho phép đặt vào hai tấm thép.



Hình 2-3

$$\tau = \frac{[P]_c}{4 \cdot 2 \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau],$$

rút ra:

$$[P]_c \leq 2\pi d^2 [\tau],$$

$$\leq 2 \cdot 3,14 \cdot 20^2 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 251 \cdot 10^{-3} \text{ MN}.$$

$$[P]_c \leq 251 \text{ kN}.$$

Từ điều kiện bền dập ở đỉnh tán :

$$\sigma_d = \frac{[P]_d}{4\delta d} \leq [\sigma]_d,$$

rút ra :

$$[P]_d \leq 4\delta d [\sigma]_d,$$

$$\leq 4 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 280 = 224 \cdot 10^{-3} \text{ MN},$$

$$[P]_d \leq 224 \text{ kN}.$$

Từ điều kiện bền kéo của tấm cơ bản :

$$\sigma = \frac{[P]_k}{\delta(b - 2d)} \leq [\sigma]$$

rút ra :

$$[P]_k \leq \delta(b - 2d) [\sigma],$$

$$\leq 10 \cdot 10^{-3} (180 - 2 \cdot 20) 10^{-3} \cdot 160 = 224 \cdot 10^{-3} \text{ MN},$$

$$[P]_k \leq 224 \text{ kN}.$$

So sánh ta lấy lực kéo tối đa cho phép là 224 kN.

Do đục lỗ đỉnh tán, độ bền của tấm cơ bản bị giảm theo tỉ lệ của bề rộng hai lỗ đỉnh với bề rộng ban đầu của tấm :

$$\Delta\% = \frac{2 \cdot 20}{180} \cdot 100 = 22,2\%.$$

Ví dụ 2-2.

Hai tấm thép cơ bản được nối với nhau bằng đỉnh tán như trên hình 2-5. Kiểm tra độ bền của đỉnh và các tấm thép.

2. Khi nối ghép bằng đỉnh tán, độ bền của tấm thép cơ bản bị giảm bao nhiêu phần trăm?

$$\text{Cho } [\tau] = 100 \text{ MN/m}^2,$$

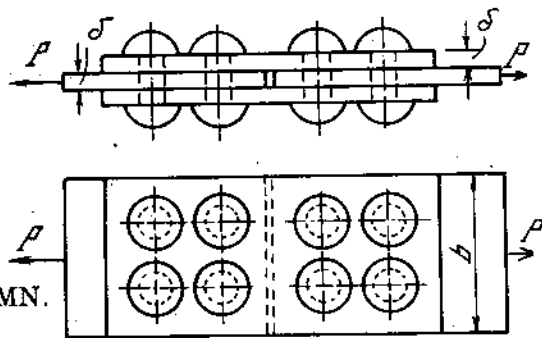
$$[\sigma_d] = 280 \text{ MN/m}^2,$$

$$[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2.$$

Bài giải.

Tính lực kéo cho phép từ các điều kiện bền cắt và dập ở đỉnh tán.

Từ điều kiện bền cắt ở đỉnh tán :



Hình 2-4

Cho : $d = 20\text{mm}$, $\delta_1 = 12\text{mm}$, $\delta_2 = 8\text{mm}$, $b = 130\text{mm}$,
 $[\tau] = 100\text{MN/m}^2$, $[\sigma_d] = 280\text{MN/m}^2$,
 $[\sigma] = 160\text{MN/m}^2$, $P = 200\text{kN}$.

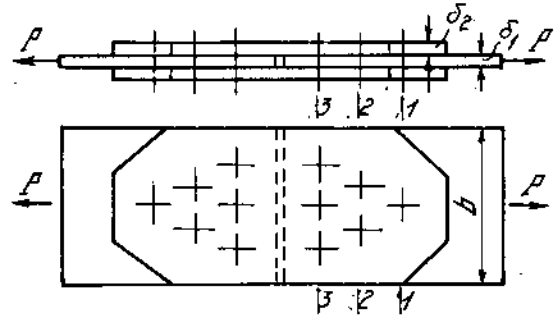
Bài giải.

Kiểm tra độ bền cắt ở đỉnh tán :

$$\tau = \frac{P}{n \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{0,2}{2 \cdot 6 \cdot \frac{314 \cdot 20^2 \cdot 10^{-6}}{4}} = 53\text{MN/m}^2 < [\tau].$$

Kiểm tra độ bền dập ở đỉnh tán :

$$\sigma_d = \frac{P}{n \delta_1 d} = \frac{0,2}{6 \cdot 12 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 139\text{MN/m}^2 < [\sigma_d].$$



Hình 2-5

Khi kiểm tra độ bền của tấm cơ bản, ta coi lực P phân bố đều cho các đỉnh.

Kiểm tra độ bền tấm cơ bản :

ở mặt cắt 1-1 :

$$\sigma = \frac{P}{F_{1-1}} = \frac{0,2}{12 \cdot 10^{-3} (130 - 20) 10^{-3}} = 152\text{MN/m}^2 < [\sigma].$$

ở mặt cắt 2-2 :

$$\sigma = \frac{\frac{5}{6}P}{F_{2-2}} = \frac{\frac{5}{6} \cdot 0,2}{12 \cdot 10^{-3} (130 - 40) 10^{-3}} = 154\text{MN/m}^2 < [\sigma].$$

Kiểm tra mặt cắt 3-3 của tấm đệm :

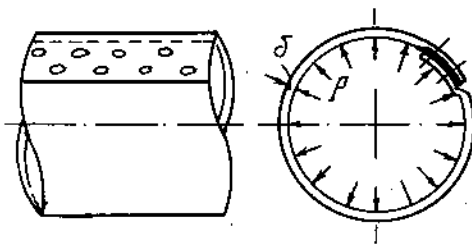
$$\sigma = \frac{P}{2F_{3-3}} = \frac{0,2}{2 \cdot 8 \cdot 10^{-3} (130 - 60) 10^{-3}} = 179\text{MN/m}^2 > [\sigma].$$

Tấm đệm không đủ bảo đảm về độ bền. Ứng suất ở đây vượt quá ứng suất cho phép :

$$\frac{179 - 160}{160} 100 = 11,9\%.$$

Ví dụ 2-3.

Một ống dài hình trụ tròn đường kính trung bình $D = 1000\text{mm}$ được ghép bởi những tấm thép có bề dày $\delta = 4\text{mm}$ và ứng suất cho phép $[\sigma] = 120\text{MN/m}^2$. Đinh tán để nối ghép có đường kính $d = 12\text{mm}$, $[\tau] = 100\text{MN/m}^2$, $[\sigma_d] = 280\text{MN/m}^2$. Số đinh tán trên một mét dài của một hàng đinh là 16 đinh (H. 2-6).



Hình 2-6

Kiểm tra độ bền của đinh và thép ống biết rằng áp suất phân bố đều bên trong ống $P = 30\text{N/cm}^2$.

Bài giải.

Xét sự cân bằng của một nửa ống có chiều dài 1 mét (xem hình 2-7) ta rút ra lực căng theo phương tiếp xúc với đường tròn trung bình của ống :

$$2q \cdot 1 = p \cdot D \cdot 1,$$

hay
$$q = \frac{pD}{2}$$

$$q = \frac{30 \cdot 100}{2} = 1500 \text{ N/cm.}$$

Kiểm tra độ bền cắt của đinh :

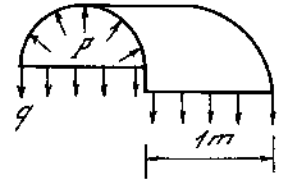
$$\tau = \frac{q}{2 \cdot 16 \cdot \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{0,15}{2 \cdot 16 \cdot \frac{3,14 \cdot 12^2 \cdot 10^{-6}}{4}} = 41,5 \text{ MN/m}^2 < [\tau].$$

Kiểm tra độ bền dập :

$$\sigma_d = \frac{q}{2 \cdot 16 \cdot \delta d} = \frac{0,15}{2 \cdot 16 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 12 \cdot 10^{-3}} = 97,6 \text{ MN/m}^2 < [\sigma_d].$$

Kiểm tra thép ống:

$$\sigma = \frac{q}{F} = \frac{0,15}{(1 - 16 \cdot 12 \cdot 10^{-3}) \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 46,4 \text{ MN/m}^2 < [\sigma].$$



Hình 2-7

2. Tính các mối hàn

2-1. Hàn giáp mép. (H. 2-8)

Gọi t - bề dày tấm nối.

b - chiều rộng của tấm nối.

l - chiều dài làm việc của mối hàn được lấy theo quy ước $l = b - 10 \text{ mm}$

h - chiều cao của mối hàn lấy bằng chiều dày của tấm nối.

Điều kiện bền khi kéo và nén có dạng

$$\sigma_h = \frac{P}{l \cdot t} \leq [\sigma_h] \quad \dots \quad (2-4)$$

trong đó $[\sigma_h]$ ứng suất cho phép khi hàn.

2-2. Mối hàn xiên (H. 2-9).

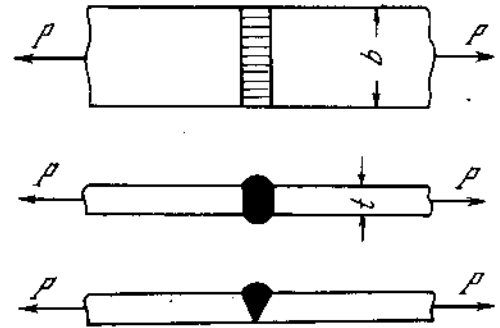
Khi kiểm tra độ bền của mối hàn xiên ta phải kiểm tra đồng thời hai điều kiện bền sau :

$$\sigma_h = \frac{P}{lt} \sin \alpha \leq [\sigma_h] \dots \quad (2-5)$$

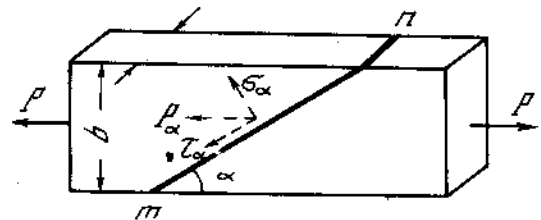
$$\tau_h = \frac{P}{lt} \cos \alpha \leq [\tau_h] \dots \quad (2-6)$$

Trong đó :

$$l = \frac{b}{\sin \alpha} - 10 \text{ mm}$$



Hình 2-8



Hình 2-9

$[\tau_h]$ - ứng suất tiếp cho phép khi hàn

2-3 Hàn ngang

Hàn ngang là trường hợp hai tấm nối được chồng lên nhau (H. 2-10). Mặt cắt ngang của mối hàn ngang có hình dáng không nhất định (H. 2-10 c), để đơn giản trong tính toán ta xem mặt cắt ngang là hình tam giác cân (H. 2-10d).

gọi b - bề rộng tấm nối ;

t - bề dày tấm nối.

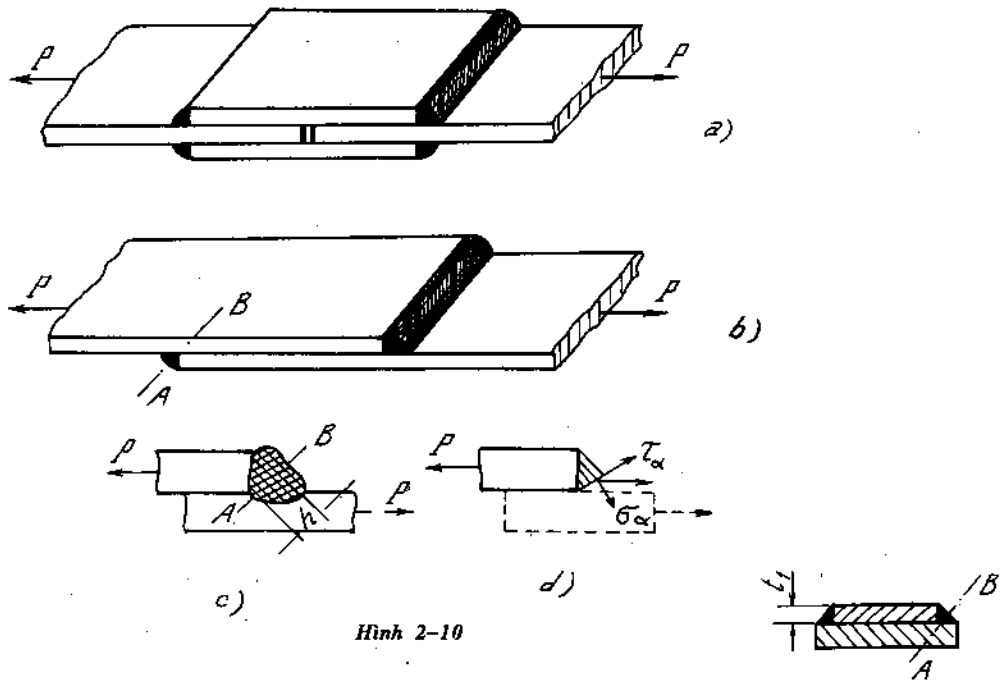
$l = b - 10 \text{ mm}$ là chiều dài làm việc mối hàn.

Diện tích của mối hàn là :

$$F_h = h.l = t. \cos 45^\circ. l \approx 0,7 t.l$$

Điều kiện bền của mối hàn ngang khi chịu kéo hoặc nén :

$$\tau_h = \frac{P}{2.F_h} = \frac{P}{1,4.t.l} \leq [\tau_h] \dots \quad (2-7)$$



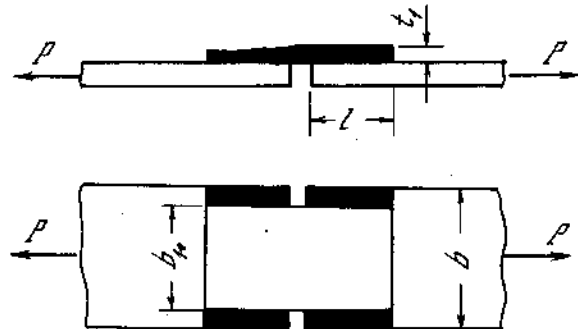
Hình 2-10

2-4. Hàn dọc

Một kiểu hàn dọc được biểu diễn trên (H. 2-11). Trạng thái phá hỏng xảy ra do sự cắt trong mặt cắt yếu nhất AB theo phương song song với mối hàn.

Điều kiện bền của hai mối hàn dọc đối xứng là :

$$\tau_h = \frac{P}{2.0,7.t_1.l} \leq [\tau_h] \dots \quad (2-8)$$



Hình 2-11

Nếu mối hàn có tấm đệm ở hai bên thì điều kiện bền là

$$\tau_h = \frac{P}{4 \cdot 0,7 \cdot t_1 \cdot l} \leq [\tau_h] \dots \quad (2-9)$$

Trong đó

- t_1 - chiều dày tấm đệm.
- l - chiều dài làm việc của mối hàn
- P - lực kéo.

chiều dài thiết kế chọn $l_0 = l + 10 \text{ mm}$

Chú thích :

Khi phối hợp nhiều loại mối hàn dọc và ngang, thường người ta cho là sức chịu lực của mối hàn bằng tổng sức chịu lực của mối hàn ngang và mối hàn dọc tức:

$$P = P_{\text{ngang}} + P_{\text{dọc}} \dots \quad (2-10)$$

Ví dụ 2-4.

Tính lực kéo P cho phép đặt vào hai bản thép được hàn với nhau theo hai cách vẽ trên hình 2-12 và so sánh.

Biết $[\sigma_h] = 100 \text{ MN/m}^2$, $[\tau_h] = 80 \text{ MN/m}^2$, $[\sigma] = 140 \text{ MN/m}^2$, $b = 150 \text{ mm}$, $\delta = 10 \text{ mm}$.

Bài giải

Từ độ bền của bản thép, ta tính được lực kéo cho phép :

$$[P]_1 = [\sigma]F = 140 \cdot 150 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 0,21 \text{ MN.}$$

Theo cách hàn a, từ độ bền của mối hàn, ta tính được :

$$[P]_2 = [\sigma_h]F = 100 (150 - 10) \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 0,140 \text{ MN.}$$

Theo cách hàn b, từ độ bền kéo ở mối hàn :

$$\frac{\sqrt{2}}{2} [P]_3 = [\sigma_h]F\sqrt{2},$$

ta rút ra :

$$[P]_3 = 2[\sigma_h]F = 2 \cdot 100 \cdot (150 - 10) \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 0,280 \text{ MN.}$$

Từ độ bền cắt ở mối hàn

$$\frac{\sqrt{2}}{2} [P]_4 = [\tau_h]F\sqrt{2},$$

ta rút ra :

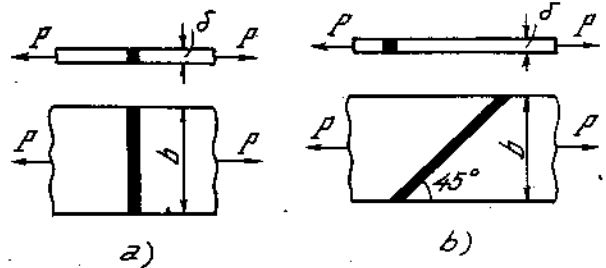
$$[P]_4 = 2[\tau_h]F = 2 \cdot 80 \cdot (150 - 10) \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 0,224 \text{ MN}$$

Kết luận : Ở mối hàn mạch ngang, $[P] = 140 \text{ kN}$ (do độ bền mối hàn quyết định).

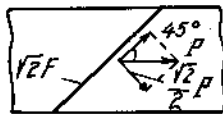
Ở mối hàn mạch xiên, $[P] = 210 \text{ kN}$ (do tấm cơ bản quyết định). (H.2 - 12a)

Ví dụ 2-5.

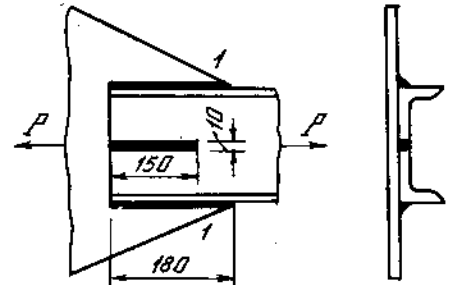
Một thanh thép chữ [số 16 chịu lực dọc trục được hàn liền với một bản thép bằng hai mạch hàn cạnh và một mạch hàn rãnh như trên hình 2-13. Mạch hàn cạnh cao 10mm. Mạch hàn rãnh đắp đầy.



Hình 2-12



Hình. 2-12a



Hình 2-13

Kiểm tra độ bền của mối hàn khi thanh chịu lực lớn nhất, biết rằng

$$[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2, [\tau_h] = 80 \text{ MN/m}^2.$$

Kiểm tra độ bền ở thanh thép mặt cắt 1-1.

Bài giải.

Thanh thép cán chữ I có diện tích $F = 18 \text{ cm}^2$ và bề dày bản bụng $d = 5 \text{ mm}$.

Khi thanh thép làm việc, lực kéo tối đa bằng :

$$[P] = [\sigma] F = 160 \cdot 18 \cdot 10^{-4} = 0,288 \text{ MN}.$$

Khi tính độ bền ở mối hàn rãnh, ta xét sự trượt ở hai mặt bên của mối hàn có bề rộng 5mm và dài 150mm hoặc sự trượt của đáy mối hàn có bề rộng gấp đôi (10mm).

Ứng suất ở ba mối hàn bằng :

$$\tau_h = \frac{[P]}{F_h} = \frac{0,288}{2 \cdot 0,7 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 180 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 150 \cdot 10^{-3}} = 71,8 \text{ MN/m}^2 < [\tau_h]$$

Nội lực ở mặt cắt 1-1 của thanh thép bằng $[P]$ giảm phần nội lực do hai đoạn mạch hàn cạnh phía trước giữ lại :

$$P_{1-1} = [P] - P'$$

trong đó : $P' = 2 \cdot 0,7 \cdot 10 \cdot 10^{-3} (180 - 150) 10^{-3} \cdot 80$

Vậy : $P_{1-1} = 0,288 - 2 \cdot 0,7 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 30 \cdot 10^{-3} \cdot 80 = 0,2544 \text{ MN}.$

Ứng suất kéo ở mặt cắt 1-1 của thanh thép :

$$\sigma_{1-1} = \frac{P_{1-1}}{F_{1-1}} = \frac{0,2544}{18 \cdot 10^{-4} - 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 145 \text{ MN/m}^2 < [\sigma].$$

Ví dụ 2-6.

Một thanh thép rộng $b = 300 \text{ mm}$, dày $\delta = 10 \text{ mm}$, được hàn vào một bản thép bằng hai mạch hàn cạnh, hai mạch hàn rãnh và mạch hàn ngang như trên hình 2-14. Tính chiều dài các mạch hàn cạnh và mạch hàn rãnh để các mối hàn làm việc với độ bền đều.

Biết : $[\sigma] = 140 \text{ MN/m}^2$; $[\tau_h] = 100 \text{ MN/m}^2$.

Bài giải :

Tải trọng lớn nhất có thể tác dụng vào thanh thép bản

$$[P] = [\sigma] b \delta = 140 \cdot 300 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 0,42 \text{ MN}.$$

Diện tích thanh ở chỗ bị xé rãnh :

$$F_1 = F - F' = (300 - 2 \cdot 20) 10 \cdot 10^{-6} = 2600 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.$$

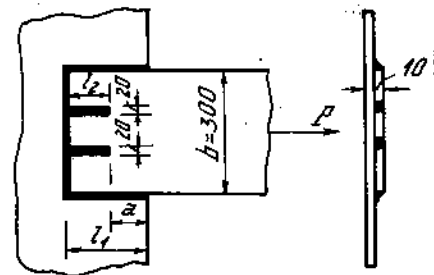
Nội lực phân bố cho đoạn a của mạch hàn cạnh :

$$P' = \frac{F'}{F} [P] = \frac{2 \cdot 20}{300} 0,42 = 0,056 \text{ MN}.$$

Chiều dài đoạn a tính bằng quan hệ : $[\tau_h] = \frac{P'}{2 \cdot 0,7 a \delta}$

hay

$$a = \frac{P'}{2 \cdot 0,7 \delta [\tau_h]} = \frac{0,056}{2 \cdot 0,7 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 100} = 0,04 \text{ m}.$$



Hình 2-14

Chiều dài mạch hàn l_2 tính từ quan hệ :

$$[\tau_h] = \frac{P - P'}{2 \cdot 0,7l_2 \delta + 2l_2 \delta + 0,7(300 - 40)10^{-3} \delta}$$

hay
$$100 = \frac{0,42 - 0,056}{2 \cdot 0,7l_2 \cdot 10 \cdot 10^{-3} + 2l_2 \cdot 10 \cdot 10^{-3} + 0,7 \cdot 260 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}$$

$$100 = \frac{0,364}{0,034l_2 + 0,00182}$$

Ta rút ra :

$$l_2 = 0,054 \text{ m}$$

Chiều dài các mạch hàn : $l_1 = 0,054 + 0,04 \approx 0,10 \text{ m}$,

$$l_2 = 0,054 \text{ m} \approx 0,06 \text{ m}.$$

2-5. Tính mộng

Trong các mộng hay chốt then hoa bằng gỗ hoặc thép cũng xuất hiện các ứng suất tiếp và biến dạng trượt. Ngoài ra cũng còn có ứng suất ép dập tương tự như trong mối ghép bằng đinh tán hoặc bulông.

Ví dụ 2-7.

Tính mộng gỗ ở thanh quá giang (thanh ngang) một đầu kèo như hình (2-15).

Cho biết : góc $\alpha = 30^\circ$, lực nén trong thanh xiên $N_1 = 50 \text{ kN}$, thanh quá giang có kích thước $h \cdot b = 20 \times 20 \text{ cm}$. Vật liệu bằng gỗ thông có ứng suất tiếp cho phép dọc thớ $[\tau]_{\text{dọc}} = 0,8 \text{ MN/m}^2$

Ứng suất cho phép dập dọc thớ là $[\sigma]_{\text{d}} = 8 \text{ MN/m}^2$.

Bài giải.

Tính mộng gỗ trong trường hợp này là tính độ sâu y và chiều dài nút thừa đầu kèo x của mộng.

Dưới tác dụng của lực N (hình chiếu theo phương ngang của N_1), đầu nút thừa của quá giang bị cắt có chiều rộng bằng b , và dài bằng x .

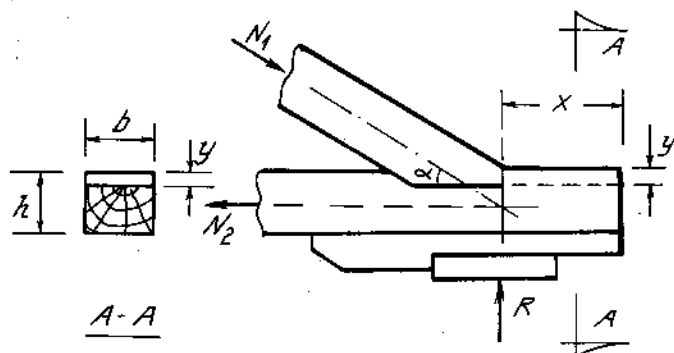
$$N = N_1 \cdot \cos 30^\circ = 50 \cdot 0,866 = 43,3 \text{ kN}$$

từ điều kiện bền về cắt ta có :

$$\tau_{\text{max}} = \frac{N}{bx} \leq [\tau]_{\text{dọc}}$$

ta suy ra :

$$x \geq \frac{N}{b[\tau]_{\text{dọc}}} = \frac{43,3}{6,2 \cdot 0,8 \cdot 10^3} = 27,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$



Hình 2-15

Kiểm tra độ bền của mối hàn khi thanh chịu lực lớn nhất, biết rằng

$$[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2, [\tau_h] = 80 \text{ MN/m}^2.$$

Kiểm tra độ bền ở thanh thép mặt cắt 1-1.

Bài giải.

Thanh thép cán chữ [có diện tích $F = 18 \text{ cm}^2$ và bề dày bản bụng $d = 5 \text{ mm}$.

Khi thanh thép làm việc, lực kéo tối đa bằng :

$$[P] = [\sigma] F = 160 \cdot 18 \cdot 10^{-4} = 0,288 \text{ MN}.$$

Khi tính độ bền ở mối hàn rãnh, ta xét sự trượt ở hai mặt bên của mối hàn có bề rộng 5mm và dài 150mm hoặc sự trượt của đáy mối hàn có bề rộng gấp đôi (10mm).

Ứng suất ở ba mối hàn bằng :

$$\tau_h = \frac{[P]}{F_h} = \frac{0,288}{2 \cdot 0,7 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 180 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 150 \cdot 10^{-3}} = 71,8 \text{ MN/m}^2 < [\tau_h]$$

Nội lực ở mặt cắt 1-1 của thanh thép bằng $[P]$ giảm phần nội lực do hai đoạn mạch hàn cạnh phía trước giữ lại :

$$P_{1-1} = [P] - P'$$

trong đó : $P' = 2 \cdot 0,7 \cdot 10 \cdot 10^{-3} (180 - 150) 10^{-3} \cdot 80$

Vậy : $P_{1-1} = 0,288 - 2 \cdot 0,7 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 30 \cdot 10^{-3} \cdot 80 = 0,2544 \text{ MN}.$

Ứng suất kéo ở mặt cắt 1-1 của thanh thép :

$$\sigma_{1-1} = \frac{P_{1-1}}{F_{1-1}} = \frac{0,2544}{18 \cdot 10^{-4} - 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 145 \text{ MN/m}^2 < [\sigma].$$

Ví dụ 2-6.

Một thanh thép rộng $b = 300 \text{ mm}$, dày $\delta = 10 \text{ mm}$, được hàn vào một bản thép bằng hai mạch hàn cạnh, hai mạch hàn rãnh và mạch hàn ngang như trên hình 2-14. Tính chiều dài các mạch hàn cạnh và mạch hàn rãnh để các mối hàn làm việc với độ bền đều.

Biết : $[\sigma] = 140 \text{ MN/m}^2$; $[\tau_h] = 100 \text{ MN/m}^2$.

Bài giải :

Tải trọng lớn nhất có thể tác dụng vào thanh thép bản

$$[P] = [\sigma] b \delta = 140 \cdot 300 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 0,42 \text{ MN}.$$

Diện tích thanh ở chỗ bị xé rãnh :

$$F_1 = F - F' = (300 - 2 \cdot 20) 10 \cdot 10^{-6} = 2600 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.$$

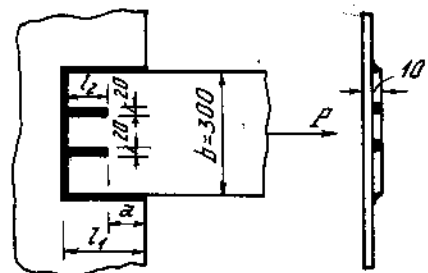
Nội lực phân bố cho đoạn a của mạch hàn cạnh :

$$P' = \frac{F'}{F} [P] = \frac{2 \cdot 20}{300} 0,42 = 0,056 \text{ MN}.$$

Chiều dài đoạn a tính bằng quan hệ : $[\tau_h] = \frac{P'}{2 \cdot 0,7 a \delta}$

hay

$$a = \frac{P'}{2 \cdot 0,7 \delta [\tau_h]} = \frac{0,056}{2 \cdot 0,7 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 100} = 0,04 \text{ m}.$$



Hình 2-14

Chọn chiều dài $x = 28 \text{ cm}$.

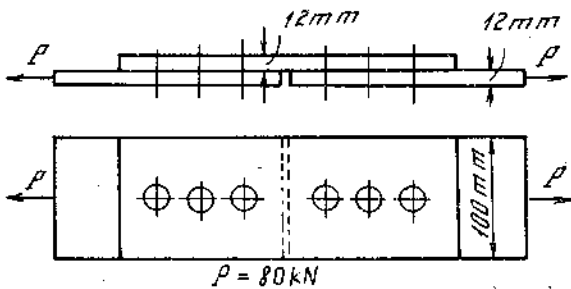
Ngoài ra, lực N còn gây hiện tượng ép, mặt chịu ép là $y \times b$.

Chiều sâu y của mộng cần có độ sâu đảm bảo điều kiện bền dập :

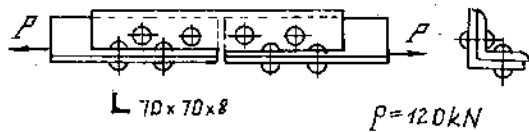
$$\sigma_{ep} = \frac{N}{by} \leq [\sigma]_d$$

suy ra : $y \geq \frac{N}{b \cdot [\sigma]_d} = \frac{43,3}{0,2 \cdot 8 \cdot 10^3} = 2,71 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

Chọn chiều sâu $y = 3 \text{ cm}$.



Hình 2-17



Hình 2-18

Bài tập

2*1. Hai tấm thép có bề rộng $b = 120 \text{ mm}$ và bề dày $\delta = 12 \text{ mm}$ hình (2-16) được ghép với nhau bởi hai đinh tán đường kính $d = 23 \text{ mm}$. Kiểm tra độ bền của đinh và tấm thép, biết rằng : $P = 50 \text{ kN}$;

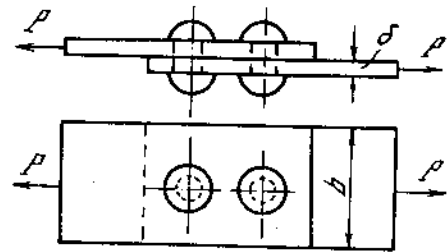
$$[\tau]_d = 100 \text{ MN/m}^2, [\sigma]_d = 280 \text{ MN/m}^2$$

$$[\delta] = 140 \text{ MN/m}^2.$$

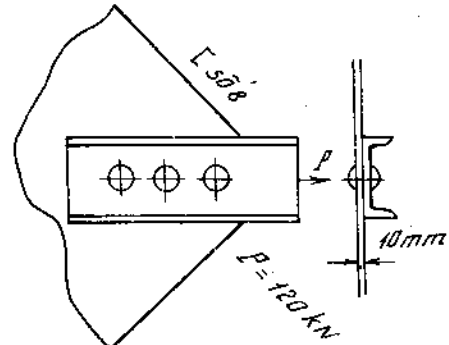
2*2-4. Cho những chỗ nối ghép bằng đinh tán như trên hình (2-17, 18, 19,) tính số đinh tán cần thiết và kiểm tra lại độ bền của tấm cơ bản. Biết $d = 20 \text{ mm}$, $[\sigma]_d = 280 \text{ MN/m}^2$, $[\tau] = 100 \text{ MN/m}^2$, $[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2$. Các số liệu khác ghi trên hình vẽ

2*5. Giữa các mắt của một dây xích chịu lực kéo $P = 300 \text{ kN}$, người ta dùng đinh bulông đường kính làm việc $d = 35 \text{ mm}$ để nối ghép (xem hình 2-20). Kiểm tra độ bền của đinh và của mắt xích. Cho :

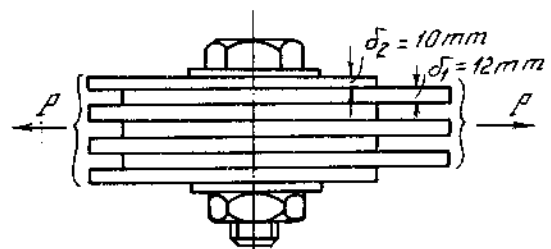
$$[\tau] = 140 \text{ MN/m}^2, [\sigma]_d = 320 \text{ MN/m}^2, \\ [\sigma] = 240 \text{ MN/m}^2.$$



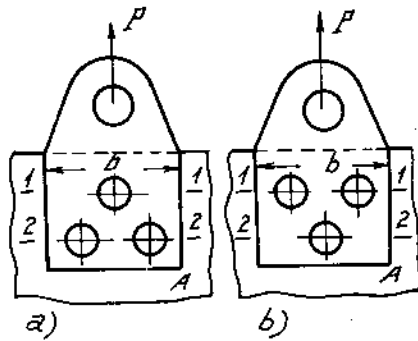
Hình 2-16



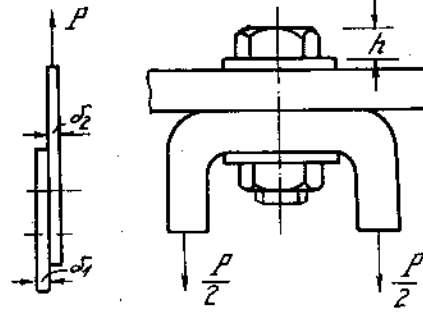
Hình 2-19



Hình 2-20



Hình 2-21



Hình 2-22

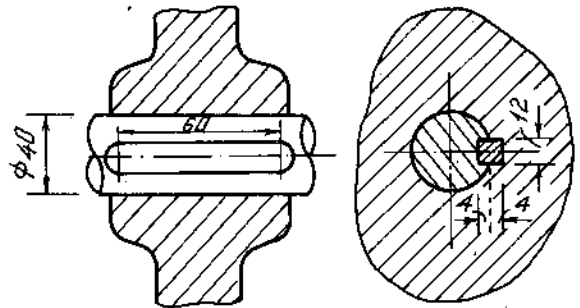
2*6. Để treo một vật nặng A người ta làm một bản thép theo hai phương án nối ghép như trên hình (2-21). Từ những điều kiện về độ bền ở chỗ nối ghép, tính trọng lượng cho phép lớn nhất của vật nặng, biết rằng : $d = 20 \text{ mm}$, $\delta_2 = 8 \text{ mm}$; $\delta_1 = 10 \text{ mm}$

$$b = 100 \text{ mm}, [\tau] = 100 \text{ MN/m}^2, \\ [\sigma_d] = 280 \text{ MN/m}^2, [\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2.$$

2*7. Một đinh bulông có đường kính làm việc $d = 18 \text{ mm}$ được dùng để liên kết hai chi tiết chịu lực $P = 50 \text{ kN}$ như trên hình (2-22).

Kiểm tra độ bền của đinh và tính độ cao tối thiểu của mũ đinh để đảm bảo mũ đinh không bị phá hoại, biết rằng ứng suất cho phép về kéo và về trượt của đinh là :

$$[\sigma] = 240 \text{ MN/m}^2, [\tau] = 140 \text{ MN/m}^2.$$

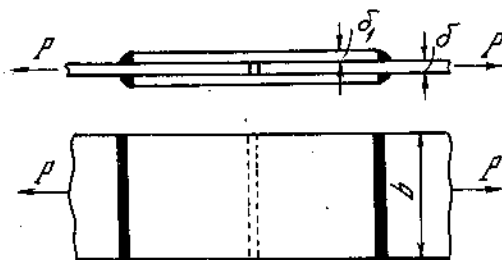


Hình 2-23

2*8. Một trục tròn truyền ngẫu lực $M = 0,4 \text{ kNm}$ vào một bánh xe. Tính ứng suất cắt ở then và ứng suất dập giữa then và bánh xe. (H. 2-23)

2*9. Hai tấm thép cơ bản được nối với nhau bằng hai bản thép hàn ở hai mặt bên. Tấm cơ bản dày 10mm. Biết $b = 200 \text{ mm}$, $[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2$, $[\tau_h] = 80 \text{ MN/m}^2$.

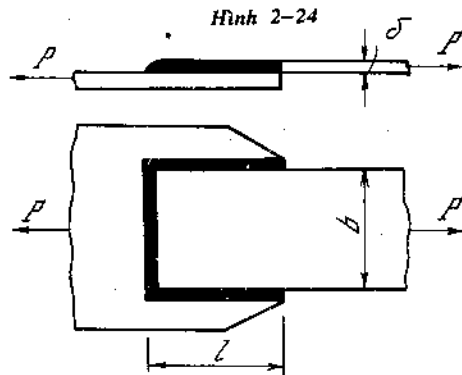
Tính lực kéo cho phép với điều kiện bề dày bản thép hàn không được lớn hơn bề dày tấm cơ bản. Do có mối hàn, lực kéo cho phép qua tấm cơ bản giảm bao nhiêu phần trăm ? (H. 2-24)



Hình 2-24

2*10. Tính chiều dài l cần thiết của mối hàn vẽ trên hình (2-25) biết rằng $b = 100 \text{ mm}$, $\delta = 10 \text{ mm}$, $[\tau_h] = 80 \text{ MN/m}^2$, $P = 150 \text{ kN}$.

2*11. Hai thanh thép góc không đều cạnh 110.70.8 được hàn với một bản thép bằng các mạch hàn cạnh. Lực $P = 200 \text{ kN}$ đặt dọc trục của hai thanh. Ứng suất cho phép của mạch hàn $[\tau_h] = 80 \text{ MN/m}^2$.



Hình 2-25

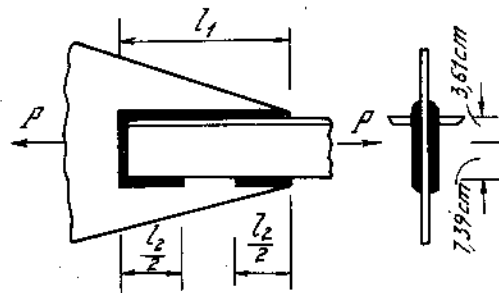
Tính chiều dài tối thiểu của mối hàn (l_1 và l_2). Chiều cao của các mối hàn đều bằng bề dày của thép góc. (H. 2-26).

2*12. Một thanh gỗ bị kéo dọc trục gồm hai đoạn được nối bằng mộng như trên hình (2-27).

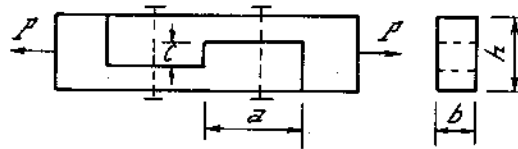
Tính kích thước của mộng và kiểm tra độ bền của thanh gỗ ở chỗ đục mộng. Cho biết $b = 10\text{cm}$, $h = 20\text{cm}$, $P = 60\text{kN}$, ứng suất cho phép của gỗ :

$$[\sigma_k] = 10\text{MN/m}^2, [\tau] = 2,4\text{MN/m}^2,$$

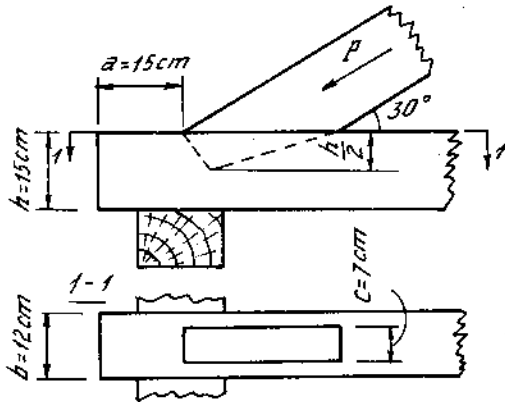
$[\sigma_d] = 9\text{MN/m}^2$. Khi tính ta bỏ qua tác dụng của đinh bulông.



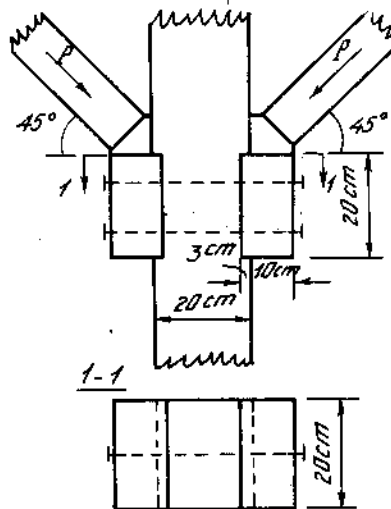
Hình 2-26



Hình 2-27



Hình 2-28



Hình 2-29

2*13. Kiểm tra độ bền của liên kết mộng ở đầu dầm gỗ, biết rằng : $P = 30\text{kN}$, $[\tau] = 2,4\text{MN/m}^2$, $[\sigma_d] = 9\text{MN/m}^2$, $[\sigma_d]_{30^\circ} = 6\text{MN/m}^2$, $[\sigma_k] = 10\text{MN/m}^2$. (H. 2-28).

2*14. Chỗ đỡ thanh chống ở một cột gỗ được cấu tạo và có kích thước như trên hình (2-29).

Kiểm tra độ bền của mộng, biết rằng : $P = 20\text{kN}$, $[\tau] = 2,4\text{MN/m}^2$, $[\sigma_d] = 9\text{MN/m}^2$. Khi tính bỏ qua sự làm việc của đinh bulông.

Chương 3

TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT BIẾN DẠNG ĐỊNH LUẬT HỨC TỔNG QUÁT

1. Trạng thái ứng suất tại một điểm là trạng thái chịu lực của điểm đang xét được đặc trưng bởi những giá trị ứng suất pháp và tiếp trên những mặt cắt khác nhau đi qua điểm đó.

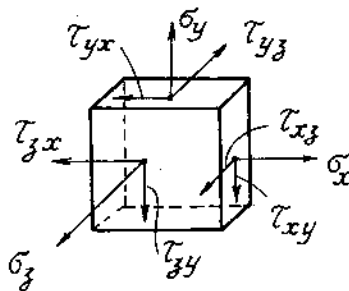
Qua một điểm trong vật thể đàn hồi ta luôn tìm được ba mặt phẳng vuông góc với nhau, trên các mặt đó ứng suất tiếp bằng không. Các mặt đó gọi là các mặt chính. Phần tử hình hộp là các mặt chính hợp thành gọi là phần tử chính. Các ứng suất pháp trên các mặt chính gọi là ứng suất chính. Pháp tuyến của các mặt chính gọi là các phương chính. Tùy thuộc sự có mặt của ứng suất chính có trên ba mặt chính ta phân trạng thái ứng suất làm ba loại sau :

- Trạng thái ứng suất đơn : Trên phần tử chính có một ứng suất chính khác không, hai ứng suất còn lại bằng không.
 - Trạng thái ứng suất phẳng : Trên phần tử chính có hai ứng suất chính khác không, một ứng suất chính bằng không.
 - Trạng thái ứng suất khối : Trên phần tử chính có cả 3 ứng suất chính khác không.
- Với ba ứng suất chính ta qui ước $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ về trị số đại số.

Trọng tâm mục này là qua một điểm bất kì khi biết được ứng suất trên ba mặt phẳng vuông góc của nó, ta tìm được phương các mặt chính và giá trị các ứng suất chính.

1-1. Trạng thái ứng suất khối

Cho phần tử trong hệ tọa độ vuông góc oxyz. Trên các mặt lần lượt có các thành phần ứng suất:



Hình 3-1

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad \dots (3-1)$$

bảng 9 thành phần ứng suất trên gọi là một tenxơ ứng suất, trong đó theo định luật đối ứng về ứng suất tiếp ta có :

$$|\tau_{xy}| = |\tau_{yx}| ; |\tau_{yz}| = |\tau_{zy}| ; |\tau_{xz}| = |\tau_{zx}| \quad \dots (3-2)$$

Giá trị các ứng suất chính được xác định nhờ phương trình bậc ba sau :

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 - I_2 \sigma - I_3 = 0 \quad \dots (3-3)$$

Trong đó :

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad \text{bất biến thứ nhất, còn phát biểu thành định luật bất biến về ứng suất pháp của trạng thái ứng suất} \quad \dots (3-4)$$

$$I_2 = - \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \sigma_z & \tau_{zx} \\ \tau_{xz} & \sigma_x \end{vmatrix} = -\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1 \dots (3-5)$$

bất biến bậc hai của trạng thái ứng suất

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 - \text{bất biến bậc ba của trạng thái ứng suất} \dots (3-6)$$

Phương của các mặt chính được xác định từ hệ phương trình sau :

$$\begin{aligned} (\sigma_x - \sigma)l + \tau_{xy}m + \tau_{xz}n &= 0 \\ \tau_{yx}l + (\sigma_y - \sigma)m + \tau_{yz}n &= 0 \\ \tau_{zx}l + \tau_{zy}m + (\sigma_z - \sigma)n &= 0 \end{aligned} \quad (3-7)$$

và điều kiện :

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1. \quad (3-8)$$

Trong đó lần lượt ta thay các giá trị σ_y bằng các ứng suất chính $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ tìm được từ (3-3).

l, m, n là các cosin chỉ phương của các mặt chính tương ứng với σ_1 ta tìm được l_1, m_1, n_1 ; với σ_2 là l_2, m_2, n_2 và với σ_3 là l_3, m_3, n_3 .

Trong hệ tọa độ vuông góc ứng suất toàn phần trên mặt nghiêng bất kì có cosin chỉ phương là l, m, n được xác định theo biểu thức :

$$\begin{aligned} X &= \sigma_x l + \tau_{yx} m + \tau_{zx} n \\ Y &= \tau_{xy} l + \sigma_y m + \tau_{zy} n \\ Z &= \tau_{xz} l + \tau_{yz} m + \sigma_z n \end{aligned} \quad (3-9)$$

Trong đó X, Y, Z là các thành phần hình chiếu của vectơ toàn phần p_y trên mặt nghiêng.

$$\vec{P}_y = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k} \quad (3-10)$$

Ví dụ 3-1.

Trạng thái ứng suất tại một điểm M trong vật thể đàn hồi có giá trị.

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & -2 \\ 0 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{đơn vị kN/cm}^2.$$

Hãy xác định vectơ ứng suất tại điểm M trên mặt nghiêng có pháp tuyến

$$\vec{\nu} = \frac{2}{3}\vec{i} - \frac{2}{3}\vec{j} + \frac{1}{3}\vec{k}$$

Bài giải :

Cosin chỉ phương của vectơ \vec{n} với hệ trục $Oxyz$ là $l = \frac{2}{3}$; $m = -\frac{2}{3}$; $n = \frac{1}{3}$. Theo công thức (3-9), các thành phần vectơ ứng suất \vec{P}_y trên mặt nghiêng đó là :

$$X = 7 \cdot \frac{2}{3} + 0 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - 2 \cdot \frac{1}{3} = 4 \text{ kN/cm}^2.$$

$$Y = 0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right) + 5 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 0 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{10}{3} \text{ kN/cm}^2$$

$$Z = -2 \left(\frac{2}{3}\right) + 0 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 4 \left(\frac{1}{3}\right) = 0 \text{ kN/cm}^2.$$

Theo (3-10) giá trị vectơ \vec{P}_y là:

$$\vec{P}_y = 4 \cdot \vec{i} - \frac{10}{3} \vec{j} + 0 \cdot \vec{k}$$

Ví dụ 3-2.

Trạng thái ứng suất tại điểm M trong vật thể đàn hồi có giá trị :

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{đơn vị kN/cm}^2.$$

Hãy xác định giá trị các ứng suất chính và phương các mặt chính.

Bài giải

- Tìm các bất biến của trạng thái ứng suất tại M theo (3-4) (3-5) (3-6) :

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = 3 + 0 + 0 = 3 \text{ kN/cm}^2.$$

$$I_2 = - \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 1 + 4 + 1 = 6$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = -8.$$

- Thay các giá trị trên vào (3-3) ta được phương trình xác định các giá trị ứng suất chính :

$$\sigma_y^3 - 3\sigma_y^2 - 6\sigma_y + 8 = 0$$

Phương trình có một nghiệm $\sigma_y = 1$, nên phương trình đưa về dạng :

$$(\sigma_y - 1)(\sigma_y^2 - 2\sigma_y - 8) = 0$$

sau khi tính toán ta tìm được các ứng suất chính có giá trị :

$$\sigma_1 = 4 \text{ kN/cm}^2; \quad \sigma_2 = 1 \text{ kN/cm}^2; \quad \sigma_3 = -2 \text{ kN/cm}^2.$$

- Tìm các phương chính.

Ví dụ tìm phương mặt chính ứng với mặt chính có σ_1 . Theo (3-7) ta có các phương trình :

$$(3 - 4)l_1 + 1 \cdot m_1 + 1 \cdot n_1 = 0$$

$$1 \cdot l_1 + (0 - 4) \cdot m_1 + 2 \cdot n_1 = 0$$

$$1 \cdot l_1 + 2 \cdot m_1 + (0 - 4)n_1 = 0$$

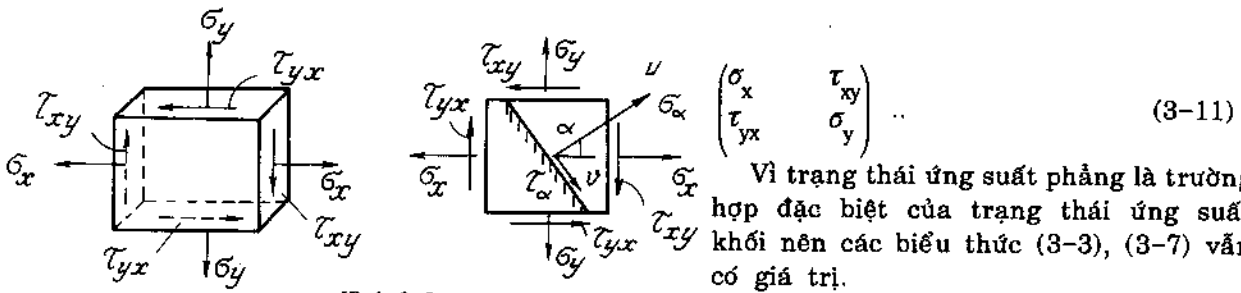
kết hợp với điều kiện $l_1^2 + m_1^2 + n_1^2 = 1$. Sau khi giải ta được :

$$l_1 = \frac{2}{\sqrt{6}}; \quad m_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}; \quad n_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}. \text{ Vậy vectơ chỉ phương chính ứng với ứng suất chính } \sigma_1 \text{ là:}$$

$$\vec{\gamma}_1 = \frac{2}{\sqrt{6}} \cdot \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \vec{j} + \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \vec{k}. \text{ Các phương khác độc giả tự tìm.}$$

1-2. Trạng thái ứng suất phẳng

Cho phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng, ứng suất pháp trên mặt chính vuông góc với trục oz bằng không, hai mặt vuông góc còn lại lần lượt có các thành phần ứng suất :



Hình 3-2

Vì trạng thái ứng suất phẳng là trường hợp đặc biệt của trạng thái ứng suất khối nên các biểu thức (3-3), (3-7) vẫn có giá trị.

Thường trong trạng thái ứng suất phẳng ta kí hiệu hai ứng suất chính cần tìm là σ_{\max} và σ_{\min} . Các ứng suất này được xác định theo biểu thức :

$$\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (3-12)$$

và phương các mặt chính theo biểu thức :

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_y - \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}}} \quad (3-13)$$

góc α_1 - ứng với phương có σ_{\max} ;
 α_2 - ứng với phương có σ_{\min} .

Ứng suất pháp và tiếp trên mặt nghiêng bất kì song song với trục oz. Được xác định bởi công thức :

$$\sigma_\alpha = \sigma_u = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha \quad (3-14)$$

$$\tau_\alpha = \tau_{uv} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha.$$

Góc α qui ước là dương khi pháp tuyến ngoài quay ngược chiều kim đồng hồ như hình (H.3-2).

1-3. Vòng MO ứng suất

Để xác định phương chính và giá trị các ứng suất chính ở trạng thái ứng suất phẳng. Ngoài phương pháp giải tích người ta còn sử dụng phương pháp đồ thị trên cơ sở lí thuyết của vòng tròn MO ứng suất. Cách dựng vòng tròn MO ứng suất như sau :

- Lập một hệ trục tọa độ vuông góc ; trục hoành song song với trục ox biểu diễn ứng suất pháp, trục tung song song với trục oy biểu diễn ứng suất tiếp, trên hệ trục chọn theo một tỉ lệ xích nhất định ví dụ 1mm ứng với 1 kN/cm².

- Xác định tâm C của vòng tròn MO.

Trên trục hoành lấy các đoạn $\overline{OA} = \sigma_y$; $\overline{OB} = \sigma_x$ điểm giữa của đoạn AB chính là tâm vòng tròn MO. Vì :

$$\overline{OC} = \frac{\overline{OA} + \overline{OB}}{2} = \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2}$$

- Tìm bán kính của vòng tròn MO, hay xác định cực của vòng tròn MO. Ứng với điểm B, ta lấy điểm D có tung độ $\overline{BD} = \tau_{xy}$ theo giá trị của τ_{xy} âm hay dương. Đoạn \overline{CD} chính là bán kính của vòng tròn MO vì

$$\overline{CD} = \sqrt{\overline{CB}^2 + \overline{BD}^2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

với tâm C và bán kính CD ta vẽ được vòng tròn MO.

Gọi M, N là hai giao điểm của vòng tròn MO đối với trục hoành.

Giá trị ứng suất pháp lớn nhất có trị số bằng đoạn \overline{ON}

Giá trị ứng suất pháp bé nhất có trị số bằng đoạn \overline{OM}

$$\text{vì} \quad \sigma_{\max} = \overline{OC} + \overline{CN} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{\min} = \overline{OC} - \overline{CM} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Từ cực D nối DN cho ta phương của ứng suất chính σ_{\max} và nối DM cho ta phương của ứng suất chính nhỏ nhất σ_{\min} . (Xem hình 3-3a).

Ví dụ 3-3.

Tìm ứng suất chính và phương chính của phân tử ở trong trạng thái ứng suất phẳng vẽ trên hình 3-3 bằng phương pháp giải tích và phương pháp đồ thị.

Bài giải :

Phương pháp giải tích

Ta có :

$$\sigma_x = 3 \text{ kN/cm}^2, \sigma_y = 5 \text{ kN/cm}^2, \tau_{xy} = -2 \text{ kN/cm}^2.$$

Những ứng suất chính bằng :

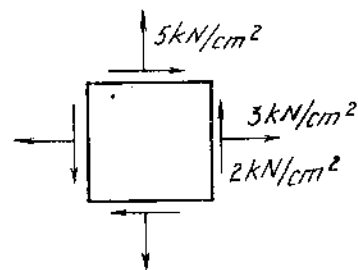
$$\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2},$$

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{3+5}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(3-5)^2 + 4 \cdot 2^2},$$

hay

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = 6,24 \text{ kN/cm}^2,$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_2 = 1,76 \text{ kN/cm}^2.$$



Hình 3-3

Phương chính tính theo công thức:

$$\operatorname{tg}2\alpha = \frac{-2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{-2 \cdot (-2)}{3 - 5} = -2.$$

hay

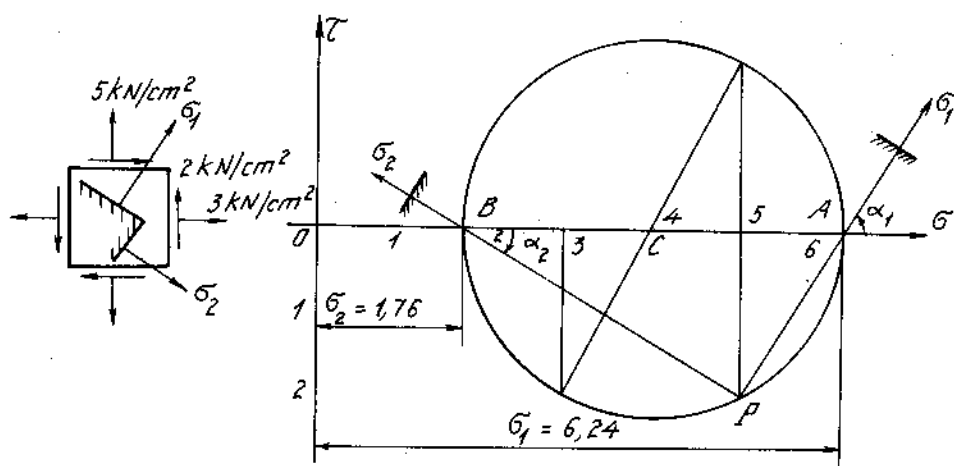
$$2\alpha = -63^{\circ}30'.$$

Ta được :

$$\alpha_2 = -31^{\circ}45',$$

$$\alpha_1 = 58^{\circ}15'.$$

Phương pháp đồ thị : (xem hình vẽ 3-3a).



$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \sigma_1 = 6,24 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_{\min} &= \sigma_2 = 1,76 \text{ kN/cm}^2 \\ \alpha_1 &= 58^{\circ}15', \quad \alpha_2 = -31^{\circ}45' \end{aligned}$$

Hình 3-3a

2. Trạng thái biến dạng

Gọi u , v , w là các thành phần chuyển vị của một điểm nào đó trong vật thể đàn hồi khi chịu lực. Các thành phần biến dạng có liên hệ với các thành phần chuyển vị theo biểu thức.

- Các thành phần biến dạng dài tỉ đối.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3-15)$$

- Các thành phần biến dạng trượt tỉ đối :

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}; \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \quad (3-16)$$

Bảng 9 thành phần biến dạng bé lân cận điểm khảo sát xét trong hệ tọa độ vuông góc được sắp xếp như sau :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \frac{1}{2}\gamma_{zx} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{zy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (3-17)$$

Gọi là một tenxơ biến dạng, nó đặc trưng cho trạng thái biến dạng tại lân cận điểm khảo sát.

Tương tự trạng thái ứng suất, các biến dạng chính được xác định từ phương trình bậc ba sau :

$$\varepsilon^3 - J_1\varepsilon^2 - J_2\varepsilon - J_3 = 0 \quad (3-18)$$

trong đó :

$$J_1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (3-19)$$

$$J_2 = - \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \varepsilon_z & \frac{1}{2}\gamma_{zx} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \varepsilon_x \end{vmatrix} = -\varepsilon_1\varepsilon_2 - \varepsilon_2\varepsilon_3 - \varepsilon_3\varepsilon_1 \quad (3-20)$$

$$J_3 = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{vmatrix} = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_3 \quad (3-21)$$

Trong đó kí hiệu các biến dạng chính là $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$.

Trong vật thể đàn hồi đồng nhất, đẳng hướng, xét trường hợp biến dạng bé, phương biến dạng chính trùng với phương ứng suất chính.

3. Định luật Húc

- Định luật Húc tổng quát đối với biến dạng dài biểu diễn theo biểu thức :

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)] ; \varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_z + \sigma_x)] ; \varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)] \dots \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)] ; \varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)]. \end{aligned} \quad (3-22)$$

- Định luật Húc đối với biến dạng trượt :

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} ; \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} ; \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \quad (3-23)$$

- Định luật Húc về biến dạng thể tích :

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1-2\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (3-24)$$

Trong đó :

E - môđun đàn hồi khi kéo ;

G - môđun đàn hồi trượt ;

μ - hệ số Poát - xông.

Giữa ba hằng số vật liệu trên có liên hệ :

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (3-25)$$

γ - biến dạng trượt tỷ đối ;

ε - biến dạng dài tỷ đối ;

$\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$ - biến dạng thể tích tỷ đối.

Ví dụ 3-4.

Tại một điểm trên mặt một vật thể chịu lực người ta đo được biến dạng tỉ đối theo các phương om, on, ou như sau :

$$\varepsilon_m = 2,81 \cdot 10^{-4} ; \varepsilon_n = -2,81 \cdot 10^{-4} , \varepsilon_u = 1,625 \cdot 10^{-4} .$$

Xác định phương chính và ứng suất chính tại điểm ấy. Cho : $\mu = 0,3$;
 $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ (H.3-4).

Bài giải

Từ định luật Húc ta rút ra được các ứng suất pháp theo phương m và n :

$$\sigma_m = \frac{1}{E} (\sigma_m - \mu\sigma_n) = \frac{1}{2 \cdot 10^4} (\sigma_m - 0,3\sigma_n) = 2,81 \cdot 10^{-4} ,$$

$$\sigma_n = \frac{1}{E} (\sigma_n - \mu\sigma_m) = \frac{1}{2 \cdot 10^4} (\sigma_n - 0,3\sigma_m) = -2,81 \cdot 10^{-4} .$$

Vậy :

$$\begin{aligned} \sigma_m &= 4,32 \text{ kN/cm}^2, \\ \sigma_n &= -4,32 \text{ kN/cm}^2. \end{aligned}$$

Viết biến dạng theo phương u, ta có :

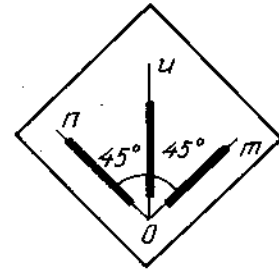
$$\varepsilon_u = \frac{1}{E} [\sigma_u - \mu(\sigma_m + \sigma_n - \sigma_u)] = \frac{1}{2 \cdot 10^4} [\sigma_u - 0,3(4,32 - 4,32 - \sigma_u)] = 1,625 \cdot 10^{-4} .$$

Từ đó rút ra :

$$\sigma_u = 2,5 \text{ kN/cm}^2 .$$

Ứng suất tiếp τ_{mn} tính được từ công thức :

$$\sigma_u = \frac{\sigma_m + \sigma_n}{2} + \frac{\sigma_m - \sigma_n}{2} \cos 2\alpha - \tau_{mn} \sin 2\alpha ,$$



Hình 3-4

hay
$$2,5 = \frac{4,32 - 4,32}{2} + \frac{4,32 + 4,32}{2} \cos 2,45^\circ - \tau_{mn} \sin 2,45^\circ$$

hay
$$\tau_{mn} = -2,5 \text{ kN/cm}^2.$$

Giá trị ứng suất chính tại điểm cho trước :

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} \\ \sigma_{\min} &= \frac{\sigma_m + \sigma_n}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_m - \sigma_n)^2 + 4\tau_{mn}^2} \\ &= \frac{4,32 - 4,32}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(4,32 + 4,32)^2 + 4(2,5)^2}, \\ \sigma_{\max} &= 5 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_{\min} &= -5 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

Phương chính :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\alpha &= -\frac{2\tau_{mn}}{\sigma_m - \sigma_n} = \frac{2,2,5}{4,32 + 4,32} = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \alpha_1 &= 15^\circ \\ \alpha_2 &= 105^\circ. \end{aligned}$$

Ví dụ 3-5.

Tại điểm A trên mặt một vật thể, người ta đo được các biến dạng tỉ đối theo ba phương xếp theo hình sao góc 60° (H.3-5).

$\varepsilon_x, \varepsilon_m, \varepsilon_n$. Lập công thức tính những ứng suất chính và phương chính tại điểm ấy.

Bài giải

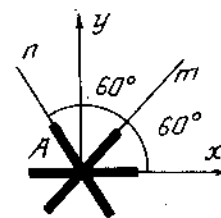
Từ công thức của định luật Húc ở trạng thái ứng suất phẳng, ta rút ra :

$$\sigma_m = \frac{1}{1 + \mu} (E\varepsilon_m + \mu I),$$

trong đó :
$$I = \sigma_m + \sigma_{m+90^\circ} = \sigma_x + \sigma_y$$

Áp dụng công thức:

$$\sigma_u = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha$$



Hình 3-5

và đặt :

$$K = \sigma_x - \sigma_y,$$

ta có ứng với ba phương x, m, n :

$$\frac{1}{1 + \mu} (E\varepsilon_x + \mu I) = \frac{I}{2} + \frac{K}{2} \cos 2,0 - \tau_{xy} \sin 2,0$$

$$\frac{1}{1 + \mu} (E\varepsilon_m + \mu I) = \frac{I}{2} + \frac{K}{2} \cos 2,60^\circ - \tau_{xy} \sin 2,60^\circ.$$

$$\frac{1}{1 + \mu} (E\varepsilon_n + \mu I) = \frac{I}{2} + \frac{K}{2} \cos 2,120^\circ - \tau_{xy} \sin 2,120^\circ.$$

Giải hệ này ta rút ra :

$$K = \frac{2E}{3(1+\mu)} (2\varepsilon_x - \varepsilon_m - \varepsilon_n),$$

$$I = \frac{2E}{3(1-\mu)} (\varepsilon_x + \varepsilon_m + \varepsilon_n),$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{\sqrt{3}(1+\mu)} (\varepsilon_n - \varepsilon_m).$$

Từ đó ta tính được ứng suất chính và phương chính :

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{I}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{K^2 + 4\tau_{xy}^2}; \quad \text{tg}2\alpha = \frac{-2\tau_{xy}}{K},$$

hay thay I, K, τ_{xy} bằng giá trị của chúng, ta được :

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{E}{3(1-\mu)} (\varepsilon_x + \varepsilon_m + \varepsilon_n) \pm \frac{\sqrt{3}E}{3(1+\mu)} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_m)^2 + (\varepsilon_m - \varepsilon_n)^2 + (\varepsilon_n - \varepsilon_x)^2}$$

$$\text{tg}2\alpha = -\frac{\sqrt{3}(\varepsilon_n - \varepsilon_m)}{2\varepsilon_x - \varepsilon_m - \varepsilon_n}$$

Ví dụ 3-6.

Một hình trụ tròn đặc bằng thép có đường kính $D = 50\text{mm}$ đặt vừa khít vào một ống đồng có bề dày $\delta = 1\text{mm}$. Hình trụ thép bị nén với lực $P = 150\text{ kN}$ (H.3-6). Xác định phương chính và ứng suất chính tại điểm ấy. Cho : $\mu = 0,3$; $E = 2.10^4\text{ kN/cm}^2$.

Bài giải :

Tách từ hình trụ thép một phần tử hình lập phương có một cạnh song song với phương của lực P (phương z), hai phương còn lại (x và y) chọn bất kì, ta có ứng suất của phần tử :

$$\sigma_z = -\frac{P}{F} = -\frac{150}{3,14 \cdot \frac{5^2}{4}} = -7,6\text{ kN/cm}^2.$$

Ứng suất ở hai phương còn lại bằng nhau và bằng ứng suất ở các mặt song song với phương z :

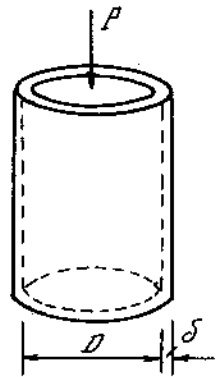
$$\sigma_x = \sigma_y = -q$$

Ứng suất này bằng áp suất trong làm căng ống đồng. Đặt ứng suất căng ống đồng (theo phương của chu tuyến ống) là σ , ta có :

$$\sigma = \frac{qD}{2\delta},$$

hay

$$q = \frac{2\delta\sigma}{D}.$$



Hình 3-6

Độ dãn tương đối của trụ thép theo phương vuông góc với lực P (độ dãn theo đường kính).

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E_t} [-q - \mu_t (-q + \sigma_2)].$$

Độ dãn tương đối của ống đồng theo phương chu tuyến (chu vi đường tròn):

$$\varepsilon_d = \frac{\sigma}{E_d}.$$

Vì hai độ dãn tương đối này bằng nhau, tức là :

$$\varepsilon_t = \varepsilon_d,$$

hay

$$\frac{1}{E_t} [-q - \mu_t (-q + \sigma_2)] = \frac{\sigma}{E_d},$$

hay

$$\frac{1}{E_t} \left[-\frac{2\delta\sigma}{D} - \mu_t \left(-\frac{2\delta\sigma}{D} + \sigma_2 \right) \right] = \frac{\sigma}{E_d},$$

hay

$$\sigma = \frac{-\mu_t \sigma_2}{2 \frac{\delta}{D} (1 - \mu_t) + \frac{E_t}{E_d}},$$

$$\sigma = \frac{0,3,7,6}{2 \cdot \frac{0,1}{5} (1 - 0,3) + 2} = 1,12 \text{ kN/cm}^2.$$

Ví dụ 3-7.

Một tấm thép kích thước $a \times b \times c$ đặt giữa hai tấm tuyệt đối cứng, 2 tấm này được liên kết với nhau bằng 4 thanh (xem hình 3-7). Khi tấm thép chịu áp lực P phân bố đều trên hai mặt bên thì ứng suất kéo của thanh là bao nhiêu? Tính ứng suất chính trong tấm thép. Cho

$$E_{\text{tấm}} = E_{\text{thanh}}$$

Bài giải :

Đặt N là lực căng ở mỗi thanh giằng, ta có giá trị các ứng suất của tấm thép :

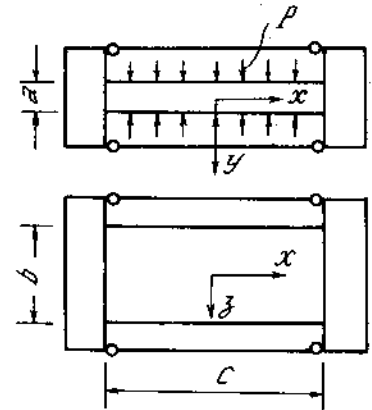
$$\sigma_x = -\frac{4N}{ab}; \quad \sigma_y = -p; \quad \sigma_z = 0.$$

So sánh biến dạng của tấm và thanh giằng, ta có :

$$\varepsilon_x \text{ tấm} = \varepsilon \text{ thanh},$$

hay

$$\frac{1}{E_t} \left(-\frac{4N}{ab} + \mu p \right) = \frac{N}{E_{\text{th}} F_{\text{th}}}$$



Hình 3-7

Từ đó rút ra :

$$N = \frac{\mu p \frac{E_{th}}{E_t} F_{th}}{1 + 4 \frac{E_{th} F_{th}}{E_t ab}}$$

Vì $\frac{E_{th}}{E_t} = 1$ nên
$$N = \frac{\mu p F_{th}}{1 + 4 \frac{F_{th}}{ab}}$$

Ứng suất σ_x trong tấm thép :

$$\sigma_x = -\frac{4N}{ab} = \frac{4\mu p \frac{F_{th}}{ab}}{1 + 4 \frac{F_{th}}{ab}}$$

Bài tập

3*1. Trạng thái ứng suất tại một điểm trong vật thể đàn hồi có giá trị (đơn vị kN/cm²).

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ và } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Tìm giá trị các ứng suất chính.

- Chứng minh các hướng chính của hai trạng thái ứng suất là trùng nhau.

3*2. Tìm các ứng suất chính và các hướng chính của trạng thái ứng suất sau :

$$\begin{pmatrix} \tau & \tau & \tau \\ \tau & \tau & \tau \\ \tau & \tau & \tau \end{pmatrix}$$

(đơn vị kN/cm²)

3*3. Tìm các ứng suất chính của trạng thái ứng suất sau :

$$\begin{pmatrix} 6 & -3 & 0 \\ -3 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

(đơn vị kN/cm²)

3*4. Trạng thái ứng suất tại một điểm có giá trị

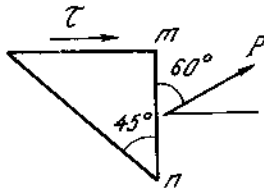
$$\begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & -12 \\ 0 & -12 & 1 \end{pmatrix}$$

Xác định giá trị ứng suất pháp trên mặt cắt có pháp tuyến \vec{n} :

$$\vec{n} = \frac{2}{3}\vec{i} + \frac{1}{3}\vec{j} + \frac{2}{3}\vec{k}$$

(đơn vị kN/cm^2)

3*5. Một thanh thẳng chịu kéo đúng tâm bởi lực $P = 40 \text{ kN}$. Diện tích mặt cắt ngang thanh $F = 5 \text{ cm}^2$. Tìm mặt xiên góc α với mặt cắt ngang để cho trên mặt ấy giá trị ứng suất pháp bằng bốn lần giá trị ứng suất tiếp.



Hình 3-8

Tìm ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên mặt xiên góc 30° với mặt cắt ngang.

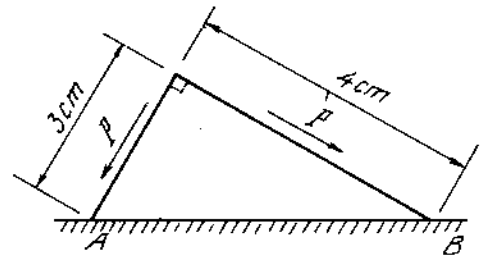
3*6. Ứng suất toàn phần trên mặt cắt m-n đi qua một điểm của một vật thể trong trạng thái ứng suất phẳng $P = 3000 \text{ N/cm}^2$ có phương tạo thành một góc 60° với mặt cắt. Trên mặt vuông góc với mặt cắt này chỉ có ứng suất tiếp. (H.3-8).

Tính ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên mặt cắt tạo thành góc 45° với mặt cắt m-n.

Tính ứng suất pháp lớn nhất tại điểm.

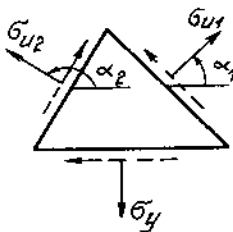
3*7. Một lăng trụ hình tam giác gắn vào một vật thể khác ở mặt AB như trên hình 3-9. Lăng trụ chịu các lực tiếp xúc phân bố đều ở mặt bên $P = 1 \text{ kN/cm}^2$.

Tính áp lực và lực tiếp xúc trên mặt AB. Bề dày của lăng trụ ấy lấy bằng đơn vị.



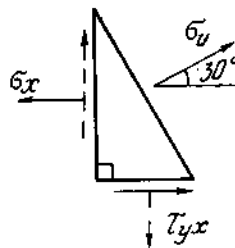
Hình 3-9

3*8-10. Trên các mặt cắt đi qua một điểm của một vật thể trong trạng thái ứng suất phẳng có tác dụng những ứng suất ghi trên hình (3-10); (3-11); (3-12). Tính những ứng suất chính và phương chính tại điểm đó.



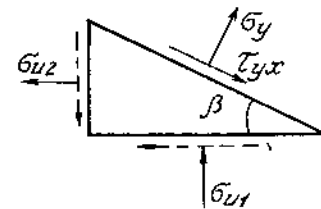
$$\begin{aligned} \sigma_{u1} &= 5 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_{u2} &= 2 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_y &= 6 \text{ kN/cm}^2 \\ \alpha_1 &= 45^\circ \\ \alpha_2 &= 150^\circ \end{aligned}$$

Hình 3-10



$$\begin{aligned} \sigma_u &= 6 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_x &= 10 \text{ kN/cm}^2 \\ \tau_{yx} &= 7 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

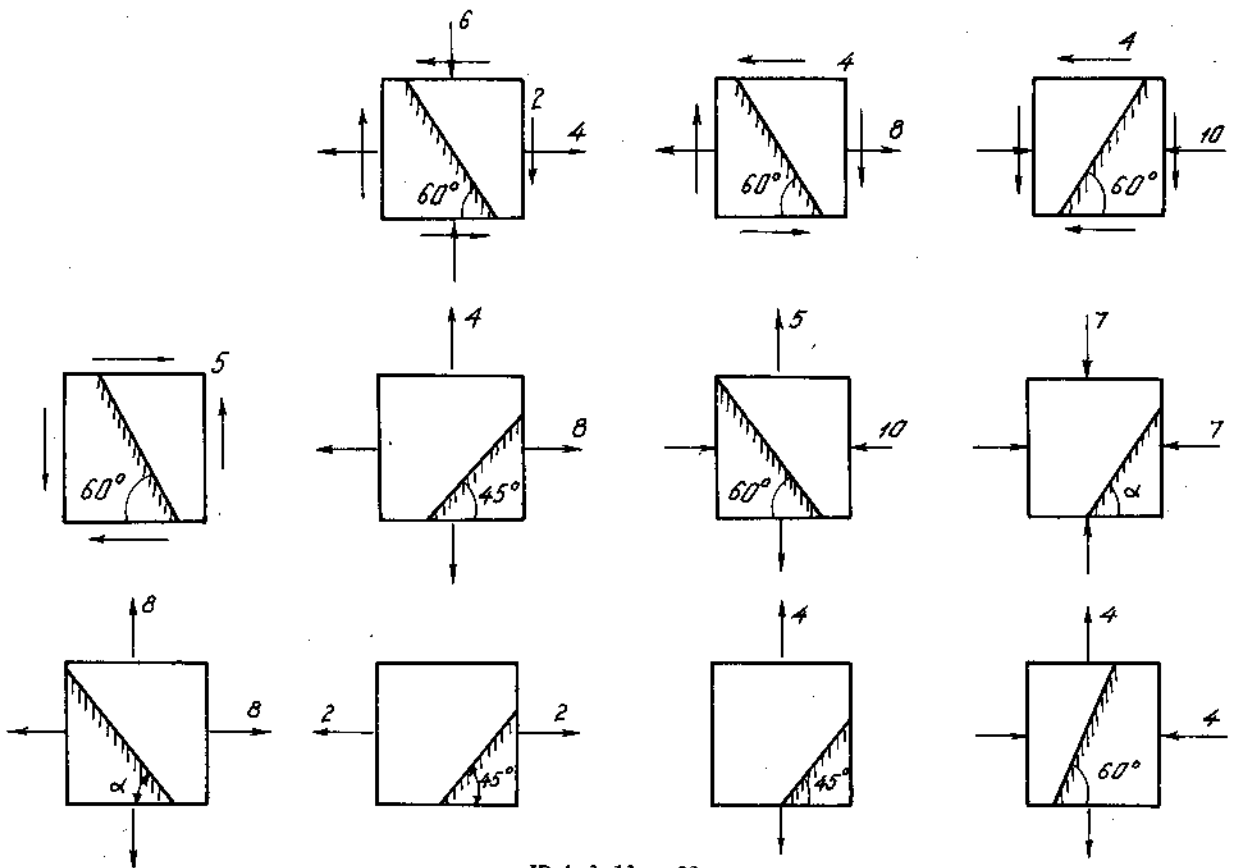
Hình 3-11



$$\begin{aligned} \sigma_y &= 18 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_{yx} &= 20 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_{u1} &= -30 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_{u2} &= 15 \text{ kN/cm}^2 \\ \beta &\text{ bất kì} \end{aligned}$$

Hình 3-12

3*11-21. Tìm giá trị ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên các mặt cắt xiên của phần tử vẽ trên hình (3-13) ÷ (3-23). Các ứng suất cho trước tính bằng kN/cm^2 .

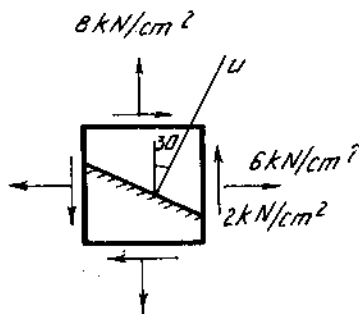


Hình 3-13 + 23

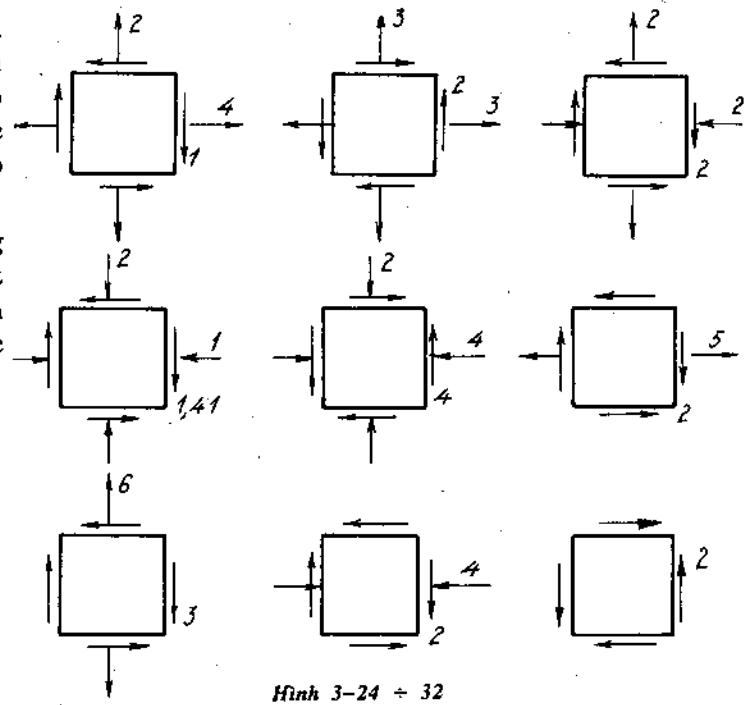
3*22-30. Tìm ứng suất chính và phương chính của các phần tử chịu lực trên hình vẽ bằng phương pháp đồ thị (H.3-24 + 3-32). Vẽ ra các mặt chính ở mỗi phần tử (đơn vị cho là kN/cm^2).

3*31. Cho một phần tử ở trạng thái ứng suất phẳng có ứng suất tác dụng như trên hình (3-33). Tính ϵ_x , ϵ_y , ϵ_u (phương u tạo với trục thẳng đứng một góc 30°).

Cho $E = 10^4 \text{ kN/cm}^2$; $\mu = 0,34$.



Hình 3-33



Hình 3-24 + 32

3*32. Nhờ dụng cụ đo biến dạng (tenxômét) người ta đo được độ dãn dài tỷ đối tại điểm A của dầm dọc theo cấu khí có tải trọng (H.3-34).

Độ dãn dài theo phương $x-x$ (song song với trục dầm) là $\epsilon_x = 0,0004$, theo phương vuông góc với trục dầm $\epsilon_y = -0,00012$.

Xác định ứng suất pháp theo phương x và y .
Cho biết :

$$E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2, \mu = 0,3.$$

3*33. Trên một phân tử lấy từ vật thể chịu lực có tác dụng ứng suất $\sigma = 30 \text{ kN/cm}^2$ và $\tau = 15 \text{ kN/cm}^2$. Xác định biến dạng dài tuyệt đối của đường chéo mn . Cho $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$, $G = 8.10^3 \text{ kN/cm}^2$, $\mu = 0,28$. (H.3-35).

3*34. Khối lập phương ABCD được nén đều ở bốn mặt bên nhờ một cơ cấu như trên hình 3-36.

Tính độ biến dạng thể tích ΔV , biết kích thước khối là $7 \times 7 \times 7 \text{ cm}$ và $E = 4.10^3 \text{ kN/cm}^2$, $\mu = 0,3$, $P = 50 \text{ kN}$.

3*35. Xác định biến dạng dài Δa , Δb , Δc của các cạnh a , b , c và biến dạng thể tích của một phân tử hình hộp chịu lực ép P_2 , P_3 như trên hình (3-37). Cho $P_2 = 60 \text{ kN}$, $P_3 = 120 \text{ kN}$, $a = c = 2 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$, $\mu = 0,3$.

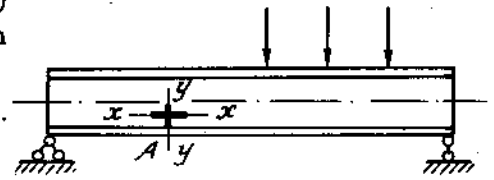
Xác định giá trị lực P_1 cần thiết đặt vào hai mặt còn lại của phân tử để biến dạng thể tích $\Delta V = 0$.

Xác định τ_{\max} trong trường hợp này.

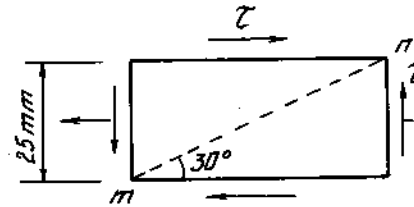
3*36. Một khối hình trụ tròn A bằng đồng được nhét khít vào một lỗ khoét của một vật cứng tuyệt đối B và chịu lực nén $P = 50 \text{ kN}$. Xác định áp lực nén vào vách lỗ khoét. Xác định biến dạng Δh và ΔV của khối đồng. Cho đường kính của khối $d = 4 \text{ cm}$, chiều cao $h = 10 \text{ cm}$, $\mu = 0,31$, $E = 1,1.10^4 \text{ kN/cm}^2$. (H.3-38).

3*37. Xác định giá trị các ứng suất trên mặt bên của phân tử hình lập phương có cạnh $a = 5 \text{ cm}$. Cho biết biến dạng dài tuyệt đối $\Delta x = 5.10^{-2} \text{ mm}$, $\Delta y = 1.10^{-2} \text{ mm}$, $\Delta z = 7,5.10^{-2} \text{ mm}$, và biến dạng góc $\gamma_{xy} = 2.10^{-2}$, $\gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$, $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$, $\mu = 0,3$; $G = 8.10^3$ (H.3-39).

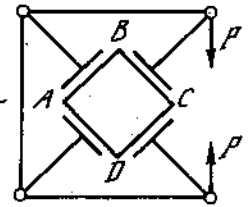
Tìm giá trị các ứng suất chính của phân tử.



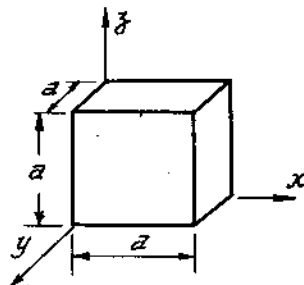
H.3-34



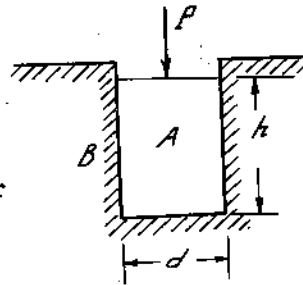
Hình 3-35



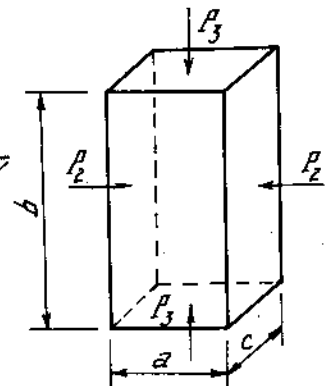
Hình 3-36



Hình 3-39



Hình 3-38



Hình 3-37

3*38. Một khối lập phương bằng bê tông đặt vào vừa khít rãnh của vật thể A chịu áp suất phân bố đều ở mặt trên $p = 1 \text{ kN/cm}^2$. Xác định áp lực nén vào vách rãnh và độ biến dạng thể tích tuyệt đối. Cho cạnh $a = 5 \text{ cm}$, $\mu = 0,36$, $E = 8.10^2 \text{ kN/cm}^2$. Vật thể A coi như tuyệt đối cứng (H.3-40).

3*39. Một khối thép hình lập phương được đặt vừa khít vào một lỗ khoét trong một vật thể coi như tuyệt đối cứng. Hình lập phương bị nén bởi lực P (H.3-41).

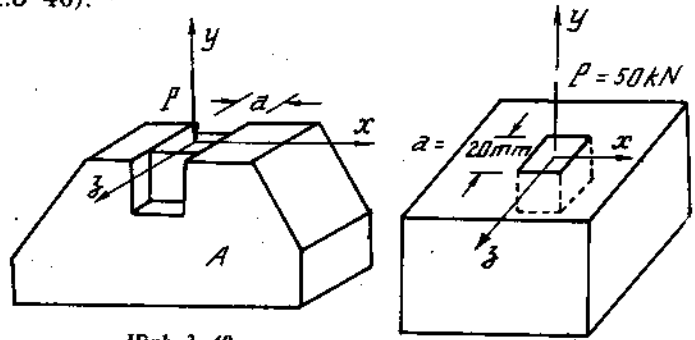
Bỏ qua lực ma sát giữa thành của hai vật thể, tính biến dạng dài theo phương lực P và biến dạng thể tích tỉ đối của khối lập phương. Cho $\mu = 0,3$, $E = 2.10^3 \text{ kN/cm}^2$.

Xét trường hợp theo phương x có khe hở δ giữa khối lập phương và thành bên của vật cứng (hình b), và trường hợp theo phương z có thêm khe hở bằng 3δ (hình c). Cho $\delta = 0,01 \text{ mm}$.

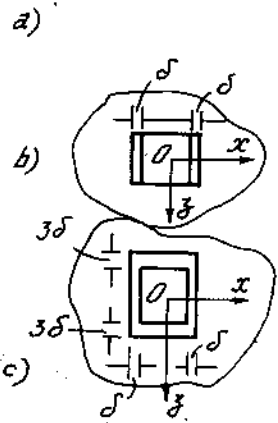
3*40. Một phần tử không bị biến đổi thể tích, có hai ứng suất chính: $\sigma_1 = 100 \text{ kN/cm}^2$, $\sigma_2 = 60 \text{ kN/cm}^2$. Hỏi ứng suất chính thứ ba phải bằng bao nhiêu?

3*41. Một tấm mỏng hình chữ nhật bé dày δ đặt giữa hai vách cứng song song. Tấm chịu lực kéo P và lực nén Q như trên hình (3-42).

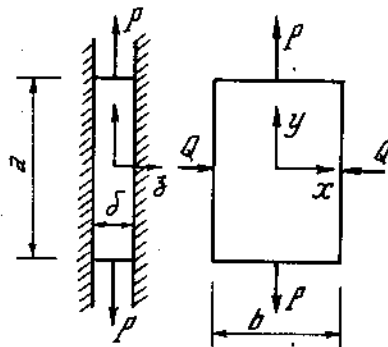
Tính áp lực nén của tấm vào vách và độ biến đổi thể tích của tấm. Bỏ qua lực ma sát giữa vách và tấm.



Hình 3-40



Hình 3-41



Hình 3-42

Chương 4

CÁC THUYẾT BỀN

Khi kiểm tra bền theo ứng suất cho phép, nếu điểm nguy hiểm ở trạng thái ứng suất phẳng hoặc khối ta phải sử dụng một thuyết bền nào đó để kiểm tra. Các thuyết bền thường dùng là :

1. Thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất (Thuyết bền thứ ba)

$$\sigma_{td} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma] \quad (4-1)$$

2. Thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng (thuyết bền thứ tư)

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \leq [\sigma] \quad (4-2)$$

hai thuyết bền trên thường dùng khi vật liệu là dẻo, nếu vật liệu là giòn ta thường dùng thuyết bền của MO

3. Thuyết bền MO (thuyết bền thứ năm)

$$\sigma_1 = \alpha \sigma_3 \leq [\sigma] \quad (4-3)$$

trong đó :

$$\alpha = \frac{\sigma_b^k}{\sigma_b^n}$$

σ_b^k - giới hạn bền khi kéo ;

σ_b^n - giới hạn bền khi nén.

Ví dụ 4-1

Một trụ tròn bằng thép ($\mu = 0,3$) đặt khít giữa hai tường cứng như trên hình vẽ. Phần giữa của trụ chịu áp lực p phân bố đều. Tính ứng suất tính theo lý thuyết thế năng biến đổi hình dạng ở phần giữa và phần đầu của hình trụ.

Bài giải.

Ứng suất theo phương y và z ở đoạn 1 và đoạn 2:

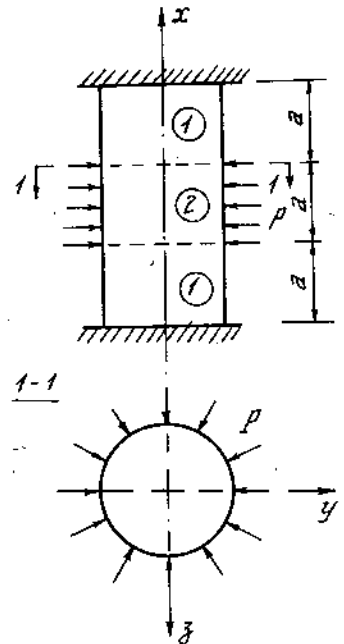
Đoạn 1 : $\sigma_{y_1} = \sigma_{z_1} = 0$

Đoạn 2 : $\sigma_{y_2} = \sigma_{z_2} = -P$

Ứng suất σ_x ở hai đoạn tính dựa vào định luật Húc và sự so sánh biến dạng của hai đoạn :

Ở đoạn 1: $\varepsilon_{x_1} = \frac{1}{E} [\sigma_{x_1} - \mu(\sigma_{y_1} + \sigma_{z_1})] = \frac{\sigma_{x_1}}{E}$

Ở đoạn 2 : $\varepsilon_{x_2} = \frac{1}{E} [\sigma_{x_2} - \mu(\sigma_{y_2} + \sigma_{z_2})] = \frac{1}{E}(\sigma_{x_2} + 2\mu p)$ (b)



Hình 4-1 (a)

Tổng biến dạng theo trục x của cả ba đoạn bằng không, tức là

$$2 \Delta l_1 + \Delta l_2 = 0,$$

hay

$$2 \varepsilon_{x_1} a + \varepsilon_{x_2} a = 0,$$

hay

$$2 \varepsilon_{x_1} + \varepsilon_{x_2} = 0.$$

Thay giá trị ở (a) và (b), được :

$$\frac{2 \sigma_{x_1}}{E} + \frac{1}{E}(\sigma_{x_2} + 2 \mu p) = 0.$$

Vì $\sigma_{x_1} = \sigma_{x_2}$ nên

$$\sigma_{x_1} = \sigma_{x_2} = -\frac{2}{3} \mu p$$

Như vậy ở đoạn 1:

$$\sigma_{y_1} = \sigma_{z_1} = \sigma_1 = \sigma_2 = 0,$$

$$\sigma_{x_1} = \sigma_3 = -\frac{2}{3} \mu p = -0,2p$$

Ở đoạn 2 :

$$\sigma_{y_2} = \sigma_{z_2} = \sigma_2 = \sigma_3 = -p$$

$$\sigma_{x_1} = \sigma_1 = -\frac{2}{3} \mu p = -0,2p.$$

Ứng suất tính theo lí thuyết bền thế năng biến dạng :

$$\text{Đoạn 1 : } \sigma_{td} = 0,2p.$$

$$\begin{aligned} \text{Đoạn 2 : } \sigma_{td} &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1} \\ &= p \sqrt{0,04 + 1 + 1 - 0,2 - 1 - 0,2} = 0,8p. \end{aligned}$$

Bài tập

4*1. Tính ứng suất tính toán (tương đương) của các phân tử có ứng suất chính ghi ở bảng dưới đây theo các lí thuyết bền, thứ ba, thứ tư và lí thuyết bền Mo. (đơn vị

MN/m²). $\mu = 0,3$; $m = \frac{\sigma_{ok}}{\sigma_{on}} = 1,4$

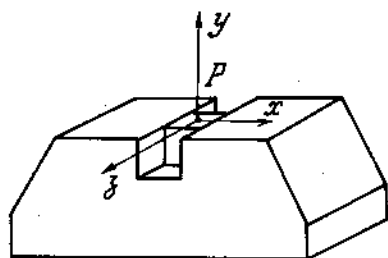
	σ_1	σ_2	σ_3
a	160	60	20
b	40	30	-50
c	55	-60	-90
d	-10	-75	-80
d	40	0	-150
e	160	0	-70

4*2. Tìm ứng suất tính toán theo thuyết bền thứ ba và thứ tư đối với các phân tử trong trạng thái ứng suất phẳng có ứng suất như sau (đơn vị MN/m^2).

	σ_x	σ_y	τ_{xy}
a	140	100	45
b	120	0	-30
c	-200	-400	-90
d	0	0	120
d	80	20	40

4*3. Một ống mỏng hình trụ tròn có đường kính trung bình $d = 100\text{mm}$ dày $\delta = 5\text{mm}$ bị kéo dọc trục bởi một lực phân bố đều $q = 40\text{ N/mm}^2$ và chịu áp lực p ở phía bên trong. Tính áp lực p cho phép theo lý thuyết thế năng biến đổi hình dạng cực đại, biết rằng ứng suất cho phép $[\sigma] = 100\text{MN/m}^2$.

Hướng dẫn : xem bài (3-9)



Hình 4-2

4*4. Một khối thép hình lập phương đặt vừa khít trong rãnh của một khối thép lớn (coi như tuyệt đối cứng). Khối thép chịu áp lực $p = 120\text{ MN/m}^2$ như ở hình vẽ (H.4-2). Kiểm tra độ bền của khối thép theo lý thuyết ứng suất tiếp cực đại, và lý thuyết thế năng biến đổi hình dạng cực đại, biết rằng $[\sigma] = 140\text{ MN/m}^2$. Bỏ qua lực ma sát giữa những mặt tiếp xúc của hai khối.

ĐẶC TRƯNG HÌNH HỌC CỦA MẶT CẮT NGANG

1. Mômen tĩnh của mặt cắt ngang đối với một trục

- Ta gọi mômen tĩnh của mặt cắt ngang đối với trục x và y (H.5-1) là các tích phân có dạng :

$$S_x = \int_F y dF, \quad S_y = \int_F x dF \quad \dots (5-1)$$

Trong đó : F - diện tích mặt cắt ;

dF - phần tử diện tích ;

x và y là tọa độ của phần tử đó.

- Tọa độ trọng tâm x_c, y_c của mặt cắt được xác định bởi tỉ số :

$$x_c = \frac{S_y}{F}; \quad y_c = \frac{S_x}{F} \quad (5-2)$$

hoặc công thức

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n x_i F_i}{F_i} \quad (5-3)$$

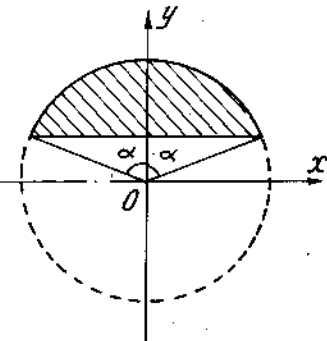
$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_i F_i}{F_i}$$

Trong đó :

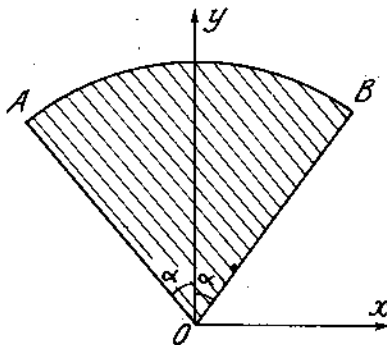
x_i, y_i tọa độ trọng tâm của hình đơn giản thứ i ;

F_i diện tích của hình đơn giản thứ i .

- Trục trung tâm là trục có mômen tĩnh của mặt cắt ngang đối với nó là bằng không : $S = 0$.



Hình 5-2



Hình 5-3

- Trọng tâm của mặt cắt ngang là giao điểm của hai trục trung tâm.

Ví dụ 5-1 ; 5-2.

Tìm trọng tâm của các hình trong hình vẽ 5-2 ; 5-3

Bài giải.

a) Tung độ của trọng tâm C :

$$y_c = \frac{S_x}{F}$$

trong đó $S_x = \int_F y dF$

$$dF = 2r \cos \varphi dy.$$

$$y = r \sin \varphi$$

$$dy = r \cos \varphi d\varphi$$

hay

$$S_x = \int_{\frac{\pi}{2} - \alpha}^{\frac{\pi}{2}} r \sin \varphi \cdot 2r \cos \varphi \cdot r \cos \varphi d\varphi$$

$$= 2r^3 \int_{\frac{\pi}{2} - \alpha}^{\frac{\pi}{2}} \sin \varphi \cdot \cos^2 \varphi d\varphi$$

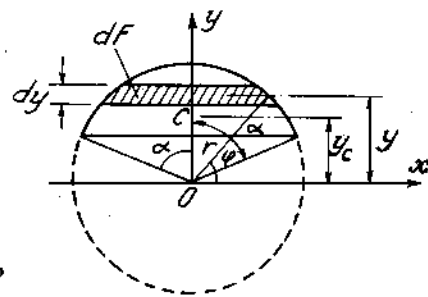
$$= \frac{2}{3} r^3 \sin^3 \alpha$$

và

$$F = \frac{r^2}{2} (2\alpha - \sin 2\alpha)$$

Vậy :

$$y_o = \frac{2}{3} \cdot \frac{r^3 \sin^3 \alpha \cdot 2}{r^2 (2\alpha - \sin 2\alpha)} = \frac{4}{3} \cdot \frac{r \sin^3 \alpha}{(2\alpha - \sin 2\alpha)}$$



Hình 5-2a

b) Tung độ của trọng tâm C

$$y_c = \frac{S_x}{F}$$

trong đó

$$S_x = \int_F y dF$$

$$dF = \rho \cdot d\varphi \cdot d\rho$$

$$y = \rho \cdot \cos \varphi$$

hay

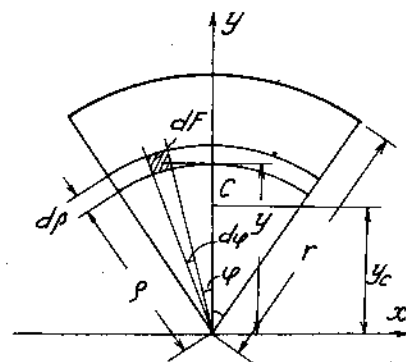
$$S_x = 2 \int_0^r \int_0^\alpha \rho \cos \varphi \rho d\rho d\varphi$$

$$= 2 \int_0^r \rho^2 d\rho \int_0^\alpha \cos \varphi d\varphi$$

$$= \frac{2r^3 \sin \alpha}{3}$$

và

$$F = \alpha r^2$$



Hình 5-3a

Vậy :

$$y_c = \frac{2}{3} \cdot \frac{r^3 \sin \alpha}{a r^2} = \frac{2r \sin \alpha}{3\alpha}$$

Trường hợp

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \quad \text{thì}$$

$$y_c = \frac{2r \sin \frac{\pi}{2}}{3 \cdot \frac{\pi}{2}} = 0,424r$$

Ví dụ 5-3

Xác định chiều cao h của mặt cắt ngang hình chữ T sao cho trục trung tâm xx' ở vị trí cách đáy bằng $\frac{h}{4}$. Biết $b = 20\text{cm}$, và $t = 1\text{cm}$ (H.5-4).

Bài giải.

Vì hình có trục y là trục đối xứng nên trọng tâm nằm trên trục này.

Ta chia hình chữ T thành hai hình chữ nhật. Nếu trục $x - x'$ là trục trung tâm thì mômen tĩnh của diện tích hình chữ T đối với trục $x - x'$:

$$S_x = S_x^I + S_x^{II} = 0$$

$$\text{hay } -2bt \left(\frac{h}{4} - t \right) + 2t(h - 2t) \left[\left(\frac{h - 2t}{2} \right) + 2t - \frac{h}{4} \right] = 0.$$

Thay bằng số ta được:

$$-10h + 40 + \frac{h^2}{2} + h - 4 = 0,$$

hay

$$\frac{h^2}{2} - 9h + 36 = 0.$$

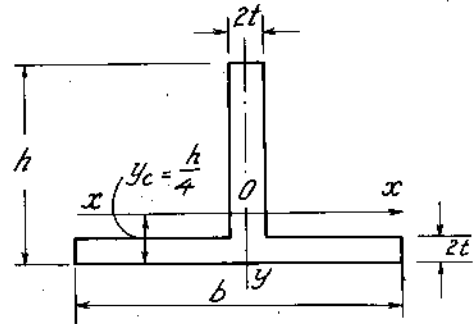
Giải phương trình ta được hai kết quả:

$$h = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{1} = \begin{cases} 12\text{cm} \\ 6\text{cm}. \end{cases}$$

2. Mômen quán tính của mặt cắt ngang

- Mômen quán tính của mặt cắt ngang đối với một trục được xác định bởi tích phân :

$$J_x = \int_F y^2 dF ; \quad J_y = \int_F x^2 dF \quad (5-4)$$



Hình 5-4

- Mômen quán tính li tâm của mặt cắt ngang đối với hệ trục tọa độ vuông góc x, y là tích phân

$$J_{xy} = \int_F xy dF \quad (5-5)$$

- Mômen quán tính độ cực của mặt cắt ngang đối với gốc tọa độ O được xác định bởi tích phân

$$J_\rho = \int_F \rho^2 \cdot dF = J_x + J_y \quad (5-6)$$

- Hệ trục có $J_{xy} = 0$ gọi là hệ trục chính.

- Hệ trục có $J_{xy} = 0$; $S_x = S_y = 0$, gọi là hệ trục quán tính chính trung tâm. Tương ứng với các hệ trục trên ta có các tên mômen quán tính chính hoặc mômen quán tính chính trung tâm.

- Một trục đối xứng của mặt cắt ngang bao giờ cũng là một trục trong hệ trục quán tính chính trung tâm.

Các kí hiệu xem (H.5-1)

Ví dụ 5-4.

Tính mômen quán tính li tâm J_{xy} và $J_{x_0y_0}$ của hình tam giác vuông góc ABC. Điểm O là trọng tâm của tam giác (H.5-5)

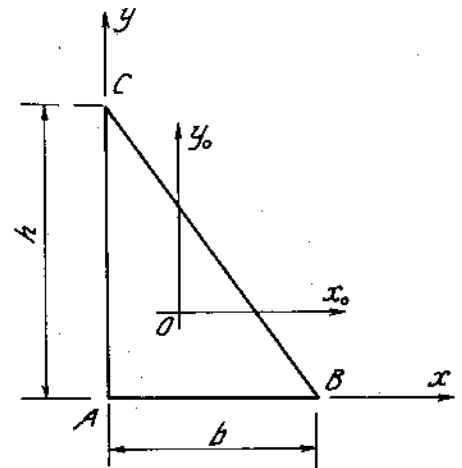
Bài giải.

Mômen quán tính li tâm trung tâm $J_{x_0y_0}$

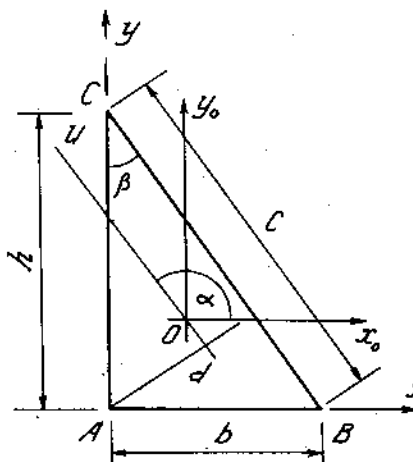
$$J_{x_0y_0} = \int_F xy dF = \int_{-\frac{b}{3}}^{\frac{2b}{3}} dx \int_{-\frac{h}{3}}^{-h(\frac{x}{b}-\frac{1}{3})} xy dy,$$

$$\text{hay } J_{x_0y_0} = -\frac{h^2b^2}{72}$$

Mômen quán tính li tâm đối với hệ trục x, y :



Hình 5-5



Hình 5-5a

$$\begin{aligned} J_{xy} &= J_{x_0y_0} + \frac{h}{3} \cdot \frac{b}{3} F, \\ &= -\frac{h^2b^2}{72} + \frac{h}{3} \cdot \frac{b}{3} \cdot \frac{bh}{2}, \\ J_{xy} &= \frac{h^2b^2}{24}. \end{aligned}$$

Mômen quán tính li tâm $J_{x_0y_0}$ cũng có thể tính không qua tích phân hai lớp mà dựa vào công thức quen thuộc :

$$J_u = J_x \cos^2 \alpha + J_y \sin^2 \alpha - 2J_{x_0y_0} \sin \alpha \cos \alpha$$

hay
$$J_{x_0 y_0} = \frac{J_x \cos^2 \alpha + J_y \sin^2 \alpha - J_{xy} \sin 2\alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha}$$

trong đó

$$J_{x_0} = \frac{bh^3}{36}, \quad J_{y_0} = \frac{hb^3}{36}$$

J_u là mômen quán tính trục đối với trục u song song với đường huyền :

$$J_u = \frac{cd^3}{36} = \frac{h^3 b^3}{36c^2}$$

$$\cos \alpha = -\sin \beta = -\frac{b}{c}, \quad \sin \alpha = \cos \beta = \frac{h}{c}$$

Vậy
$$J_{x_0 y_0} = -\frac{h^2 b^2}{72}$$

3. Công thức chuyển trục song song của mômen quán tính

Các kí hiệu xem (H.5-6)

$$u = x + a$$

$$v = y + b$$

$$J_u = J_x + 2aS_x + b^2F$$

$$J_v = J_y + 2aS_y + a^2F \quad (5-7)$$

$$J_{uv} = J_{xy} + bS_y + aS_x + abF$$

Khi các trục x, y là các trục trung tâm.

$$S_x = S_y = 0. \text{ ta có}$$

$$J_u = J_x + b^2F$$

$$J_v = J_y + a^2F \quad (5-8)$$

$$J_{uv} = J_{xy} + abF$$

Nếu trục x, y là các trục quán tính chính trung tâm.

$J_{xy} = 0$. ta có

$$J_u = J_x + b^2F$$

$$J_v = J_y + a^2F \quad (5-9)$$

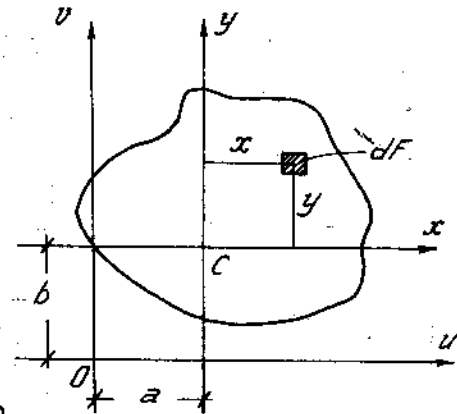
$$J_{uv} = abF$$

Ví dụ 5-5.

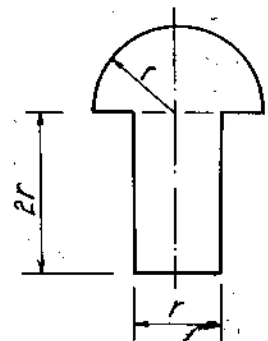
Tính mômen quán tính chính trung tâm của mặt cắt như trên hình vẽ (H.5-7)

Bài giải.

Ta chia mặt cắt thành hai hình như trên hình 5-7a và chọn hệ trục ban đầu là $C_1 x_1 y_1$.



Hình 5-6



Vì trục y là trục đối xứng nên $x_0 = 0$
 y_c xác định bằng công thức :

$$y_c = \frac{S_x}{F}$$

trong đó :

$$S_x = \frac{1}{2} \pi r^2 \left(\frac{4}{3\pi} r + r \right) \\ = 0,712 \pi r^3,$$

$$F = \frac{\pi r^2}{2} + 2r \cdot r = 3,5708r^2$$

Vậy :
$$y_c = \frac{0,712\pi r^3}{3,5708r^2} = 0,627 r$$

Mômen quán tính chính trung tâm của hình :

$$J_x = J_x^I + J_x^{II}$$

trong đó :

$$J_x^I = J_{x_1}^I + a^2 F$$

$$= \frac{r(2r)^3}{12} + (0,627r)^2 2r^2 = 1,456r^4$$

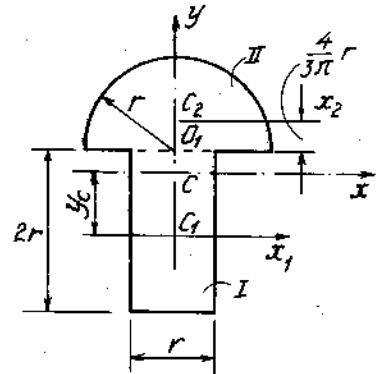
$$J_x^{II} = J_{x_2}^{II} + b^2 F,$$

với :
$$J_{x_2}^{II} = \frac{1}{2} \frac{\pi d^4}{64} - \left(\frac{4}{3\pi} r \right)^2 \frac{\pi r^2}{2} \approx 0,035 \pi r^4$$

nhên :
$$J_x^{II} = 0,035\pi r^4 + (0,797r)^2 \frac{\pi r^2}{2} \approx 1,11 r^4$$

Vậy :
$$J_x = 1,456r^4 + 1,11r^4 = 2,566r^4$$

$$J_y = \frac{1}{2} \frac{\pi d^4}{64} + \frac{2r \cdot r^3}{10} \approx 0,566 r^4$$



Hình 5-7a

4. Công thức xoay trục của mômen quán tính

Các kí hiệu xem hình 5-8

$$J_u = \frac{J_x + J_y}{2} + \frac{J_x - J_y}{2} \cos 2\alpha - J_{xy} \sin 2\alpha$$

$$J_v = \frac{J_x + J_y}{2} - \frac{J_x - J_y}{2} \cos 2\alpha + J_{xy} \sin 2\alpha \quad (5-10)$$

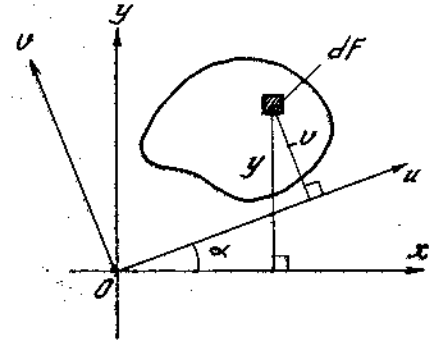
$$J_{uv} = \frac{J_x - J_y}{2} \sin 2\alpha + J_{xy} \cos 2\alpha$$

- Giá trị mômen quán tính chính.

$$J_{\frac{\max}{\min}} = \frac{J_x + J_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{J_x - J_y}{2}\right)^2 + J_{xy}^2} \quad (5-11)$$

- Phương các trục chính.

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{J_{xy}}{J_y - J_{\frac{\max}{\min}}} \quad (5-12)$$



Hình 5-8

- Vòng tròn MO quán tính. Xem sự tương tự giữa vòng MO ứng suất và vòng MO quán tính.

Ví dụ 5-6

Xác định các mômen quán tính chính và trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt như hình vẽ (H.5-9).

Bài giải.

1. Mômen quán tính trung tâm J_x, J_y, J_{xy} (H.5-9a)

$$J_x = J_x^I + J_x^{II} + J_x^{III}$$

$$J_x = \frac{0,6 \cdot 10^3}{12} + 2 \cdot \left(\frac{9,1}{2}\right)^2 \cdot 0,9 \cdot 4,4 = 214,5 \text{ cm}^4$$

$$J_y = J_y^I + J_y^{II} + J_y^{III}$$

$$J_y = \frac{10 \cdot 0,6^3}{12} + 2 \left(\frac{0,9 \cdot 4,4^3}{12} + 2,5^2 \cdot 0,9 \cdot 4,4 \right) = 62,34 \text{ cm}^4$$

$$J_{xy} = J_{xy}^I + J_{xy}^{II} + J_{xy}^{III}$$

$$= -2 \cdot 2,5 \cdot 4,55 \cdot 4,4 \cdot 0,9 = -90,1 \text{ cm}^4$$

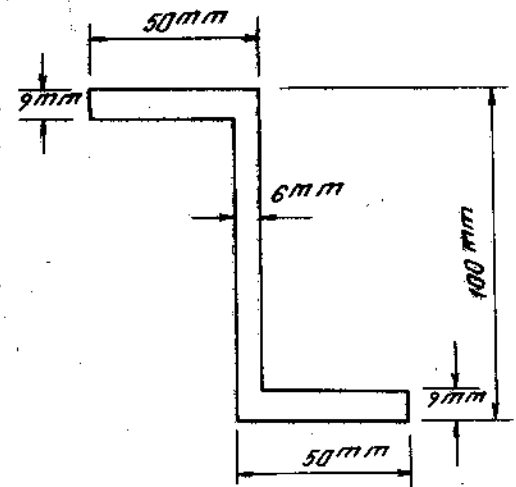
2. Phương của hệ trục quán tính chính trung tâm :

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2J_{xy}}{J_x - J_y} = -\frac{2(-90,1)}{214,5 - 62,34} = 1,189$$

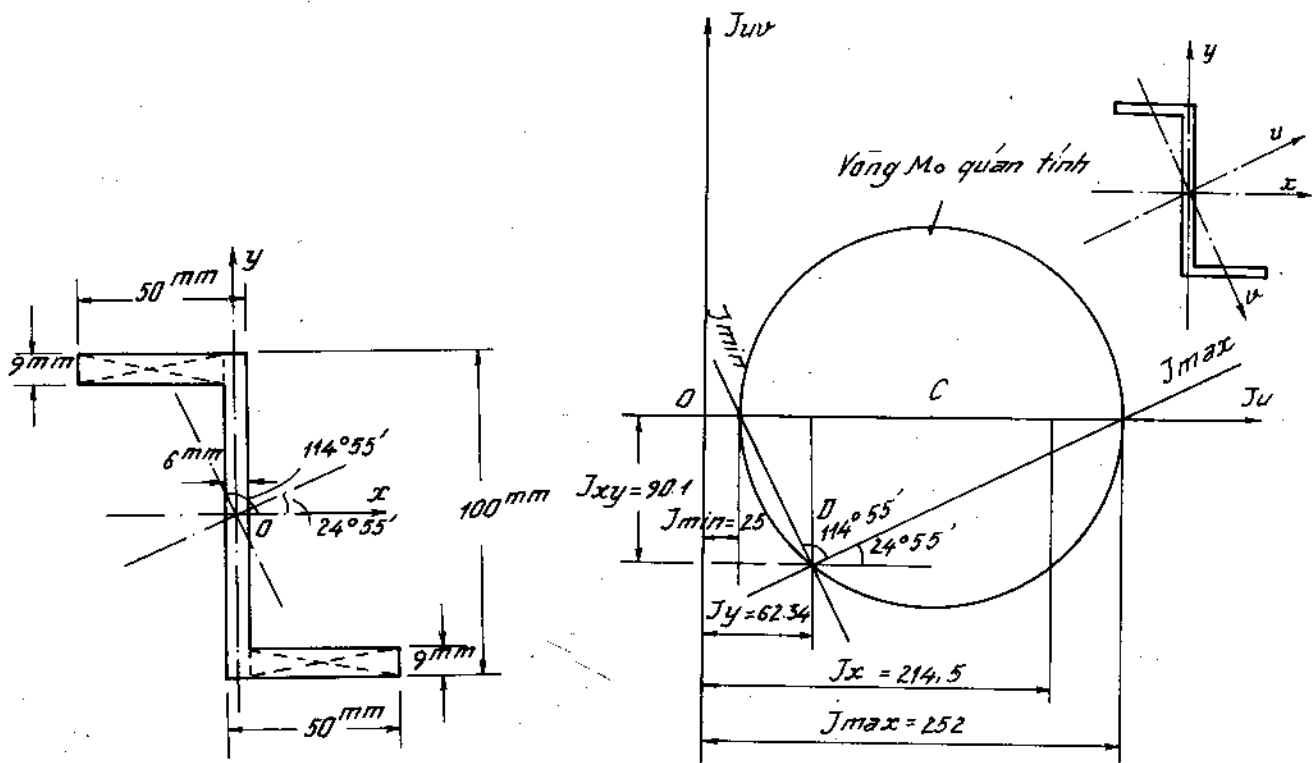
$$2\alpha = 49^\circ 50' + k180^\circ$$

$$\alpha_1 = 24^\circ 55'$$

$$\alpha_2 = 114^\circ 55'$$



Hình 5-9



Hình 5-9a

3. Giá trị mômen quán tính chính trung tâm

$$J_{\max} = \frac{J_x + J_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{J_x - J_y}{2}\right)^2 + J_{xy}^2}$$

$$= \frac{214,5 + 62,34}{2} + \sqrt{\left(\frac{214,5 - 62,34}{2}\right)^2 + (-90,1)^2} = 252 \text{ cm}^4$$

$$J_{\min} = \frac{J_x + J_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{J_x - J_y}{2}\right)^2 + J_{xy}^2} = 25 \text{ cm}^4$$

Vòng Mo quán tính cho trên hình 5-9a.

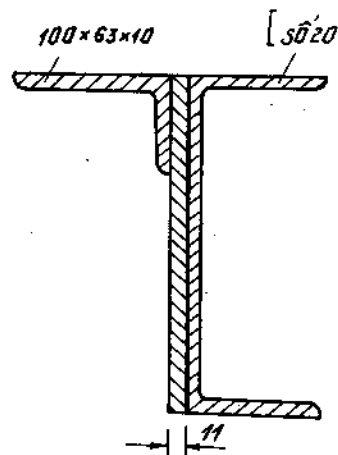
Ví dụ 5-7

Một thanh ghép gồm hai thanh định hình có mặt cắt ngang như trên hình 5 - 10.

Xác định các mômen quán tính chính và phương của hệ trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt.

Bài giải

Số liệu về đặc trưng hình học của thép chữ [số 20 và thép góc 100 . 63 . 10.



Hình 5-10

[số 20	$h = 200\text{mm},$	$J_x = 1520 \text{ cm}^4,$
	$F = 23,4 \text{ cm}^2,$	$J_y = 113\text{cm}^4,$
	$Z_o = 2,07 \text{ cm},$	
L 100×63 × 10	$F = 15,5\text{cm}^2,$	$J_y = 154\text{cm}^4,$
	$x_o = 3,4\text{cm},$	$J_x = 47,1 \text{ cm}^4,$
	$y_o = 1,58\text{cm},$	$J_u = J_{\min} = 28,3\text{cm}^4.$

Ta có đối với thép góc (H.5-10a, a) :

$$J_v = J_{\max} = J_x + J_y - J_{\min} = 47,1 + 154 - 28,3 = 172,8\text{cm}^4.$$

Momen quán tính li tâm J_{xy} có thể tính ra từ những quan hệ

$$\text{tg}\alpha_1 = \frac{J_{xy}}{J_y - J_{\max}}, \quad \text{tg}\alpha_2 = \text{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_1\right) = \frac{J_{xy}}{J_y - J_{\min}},$$

hay

$$\text{tg}\alpha_1 \cdot \text{tg}\alpha_2 = -1 = \frac{J_{xy}^2}{(J_y - J_{\max})(J_y - J_{\min})}$$

hay

$$J_{xy} = -\sqrt{(J_y - J_{\max})(J_y - J_{\min})} \\ = -\sqrt{(154 - 172,8)(154 - 28,3)} = -48,7\text{cm}^4.$$

(Lấy dấu trừ cho J_{xy} vì trục chính max nằm trong góc phần tư thứ nhất và thứ ba)

1. Xác định trọng tâm mặt cắt (H.5-10a, c) :

$$y_o = \frac{S_{x_1}}{F} = \frac{8,42 \cdot 15,5}{22 + 15,5 + 23,4} = 2,15\text{cm},$$

$$x_o = \frac{S_{y_1}}{F} = \frac{2,62 \cdot 23,4 + (-3,95) \cdot 15,5}{22 + 15,5 + 23,4} \approx 0 \text{ cm}.$$

Tọa độ trọng tâm của các hình thành phần đối với hệ trục trung tâm :

$$\text{Hình I : } x = 0, \quad y = -2,15\text{cm},$$

$$\text{Hình II : } x = 2,62\text{cm}, \quad y = -2,15\text{cm},$$

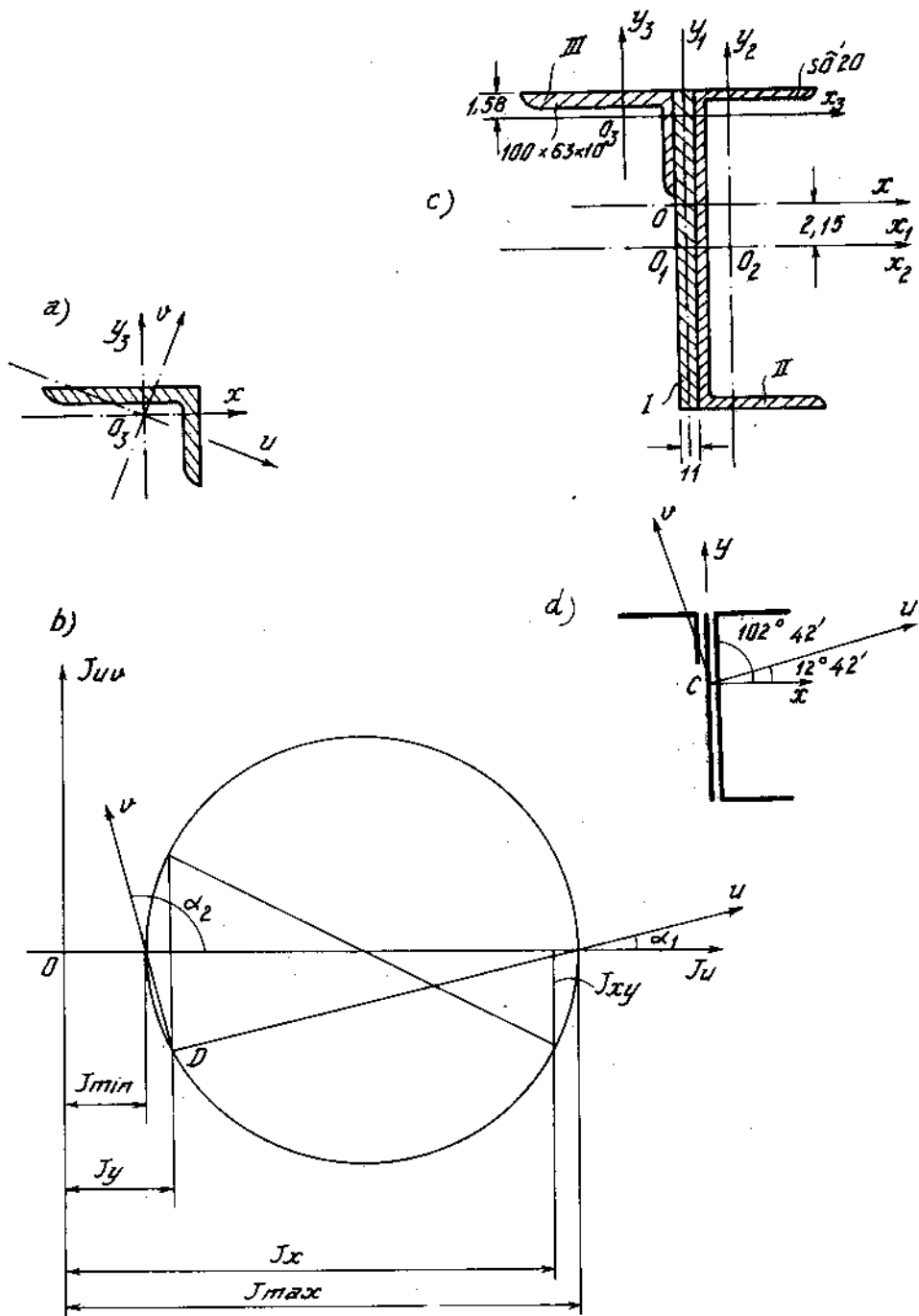
$$\text{Hình III : } x = -3,95\text{cm}, \quad y = 6,27\text{cm}.$$

2. Momen quán tính đối với hệ trục trung tâm :

$$J_x = \sum J_x^i = \frac{1,1 \cdot 20^3}{12} + 2,61^2 \cdot 1,1 \cdot 10 + 1520 + 2,61^2 \cdot 23,4 + 47,1 + 5,81^2 \cdot 15,5 \\ = 3055 \text{ cm}^4,$$

$$J_y = \sum J_y^i = \frac{20 \cdot 1,1^3}{12} + 113 + 2,62^2 \cdot 23,4 + 154 + 3,95^2 \cdot 15,5 = 670\text{cm}^4$$

$$J_{xy} = \sum J_{xy}^i = 0 + 2,62 \cdot (-2,15) \cdot 23,4 + (-3,95) \cdot 6,27 \cdot 15,5 - 48,7 = -566\text{cm}^4$$



Hình 5-10a

3. Phương của hệ trục quán tính chính (hình 5-10a, d) :

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2J_{xy}}{J_x - J_y} = -\frac{2 \cdot 566}{3055 - 670} = 0,475$$

$$2\alpha = 25^{\circ}24' \pm k \cdot 180^{\circ};$$

$$\alpha_1 = 12^{\circ}42', \alpha_2 = 102^{\circ}42'$$

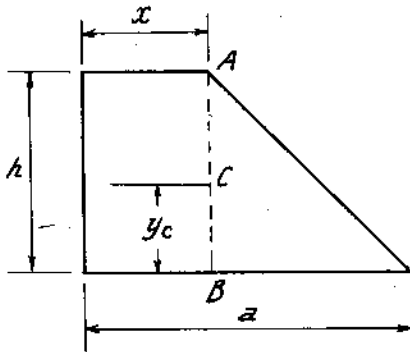
4. Mômen quán tính chính :

$$J_{\max}^{\min} = \frac{J_x + J_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{J_x - J_y}{2}\right)^2 + J_{xy}^2}$$

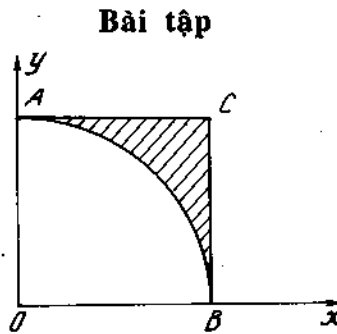
$$= \frac{3055 + 670}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3055 - 670}{2}\right)^2 + (-566)^2}$$

$$J_{\max} = 3183\text{cm}^4, \quad J_{\min} = 543\text{cm}^4$$

Vòng Mo quán tính cho trên hình 5-10a, b.



Hình 5-11



Hình 5-12

5*1. Xác định đáy nhỏ x của hình thang sao cho trọng tâm C của hình nằm trên đường thẳng AB. Xác định tung độ y_c của trọng tâm (H. 5-11).

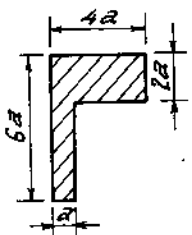
5*2. Tìm tọa độ trọng tâm của hình tam giác cong ABC như trên hình vẽ (H. 5-12).

5*3-8. Xác định vị trí trọng tâm của các mặt cắt cho trên hình vẽ (5-13) + (5-18).

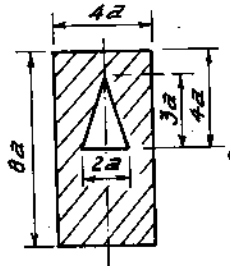
5*9. Xác định trọng tâm và mômen quán tính đối với trục trung tâm song song với cạnh đáy của hình thang trên hình (5-19).

5*10. Tính mômen quán tính đối với trục trung tâm song song với cạnh đáy của một hình tam giác.

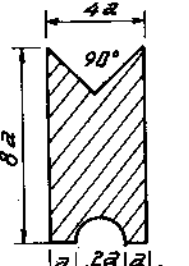
5*11. Tính mômen quán tính J_x, J_y của hình bình hành đối với hệ trục trung tâm O_x, O_y như trên hình vẽ (H. 5-20).



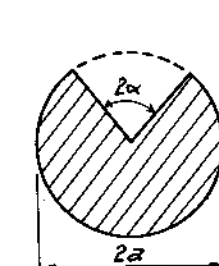
Hình 5-13



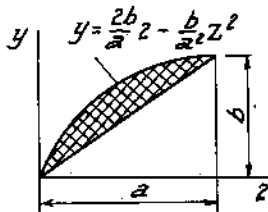
Hình 5-14



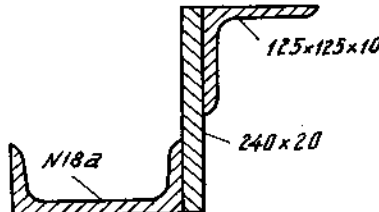
Hình 5-15



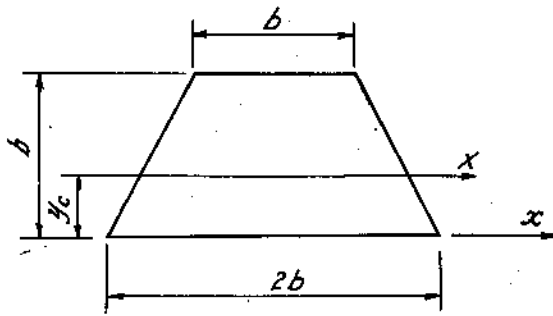
Hình 5-16



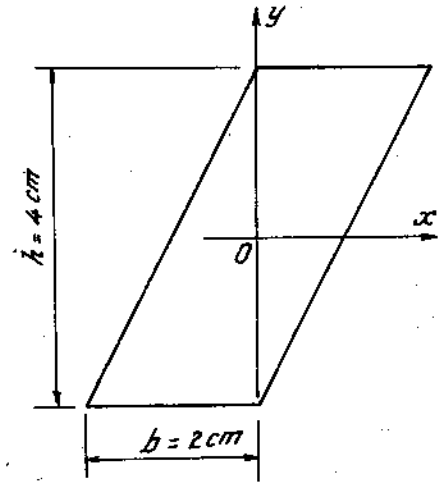
Hình 5-17



Hình 5-18

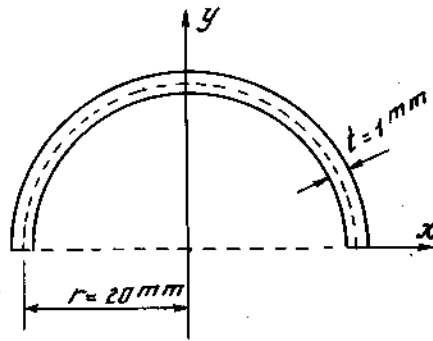


Hình 5-19

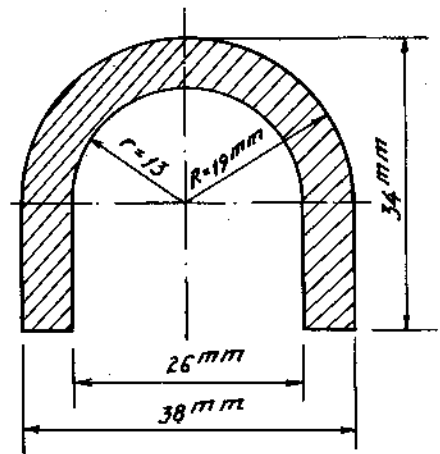


Hình 5-20

5*12-13. Xác định trọng tâm và tính mômen quán tính chính trung tâm của các mặt cắt sau (H. 5-21 + 5-22).



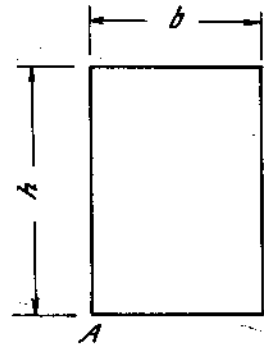
Hình 5-21



Hình 5-22

5*14. Xác định hệ trục quán tính chính có gốc tại góc A của hình chữ nhật, có kích thước $b = 4\text{cm}$, $h = 6\text{cm}$. Tính các mômen quán tính chính (H. 5-23).

5*15. Tìm tỉ lệ chiều dài giữa các cạnh của hình chữ nhật sao cho bất kì là hệ trục quán tính nào đi qua điểm giữa A của một cạnh A ($y_A = -\frac{h}{2}$, $x_A = 0$) đều là hệ trục quán tính chính và tìm mômen quán tính chính ấy (H. 5-24).

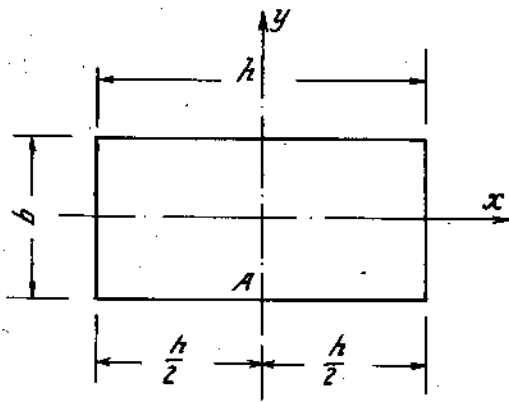


Hình 5-23

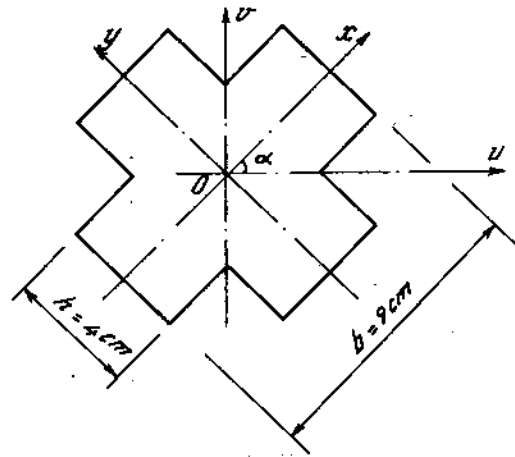
5*16. Xác định mômen quán tính của hình chữ thập có $b = 9\text{cm}$ và $h = 4\text{cm}$ đối với hệ trục Ouv (H. 5-25).

5*17-20. Tính mômen quán tính chính trung tâm của các hình dưới đây (H. 5-26 ÷ 5-29).

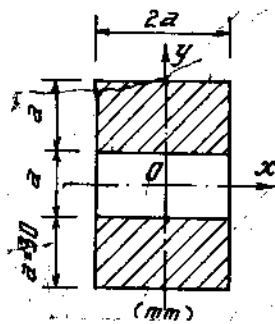
5*21. Tìm mômen quán tính đối với trục trung tâm x của mặt cắt một dầm thép ghép như trên hình vẽ (H. 5-30). So sánh mômen quán tính của mặt cắt nguyên và mặt cắt đã bị khuyết lỗ.



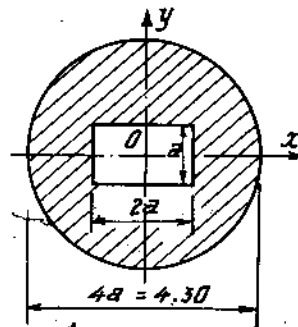
Hình 5-24



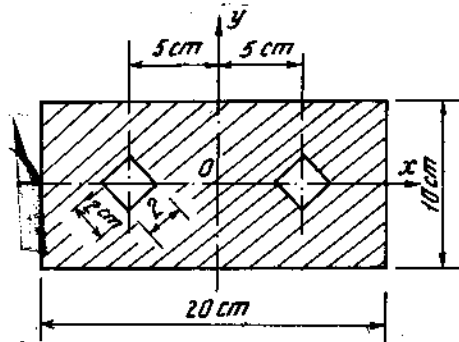
Hình 5-25



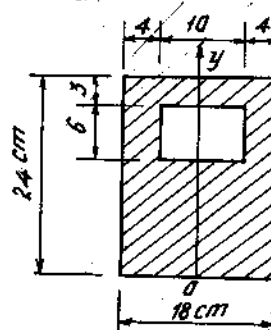
Hình 5-26



Hình 5-27



Hình 5-28



Hình 5-29

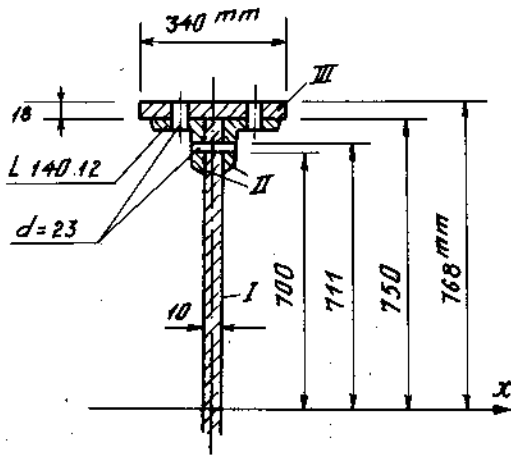
5*22. Các mặt cắt vẽ trên hình (hình vuông, hình chữ nhật để nằm, hình chữ nhật để đứng, hình tròn, hình vành khăn, hình ghép hai chữ I, hình chữ I, hình ghép hai chữ Γ) có cùng diện tích $F = 62\text{cm}^2$. Tính mômen quán tính của các mặt cắt đối với trục nằm ngang và so sánh (H. 5-31)

5*23-24. Tìm khoảng cách c của mặt cắt gồm hai thép chữ I số hiệu 30 được bố trí như ở hình vẽ để có $J_x = J_v$. (H. 5-32, 33).

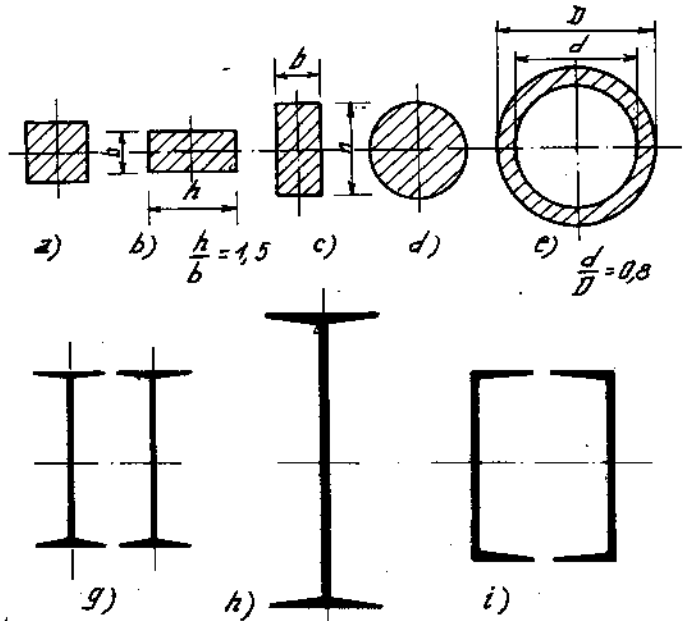
5*25. Tính trọng tâm và tính mômen quán tính chính trung tâm của mặt cắt như trên hình (5-34).

5*26-27. Xác định trọng tâm và tính mômen quán tính chính trung tâm của các mặt cắt như trên hình (5-35, 36).

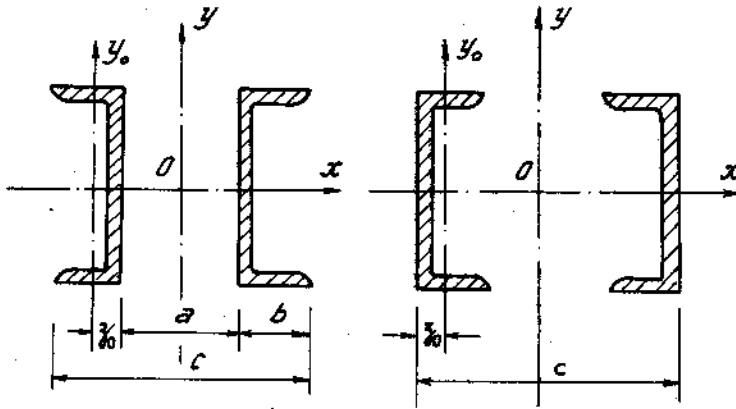
5*28-29. Tính mômen quán tính đối với trục x của các mặt cắt sau (H. 5-37, 38).



Hình 5-30



Hình 5-31

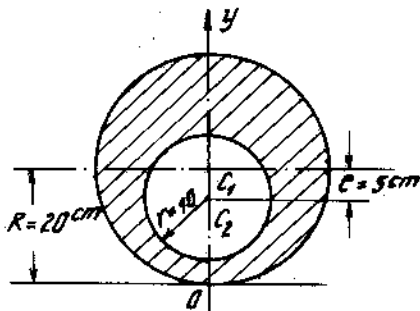


Hình 5-32

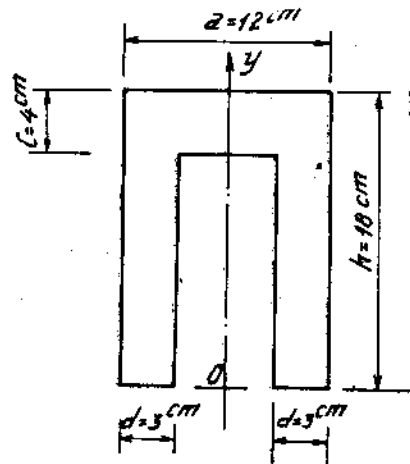
Hình 5-33

5*30-31. Một thanh ghép gồm hai thanh định hình như trên hình (5-39), (5-40). Xác định các mômen quán tính chính và phương của hệ trục quán tính chính trung tâm.

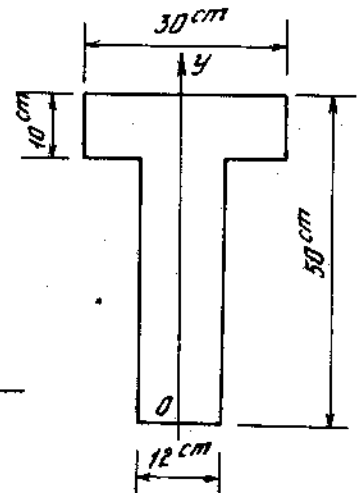
5*32. Xác định các mômen quán tính chính và phương của hệ trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt như trên hình (5-41). Biết $a = 10\text{cm}$.



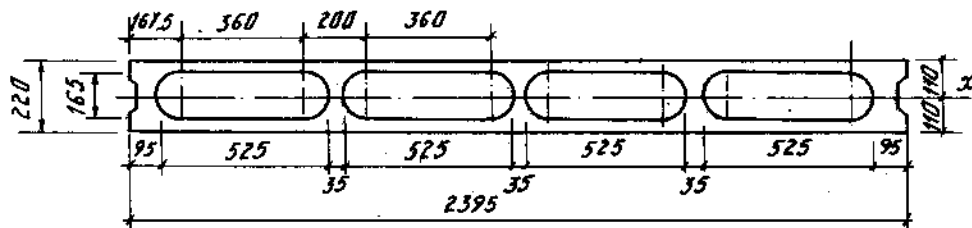
Hình 5-34



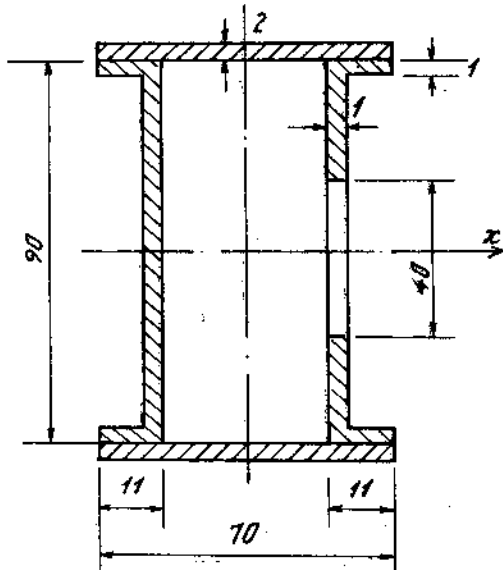
Hình 5-35



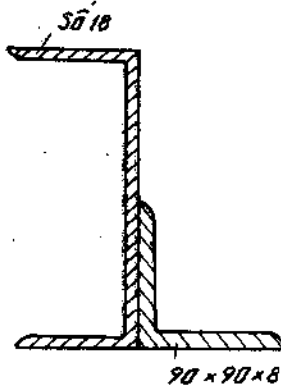
Hình 5-36



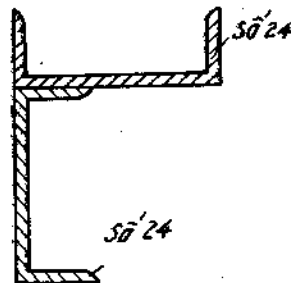
Hình 5-37



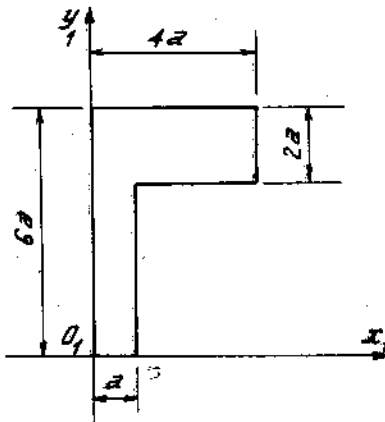
Hình 5-38



Hình 5-39



Hình 5-40



Hình 5-41

Chương 6

XOẢN THUẦN TÚY THANH THẲNG

1. Mômen xoắn

Một thanh gọi là chịu xoắn thuần túy khi trên mặt cắt ngang của thanh chỉ có một thành phần nội lực là mômen xoắn M_z . Mômen xoắn tại một mặt cắt bất kì được xác định bằng phương pháp mặt cắt. Công thức tổng quát xác định giá trị mômen xoắn tại một mặt cắt ngang như sau :

$$M_z = \sum M + \sum \int m_z dz \quad (6-1)$$

Tích phân tính trên chiều dài của đoạn thẳng có mômen phân bố m_z tác dụng và tổng tính với tất cả các đoạn thanh cùng nằm về một phía của mặt cắt đang xét. Chiều của mômen xoắn nội lực M_z được xem là dương, nếu từ ngoài nhìn vào mặt cắt, mômen quay thuận chiều kim đồng hồ.

Giữa mômen ngoại lực M , tốc độ vòng quay n và công suất N có quan hệ sau:

$$\begin{aligned} N - \text{tính bằng mã lực.} \quad M &= 716200 \frac{N}{n} \\ N - \text{tính bằng kW} \quad M &= 973600 \frac{N}{n} \end{aligned} \quad (6-2)$$

Khi đó : M tính bằng N.cm ; $n = (\text{vòng/phút})$

Trong hệ đơn vị quốc tế SI ta có : M tính bằng N.m, tốc độ quay ω tính bằng Rad/sec, công suất N tính bằng oát ta có quan hệ :

$$M = \frac{N}{\omega} \quad (6-3)$$

Vì mômen xoắn tỉ lệ với công suất nên đối với trục quay có tốc độ đều truyền công suất cho các máy hoạt động ta có thể thay cách vẽ biểu đồ mômen xoắn bằng cách vẽ biểu đồ công suất.

2. Ứng suất tiếp, góc xoắn

Đối với thanh mặt cắt ngang tròn, trên mặt cắt ngang ứng suất pháp bằng không, ứng suất tiếp tại điểm trên mặt cắt cách tâm một khoảng cách ρ . Xác định bởi công thức :

$$\tau_\rho = \frac{M_z}{J_\rho} \cdot \rho \quad (6-4)$$

Trong đó $J_\rho = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4$ - mômen quán tính độc cực của mặt cắt ngang.

d - đường kính đường tròn

R - bán kính đường tròn.

Ứng suất tiếp lớn nhất xảy ra ở các điểm trên chu vi vòng tròn và có giá trị.

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_\rho} \quad (6-5)$$

Trong đó

$$W_\rho = \frac{J_\rho}{R} = \frac{\pi R^3}{2} = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3 - \text{mômen chống xoắn của mặt cắt ngang.}$$

Đối với mặt cắt ngang hình vành khăn :

$$J_\rho = \frac{\pi R^4}{2} (1 - \eta^4) = \frac{\pi d_n^4}{32} (1 - \eta^4) \approx 0,1d_n^4 (1 - \eta^4)$$

$$W_\rho = \frac{\pi d_n^3}{16} (1 - \eta^4) \approx 0,2d_n^3 (1 - \eta^4)$$

trong đó :

$$\eta = \frac{d_t}{d_n}; \quad d_t - \text{đường kính trong}$$

d_n - đường kính ngoài.

Đối với thanh mặt cắt ngang không tròn, ứng suất tiếp lớn nhất được xác định theo công thức :

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_{\text{xoắn}}} \quad (6-6)$$

Trong đó $W_{\text{xoắn}}$ - mômen chống xoắn của mặt cắt, giá trị $W_{\text{xoắn}}$ của các dạng mặt cắt tìm trong sổ tay và các giáo trình sức bền vật liệu. Ví dụ mặt cắt ngang chữ nhật có cạnh a, b ($a > b$), $W_{\text{xoắn}} = \alpha b^2$ trong đó α là hệ số tra bảng tùy tỉ số a/b .

Góc xoắn tương đối giữa hai mặt cắt được tính theo công thức :

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_z}{GJ_{\text{xoắn}}} \cdot dz \quad (6-7)$$

Trong đó :

- M_z - mômen xoắn là hàm của tọa độ theo trục thanh $M_z(z)$;
- $J_{\text{xoắn}}$ - mômen quán tính xoắn của mặt cắt ngang thanh tổng quát cũng là hàm của tọa độ $J_{\text{xoắn}}(z)$. Đối với thanh tròn $J_{\text{xoắn}} = J_\rho$, còn đối với các dạng mặt cắt khác nó có giá trị khác nhau và tìm trong các sổ tay, trong các giáo trình sức bền vật liệu. Ví dụ : mặt cắt ngang chữ nhật $J_{\text{xoắn}} = \beta ab^3$ hệ số β tra bảng tùy thuộc tỉ số a/b .

G - môđun đàn hồi khi trượt ;

l - chiều dài giữa hai mặt cắt - chiều dài thanh.

Nếu trên suốt chiều dài l của thanh $M_z, G, J_{\text{xoắn}}$ là hằng số thì :

$$\varphi = \frac{M_z \cdot l}{G \cdot J_{\text{xoắn}}} \quad (6-8)$$

Trường hợp thanh có nhiều đoạn có tính chất trên thì ta chia thành ra làm nhiều đoạn và công thức có dạng

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{M_{z_i}}{G_i J_{xoán,i}} dz \text{ hoặc } \varphi = \sum_{i=1}^n \frac{M_{z_i} \cdot l_i}{G_i \cdot J_{xoán,i}} \quad (6-9)$$

Góc xoắn tỉ đối được tính theo công thức :

$$\theta = \frac{M_z}{G \cdot J_{xoán}} \quad (6-10)$$

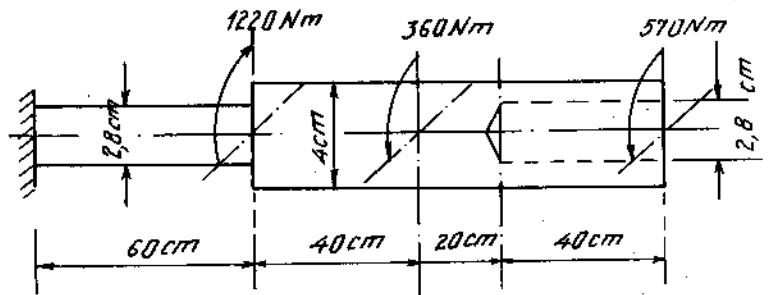
Ví dụ 6-1.

Tính ứng suất tiếp lớn nhất ở các mặt cắt và góc xoắn tại đầu tự do của thanh.

Cho $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$ (H. 6-1)

Bài giải.

Biểu đồ mômen xoắn vẽ trên hình 6-1a

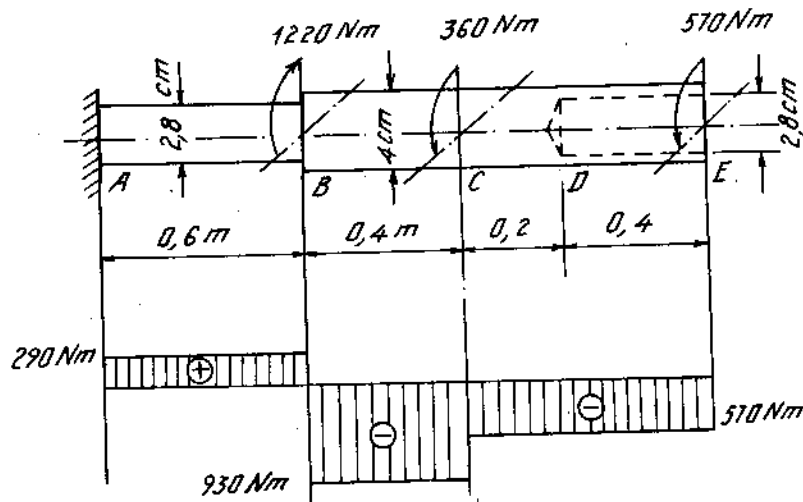


Hình 6-1

$$\tau_{\max(AB)} = \frac{M_{z(AB)}}{W_{\rho(AB)}} = \frac{29000}{0,2 \cdot 2,8^3} = 6600 \text{ N/cm}^2,$$

$$\tau_{\max(BD)} = \frac{M_{z(BD)}}{W_{\rho(BD)}} = \frac{93000}{0,2 \cdot 4^3} = 7260 \text{ N/cm}^2,$$

$$\tau_{\max(DE)} = \frac{M_{z(DE)}}{W_{\rho(DE)}} = \frac{57000}{0,2 \cdot 4^3 \left[1 - \left(\frac{2,8}{4} \right)^4 \right]} = 5860 \text{ N/cm}^2.$$



Hình 6-1a

Tính góc xoắn :

$$\begin{aligned} \varphi_E &= \varphi_{AB} + \varphi_{BC} + \varphi_{CD} + \varphi_{DE} = \sum \frac{M_z^i l^i}{GJ_\rho} \\ &= \frac{29000 \cdot 60}{8 \cdot 10^6 \cdot 0,1 \cdot 2,8^4} - \frac{93000 \cdot 40}{8 \cdot 10^6 \cdot 0,1 \cdot 4^4} - \frac{57000 \cdot 20}{8 \cdot 10^6 \cdot 0,1 \cdot 4^4} \\ &\quad - \frac{57000 \cdot 40}{8 \cdot 10^6 \cdot 0,1 \cdot 4^4 \left[1 - \left(\frac{2,8}{4} \right)^4 \right]} = - 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ rad.} \end{aligned}$$

Ví dụ 6-2.

Tính ứng suất tiếp lớn nhất và góc xoắn tại các mặt cắt A và B của thanh. Cho $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$ (H. 6-2)

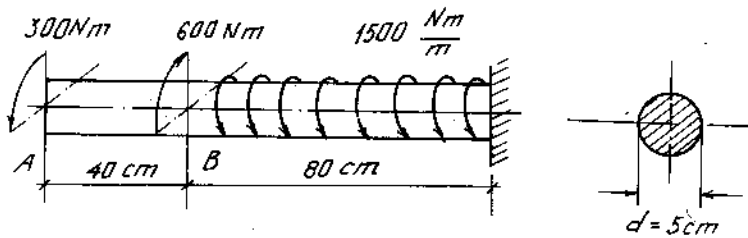
Bài giải.

Ứng suất cực đại :

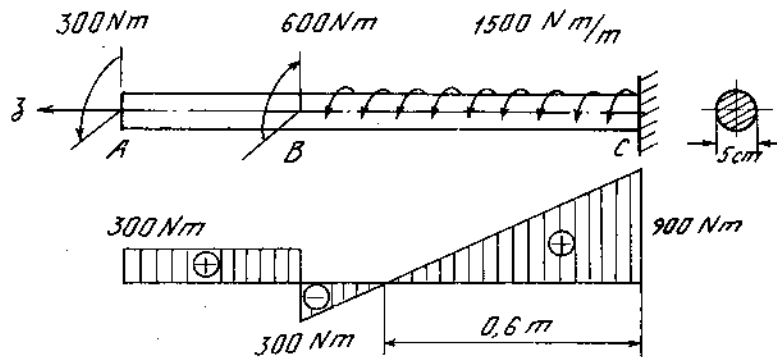
$$\begin{aligned} \tau_{\max} &= \frac{M_{z\max}}{W_\rho} = \frac{90000}{0,2 \cdot 5^3} = \\ &= 3600 \text{ N/cm}^2. \end{aligned}$$

Góc xoắn của mặt cắt B so với ngàm C:

$$\varphi_B = \int_0^{80} \frac{M_{z(\text{CB})} dz}{GJ_\rho}$$



Hình 6-2



Hình 6-2a

trong đó : $M_{z(CB)} = M_c \left(1 - \frac{z}{60}\right) = 900 \left(1 - \frac{z}{60}\right)$.

Thay vào, ta được :

$$\varphi_B = \int_0^{80} \frac{90000 \left(1 - \frac{z}{60}\right)}{8 \cdot 10^6 \cdot 0,10 \cdot 5^4} dz = \frac{90000}{8 \cdot 10^6 \cdot 0,1 \cdot 5^4} \left(80 - \frac{80^2}{2 \cdot 60}\right) = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ rad.}$$

Góc xoắn của mặt cắt A :

$$\begin{aligned} \varphi_A &= \varphi_B + \varphi_{BA} = \varphi_B + \frac{M_{z(BA)} \cdot l_{BA}}{GJ_\rho}, \\ &= 4,8 \cdot 10^{-3} + \frac{30000 \cdot 40}{8 \cdot 10^6 \cdot 0,1 \cdot 5^4} = 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ rad.} \end{aligned}$$

3. Tính toán điều kiện bền và điều kiện cứng

Điểm nguy hiểm là điểm có ứng suất tiếp lớn nhất. Trạng thái ứng suất của điểm này là trượt thuần túy. Do đó điều kiện bền có dạng :

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_{\text{xoắn}}} \leq [\tau] \quad (6-11)$$

Trong đó :

$[\tau]$ - ứng suất tiếp cho phép : với vật liệu dẻo $[\tau] = \frac{\tau_{ch}}{n}$; với vật liệu giòn

$[\tau] = \frac{\tau_B}{n}$, trong đó : τ_{ch} - giới hạn chảy khi xoắn ;

τ_B - giới hạn bền khi xoắn.

Điều kiện cứng có dạng :

$$\theta = \frac{M_z}{GJ_{\text{xoắn}}} \leq [\theta] \quad (6-12)$$

$[\theta]$ - góc xoắn tỉ đối cho phép, có thứ nguyên rad/chiều dài.

Nếu cho góc xoắn tỉ đối có thứ nguyên, độ/chiều dài, thì ta phải đổi thành radian chiều dài theo công thức :

$$[\theta]^{\text{rad/chiều dài}} = [\theta]^{\text{độ/chiều dài}} \cdot \frac{\pi}{180} \quad (6-13)$$

Từ công thức (6-11), (6-12) ta suy ra ba bài toán cơ bản sau :

- Kiểm tra bền và kiểm tra điều kiện cứng theo (6-11), (6-12).
- Tìm tải trọng cho phép theo điều kiện bền và điều kiện cứng :

$$M_z \leq W_{\text{xoắn}} \cdot [\tau] \quad (6-14)$$

$$M_z \leq G \cdot J_{\text{xoắn}} \cdot [\theta]$$

So sánh hai giá trị, chọn giá trị mômen xoắn bé hơn.

- Chọn kích thước mặt cắt ngang :

$$W_{\text{xoắn}} \geq \frac{M_z}{[\tau]} \quad (6-15)$$

$$J_{\text{xoắn}} \geq \frac{M_z}{G[\theta]}$$

So sánh kích thước chọn được do hai bất đẳng thức trên ta lấy giá trị lớn hơn.

Khi tính trị số M_z được lấy ở mặt cắt nguy hiểm. Ví dụ với thanh có mặt cắt không đổi đó là trị số $\max M_z$.

Ví dụ 6-3.

Để xác định công suất của một tuabin hơi nước, người ta đo góc xoắn của trục trên một đoạn chiều dài 5m. Đường kính ngoài của trục bằng 25cm và đường kính trong bằng 17cm. Vận tốc quay $n = 250$ vg/phút, $G = 8 \cdot 10^6$ N/cm².

Xác định công suất của tuabin, biết góc xoắn đo được là 1°. Tính ứng suất lớn nhất trên mặt cắt ngang.

Bài giải.

Từ $M = 974000 \frac{N}{n}$ rút ra :

$$N = \frac{M \cdot n}{974000}$$

Từ $\varphi = \frac{M_z \cdot l}{GJ_\rho}$ rút ra $M_z = \frac{\varphi GJ_\rho}{l}$.

Vậy :

$$N = \frac{\varphi GJ_\rho n}{974000l}$$

Ta tính được góc xoắn : $\varphi = \frac{\pi}{180} \cdot 1 = 0,01745$ rad.

và mômen quán tính cực : $J_\rho = 0,1 \cdot D^4(1 - \alpha^4)$

$$= 0,1 \cdot 25^4 \left[1 - \left(\frac{17}{25} \right)^4 \right] = 30700 \text{cm}^4.$$

Thay vào biểu thức của N, được :

$$N = \frac{0,01745 \cdot 8 \cdot 10^6 \cdot 30700 \cdot 250}{974000 \cdot 500} = 2200 \text{kW}.$$

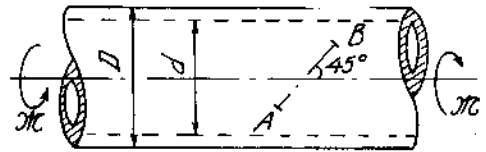
và
$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_\rho} = \frac{974000 \cdot 2200}{0,2 \cdot 25^3 \left[1 - \left(\frac{17}{25} \right)^4 \right] 250} = 3500 \text{ N/cm}^2.$$

Ví dụ 6-4.

Xác định công suất trục nhận được và ứng suất tiếp lớn nhất trên mặt cắt ngang của nó, nếu bằng tenxômét điện ta đo được biến dạng của tấm điện trở dán theo phương AB là :

$\varepsilon = 4,25 \cdot 10^{-4}$. Biết số vòng quay của trục trong một phút là 120, $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$,

$\alpha = \frac{d}{D} = 0,6$; $D = 40\text{cm}$ (H. 6-3).



Hình 6-3

Bài giải

Vì $\sigma = \tau$ nên ta có trong trạng thái ứng suất phẳng (trượt thuần túy)

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \tau(1 + \mu),$$

hay
$$\tau = \frac{\varepsilon E}{(1 + \mu)} = 2\varepsilon G.$$

Mặt khác :
$$\tau = \frac{M_z}{W_\rho} = \frac{974000N}{n \cdot 0,2D^3(1 - \alpha^4)}$$

Vậy :
$$2\varepsilon G = \frac{974000N}{0,2D^3(1 - \alpha^4)n}$$

hay
$$N = \frac{2 \cdot 4,25 \cdot 10^{-4} \cdot 8 \cdot 10^6 \cdot 0,2 \cdot 40^3(1 - 0,6^4) \cdot 120}{974000} = 9325\text{kW}.$$

$$\tau_{\max} = 2\varepsilon G = 2 \cdot 4,25 \cdot 10^{-4} \cdot 8 \cdot 10^6 = 6800 \text{ N/cm}^2.$$

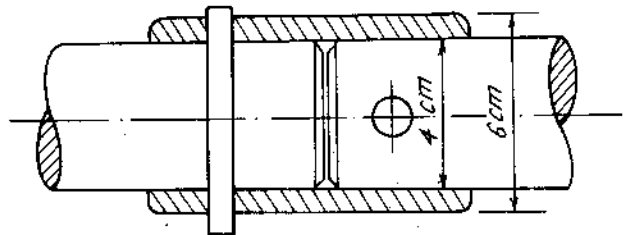
Ví dụ 6-5.

Một trục gồm nhiều đoạn được nối với nhau như hình 6-4. Trục chịu mômen xoắn $M_x = 500 \text{ Nm}$. Kiểm tra độ bền của trục, khớp và chêm, biết :

$$[\tau]_{\text{tr}} = 4 \cdot 10^3 \text{ N/cm}^2; [\tau]_{\text{kh}} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ N/cm}^2;$$

$$[\tau]_{\text{ch}} = 9 \cdot 10^3 \text{ N/cm}^2$$

(Khi tính chêm lấy đường kính $d = 1,3 \text{ cm}$)



Hình 6-4

Bài giải

Ở trục :

$$\tau_{\max}^{\text{tr}} = \frac{M_z}{W_\rho} = \frac{50000}{0,2 \cdot 4^3} = 3906 \text{ N/cm}^2 < [\tau]_{\text{tr}}$$

Ở khớp :

$$\tau_{\max}^{\text{kh}} = \frac{M_z}{W^{\text{kh}}} = \frac{50000}{0,2 \cdot 6^3 \left(1 - \frac{4^4}{6^4}\right)} = 1440 \text{ N/cm}^2 < [\tau]_{\text{kh}}$$

Giả thiết bỏ qua lực ma sát giữa trục và khớp thì chêm phải chuyển toàn bộ mômen từ đoạn này sang đoạn kia. Ta có quan hệ :

$$\mathcal{K} = \tau_{\text{ch}} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot 4$$

Từ đó rút ra :

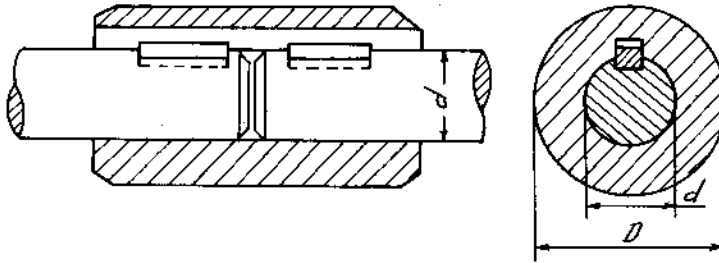
$$\tau_{\text{ch}} = \frac{\mathcal{K}}{\pi d^2} = \frac{50000}{3,14 \cdot (1,3)^2} = 9415 \text{ N/cm}^2$$

Ứng suất tiếp ở chêm vượt quá ứng suất cho phép.

$$\frac{\tau - [\tau]_{\text{ch}}}{[\tau]_{\text{ch}}} = \frac{9415 - 9000}{9000} \cdot 100 = 4,6\% < 5\%$$

Ví dụ 6-6

Hai đoạn trục được nối với nhau bằng một khớp ống như hình (6-5). Xác định tỉ số giữa đường kính d của trục và đường kính D của khớp để độ bền khi xoắn của chúng bằng nhau. Biết giới hạn chảy của trục là $\tau_{\text{ch}}^{\text{tr}} = 1,8 \cdot 10^4 \text{ N/cm}^2$ và của khớp là $\tau_{\text{ch}}^{\text{kh}} = 1,6 \cdot 10^4 \text{ N/cm}^2$. Hệ số an toàn của trục và của khớp như nhau.



Hình 6-5

Bài giải

$$\tau_{\max}^{\text{tr}} = \frac{M_z}{W_\rho} = \frac{M_z}{0,2d^3} = \frac{18000}{n},$$

$$\tau_{\max}^{\text{kh}} = \frac{M_z}{W_\rho} = \frac{M_z}{0,2D^3(1-\alpha^4)} = \frac{16000}{n}$$

So sánh hai biểu thức trên ta được :

$$\frac{0,2D^3(1-\alpha^4)}{0,2d^3} = \frac{18000}{16000} = 1,125$$

hay
$$\frac{1-\alpha^4}{\alpha^3} = 1,125$$

hay
$$\alpha^4 + 1,125\alpha^3 - 1 = 0$$

Giải phương trình này và chỉ lấy nghiệm thực dương nhỏ hơn 1 ($\alpha < 1$) ta được :

$$\alpha = \frac{d}{D} = 0,8.$$

Ví dụ 6-7.

Động cơ điện A truyền sang puli 1 của trục I công suất $N_1 = 20 \text{ kW}$ các puli 2, 3, 4 nhận được các công suất $N_2 = 15 \text{ kW}$, $N_3 = 2 \text{ kW}$, $N_4 = 3 \text{ kW}$; các puli 5, 6, 7 của trục II nhận được các công suất $N_5 = 7 \text{ kW}$, $N_6 = 4 \text{ kW}$, $N_7 = 4 \text{ kW}$. (H. 6-6). Xác định đường kính của 2 trục, biết :

$$[\tau] = 3000 \text{ N/cm}^2, [\theta] = 0,25^\circ/\text{m}, D = 200 \text{ mm},$$

$$D_1 = 400 \text{ mm}, D_2 = 200 \text{ mm}, D_3 = 600 \text{ mm}.$$

Vận tốc góc của trục động cơ là

$$n = 1000 \text{ vg/ph.}$$

Bài giải

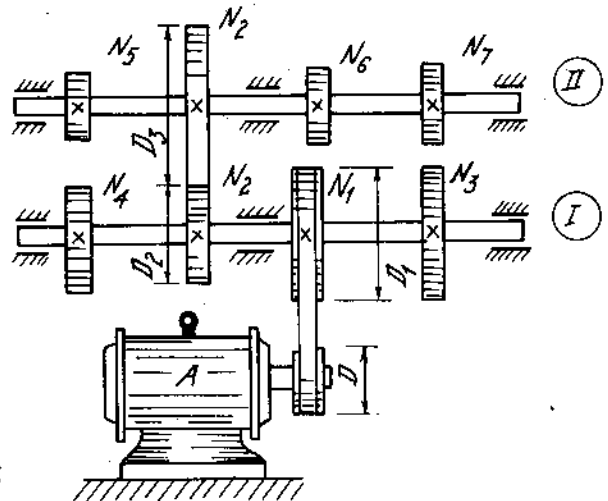
Số vòng quay của trục I là :

$$n_1 = n \frac{D_1}{D_2} = 100 \frac{200}{400} = 500 \text{ vg/ph}$$

Vận tốc góc là

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 500}{30} = 52,3 \text{ rad/s}$$

Theo công thức tính mômen tác động lên puli theo công suất



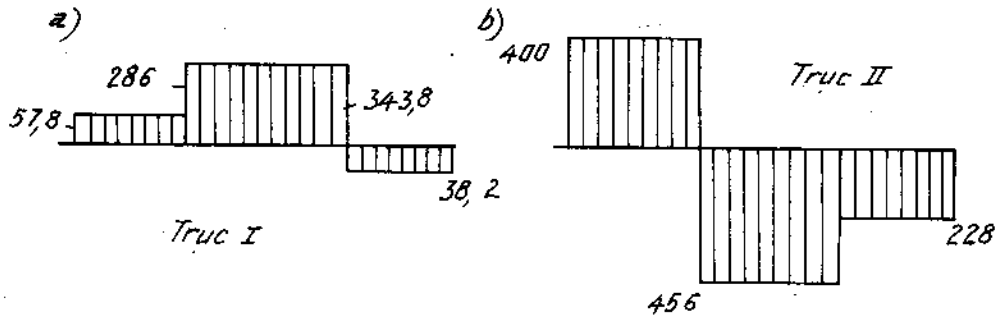
Hình 6-6

$$\mathcal{M} = \frac{N(\text{kW})}{\omega}, \text{ ta được : } \mathcal{M}_1 = \frac{20 \cdot 10^3}{52,3} = 382 \text{ Nm}$$

$$\mathcal{M}_2 = \frac{15 \cdot 10^3}{52,3} = 286 \text{ Nm},$$

$$\mathcal{M}_3 = \frac{2 \cdot 10^3}{52,3} = 38,2 \text{ Nm},$$

$$\mathcal{M}_4 = \frac{3 \cdot 10^3}{52,3} = 57,8 \text{ Nm}.$$



Hình 6-6a

Theo biểu đồ mômen xoắn của trục I hình (6-6a), ta có :

$$M_{z_{\max}} = 343,8 \text{ Nm} = 34380 \text{ Ncm}.$$

Đường kính trục theo điều kiện bền :

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{M_z}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{34380}{0,2 \cdot 3000}} = 3,85 \text{ cm}$$

Theo điều kiện cứng :

$$d_1 \geq 10 \sqrt[4]{\frac{5,7M_z}{G[\theta]}} = 10 \sqrt[4]{\frac{5,7 \cdot 34380}{8 \cdot 10^6 \cdot 0,25}} = 5,6 \text{ cm}.$$

Số vòng quay trục II là : $n_2 = 500 \frac{200}{600} \approx 167 \text{ vg/ph}$

$$\omega_2 = \frac{3,14 \cdot 167}{30} = 17,5 \text{ rad/s}$$

Mômen tác động lên các puli là : $\mathcal{M}_2 = \frac{15 \cdot 10^3}{17,5} = 856 \text{ Nm}$

$$\mathcal{M}_5 = \frac{7 \cdot 10^3}{17,5} = 400 \text{ Nm}$$

$$\mathcal{M}_6 = \mathcal{M}_7 = \frac{4 \cdot 10^3}{17,5} = 228 \text{ Nm}$$

Theo biểu đồ mômen xoắn của trục II hình (6-6a), ta có :

$$M_{z_{\max}} = 45600 \text{ Ncm}.$$

Đường kính trục theo điều kiện bền là :

$$d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{45600}{0,2 \cdot 3000}} = 4,25 \text{ cm}$$

Theo điều kiện cứng :

$$d_2 \geq 10 \sqrt[4]{\frac{5,7 \cdot 45600}{8 \cdot 10^6 \cdot 0,25}} = 5,9 \text{ cm}$$

Vậy đường kính trục I chọn theo điều kiện cứng :

$$d_1 = 5,6 \text{ cm.}$$

Đường kính trục II chọn theo điều kiện cứng :

$$d_2 = 5,9 \text{ cm.}$$

Ví dụ 6-8.

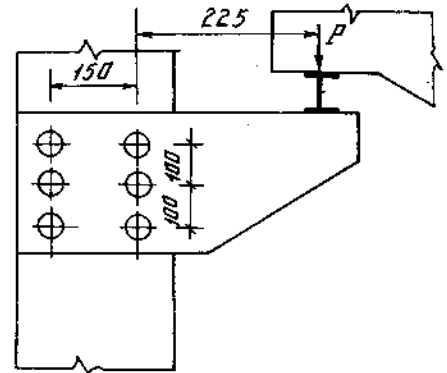
Bộ phận đỡ gối dầm cầu chạy có cấu tạo như hình 6-7. Các đinh bulông có đường kính $d = 20 \text{ mm}$ và $[\tau] = 6000 \text{ N/cm}^2$.

Xác định tải trọng P có thể tác dụng lên gối.

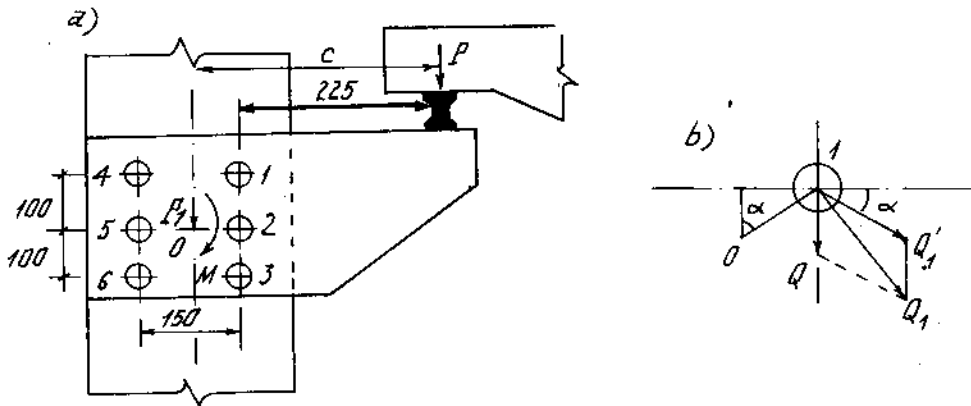
Bài giải

Tưởng tượng dời lực P về tâm phân bố của hai dãy đinh (H. 6-7a) ta sẽ được : lực $P_1 = P$

Mômen $M = P \cdot c$. Mômen này sẽ làm xoắn đám đinh.



Hình 6-7



Hình 6-7a

Giả thiết lực P_1 phân bố đều lên các đinh. Nội lực cắt trong mỗi đinh sẽ là :

$$Q = \frac{P_1}{n} = \frac{P}{6} \quad (a)$$

Nội lực do mômen M giả thiết có giá trị tỉ lệ bậc nhất với khoảng cách từ các đinh đến tâm O , phương vuông góc với bán kính và chiều cùng chiều quay với mômen. Tổng mômen của các nội lực này bằng M :

$$M = P \cdot c = \sum_{i=1}^6 P_i \rho_i \quad (b)$$

trong đó ρ_i là khoảng cách từ tâm O đến tâm mỗi đỉnh. Vì nội lực trong các đỉnh tỉ lệ với khoảng cách nên ta có :

$$\frac{P_k}{\rho_k} = \frac{P_i}{\rho_i} \quad \text{hay} \quad P_i = \frac{\rho_i}{\rho_k} P_k$$

Thay vào ta được :

$$M = P \cdot c = \frac{P_k}{\rho_k} \sum_{i=1}^6 \rho_i^2$$

Vậy nội lực trong đỉnh thứ k là :

$$P_k = \frac{M}{\sum_{i=1}^6 \rho_i^2} \rho_k$$

$$\text{Ta có : } \rho_1 = \rho_3 = \rho_4 = \rho_6 = \sqrt{7,5^2 + 10^2} = 12,5 \text{ cm,}$$

$$\rho_2 = \rho_5 = 7,5 \text{ cm,} \quad c = 30 \text{ cm.}$$

Do đó :

$$\sum \rho_i^2 = 4 \cdot 12,5^2 + 2 \cdot 7,5^2 = 737,5 \text{ cm}^2.$$

Nội lực cắt do M gây ra trong đỉnh 1 là :

$$Q'_1 = P_1 = \frac{M}{\sum \rho_i^2} \rho_1 = \frac{30P}{737,5} \cdot 12,5 = 0,508P$$

Nội lực cắt do M gây ra trong đỉnh 2 là :

$$Q'_2 = P_2 = \frac{M}{\sum \rho_i^2} \rho_2 = \frac{30P}{737,5} \cdot 7,5 = 0,305P$$

Lực cắt tổng hợp trong đỉnh 2 là :

$$Q_2 = Q + Q'_2 = \frac{P}{6} + 0,305P = 0,4716P$$

Lực cắt tổng hợp trong đỉnh 1 là :

$$\begin{aligned} Q_1 &= \sqrt{Q^2 + Q'^2_1 + 2\cos(Q \cdot Q_1) \cdot Q Q_1} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{6}P\right)^2 + (0,508P)^2 + 2 \cdot \frac{1}{6}P \cdot 0,508P \sin\alpha} \\ &= P \sqrt{\frac{1}{36} + 0,258 + 0,1016} = 0,622P. \end{aligned}$$

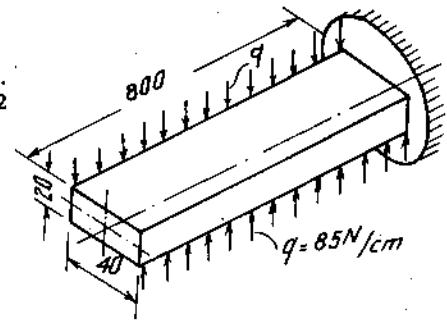
Vậy điều kiện để xác định tải trọng là điều kiện bền của đỉnh 1 (hoặc 3) :

$$0,622 [P] = \frac{\pi d^2}{4} [\tau]$$

$$[P] = \frac{3,14 \cdot 2^2}{0,622 \cdot 4} 6000 = 30200 \text{ N} = 30,2 \text{ kN.}$$

Ví dụ 6-9

Vẽ biểu đồ mômen xoắn và biểu đồ góc xoắn của thanh.
 Kiểm tra bền. Biết $[\tau] = 7000 \text{ N/cm}^2$, $G = 8.10^6 \text{ N/cm}^2$
 (H. 6-8).



Hình 6-8

Bài giải

Biểu thức mômen tại hoành độ z là :

$$M_z = 4 \cdot q \cdot z = 4 \cdot 85 \cdot z = 340 z \text{ Ncm}$$

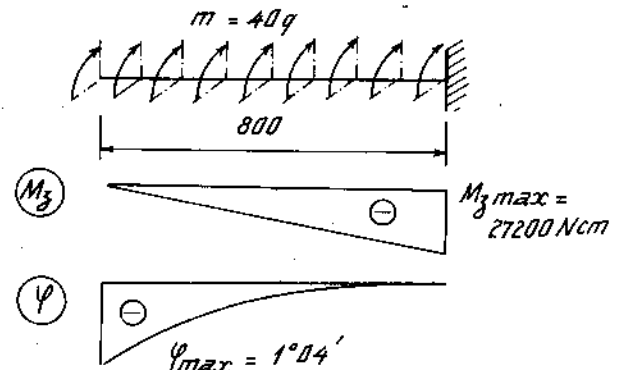
Vậy

$$M_{z_{\max}} = 340 \cdot 80 = 27200 \text{ Ncm.}$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_{z_{\max}}}{W_{\text{xoắn}}} = \frac{27200}{\alpha a b^2}$$

$$= \frac{27200}{0,246 \cdot 4 \cdot 2^2} = 6900 \text{ N/cm}^2$$

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_z dz}{GJ_{\text{xoắn}}} = \frac{340 \cdot z^2}{2GJ_{\text{xoắn}}}$$



Hình 6-8a

$$\varphi_{\max}^{\circ} = \frac{340 \cdot 80^2}{2GJ_{\text{xoắn}}} \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{340 \cdot 80^2}{2 \cdot 8 \cdot 10^6 \cdot 0,229 \cdot 4 \cdot 2^3} \cdot \frac{180}{3,14} = 1^{\circ}04'$$

4. Bài toán siêu tĩnh

Cách giải bài toán siêu tĩnh về xoắn tương tự như cách giải bài toán siêu tĩnh về kéo nén. Ngoài những phương trình cân bằng tĩnh học ta phải thiết lập thêm các phương trình phụ đảm bảo cho số phương trình bằng số ẩn số. Các phương trình phụ này được xác định từ các điều kiện thực về chuyển vị - biến dạng.

Nếu tất cả các thanh của hệ siêu tĩnh chỉ chịu xoắn, chuyển vị đàn hồi được xác định bằng góc xoắn. Nếu trong hệ chỉ có một số thanh chịu xoắn, còn các thanh khác chịu kéo hoặc nén thì đối với các thanh chịu xoắn chuyển vị được xác định bằng góc xoắn, các thanh kia xác định bằng biến dạng dọc. Nếu có chi tiết bằng lò xo thì ta tính bằng biến dạng của lò xo v.v...

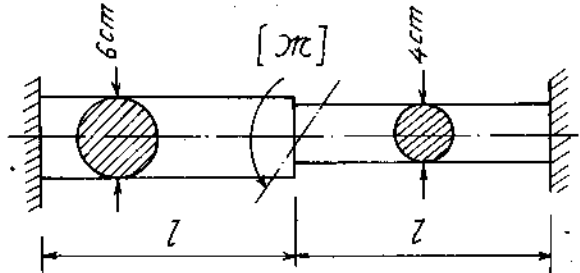
Ví dụ. 6-10

* Xác định giá trị mômen xoắn $[M]$ biết $[\tau] = 4500 \text{ N/cm}^2$ (H. 6-9)

Bài giải

Phương trình cân bằng

$$M_A + M_B = M$$



Hình 6-9

Phương trình biến dạng khi bỏ ngàm B :

$$\varphi_B = \frac{\mathcal{M}_B l}{GJ_\rho^I} + \frac{\mathcal{M}_B l}{GJ_\rho^{II}} - \frac{\mathcal{M} l}{GJ_\rho^{II}} = 0$$

hay
$$\mathcal{M}_B \left(\frac{1}{J_\rho^I} + \frac{1}{J_\rho^{II}} \right) = \frac{\mathcal{M}}{J_\rho^{II}} \quad (a)$$

Nếu gọi đường kính đoạn I là d_1 thì đường kính đoạn II bằng $1,5d_1$:

$$J_\rho^I = 0,1d_1^4$$

$$J_\rho^{II} = 0,1d_2^4 = 0,1(1,5d_1)^4 = 5,06J_\rho^I$$

Thay vào (a) ta có :

$$\mathcal{M}_B \left(1 + \frac{1}{5,06} \right) = \frac{\mathcal{M}}{5,06}$$

hay
$$\mathcal{M}_B = \frac{\mathcal{M}}{6,06} = 0,165\mathcal{M}$$

Thay vào phương trình cân bằng, ta được :

$$\mathcal{M}_A = 0,835\mathcal{M}$$

Từ $\frac{M}{W_\rho} \leq [\tau]$ rút ra $M = 0,2d^3[\tau]$.

Mômen cho phép tính theo \mathcal{M}_B :

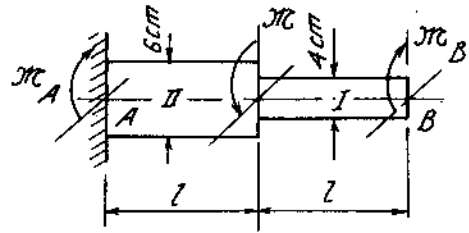
$$[\mathcal{M}_1] = \frac{0,2 \cdot 4^3 \cdot 4500}{0,165} \approx 350000 \text{ Ncm} = 3,5 \text{ kNm}$$

Mômen cho phép tính theo \mathcal{M}_A :

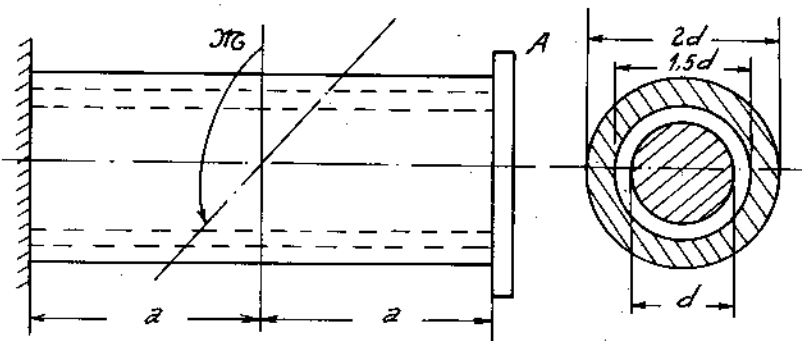
$$[\mathcal{M}_2] = \frac{0,2 \cdot 6^3 \cdot 4500}{0,835} = 116000 \text{ Ncm} = 1,16 \text{ kNm}$$

Vậy tải trọng cho phép :

$$[\mathcal{M}] = [\mathcal{M}_2] = 1,16 \text{ kNm}$$



Hình 6-9a



Hình 6-10

Ví dụ 6-11

Một ống đũa và một trục thép được liên kết và chịu lực như trên hình 6-10. Xác định mômen xoắn cho phép \mathcal{M} có thể tác dụng lên ống. Ứng suất cho phép của ống là $[\tau]_{th} = 9000 \text{ N/cm}^2$, của đũa là $[\tau]_d = 6000 \text{ N/cm}^2$, $G_{th} = 3G_d = 8,1 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$. Đường kính trục thép $d = 2 \text{ cm}$.

Bài giải

Khi bị xoắn tại đĩa A sẽ xuất hiện mômen xoắn phản lực \mathcal{M}_A . Điều kiện để xác định mômen này là :

$$\varphi_{Atr} = \varphi_{A\text{ống}}$$

hay

$$\frac{\mathcal{M}_A \cdot 2a}{G_t J_{\rho tr}} = \frac{\mathcal{M} \cdot a}{G_d J_{\rho \text{ống}}} = \frac{\mathcal{M}_A \cdot 2a}{G_d J_{\rho \text{ống}}}$$

Ta có :

$$J_{\rho tr} = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$J_{\rho \text{ống}} = \frac{\pi(2d)^4}{32} \left[1 - \left(\frac{1,5}{2} \right)^4 \right] = \frac{175}{512} d^4$$

$$\frac{J_{\rho \text{ống}}}{J_{\rho tr}} = \frac{175}{16}$$

Thay vào phương trình trên ta được : $\mathcal{M}_A \approx 0,108\mathcal{M}$

Dựa vào biểu thức mômen xoắn của ống và trục ta tính được mômen cho phép :

$$[\mathcal{M}]_{tr} = \frac{[\tau]_{th} W}{0,108} = \frac{9000 \cdot 0,2 \cdot 2^3}{0,108} = 1,33 \cdot 10^5 \text{ Ncm}$$

$$[\mathcal{M}]_{\text{ống}} = \frac{[\tau]_d \cdot W_{\text{ống}}}{0,892} = \frac{6000 \cdot 0,2 \cdot 4^3 (1 - 0,75^4)}{0,892} = 5,89 \cdot 10^4 \text{ Ncm.}$$

Như vậy, để bảo đảm điều kiện bền, chọn :

$$[\mathcal{M}] = 5,89 \cdot 10^4 \text{ Ncm.}$$

Ví dụ 6-12.

Một trục thép có một đầu được ngàm chặt và đầu kia gắn một thanh cứng nối với hai lò xo. Trục chịu mômen xoắn \mathcal{M} đặt ở giữa. Kiểm tra độ bền của lò xo và trục (H. 6-11). Biết :

$$\mathcal{M} = 2000 \text{ Nm} ; [\tau] = 1 \cdot 10^4 \text{ N/cm}^2,$$

$$[\tau]_{lx} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ N/cm}^2 ; d_{tr} = 5 \text{ cm.}$$

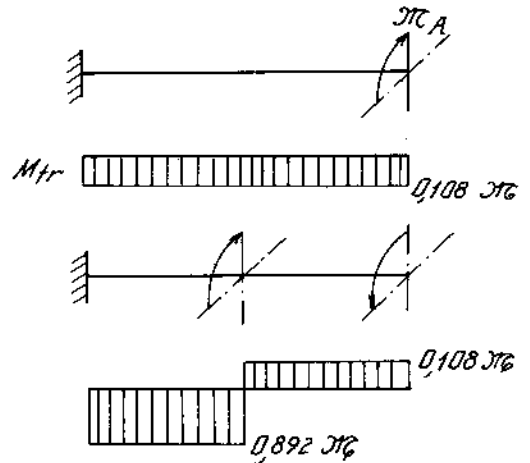
Kích thước lò xo : $D = 6 \text{ cm} ; d = 1 \text{ cm} ;$

$n = 8.$

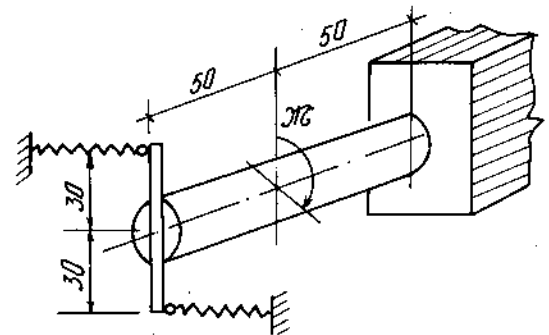
Bài giải.

Phương trình cân bằng của trục :

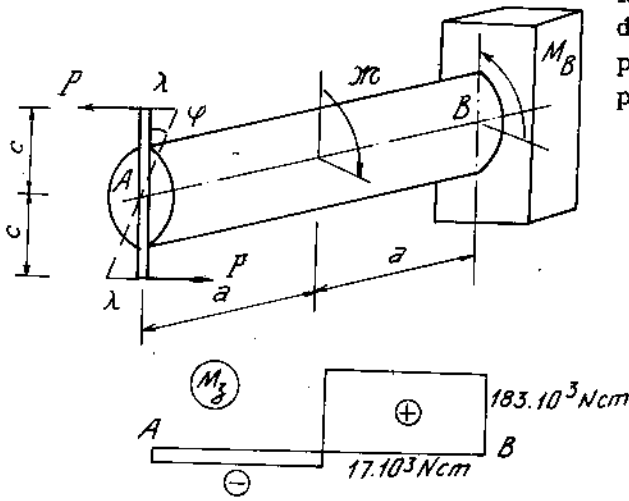
$$2 cP + M_B = \mathcal{M},$$



Hình 6-10a



Hình 6-11



Hình 6-11a

trong đó P là lực tác dụng của lò xo và M_B là mômen phản lực ở ngàm. Để xác định được hai ẩn số này, phải lập thêm phương trình biến dạng của trục, đó là phương trình góc xoay ở đầu A :

$$\varphi_A = \frac{\mathcal{K}a}{GJ_\rho} - \frac{2cP \cdot 2a}{GJ_\rho}$$

Thay

$$\varphi_A = \frac{\lambda}{c} = \frac{8PD^3n}{Gd^4c}$$

và

$$J_\rho = 0,1d_t^4,$$

$$\text{ta rút ra : } P = \frac{\frac{ca\mathcal{K}}{0,1d_t^4}}{\frac{8D^3n}{d^4} + \frac{4ac^2}{0,1d_t^4}}$$

Thay bằng số ta rút ra :

$$P = 287 \text{ N.}$$

Ứng suất trong lò xo :

$$\tau_{\max} = k \frac{8PD}{\pi d^3} = 1,25 \frac{8 \cdot 287 \cdot 6}{3,14 \cdot 1^3} = 5480 \text{ N/cm}^2 < [\tau]_{lx}$$

Biểu đồ mômen xoắn của trục vẽ trên hình (6-11a).

Ứng suất tiếp cực đại trên trục :

$$\tau_{\max} = \frac{M_{z\max}}{W_\rho} = \frac{183000}{0,2 \cdot 5^3} = 7320 \text{ N/cm}^2 < [\tau]_t$$

5. Lò xo hình trụ có bước ngắn chịu kéo nén

5-1. Các thông số cơ bản của lò xo hình trụ (H.6-12)

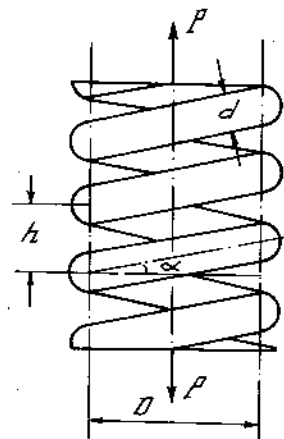
- n - số vòng của lò xo ;
- D - đường kính trung bình của lò xo ;
- d - đường kính dây lò xo ;
- h - bước của lò xo ;
- α - góc nghiêng của các vòng dây lò xo

5-2. Công thức ứng suất tiếp

Trên mặt cắt ngang của dây lò xo (khi bỏ qua ảnh hưởng của mômen uốn và lực dọc là bé) có các thành phần nội lực là mômen xoắn và lực cắt có các trị số

$$M_z = P \frac{D}{2}$$

$$Q = P$$



Hình 6-12

Ứng suất tiếp tại điểm nguy hiểm có trị số

$$\tau_{\max} = \frac{8 \cdot P \cdot D}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{2D}\right) \quad (6-16)$$

nếu $\frac{D}{d} > 5$ thì gần đúng :

$$\tau_{\max} = \frac{8 \cdot P \cdot D}{\pi d^3} \quad (6-17)$$

Trong tính toán để kể đến các ảnh hưởng của lực cắt, độ cong của vòng dây, người ta thường sử dụng công thức :

$$\tau_{\max} = k \frac{8PD}{\pi d^3} \quad (6-18)$$

trong đó :

$$k = \frac{\frac{D}{d} + 0,25}{\frac{D}{d} - 1} \quad (6-19)$$

Nếu mặt cắt ngang của dây lò xo là hình vuông hoặc chữ nhật ta dùng công thức sau :

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{\alpha a^2 b} = \frac{P \cdot D}{2 \alpha a^2 b} \quad (6-20)$$

($a > b$), các cạnh của hình chữ nhật ; α - trị số tra bảng tùy trị số a/b .

5-3. Độ co hay độ giãn của lò xo

Độ co hay độ giãn của lò xo λ được tính theo công thức :

$$\lambda = \frac{P}{C} = \frac{8PD^3 n}{Gd^4} \quad (6-21)$$

trong đó C gọi là độ cứng của lò xo và có giá trị :

$$C = \frac{Gd^4}{8D^3 n} \quad (6-22)$$

Có thứ nguyên $\frac{\text{lực}}{\text{chiều dài}}$; đơn vị thường dùng N/m ; N/cm

5-4 Lò xo siêu tĩnh

Phương pháp giải tương tự bài toán kéo nén siêu tĩnh

Ví dụ 6-13.

Van bảo hiểm A có gắn 1 đĩa đường kính $D = 6$ cm. Van được mở khi áp suất hơi $p = 10$ atm, hành trình của van là $h = 1$ cm, độ co cho phép lớn nhất của lò xo CE bằng 10 cm. Tính đường kính dây lò xo và số vòng. (H. 6-13)

Biết : $D = 6\text{cm}$, $AB = 10\text{cm}$, $BC = 50\text{cm}$,
 $[\tau] = 4.10^4 \text{ N/cm}^2$, $G = 8.10^6 \text{ N/cm}^2$.

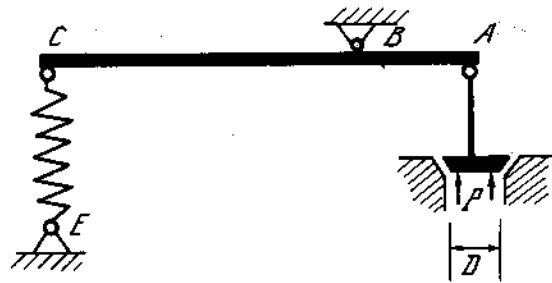
Bài giải

Khi van mở, áp lực tác dụng lên đĩa là :

$$P = \frac{\pi D^2}{4} p = \frac{3,14 \cdot 6^2}{4} 100 = 2826\text{N}.$$

Lực chuyển vào lò xo :

$$P_1 = 2826 \frac{AB}{BC} = 2826 \frac{10}{50} = 565\text{N}.$$



Hình 6-13

Khi van đi hết hành trình $h = 1\text{cm}$ thì lò xo bị co lại một đoạn là :

$$\lambda = 1 \cdot \frac{50}{10} = 5\text{cm}$$

Độ co của lò xo khi đặt vào kết cấu (van chưa mở) :

$$\lambda_1 = [\lambda] - \lambda = 10 - 5 = 5\text{cm}$$

Như vậy lực lớn nhất tác dụng vào lò xo khi van mở hết :

$$P_{\max} = P_1 \frac{\lambda}{\lambda_1} = 565 \cdot \frac{10}{5} = 1130\text{N}.$$

Ta tính được đường kính của lò xo với giả thiết $k = 1,2$.

$$d = \sqrt[3]{k \frac{8P_{\max} D}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{1,2 \frac{8 \cdot 1130 \cdot 6}{3,14 \cdot 40000}} = 0,83\text{cm}$$

Với $d = 0,83\text{cm}$ tính lại được giá trị của $k = 1,2$.

Từ
$$[\lambda] = \frac{8PD^3 n}{Gd^4}$$

rút ra số vòng lò xo :

$$n = \frac{[\lambda]Gd^4}{8PD^3} = \frac{10 \cdot 8 \cdot 10^6 \cdot 0,83^4}{8 \cdot 1130 \cdot 6^3} = 19 \text{ vòng}$$

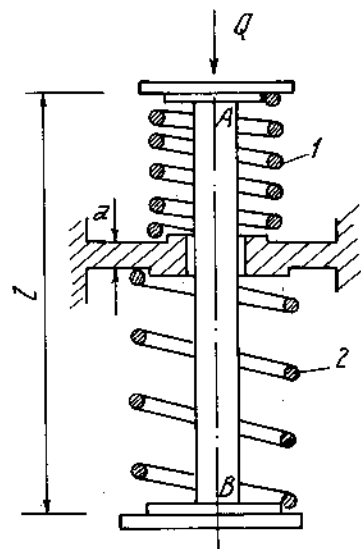
Ví dụ 6-14.

Hai lò xo có đường kính sợi dây bằng nhau $d = 8\text{mm}$, cùng số vòng $n = 10$, đường kính trung bình khác nhau $D_1 = 80 \text{ mm}$; $D_2 = 100\text{mm}$. Tổng chiều dài của hai lò xo $h_1 + h_2 = 400$ (H. 6-14)

1. Tính nội lực, ứng suất và biến dạng của mỗi lò xo khi lắp.

2. Tính tải trọng Q đặt vào để lò xo 2 ở trạng thái tự do.

3. Tính tải trọng cho phép.



Hình 6-14

Cho : $l = 210\text{mm}$, $a = 10\text{mm}$, $G = 8.10^6 \text{ N/cm}^2$, $[\tau] = 50000 \text{ N/cm}^2$

Bài giải

Đặt nội lực của lò xo 1 và 2 là P_1 và P_2 , ta lập được phương trình cân bằng (của thanh thép) :

$$P_1 - P_2 - Q = 0 \quad (a)$$

Đặt λ_1 và λ_2 là độ co của hai lò xo, ta được phương trình biến dạng :

$$l = h_1 - \lambda_1 + h_2 - \lambda_2 + a,$$

hay $21 = 41 - \lambda_1 - \lambda_2,$

hay $\lambda_1 + \lambda_2 = 20.$

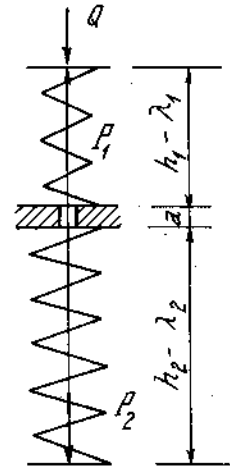
Thay λ bằng biểu thức tính theo nội lực, ta có :

$$\frac{8P_1 D_1^3 n}{Gd^4} + \frac{8P_2 D_2^3 n}{Gd^4} = 20,$$

hay $\frac{8 \cdot 8^3 \cdot 10}{8 \cdot 10^6 \cdot 0,8^4} P_1 + \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 10}{8 \cdot 10^6 \cdot 0,8^4} P_2 = 20,$

hay $0,0125 P_1 + 0,0244 P_2 = 20.$

(b)



Hình 6-14a

Giải (a) và (b) rút ra :

$$P_1 = 542 + 0,661 Q.$$

$$P_2 = 542 - 0,339 Q.$$

Khi lắp $Q = 0$:

$$P_1 = P_2 = 542 \text{ N.}$$

Ứng suất khi lắp :

$$\tau_1 = k_1 \frac{8P_1 D_1}{\pi d^3} = 1,14 \frac{8 \cdot 542 \cdot 8}{3,14 \cdot 0,8^3} = 24600 \text{ N/cm}^2,$$

$$\tau_2 = k_2 \frac{8P_2 D_2}{\pi d^3} = 1,11 \frac{8 \cdot 542 \cdot 10}{3,14 \cdot 0,8^3} = 29900 \text{ N/cm}^2.$$

Biến dạng (co) :

$$\lambda_1 = \frac{8P_1 D_1^3 n}{Gd^4} = \frac{8 \cdot 542 \cdot 8^3 \cdot 10}{8 \cdot 10^6 \cdot 0,8^4} = 6,78\text{cm}$$

$$\lambda_2 = \frac{8P_2 D_2^3 n}{Gd^4} = \frac{8 \cdot 542 \cdot 10^3 \cdot 10}{8 \cdot 10^6 \cdot 0,8^4} = 13,2\text{cm}$$

Muốn lò xo 2 ở trạng thái tự do thì $P_2 = 0$, tức là :

$$Q = \frac{542}{0,339} = 1600\text{N.}$$

Tải trọng cho phép tính từ điều kiện bền của lò xo 1 (khi đặt Q lò xo 2 giảm ứng suất)

$$\tau_1 = k \frac{8P_1 D_1}{\pi d^3} \leq 50000$$

hay

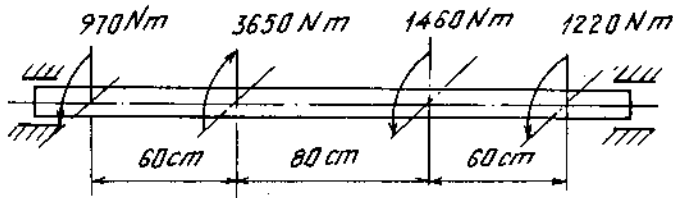
$$1,14 \frac{8(542 + 0,661Q)8}{3,14 \cdot 0,8^3} \leq 50000$$

hay

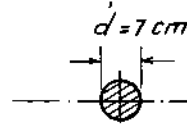
$$|Q| \leq 847N.$$

Bài tập

6*1. Vẽ biểu đồ mômen xoắn, tính ứng suất tiếp lớn nhất và góc xoắn giữa hai đầu thanh. Cho $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$ (H.6 - 15).

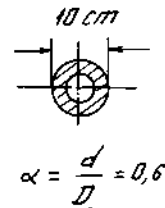
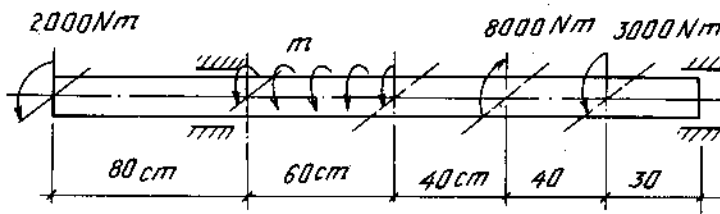


Hình 6-15



6*2. Xác định m để trục cân bằng. Vẽ biểu đồ mômen xoắn, tính ứng suất tiếp lớn nhất và góc xoắn giữa hai đầu trục (H. 6-16).

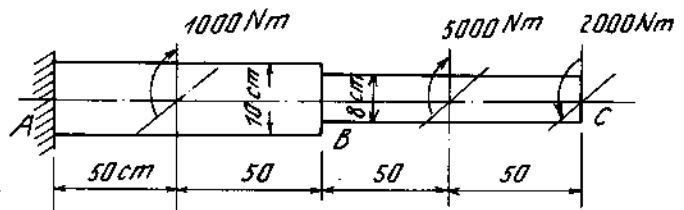
Cho : $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$.



Hình 6-16

6*3 Kiểm tra độ bền và độ cứng của trục tròn biết $[\tau] = 3000 \text{ N/cm}^2$, $[\theta] = 0,5^\circ/\text{m}$, $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$ (H. 6-17).

Tính góc xoắn tại B và C.



Hình 6-17

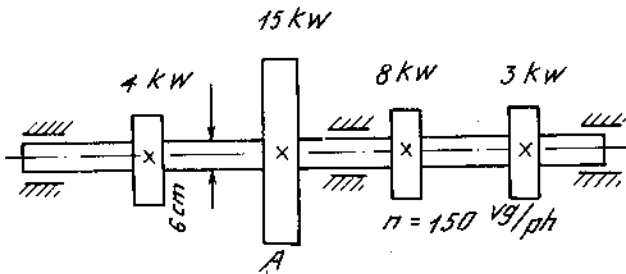
6*4 Kiểm tra độ bền và độ cứng trục tròn có đường kính $d = 6\text{cm}$, $[\tau] = 2000 \text{ N/cm}^2$, $[\theta] = 0,4^\circ/\text{m}$, $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$. Bánh A là bánh chủ động (H. 6-18).

6*5. Bộ phận hãm của cần trục có cấu tạo như trên hình (6-19).

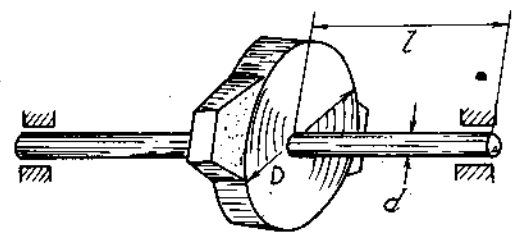
$D = 300 \text{ mm}$, $d = 30 \text{ mm}$, $l = 400\text{mm}$.

Xác định ứng suất tiếp lớn nhất và góc xoắn của trục khi lực ép lên má phanh là 800 N , hệ số ma sát giữa má phanh và bánh hãm là $f = 0,4$.

6*6. Người ta đặt một tenxômét theo phương xiên góc 45° với đường sinh của một trục tròn bị xoắn. Khi mômen xoắn tăng $\Delta M = 9000\text{Nm}$ thì độ giãn của tenxômét

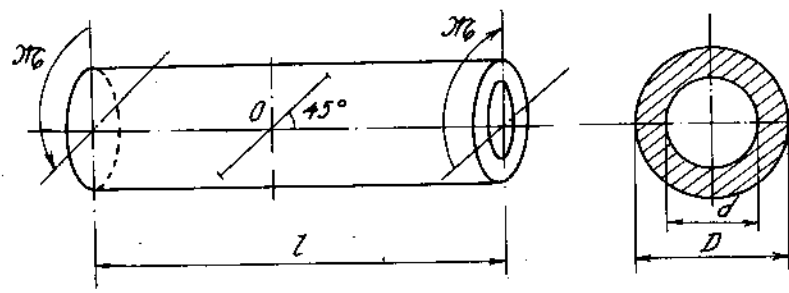


Hình 6-18



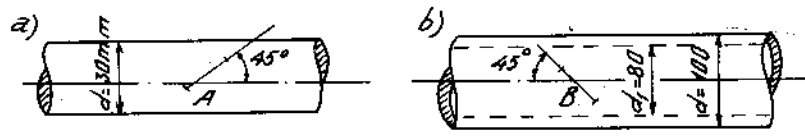
Hình 6-19

tăng thêm $\Delta s = 12\text{mm}$. Biết hệ số khuếch đại của tenxômét $k = 1000$, chuẩn đo $s = 20\text{mm}$, $l = 1\text{m}$, $D = 12\text{cm}$, $d = 8\text{cm}$. Xác định môđun đàn hồi trượt G và gia số góc xoắn φ của trục (H. 6-20).



Hình 6-20

6*7. Xác định giá trị mômen xoắn M tác dụng vào trục, nếu bằng tấm diện trở ta đo được biến dạng tương đối theo phương xiên góc 45° đối với đường sinh (H.6-21) :



Hình 6-21

$$\varepsilon_A = 30 \cdot 10^{-5}$$

$$\varepsilon_B = 34 \cdot 10^{-5}$$

Cho : $E = 2.10^7 \text{N/cm}^2$;
 $\mu = 0,3$.

6*8. Hai trục có cùng chiều dài, cùng trọng lượng và cùng

vật liệu. Trục đặc có đường kính D_0 và trục rỗng có tỉ số :

$$\alpha = \frac{d}{D} = 0,6.$$

Tìm tỉ số mômen xoắn để ứng suất tiếp lớn nhất trên các mặt cắt ngang của chúng bằng nhau. So sánh độ cứng giữa hai trục.

Để độ bền của trục rỗng bằng độ bền của trục đặc, có thể giảm trọng lượng của nó xuống bao nhiêu?

6*9. Một trục đặc và một trục rỗng có trọng lượng bằng nhau và chịu cùng một mômen xoắn. Trục rỗng có đường kính trong 75% đường kính ngoài.

So sánh ứng suất tiếp lớn nhất trên hai trục.

6*10. Để giảm trọng lượng một trục đặc xuống 25%, người ta đem gia công thành rỗng có đường kính ngoài bằng 2 lần đường kính trong. Hỏi trục có đủ bền không nếu ứng suất tiếp lớn nhất trên trục đặc bằng 5600N/cm^2 và ứng suất tiếp cho phép $[\tau] = 6000 \text{N/cm}^2$.

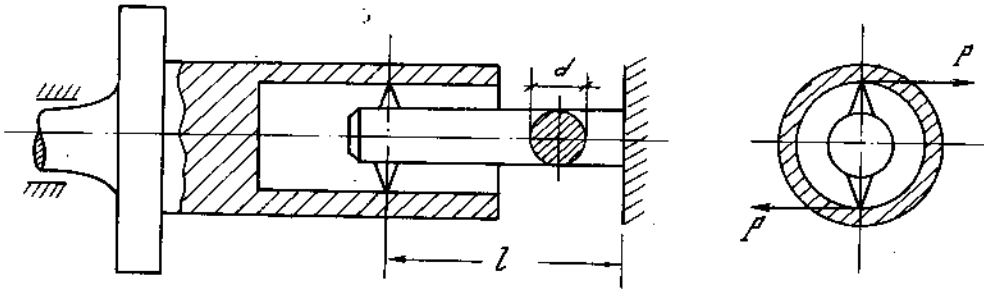
6*11. Người ta đem một trục đặc đường kính 20cm gia công thành rỗng có đường kính trong bằng 0,6 lần đường kính ngoài.

Xác định đường kính ngoài của trục rỗng sao cho ứng suất tiếp lớn nhất của chúng bằng nhau.

So sánh trọng lượng giữa hai trục.

6*12. Một bộ phận tiện trong cơ cấu tạo như hình (6 - 22). Tính đường kính d của trục lắp dao tiện nếu công suất của động cơ điện bằng 10kW, hệ số hiệu suất $\eta = 0,8$, $n = 60\text{vg/ph}$, $l = 1600\text{mm}$, $[\tau] = 4000 \text{ N/cm}^2$.

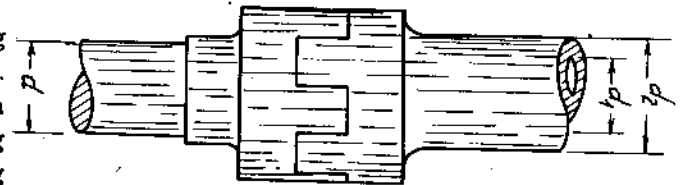
Tính góc xoắn của trục, biết $G = 8.10^6 \text{ N/cm}^2$.



Hình 6-22

6*13. Hai đoạn trục đặc và rỗng được nối với nhau bằng khớp li hợp. Trục nhận được công suất $N = 7,5 \text{ kW}$ số vòng quay $n = 100\text{vg/ph}$. Tính kích thước mặt cắt ngang của hai trục, biết $[\tau] = 2000 \text{ N/cm}^2$. Tỉ số giữa đường kính trong và ngoài của trục rỗng bằng $\frac{1}{2}$ (H.6 - 23).

6*14. Một trục đặc có đường kính bằng 10cm chịu tác dụng của mômen xoắn M . Xác định kích thước mặt cắt ngang của một trục rỗng có cùng chiều dài, cùng độ bền và độ cứng bằng 1,5 lần độ cứng của trục đặc trên.

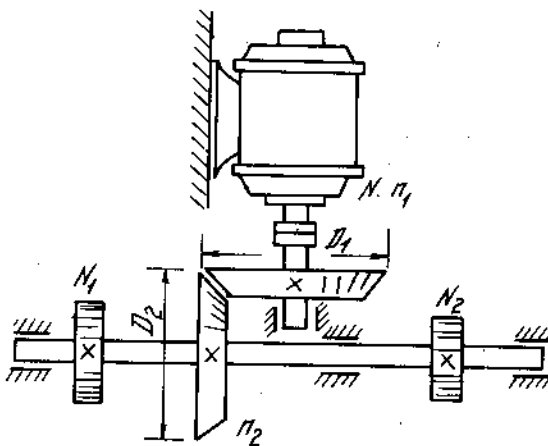


Hình 6-23

So sánh trọng lượng giữa hai trục.

6*15. Xác định đường kính của hai trục (H. 6 - 24) biết $[\tau] = 4000 \text{ N/cm}^2$, $[\theta] = 0,3^\circ/\text{m}$, $N = 22 \text{ kW}$, $n_1 = 1200 \text{ vg/ph}$, $D_1 = 150\text{mm}$, $D_2 = 290\text{mm}$, $N_1 = 0,6N$, $N_2 = 0,4N$.

6*16. Trục AB mang 4 puli. Puli 1 nhận được công suất bằng 118kW và truyền cho các puli 2, 3, 4, các công suất là $N_2 = 51,5 \text{ kW}$; $N_3 = 40,5 \text{ kW}$; $N_4 = 26\text{kW}$. Xác định đường kính của trục nếu $n = 720 \text{ vg/ph}$, $[\tau] = 3000 \text{ N/cm}^2$ (H. 6-25)



Hình 6-24

Nếu sắp xếp các puli một cách hợp lí theo hình b thì đường kính của trục sẽ giảm xuống bao nhiêu lần?

6*17. Hai trục đường kính bằng 7,5cm và 10cm được nối với nhau bằng 6 bu lông có đường kính bằng 20mm. Xác định công suất có thể truyền đến hệ trục nếu vật liệu làm đinh có $[\tau]_d = 2500 \text{ N/cm}^2$, và trục có $[\tau]_{tr} = 6000 \text{ N/cm}^2$. Trục quay 120 vg/ph. Tâm đinh nằm trên đường tròn đường kính 25cm (H. 6-26).

6*18. Hai trục đường kính bằng 10cm được nối với nhau bằng mặt bích. Các bulông nối có đường kính $d = 2\text{cm}$. Xác định số bulông cần thiết nếu chúng được bố trí trên một

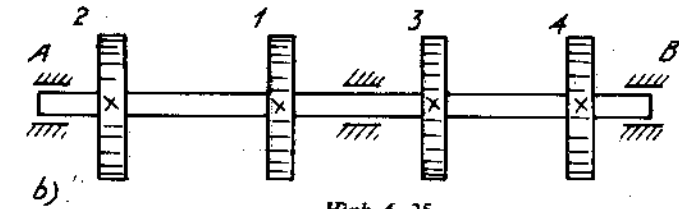
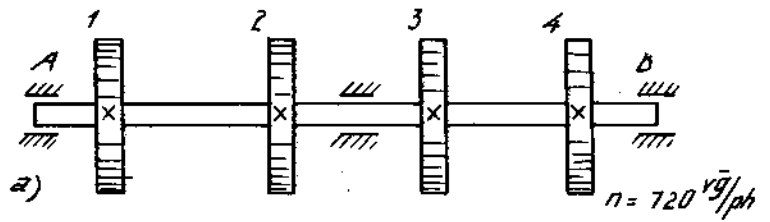
đường tròn đường kính 20cm.
 Ứng suất tiếp cho phép của
 bulông bằng 4000 N/cm^2 và của
 trục bằng 6000 N/cm^2 . (H. 6-27)

6*19. Một thanh thép chữ

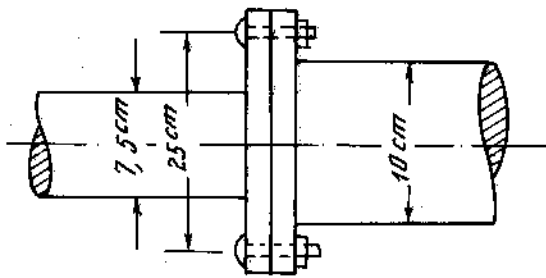
[$N = 22a$ chịu mômen xoắn
 $M = 240 \text{ Nm}$. Tính ứng suất
 tiếp lớn nhất trên mặt cắt ngang.

6*20. Biến chỉ đường gồm có
 một cột rỗng đường kính trung
 bình $D_{tb} = 15 \text{ cm}$ và một biến
 kích thước như trên hình (6-28).

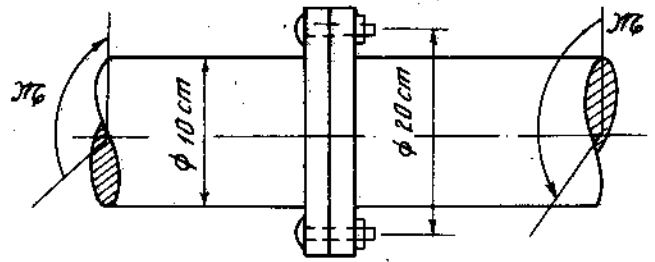
Áp lực lớn nhất của gió thổi



Hình 6-25



Hình 6-26



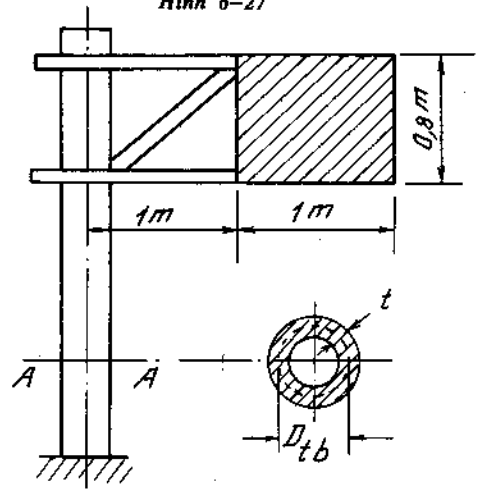
Hình 6-27

vuông góc lên biển, giả thiết phân bố đều bằng 2000 N/m^2 .

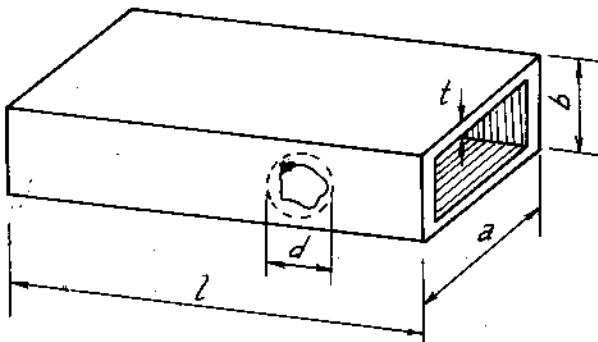
Xác định chiều dày t của ống sao cho ứng suất tiếp
 lớn nhất trên mặt cắt ngang không được vượt quá
 3000 N/cm^2 .

Tính góc xoắn tương đối của cột.

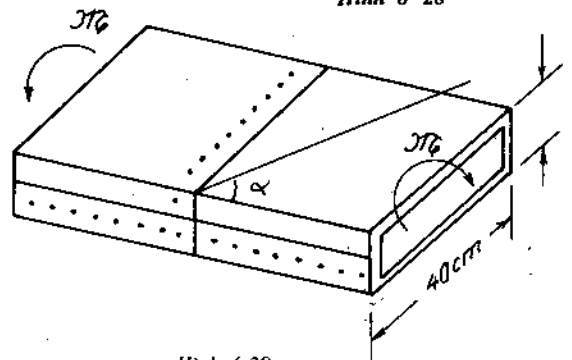
6*21. Một thanh hình hộp được cuốn bằng lá thép
 dày $t = 2 \text{ mm}$ chịu mômen xoắn $M = 20000 \text{ Nm}$. Kiểm
 tra độ bền của thanh nếu $[\tau] = 1.10^4 \text{ N/cm}^2$. Chọn
 đường kính đinh tán và tính bước đinh. Biết vật liệu
 làm đinh có $[\tau] = 9000 \text{ N/cm}^2$ và $[\sigma]_{dáp} = 2.1.10^4 \text{ N/cm}^2$.
 Nếu bố trí đinh trên một đường hợp với trục thanh



Hình 6-28



Hình 6-30



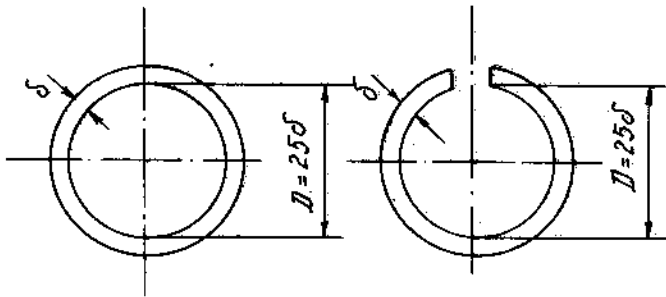
Hình 6-29

một góc α bất kì thì bước đinh thay đổi thế nào ? (H. 6 - 29).

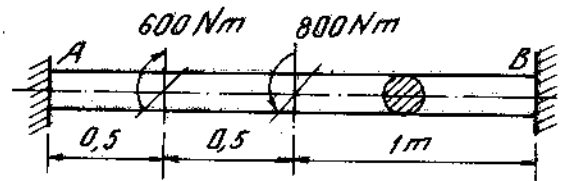
6*22. Một thanh mỏng, mặt cắt ngang hình hộp, chịu mômen xoắn $\mathcal{M} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ Nm}$, $l = 1,6\text{m}$, $a = 40\text{cm}$, $b = 20\text{cm}$, $t = 0,3\text{cm}$. Một phía thành bị thủng một lỗ nằm trong vòng tròn đường kính $d = 12\text{cm}$. Cần phải vá vào đó một miếng dày 3mm . Tìm dạng của miếng vá để độ bền của nó bằng độ bền của thanh mà tổn ít đinh tán nhất (hình tròn, vuông, hoặc tam giác đều). Chọn đường kính tính bước đinh và xác định số đinh tán cần thiết. Cho: $[\tau] = 6000 \text{ N/cm}^2$, $[\sigma]_d = 2,6 \cdot 10^4 \text{ N/cm}^2$ (H. 6-30)

6*23. So sánh độ bền và độ cứng của hai ống mỏng chịu xoắn : một ống liền và một ống bị xẻ một rãnh dọc trục (H. 6-31).

6*24. Tính đường kính của thanh AB biết $[\tau] = 4000 \text{ N/cm}^2$, $[\theta] = 0,25^\circ/\text{m}$
 $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$ (H. 6-32).

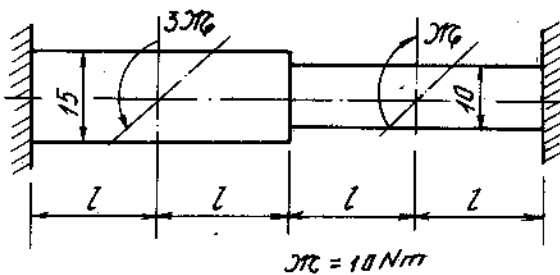


Hình 6-31

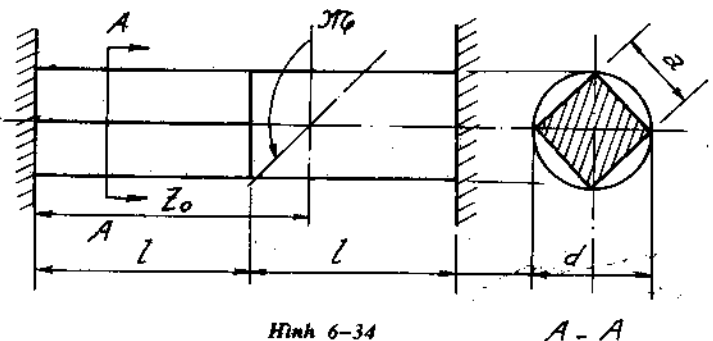


Hình 6-32

6*25. Vẽ biểu đồ mômen xoắn và tính ứng suất tiếp lớn nhất trên các mặt cắt ngang nguy hiểm của trục tròn như trên hình (6-33).



Hình 6-33

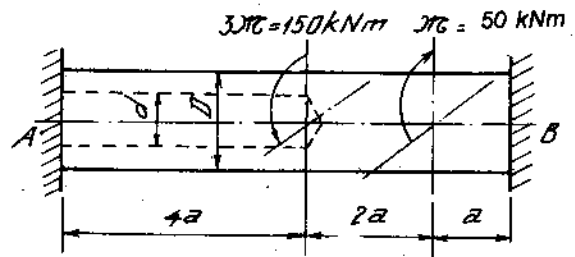


Hình 6-34

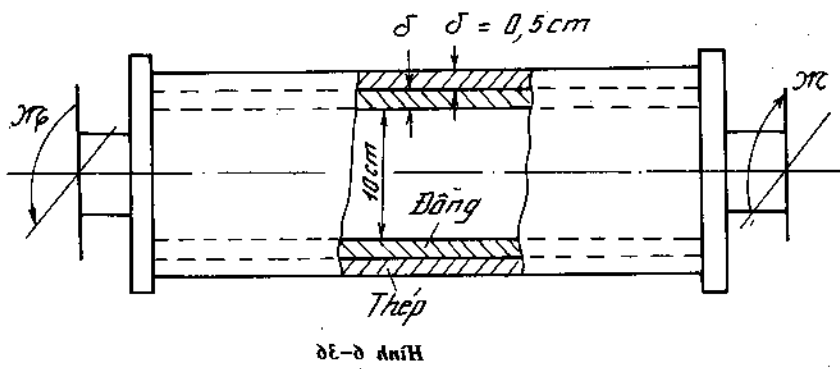
A - A

6*26. Một trục thép một nửa có mặt cắt ngang hình vuông, nửa còn lại là hình tròn. Xác định khoảng cách Z_0 để mômen phản lực tại hai ngàm bằng nhau. Nếu $\mathcal{M} = 600 \text{ Nm}$, $d = 4\text{cm}$, $[\tau] = 4500 \text{ N/cm}^2$, thì trong trường hợp đó, trục có đủ độ bền không ? (H. 6-34).

6*27. Trục AB, đường kính bằng D, có khoan một lỗ dọc với đường kính $d = 0,5 D$ từ đầu bên trái. Xác định giá trị của D biết $[\tau] = 6000 \text{ N/cm}^2$. Trục chịu những ngẫu lực xoắn như trên hình 6-35.



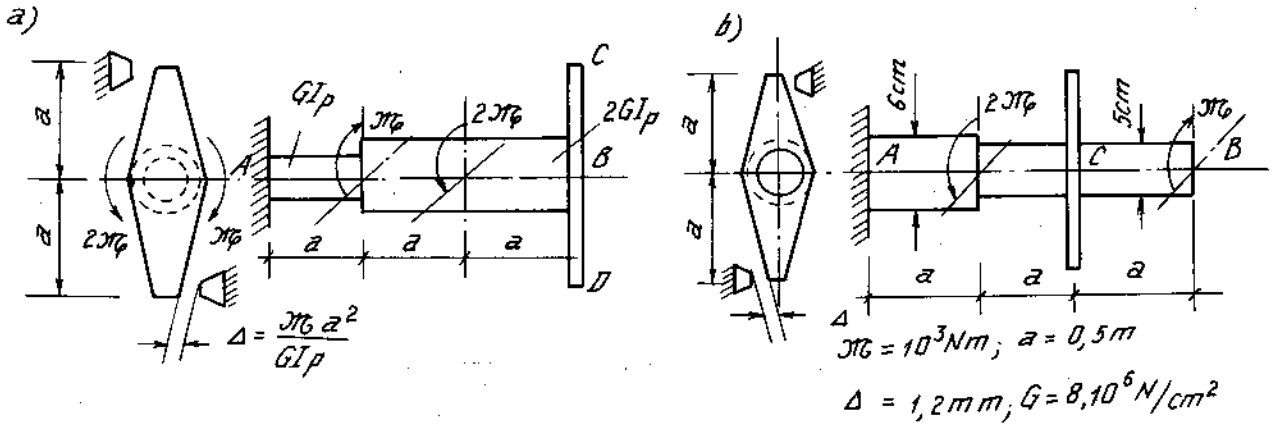
Hình 6-35



6*28. Hai ống đồng và thép được lồng vào nhau và gắn cứng hai đầu. Ống chịu tác dụng của mômen xoắn $M = 3000 \text{ Nm}$. Xác định ứng suất tiếp lớn nhất trên mặt cắt ngang của mỗi ống (H. 6-36).

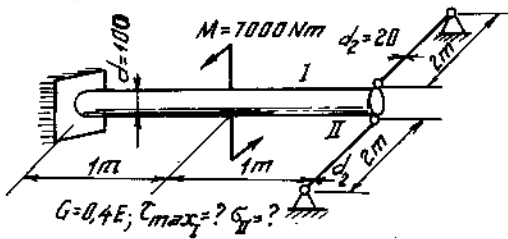
$$G_{th} = 2G_d = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2.$$

6*29. Vẽ biểu đồ mômen xoắn của các thanh chịu lực như hình 6-37.

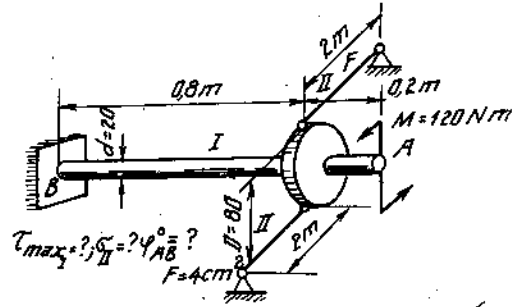


Hình 6-37

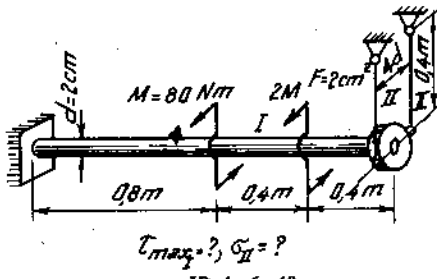
6*30-35. Xác định các đại lượng theo điều kiện ghi trên hình 6-38 ÷ H. 6-43. Cho $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2, G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$



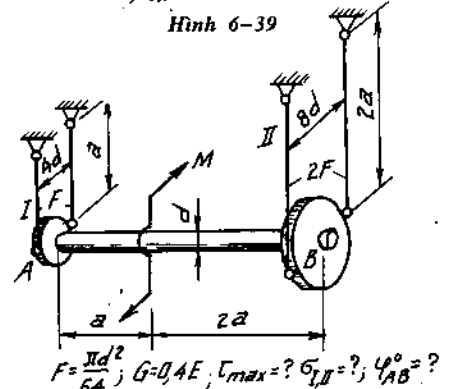
Hình 6-38



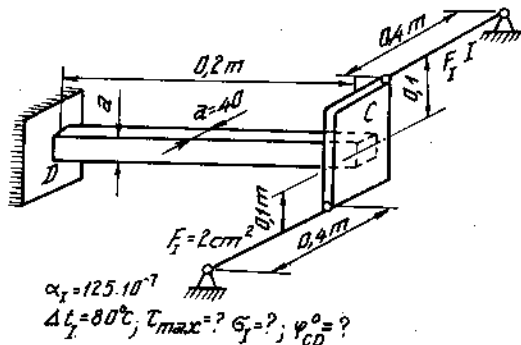
Hình 6-39



Hình 6-40



Hình 6-41



Hình 6-42

6*36. Phải ép trước lò xo trong một thiết bị bảo hiểm một đoạn bằng bao nhiêu để thanh kéo 1 tách khỏi thanh 2 khi lực tác dụng $P \geq 300 \text{ N}$. Tính ứng suất tiếp lớn nhất trong lò xo (H. 6-44)

Biết $D = 32 \text{ mm}$, $d = 4 \text{ mm}$, $n = 6$, vật liệu là thép.

6*37. Bộ phận giảm chấn trong cần trục cấu tạo như hình 6-45. Lực tác dụng vào lò xo bằng 14700 N . Tính đường kính và số vòng của dây lò xo, nếu đường kính trung bình $D = 160 \text{ mm}$, độ co $\lambda = 290 \text{ mm}$ và $[\tau] = 5 \cdot 10^4 \text{ N/cm}^2$.

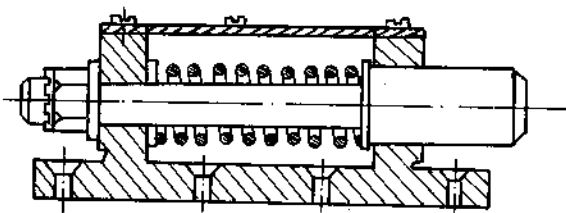
6*38. Tính ứng suất trong lò xo 1 và 2 khi nối lò xo với thanh AB. Biết:

$$\Delta = 0,5 \text{ cm}, D_1 = 6 \text{ cm},$$

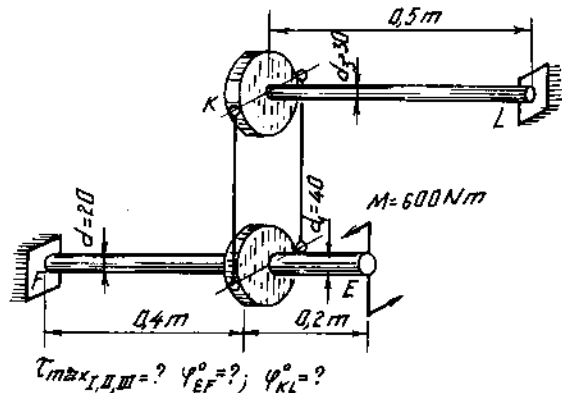
$$d_1 = 1 \text{ cm}, n_1 = 10 ; D_2 = 5 \text{ cm},$$

$$d_2 = 0,8 \text{ cm}, n_2 = 8,$$

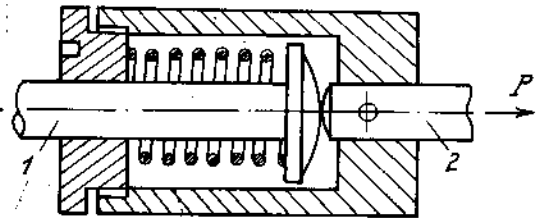
$$G_1 = G_2 = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2 \text{ (H. 6-46)}.$$



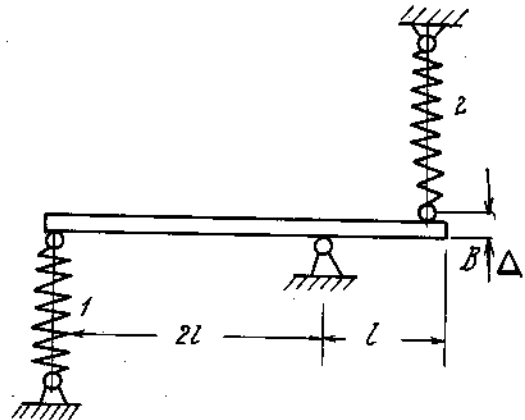
Hình 6-45



Hình 6-43



Hình 6-44

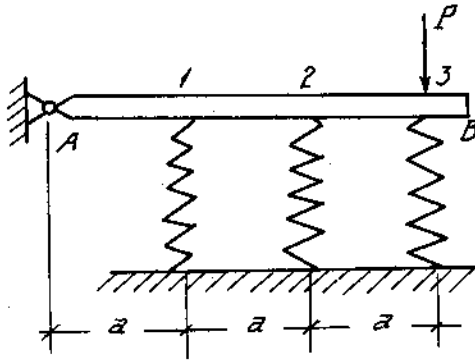


Hình 6-46

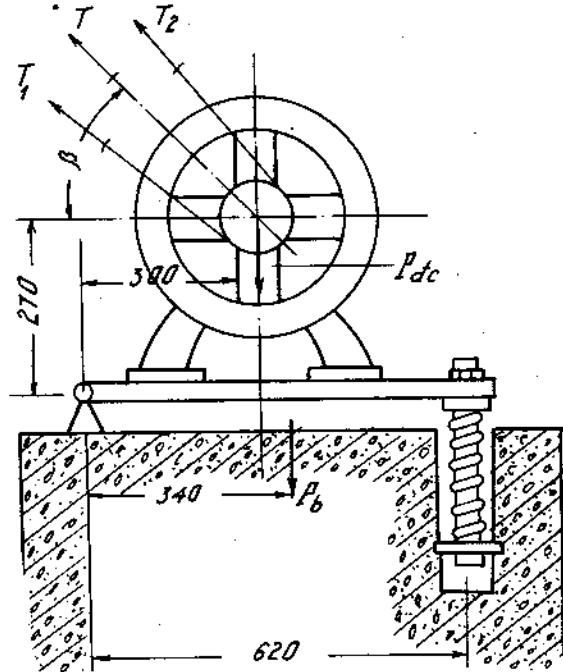
6*39. Để điều chỉnh lực căng trong dây đai của động cơ điện người ta đặt động cơ lên một bộ cơ cấu tạo như hình 6-47. Trọng lượng của bộ là $P_b = 650 \text{ N}$, trọng lượng động cơ là $P_{dc} = 1600 \text{ N}$. Lực căng tổng hợp trong các dây đai $T = 1200 \text{ N}$,

góc $\beta = 60^\circ$. Tính đường kính trung bình của lò xo, đường kính dây lò xo và số vòng nếu $\frac{D}{d} = 6$, $[\tau] = 3.10^4 \text{ N/cm}^2$, $[\lambda] = 11\text{mm}$, $G = 8.10^6 \text{ N/cm}^2$.

6*40. Một thanh cứng AB được đặt trên ba lò xo có cùng số vòng và chịu một lực P đặt ở đầu B như trên hình 6-48. Tính đường kính các dây lò xo sao cho ứng suất tiếp lớn nhất của chúng đều bằng ứng suất cho phép. Đường kính trung bình của lò xo bằng 5 lần đường kính sợi lò xo.



Hình 6-48



Hình 6-47

6*41. Một lò xo được nén cho đến khi các vòng sát vào nhau. Tính giá trị lực P cần thiết và ứng suất phát sinh τ_{\max} , biết $D = 50\text{mm}$, bước của các vòng $t = 15\text{mm}$, $n = 10$, cạnh của mặt cắt sợi lò xo hình vuông $a = 5\text{mm}$, $G = 8.10^4 \text{ MN/m}^2$.

6*42. Hai lò xo được nén bằng cùng một lực P (lò xo thứ nhất mặt cắt tròn, lò xo thứ hai mặt cắt hình vuông cạnh bằng a).

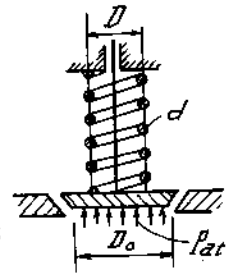
Tính tỉ số $\tau_{\max 1} / \tau_{\max 2}$ và λ_1 / λ_2 , biết rằng:

$$D_1 = D_2; n_1 = n_2; \pi d_1^2 / 4 = a^2; G_1 = G_2.$$

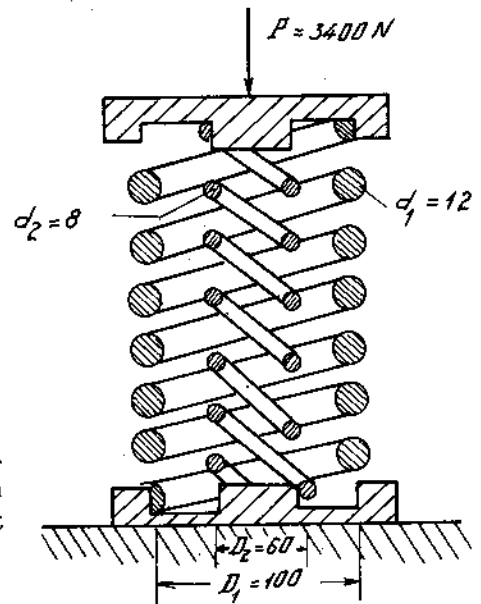
6*43. Một van an toàn phải giữ áp suất hơi nước $p = 5\text{atm}$. Tính τ_{\max} , n và λ_0 của lò xo, biết $D = 80\text{mm}$, $D_0 = 60\text{mm}$, $d = 10\text{mm}$, $t = 18\text{mm}$; $G^0 = 8.10^5 \text{ kG/cm}^2$; độ lún của lò xo để cho các vòng chạm nhau là 40mm. Giả thiết khi van mở cao nhất (áp suất tăng trong quá trình van bị mở) phải còn 20mm dự trữ (H. 6-49).

6*44. Kiểm tra bền hai lò xo 1 và 2 (H. 6-50). Biết: $n_1 = 12$, $n_2 = 10$, $[\tau]_1 = [\tau]_2 = 5.10^4 \text{ N/cm}^2$, $G_1 = G_2 = 8.10^6 \text{ N/cm}^2$.

6*45. So sánh tải trọng cho phép và độ cứng của hai lò xo xoắn ốc làm bằng sợi thép có cùng diện tích mặt cắt ngang, cùng số vòng và được làm bằng một loại vật liệu (H. 6-51) có:



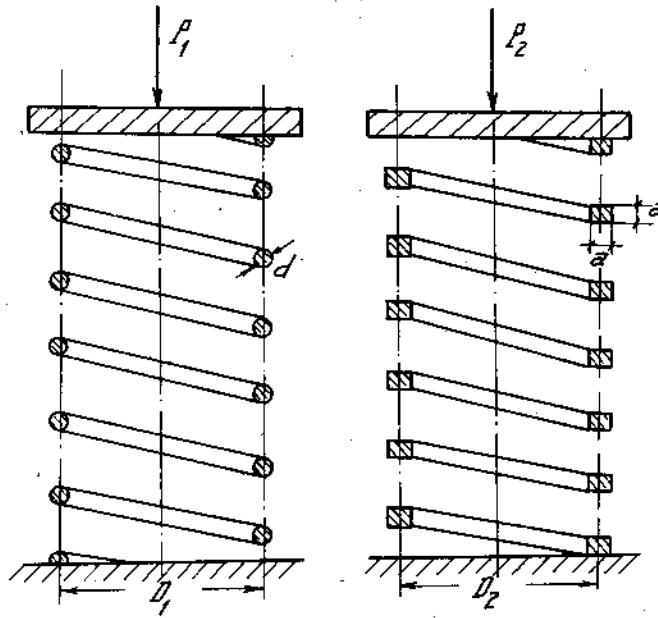
Hình 6-49



Hình 6-50

$$[\tau] = 4 \cdot 10^4 \text{ N/cm}^2, G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$$

$$n = 8, D_1 = D_2 = D = 10 \text{ cm}, d = 1,2 \text{ cm}.$$



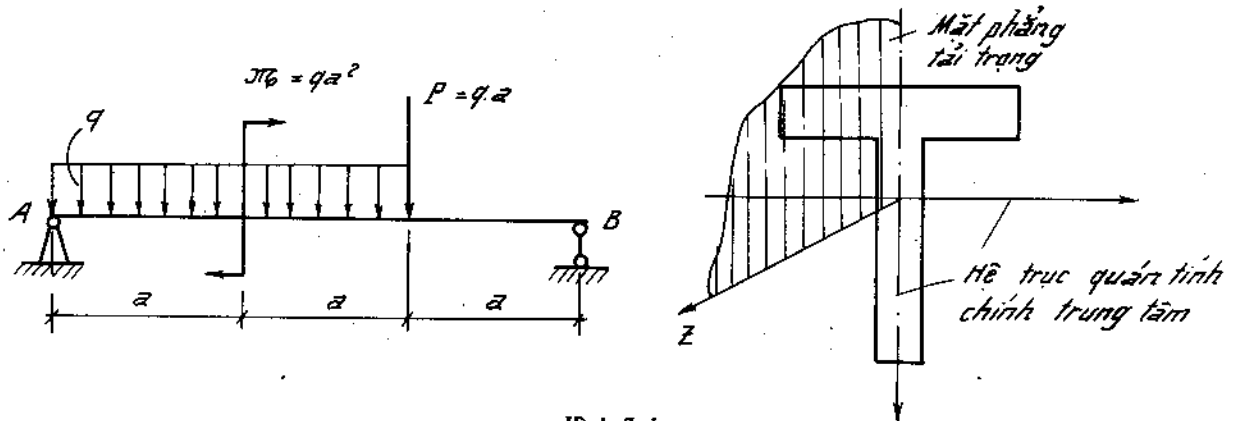
Hình 6-51

Chương 7

UỐN PHẪNG

1. Lực cắt, mômen uốn, biểu đồ nội lực

Xét dầm chịu uốn phẳng như (H. 7-1). oz trục của thanh, oy trùng với trục quán tính chính trung tâm. V_A, V_B thành phần phản lực ở gối tựa A và B được xác định nhờ các phương trình cân bằng tĩnh học.



Hình 7-1

Lực cắt Q_z và mômen uốn M_x tại một mặt cắt ngang bất kì được xác định nhờ phương pháp mặt cắt. Giá trị của nó được xác định bởi các biểu thức sau :

$$Q_y(z) = \sum P_{i(y)} \quad (7-1)$$

$$M_x(z) = \sum m(P_i) \quad (7-2)$$

trong đó

$\sum P_{i(y)}$ - Tổng đại số hình chiếu tất cả những ngoại lực (lực tập trung, lực phân bố), tác dụng vào phần dầm ở một bên của mặt cắt lên trục y.

$\sum m(P_i)$ - Tổng đại số mômen của tất cả các ngoại lực (lực tập trung, lực phân bố, mômen tập trung, mômen phân bố...) tác dụng vào phần dầm ở một bên của mặt cắt đối với trọng tâm 0 của mặt cắt.

Dấu của lực cắt Q và mômen uốn được coi là dương hoặc âm tùy theo chiều của chúng cho như trên (H. 7-2).

Biểu đồ nội lực.

Biểu đồ nội lực là đồ thị biểu diễn sự biến thiên nội lực theo trục thanh.

Trình tự vẽ biểu đồ nội lực như sau:

- Xác định các phản lực tại các liên kết (Trường hợp thanh dầm ngàm đầu tự do thì không cần thiết)

- Phân đoạn - Trên cơ sở làm sao cho từng đoạn biểu thức của lực cắt và mômen uốn là liên tục.

- Viết phương trình cho từng đoạn - dựa trên cơ sở phương pháp mặt cắt, cắt tại một tọa độ bất kì

- Căn cứ vào phương trình vẽ biểu đồ cho từng đoạn
- Kiểm tra kết quả nhờ các nhận xét sau:

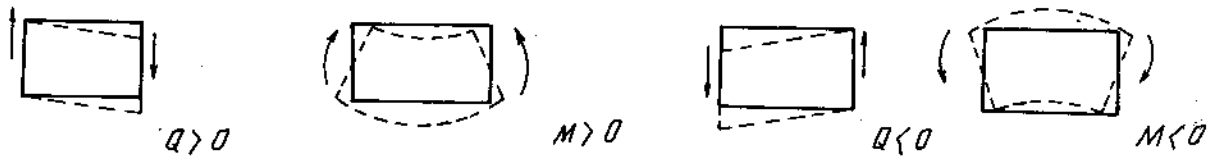
Trên biểu đồ lực cắt Q , tại vị trí tương ứng với mặt cắt có đặt lực tập trung, có bước nhảy mà độ lớn bằng giá trị của lực tập trung (H. 7-1)

Trên biểu đồ mômen uốn M , tại vị trí tương ứng với mặt cắt có đặt ngẫu lực, có bước nhảy mà độ lớn bằng giá trị của ngẫu lực (H. 7-1)

Đối với dầm không có ngẫu lực uốn phân bố tác dụng, giữa tải trọng phân bố $q(z)$; lực cắt $Q_y(z)$ và mômen uốn $M_x(z)$ có quan hệ vi phân sau:

$$q = \frac{dQ}{dz}; \quad Q = \frac{dM}{dz} \quad \text{hay} \quad q = \frac{d^2M}{dz^2} \quad (7-3)$$

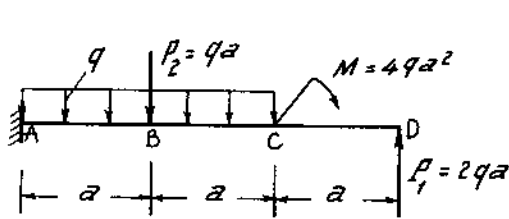
Có nghĩa trên đoạn dầm có tải trọng phân bố $q(z)$: Nếu $q(z)$ là hàm đại số có bậc $n : q(z)^n$, thì lực cắt Q_y là hàm đại số có bậc cao hơn một, và mômen uốn có bậc cao hơn hai so với hàm của tải trọng phân bố. Tại mặt cắt có giá trị lực cắt $Q = 0$ thì mômen uốn có giá trị cực trị



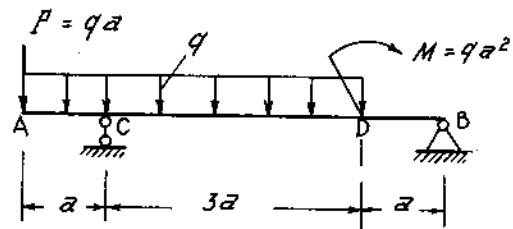
Hình 7-2

Vi dụ 7-1 ; 7-2.

Vẽ biểu đồ nội lực của dầm cho trên hình (7-3) ; (7-4)



Hình 7-3



Hình 7-4

Bài giải 7-1.

Do sự phân bố của tải trọng, ta phân dầm làm ba đoạn tính toán AB, BC và CD.

Đoạn AB ($0 \leq z_1 \leq a$). $Q_1 = -P_1 = -2qa$
 $M_1 = P_1 z_1 = 2qaz_1$.

Đoạn BC ($a \leq z_2 \leq 2a$). $Q_2 = -P_1 + q(z_2 - a) = q(z_2 - 3a)$,

$$M_2 = P_1 z_2 - q \frac{(z_2 - a)^2}{2} - M.$$

Đoạn CD ($2a \leq z_3 \leq 3a$).

$$Q_3 = -P_1 + P_2 + q(z_3 - a) = q(z_3 - 2a),$$

$$M_3 = P_1 z_3 - P_2(z_3 - 2a) - M - \frac{q}{2}(z_3 - 2a)^2. \quad a)$$

Dựa vào các biểu thức của Q và M trong các đoạn đã viết ở trên ta vẽ được biểu đồ Q và M như trên hình vẽ. (7-3a).

Bài giải 7-2.

Ta có các phương trình cân bằng :

$$\sum M_A = 0 \text{ hay } B \cdot 4a + P \cdot a - M - q \cdot 4a \cdot a = 0,$$

$$\sum M_B = 0 \text{ hay } A \cdot 4a - P \cdot 5a - q \cdot 4a \cdot 3a + M = 0.$$

Từ đó rút ra :

$$A = 4qa,$$

$$B = qa.$$

Ta chia dầm làm 3 đoạn : CA, AD, và DB. c)

Đoạn CA ($0 \leq z_1 \leq a$)

$$Q_1 = -P - qz_1,$$

$$M_1 = -Pz_1 - q \frac{z_1^2}{2}.$$

Đoạn AD ($0 \leq z_2 \leq 4a$)

$$Q_2 = -P - qz_2 + A,$$

$$M_2 = -Pz_2 - q \frac{z_2^2}{2} + A(z_2 - a).$$

Đoạn DB ($0 \leq z_3 \leq a$)

$$Q_3 = -B = -qa,$$

$$M_3 = Bz_3 = qaz_3.$$

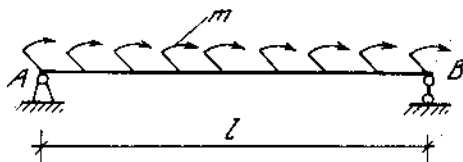
Biểu đồ Q và M như trên hình vẽ. (7-4a)

Ví dụ 7-3.

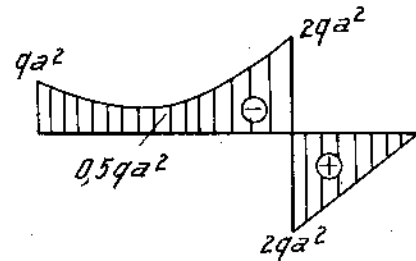
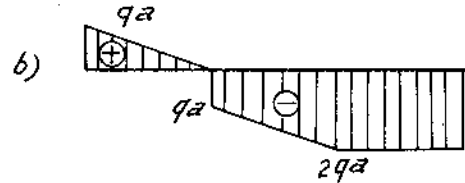
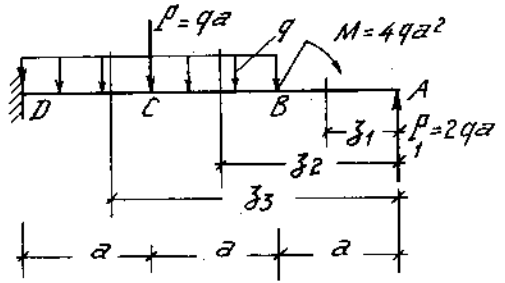
Vẽ biểu đồ lực cắt và mômen uốn của dầm chịu tải trọng là ngẫu lực phân bố đều như hình 7-5. Trong trường hợp này hãy phát biểu về liên hệ vi phân giữa nội lực và ngoại lực.

Bài giải

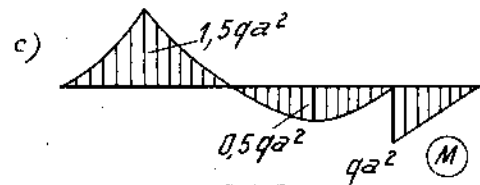
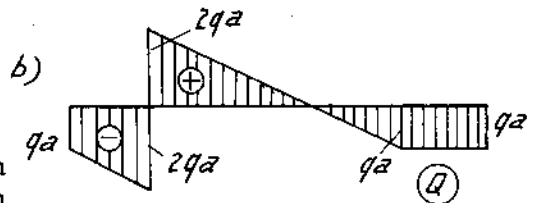
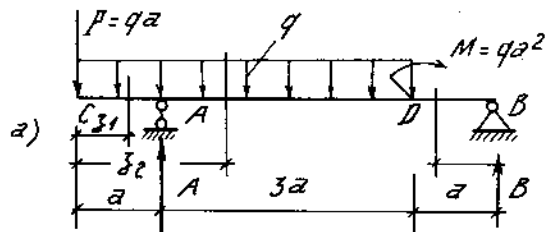
Từ hai phương trình cân bằng



Hình 7-5



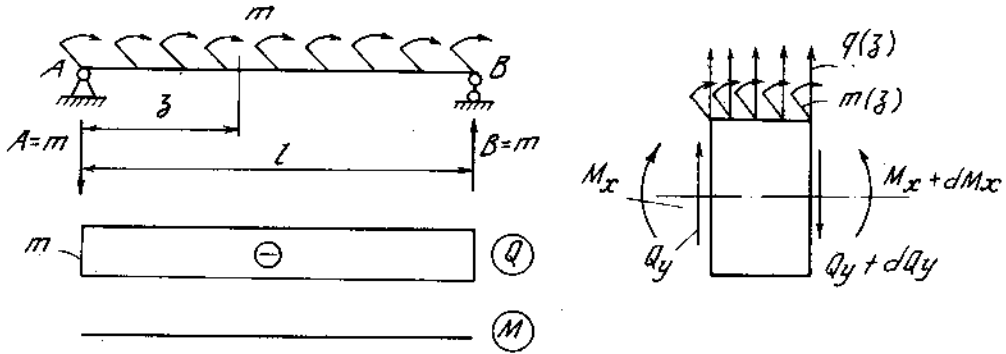
Hình 7-3a



Hình 7-4a

$$\sum M_A = ml - Bl = 0,$$

$$\sum Y = -A + B = 0,$$



Hình 7-5a

ta rút ra :

$$A = B = m$$

Biểu thức mômen uốn và lực cắt :

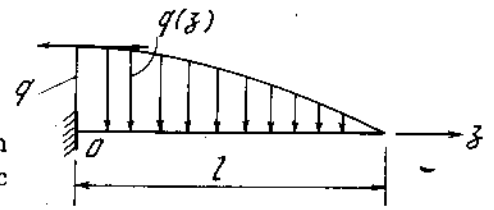
$$Q = -m ; M = -mz + mz = 0.$$

Xét sự cân bằng của một phân tố dầm chịu ngoại lực là tải trọng thẳng đứng q và ngẫu lực phân bố m , ta rút ra liên hệ vi phân :

$$\frac{dQ_y}{dz} = q(z) , \quad \frac{dM_x}{dz} = Q_y + m.$$

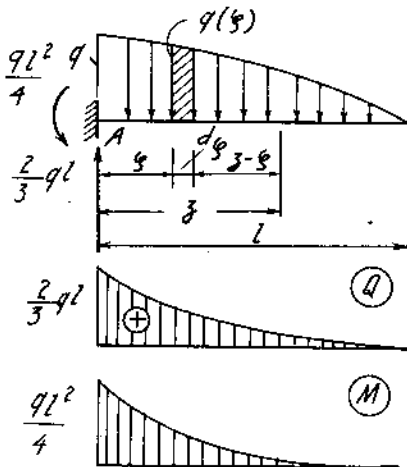
Ví dụ 7-4

Vẽ biểu đồ lực cắt và mômen uốn của dầm công xon chịu tải trọng phân bố theo hàm bậc hai (H. 7-6).



Hình 7-6

$$q(z) = -q \left(1 - \frac{z^2}{l^2}\right).$$



Hình 7-6a

Bài giải.

Bằng các phương trình cân bằng, ta tính được các phản lực:

$$V_A = \frac{2}{3} ql ; M_A = \frac{2}{3} ql \cdot \frac{3}{8} l = \frac{ql^2}{4}.$$

Ta viết các biểu thức của lực cắt :

$$Q = \frac{2ql}{3} + \int_0^z q(\xi) d\xi,$$

$$Q = \frac{2ql}{3} + \int_0^z -q \left(1 - \frac{\xi^2}{l^2}\right) d\xi,$$

hay

$$Q = \frac{2ql}{3} - q\left(z - \frac{z^3}{3l^2}\right)$$

và mômen uốn :

$$M = \frac{2ql}{3} z - \frac{ql^2}{4} + \int_0^z (z - \xi)q(\xi)d\xi,$$

$$M = \frac{2ql}{3} z - \frac{ql^2}{4} - q \int_0^z (z - \xi)\left(1 - \frac{\xi^2}{l^2}\right) d\xi,$$

hay

$$M = \frac{2ql}{3} z - \frac{ql^2}{4} - q\left(\frac{z^2}{2} - \frac{z^4}{12l^2}\right).$$

Khi $z = 0$ $Q = \frac{2}{3} ql$, $M = \frac{ql^2}{4}$.

Khi $z = 1$ $Q = 0$, $M = 0$.

Biểu đồ nội lực vẽ trên hình (7-6a).

Ví dụ 7-5.

Vẽ biểu đồ lực cắt và mômen uốn của dầm công xon chịu tải trọng phân bố theo hình tam giác như trên hình 7-7.

Bài giải:

Cường độ tải trọng ở mặt cắt có tọa độ z :

$$q(z) = \frac{l-z}{l} q.$$

Biểu thức lực cắt và mômen uốn:

$$Q = [q + q(z)]\frac{z}{2} = -\frac{q}{2l} z^2 + qz,$$

$$M = -q(z) \cdot z \cdot \frac{z}{2} - [q - q(z)]\frac{z}{2} \cdot \frac{2}{3} z.$$

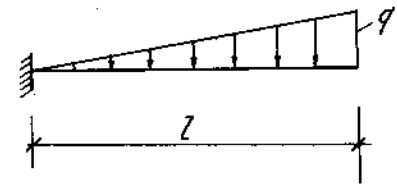
$$= \frac{q}{6l} z^3 - \frac{q}{2} z^2.$$

Biểu đồ vẽ trên hình 7-7a.

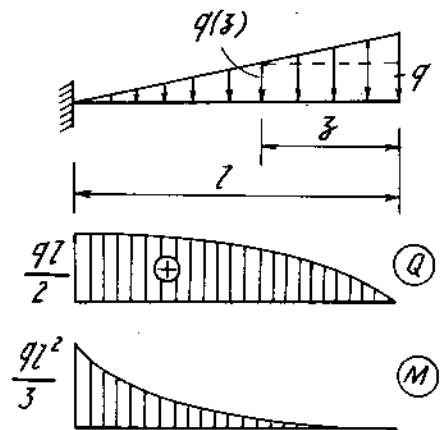
Ví dụ 7-6.

Vẽ biểu đồ nội lực của dầm chịu tải trọng phân bố

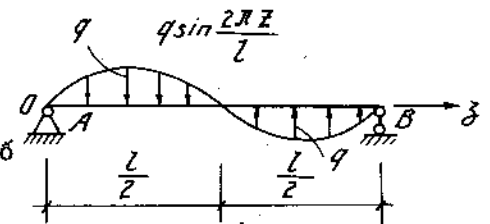
$$q(z) = q \sin \frac{2\pi z}{l} \text{ cho trên hình 7-8.}$$



Hình 7-7



Hình 7-7a



Hình 7-8

Bài giải

Để xác định phân lực của dầm, trước hết ta hãy tính hợp lực của nửa tải trọng P mỗi bên dầm.

$$P = \int_0^{\frac{l}{2}} q(z) dz = \int_0^{\frac{l}{2}} q \sin \frac{2\pi z}{l} dz = \frac{ql}{\pi}$$

Ngoại lực tạo thành một ngẫu lực có mômen bằng $\frac{ql}{\pi} \cdot \frac{l}{2}$ nên phân lực cũng tạo thành ngẫu lực ngược chiều, có giá trị mômen cũng bằng $\frac{ql^2}{2\pi}$.

Do đó phân lực tại A có chiều đi lên và tại B có chiều đi xuống, và cả hai có giá trị bằng :

$$|V_A| = |V_B| = \frac{ql^2}{2\pi} : l = \frac{ql}{2\pi}$$

Biểu thức của lực cắt và mômen uốn :

$$Q = V_A - \int_0^z q \sin \frac{2\pi \xi}{l} d\xi = \frac{ql}{2\pi} \cos \frac{2\pi}{l} z,$$

$$M = V_A z - \int_0^z q \sin \frac{2\pi \xi}{l} (z - \xi) d\xi,$$

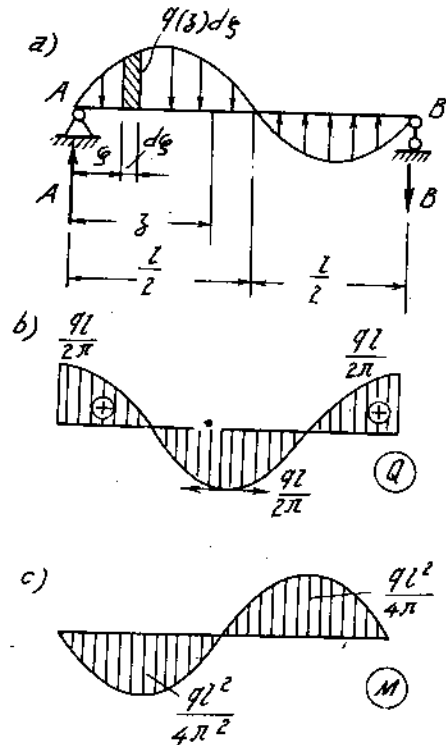
$$M = \frac{ql^2}{4\pi^2} \sin \frac{2\pi}{l} z.$$

Từ biểu thức Q và M ta có :

- Tại $z = 0$ và $z = l$ $Q = Q_{\max} = \frac{ql}{2\pi}, M = 0.$

- Tại $z = \frac{l}{4}$ và $z = \frac{3l}{4}$ $Q = 0, |M| = \frac{ql^2}{4\pi^2}.$

Biểu đồ Q và M như hình 7-8a (b, c).



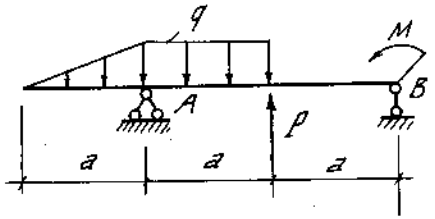
Hình 7-8a

Ví dụ 7-7

Vẽ biểu đồ nội lực của dầm biểu thị trên hình 7-9 cho $q = 10 \text{ kN/m}$; $P = 4 \text{ kN}$, $M = 2 \text{ kN.m}$ và $a = 1 \text{ m}$

Bài giải

Bằng các phương trình cân bằng ta tính được các phản lực:



Hình 7-9

$$V_A = \frac{-Pa + q \frac{a}{2} \cdot \frac{7}{3}a + qa \cdot \frac{3}{2}a + M}{2a}$$

$$= \frac{-4 \cdot 1 + 10 \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{3} \cdot 1 + 10 \cdot 1 \cdot \frac{3}{2} \cdot 1 + 2}{2} = \frac{37}{3} \text{ kN}$$

$$V_B = -q \frac{a}{2} - qa + P + V_A = -10 \frac{1}{2} - 10 + 4 + \frac{37}{3} = \frac{4}{3} \text{ kN.}$$

Biểu thức nội lực:

Đoạn 1 ($0 \leq z_1 \leq 1 \text{ m}$)

$$Q_1 = -q(z_1) \cdot \frac{z_1}{2},$$

$$M_1 = -q(z_1) \cdot \frac{z_1}{2} \cdot \frac{z_1}{3} = -q(z) \frac{z_1^3}{6},$$

trong đó:

$$q(z_1) = q \frac{z_1}{a} = 10 z_1.$$

Đoạn 2 ($1 \text{ m} \leq z_2 \leq 2 \text{ m}$)

$$Q_2 = -q \frac{a}{2} + V_A - q(z_2 - a) =$$

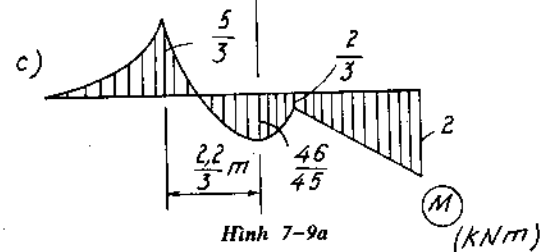
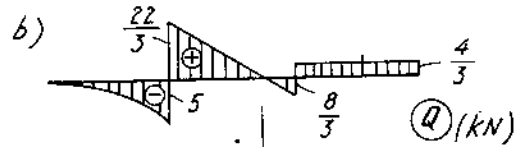
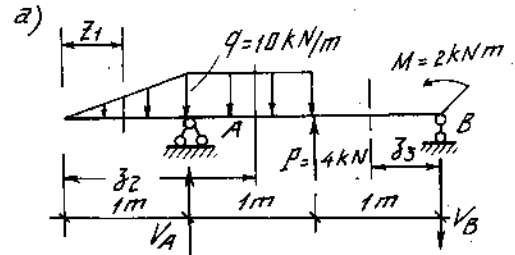
$$= -\frac{10}{2} + \frac{37}{3} - 10(z_2 - a) = \frac{22}{3} - 10(z_2 - 1)$$

$$M_2 = -\frac{qa}{2} \left(z_2 - \frac{2}{3}a \right) + V_A(z_2 - a) - q \frac{(z_2 - a)^2}{2}$$

$$= -\frac{10}{2} \left(z_2 - \frac{2}{3} \right) + \frac{37}{3}(z_2 - 1) - 10 \frac{(z_2 - 1)^2}{2} = -14 + \frac{52}{3}z_2 - 5z_2^2.$$

Đoạn 3 ($0 \leq z_3 \leq 1 \text{ m}$)

$$Q_3 = V_B = \frac{4}{3} \text{ kN,}$$



Hình 7-9a

$$M_3 = -B z_3 + M = -\frac{4}{3} z_3 + 2.$$

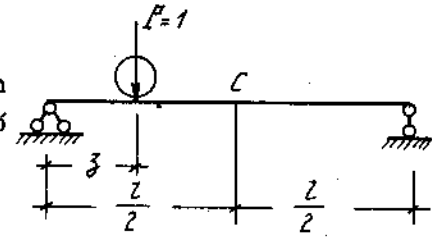
Biểu đồ Q và M vẽ trên hình 7-9a (b, c).

Ví dụ 7-8

Vẽ đồ thị biến thiên đường ảnh hưởng của mômen uốn và lực cắt của mặt cắt C ở giữa dầm AB khi có lực $P = 1$ di động dọc dầm (H.7 - 10)

Bài giải

Giả sử lực di động $P = 1$ ở bên trái mặt cắt C



Hình 7-10

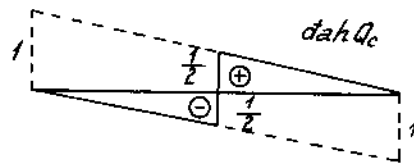
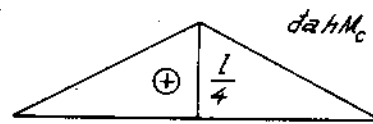
($0 \leq z \leq \frac{l}{2}$), phản lực ở gối B bằng:

$$V_B = \frac{Pz}{l} = \frac{z}{l}$$

Khi đó mômen uốn và lực cắt ở mặt cắt C bằng:

$$\left. \begin{aligned} M_c(0 \leq z \leq \frac{l}{2}) &= V_B \frac{l}{2} = \frac{z}{2}, \\ Q_c(0 \leq z \leq \frac{l}{2}) &= -V_B = -\frac{z}{l} \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Nếu lực di động $P = 1$ ở bên phải mặt cắt



Hình 7-10a

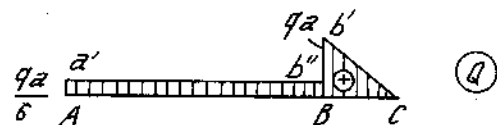
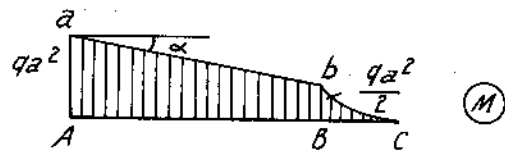
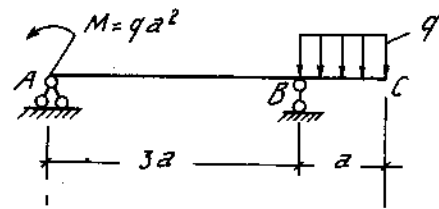
($\frac{l}{2} \leq z \leq l$), phản lực ở gối A bằng:

$$V_A = \frac{P(l-z)}{l} = \frac{l-z}{l}$$

Khi đó mômen uốn và lực cắt ở mặt cắt C bằng:

$$\left. \begin{aligned} M_c(\frac{l}{2} \leq z \leq l) &= V_A \frac{l}{2} = \frac{l-z}{2}, \\ Q_c(\frac{l}{2} \leq z \leq l) &= V_A = \frac{l-z}{l} \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

Trên hình vẽ là đồ thị biến thiên của M_c và Q_c ở hai đoạn tương ứng với các biểu thức ở (a) và (b).



Hình 7-11

Ví dụ 7-9

Không cần tính ra phản lực, vẽ biểu đồ nội lực M và Q của dầm cho trên hình 7-11.

Bài giải

Trên sơ đồ dầm ta thấy:

$$M_A = M = -qa^2.$$

Để ý đoạn công xon BC, ta có:

$$M_B = -\frac{qa^2}{2}, M_C = 0,$$

$$Q_B = qa, Q_C = 0.$$

Từ đó ta vẽ được biểu đồ M với đoạn AB là đoạn thẳng (vì $q_{AB} = 0$) và đoạn BC là đoạn parabol có bề lõm hướng lên trên (vì $q_{BC} < 0$) và đỉnh ở điểm C (vì $Q_C = 0$).

Biểu đồ Q có đoạn b'C là đoạn thẳng với tung độ $Q_C = 0$, $Q_B = qa$, và đoạn thẳng nằm ngang a'b'' có tung độ bằng độ dốc của đường ab trên biểu đồ M:

$$Aa' = \operatorname{tg}\alpha = \frac{\frac{qa^2}{2}}{3a} = \frac{qa}{6}$$

Ví dụ 7-10.

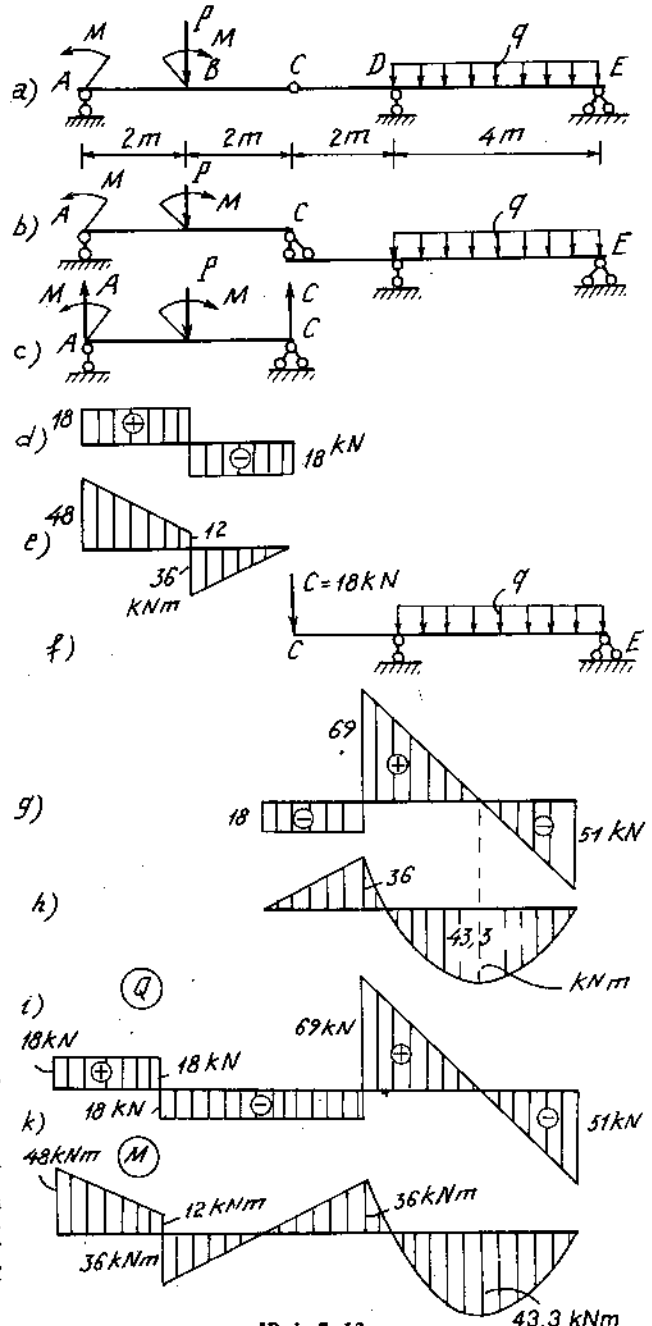
Vẽ biểu đồ nội lực của dầm tĩnh định hai nhịp chịu lực như trên hình 7-12 cho $q = 30 \text{ kN/m}$, $P = 36 \text{ kN}$ và $M = 48 \text{ kN.m}$

Bài giải

Để giải những dầm nhiều nhịp tĩnh định, ta phải phân tích dầm thành những dầm thành phần gọi là những dầm chính và dầm phụ (hoặc dầm đỡ và dầm gác). Những dầm thành phần phải tĩnh định và ổn định vị trí.

Ở bài toán này, dầm AC là dầm phụ, dầm CE là dầm chính. Dầm AC có một gối tựa lên nút C của dầm CE.

Khi tính, người ta giải lần lượt từ dầm phụ đến dầm chính. Ở các điểm tựa, dầm phụ chuyển lực xuống dầm chính; khi tính dầm chính lực này được coi như ngoại lực.



Hình 7-12

Ở đây, ta tính và vẽ được biểu đồ nội lực của dầm phụ AC. Khi tính dầm chính CE, ngoài tải trọng phân bố q , ta phải thêm lực $C = 18 \text{ kN}$ do dầm phụ chuyển xuống.

Biểu đồ nội lực của toàn dầm tính định nhiều nhịp vẽ bằng cách ghép liền biểu đồ nội lực của các dầm thành phần (H. 7-12 i,k).

2. Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang của dầm bị uốn phẳng thuần túy và uốn ngang phẳng đều tính theo công thức.

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} \cdot y \quad (7-4)$$

trong đó : M_x - mômen uốn tại mặt cắt ngang đang xét ;
 y - tọa độ của điểm đang xét tính từ đường trung hòa ;
 J_x - mômen quán tính của mặt cắt ngang đối với trục trung hòa.

Trên mặt cắt ngang ứng suất kéo lớn nhất và nén có trị số lớn nhất ở những điểm xa đường trung hòa nhất, và tính theo công thức :

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_x|}{J_x} |y^k|_{\max} \quad (7-5)$$

$$\sigma_{\min} = \frac{|M_x|}{J_x} |y^n|_{\max}$$

trong đó $|y^k|_{\max}$; $|y^n|_{\max}$ là khoảng cách từ đường trung hòa đến các thớ bị kéo và bị nén xa nhất (H.7-13).

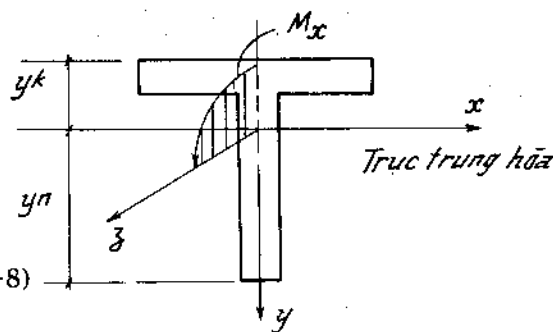
Công thức (7-5) thường được viết ở dạng :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x^k} \quad (7-6)$$

$$\sigma_{\min} = \frac{M_x}{W_x^n} \quad (7-7)$$

trong đó : $W_x^k = \frac{J_x}{|y^k|_{\max}}$; $W_x^n = \frac{J_x}{|y^n|_{\max}}$ (7-8)

gọi là môđun chống uốn.



Hình 7-13

3. Ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang

Tại một điểm bất kì trên mặt cắt ngang hình chữ nhật của dầm (H. 7-14). Giá trị ứng suất tiếp τ_{zy} tính theo công thức D.I. Giurapxki :

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y \cdot S_x^c}{b \cdot J_x} \quad (7-9)$$

trong đó : Q_y - lực cắt tại mặt cắt ;

$S_x^c = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$ mômen tĩnh đối với trục trung hòa x của phần mặt cắt nằm về một phía của đường có tọa độ y , là đường mà ta đang xét ứng suất tiếp ;

b - bề rộng của mặt cắt

$J_x = \frac{bh^3}{12}$ - mômen quán tính của mặt cắt ngang đối với trục trung hòa.

Ứng suất tiếp cực đại ở tại đường trung hòa. Ứng suất này có giá trị ;

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{Q_y}{F} \quad (7-10)$$

trong đó : $F = b.h$ - diện tích mặt cắt ngang của dầm.

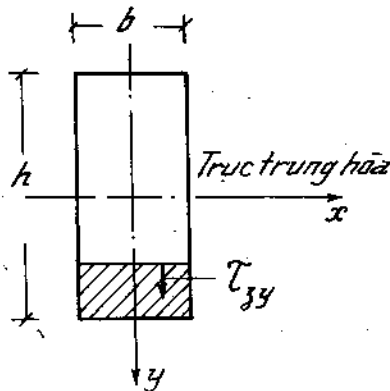
Đối với dầm mặt cắt ngang không phải là hình chữ nhật công thức (7-9) có thể dùng để tính gần đúng thành phần τ_{zy} vuông góc với đường trung hòa. Trong công thức này b là bề rộng của mặt cắt chỗ tính ứng suất tiếp. Ứng suất tiếp toàn phần trên chu vi của mặt cắt hướng theo đường tiếp xúc với chu vi còn ở các điểm khác thì nghiêng so với mặt phẳng tải trọng.

Tìm cho đúng ứng suất tiếp của những dầm có hình dạng mặt cắt bất kì là rất phức tạp.

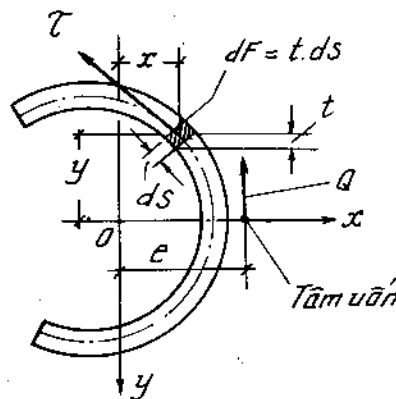
Dựa trên cơ sở một số giả thuyết tự chọn về hướng của ứng suất tiếp bên trong mặt cắt mà xác định chúng một cách gần đúng.

Đối với dầm có mặt cắt ngang là mặt cắt thành mỏng (H.7-14), ứng suất tiếp hướng theo tiếp tuyến của đường trung bình của mặt cắt và phân bố đều trên bề dày t . Công thức tính ứng suất tiếp trong trường hợp này có dạng.

$$\tau = \frac{Q \cdot S_x}{t \cdot J} \quad (7-11)$$



Hình 7-14



Hình 7-15

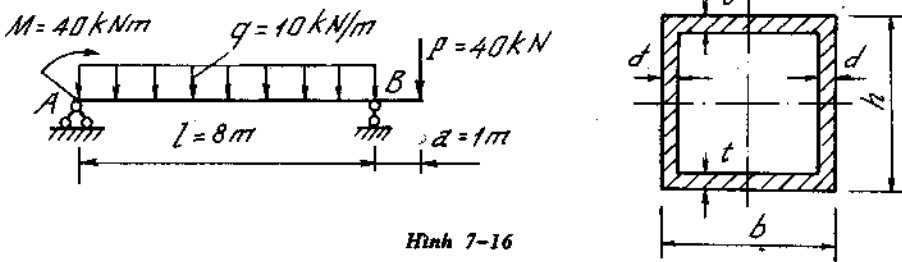
Trong đó S_x là mômen tĩnh đối với trục trung hòa x của mặt cắt ở về một phía của đường về vuông góc với đường trung bình tại điểm đang xét.

Nếu mặt cắt của dầm không đối xứng qua trục chính trung tâm y (trục này vuông góc với trục

trung hòa x) thì trên mặt cắt ngang sẽ phát sinh mômen xoắn. Để triệt tiêu mômen xoắn, lực cắt không được đặt ở trọng tâm mà đặt ở điểm có tên là tâm uốn. Trong chương này không trình bày phương pháp xác định vị trí của tâm uốn. (H. 7-15).

Ví dụ 7-11

Có dầm mặt cắt ngang là hình chữ nhật thành mỏng kín với $h = 33 \text{ cm}$, $b = 30 \text{ cm}$, $t = 1,5 \text{ cm}$, $d = 2 \text{ cm}$, chịu tải trọng như trên hình 7-16. Vẽ biểu đồ ứng suất pháp và biểu đồ ứng suất tiếp ở những mặt cắt có nội lực tương ứng lớn nhất.



Hình 7-16

Bài giải

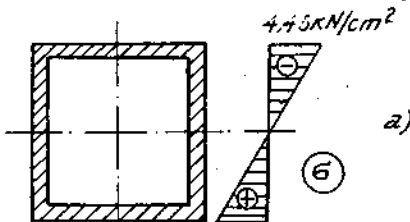
Lực cắt lớn nhất ở mặt cắt gối B :

$$Q_{\max} = -50 \text{ kN.}$$

Mômen uốn lớn nhất ở mặt cắt cách gối A 3m : $M_{\max} = 85 \text{ kNm.}$

1. Biểu đồ ứng suất pháp có dạng hình tam giác với σ_{\max} bằng

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} \cdot Y_{\max}}{J_x} = \frac{8500 \cdot 16,5}{\frac{1}{12} (30 \cdot 33^3 - 26 \cdot 30^3)} = \frac{8500 \cdot 16,5}{31350} = 4,45 \text{ kN/cm}^2$$



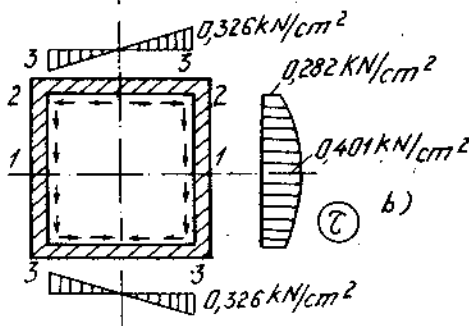
2. Biểu đồ ứng suất tiếp

Ứng suất ở đường trung hòa:

$$\tau_1 = \frac{|Q_{\max}| S_y^1}{J_x 2d} = \frac{50 \cdot \frac{1}{2} (30 \cdot 16,5^2 - 26 \cdot 15^2)}{31350 \cdot 4} = 0,416 \text{ kN/cm}^2.$$

Ứng suất ở mép bản bụng:

$$\tau_2 = \frac{|Q_{\max}| S_y^2}{J_x 2d} = \frac{50 \cdot 30 \cdot 1,5 \cdot \left(\frac{33 - 1,5}{2}\right)}{31350 \cdot 4} = 0,282 \text{ kN/cm}^2.$$



Hình 7-16a

Vì lí do đối xứng, ứng suất tiếp dọc theo thành mỏng ở giữa bản nắp bằng không, ứng suất ở hai bên của bản nắp bằng nhau và bằng :

$$\tau_3 = \frac{|Q_{\max}| S_y^3}{J_x 2t} = \frac{50 \cdot \left(\frac{33 - 1,5}{2}\right) 26 \cdot 1,5}{31350 \cdot 2 \cdot 1,5} = 0,326 \text{ kN/cm}^2.$$

4. Điều kiện bền

4-1. Dầm chịu uốn phẳng thuần túy :

Các điểm nguy hiểm nằm ở mép trên và mép dưới của chu vi, tức là các điểm xa trục trung hòa nhất về phía kéo và nén. Trạng thái ứng suất của điểm nguy hiểm là trạng thái ứng suất đơn, nên điều kiện bền là :

- Đối với vật liệu dẻo :

$$|\sigma_z|_{\max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma]. \quad (7-12)$$

vật liệu giòn :

$$\sigma_{k.\max} = \frac{M_x}{W_x^k} \leq [\sigma_k]. \quad (7-13)$$

$$\sigma_{n.\min} = \frac{M_x}{W_x^n} \leq [\sigma_n]. \quad (7-14)$$

$\sigma_{k.\max}$; $\sigma_{n.\min}$ trị số ứng suất kéo, nén lớn nhất trên toàn dầm.

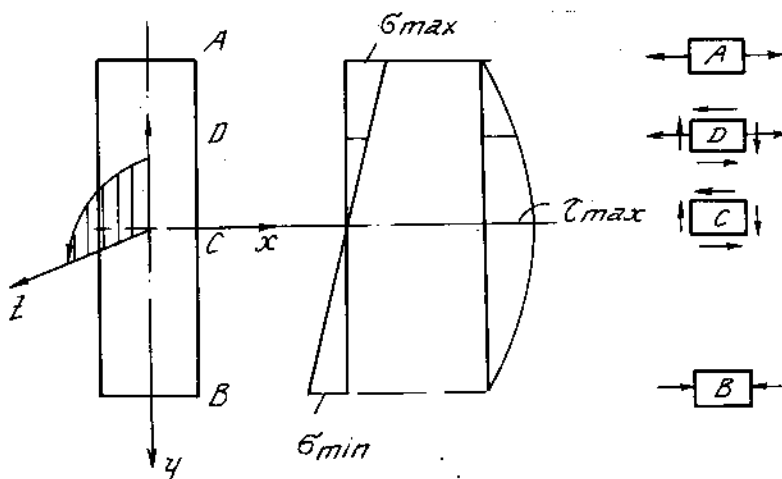
4-2. Dầm chịu uốn ngang phẳng.

Trên mặt cắt ngang của dầm có cả ứng suất pháp và tiếp phân bố như (H.7-17). Đi từ mép trên xuống mép dưới ta thấy

Tại A, B trạng thái ứng suất là đơn.

Tại C trạng thái ứng suất là trượt thuần túy.

Tại D một điểm bất kì trạng thái ứng suất là phẳng.



Hình 7-17

Do đặc điểm trên muốn tìm điểm nguy hiểm trên mặt cắt ngang. Ta phải tính ứng suất tương đương theo một thuyết bền nào đó. Điểm nguy hiểm là điểm có trị số ứng suất tương đương lớn nhất.

Trong thực tế ta có thể tiến hành như sau:

- Kiểm tra bền các điểm có trạng thái ứng suất đơn. Cách làm như ở trường hợp dầm chịu uốn phẳng thuần túy. Ví dụ với vật liệu dẻo điều kiện bền là :

$$|\sigma_z|_{\max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma].$$

- Kiểm tra bền các điểm có trạng thái trượt thuần túy :

$$\max \tau_{\max} \leq [\tau]. \quad (7-15)$$

Ví dụ. Dầm có mặt cắt ngang không đổi, trị số $\max \tau_{\max}$ ở trên mặt cắt có Q_{\max} . Giá trị $[\tau]$ có thể được tính theo $[\sigma]$ tùy theo loại thuyết bền.

Ví dụ. Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất : $[\tau] = \frac{[\sigma]}{2}$

Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng $[\tau] = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$.

- Kiểm tra bền các điểm ở trạng thái ứng suất phẳng (các điểm D). Ví dụ theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất :

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{zy}^2} \leq [\sigma] . \quad (7-16)$$

Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng :

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_{zy}^2} \leq [\sigma] . \quad (7-17)$$

Với các mặt cắt như chữ I, điểm D được chọn là điểm tiếp giáp giữa lòng và đế. Và mặt cắt được chọn là mặt cắt có M_x , Q_y cùng lớn. Trong thực tế ta thường bỏ qua việc kiểm tra này ở các dầm có mặt cắt hình dạng ít thay đổi đột ngột như mặt cắt ngang chữ nhật, tròn...

Ví dụ 7-12

Một dầm đơn giản mặt cắt hình chữ I hàn dài $l = 12$ m, chịu tải trọng phân bố $q = 160$ kN/m. Kiểm tra độ bền của dầm (H.7-18).

Cho : $[\sigma] = 21$ kN/cm², $[\tau] = 10$ kN/cm², $[\tau]_{\text{hàn}} = 10$ kN/cm², chiều cao nối hàn $\delta = 0,8$ cm. Khi tính tải trọng nhân thêm hệ số vượt tải $n = 1,3$ và trọng lượng bản thân với hệ số $n_d = 1,1$.

Bài giải

Tải trọng tính toán :

$$q_t = 1,3 \cdot 160 = 208 \text{ kN/m}.$$

Trọng lượng dầm :

$$q_{dt} = 1,1 \gamma F = 1,1 \cdot 7,85(2 \cdot 50 \cdot 2 + 146 \cdot 1) = 2980 \text{ N/m} = 2,98 \text{ kN/m}.$$

Mômen cực đại của dầm :

$$M_{\max} = \frac{(q_t + q_{dt}) l^2}{8} = \frac{(208 + 2,98) \cdot 12^2}{8} = 3798 \text{ kNm}.$$

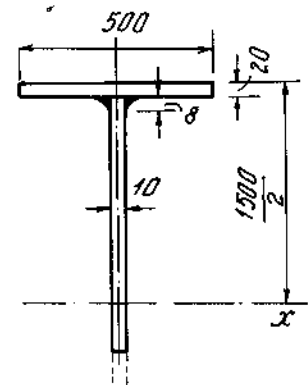
Lực cắt :

$$Q = \frac{(q_t + q_{dt}) l}{2} = \frac{(208 + 2,98) \cdot 12}{2} = 1266 \text{ kN}.$$

Mômen quán tính và mômen chống uốn của mặt cắt :

$$J_x = \frac{1 \cdot 146^3}{12} + 2 \cdot 74^2 \cdot 50 \cdot 2 = 1355000 \text{ cm}^4,$$

$$W_x = \frac{J_x}{75} = \frac{1355000}{75} = 18100 \text{ cm}^3.$$



Hình 7-18

Ứng suất pháp lớn nhất :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{379800}{18100} = 21 \text{ kN/cm}^2 = [\sigma]$$

Ứng suất tiếp lớn nhất :

$$\tau_{\max} = \frac{Q S_y^{\text{Fcát}}}{J_x \sigma} = \frac{1266 \left(50 \cdot 2 \cdot 74 + \frac{1 \cdot 73^2}{2} \right)}{1355000 \cdot 1} = 9,45 \text{ kN/cm}^2 < [\tau]$$

Nội lực tác dụng trên 1 cm của hai đường hàn :

$$T = \frac{Q S_y^{\text{cách}}}{J_x} = \frac{1266 \cdot 50 \cdot 2 \cdot 74}{1355000} = 6,92 \text{ kN/cm}$$

Ứng suất trên đường hàn :

$$\tau_h = \frac{T}{1,4 \cdot \delta \cdot 1} = \frac{6,92}{1,4 \cdot 0,8 \cdot 1} = 6,2 \text{ kN/cm}^2 < [\tau]_{\text{hàn}}$$

Ví dụ 7-13

Chọn kích thước a của mặt cắt ngang dầm chịu lực như hình 7-19. Cho $[\sigma]_k = 9 \text{ kN/cm}^2$, $[\sigma]_n = 12 \text{ kN/cm}^2$. Kiểm tra lại ứng suất tiếp, biết rằng $[\tau] = 4,5 \text{ kN/cm}^2$.

Bài giải

Biểu đồ nội lực vẽ trên hình 7-19a (a,b)

Trọng tâm mặt cắt cách mép trên:

$$y_c = \frac{4a \cdot 8a \cdot 2a + 2 \cdot 10a \cdot a \cdot 9a}{4a \cdot 8a + 2 \cdot 10a \cdot a} = 4,7a$$

Mômen quán tính trung tâm của mặt cắt :

$$J_x = \frac{8a \cdot (14a)^3}{12} + (2,3a)^2 \cdot 8a \cdot 14a - \frac{6a \cdot (10a)^3}{12} - (4,3)^3 \cdot 6a \cdot 10a = 812,6a^4$$

Mặt cắt hợp lý cần có điều kiện:

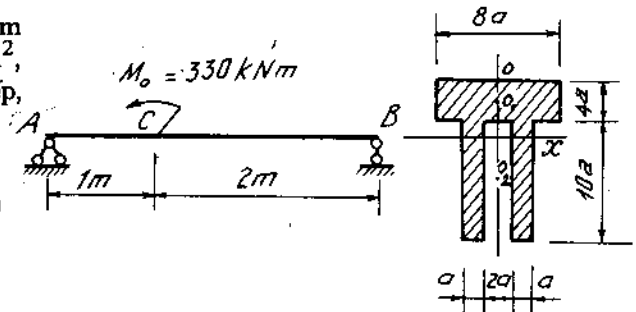
$$\frac{y_k}{y_n} = \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \text{ hay } y_k = \frac{3}{4} y_n$$

Ở mặt cắt bên phải điểm C, mômen âm nên :

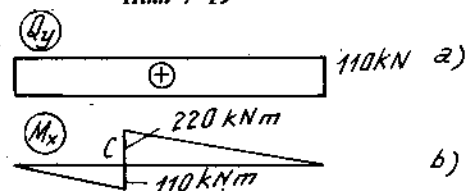
$$\frac{y_k}{y_n} = \frac{4,7a}{9,3a} < \frac{3}{4}$$

thở bị nén đạt giới hạn nguy hiểm trước. Do đó ta có điều kiện bên :

$$\frac{M_x}{J_x} y_n \leq [\sigma]_n'$$



Hình 7-19



Hình 7-19a

hay

$$\frac{22000}{812,6a^4} 9,3a \leq 12$$
$$a \geq 2,75 \text{ cm.}$$

Ở mặt cắt bên trái điểm C, mômen dương, $\frac{y_k}{y_n} = \frac{9,3a}{4,7a} > \frac{3}{4}$.

Ở đây thờ kéo đạt nguy hiểm trước. Vậy :

$$\frac{M_x}{J_x} y_k \leq [\sigma]_k$$

hay
$$\frac{11000}{812,6a^4} 9,3a \leq 9,$$

hay
$$a \geq 2,4 \text{ cm.}$$

Ta chọn kích thước : $a = 2,75 \text{ cm.}$

Ứng suất tiếp ở đường trung hòa:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_y S_x}{J_x b} = \frac{110 \cdot 2 \cdot 2,75 \cdot \frac{(9,30 \cdot 2,75)^2}{2}}{812,6(2,75)^4 \cdot 2 \cdot (2,75)} = 0,775 \text{ kN/cm}^2 < [\tau].$$

Ví dụ 7-14

Một dầm chịu lực như trên hình 7-20 với $P = 160 \text{ kN}$, $a = 0,35 \text{ m}$. Chọn mặt cắt chữ I, biết rằng $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$, $[\tau] = 10 \text{ kN/cm}^2$.

Tính giá trị ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên mặt nghiêng góc 30° với trục dầm tại điểm c.

Bài giải

$$M_{\max} = 56 \text{ kNm}, Q_{\max} = 160 \text{ kN},$$

Để đảm bảo được $\sigma_{\max} < [\sigma]$, $\tau_{\max} < [\tau]$ ta chọn được mặt cắt chữ I số 30 với $W_x = 472 \text{ cm}^3$, $J_x = 7080 \text{ cm}^4$, $S_x = 268 \text{ cm}^3$, $d = 0,65 \text{ cm}$.

Ứng suất pháp và ứng suất tiếp lớn nhất :

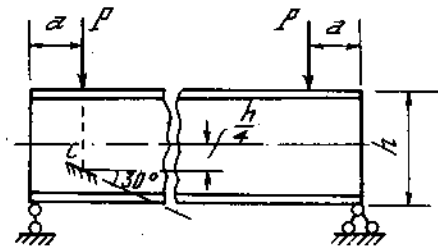
$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{56000}{472} = 11,86 \text{ kN/cm}^2 < [\sigma],$$

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_x}{J_x d} = \frac{160 \cdot 268}{7080 \cdot 0,65} = 9,71 \text{ kN/cm}^2 < [\tau].$$

Ứng suất σ_z và τ_{xy} tại điểm C (bên trái):

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y = \frac{56000}{7080} 7,5 = 5,93 \text{ kN/cm}^2,$$

$$\tau_{xy} = \frac{Q_y \left(S_x - \frac{dy^2}{2} \right)}{J_x d} = \frac{160 \left(268 - \frac{0,65 \cdot 7,5^2}{2} \right)}{7080 \cdot 0,65} = 8,68 \text{ kN/cm}^2.$$



Hình 7-20

Ứng suất trên mặt nghiêng :

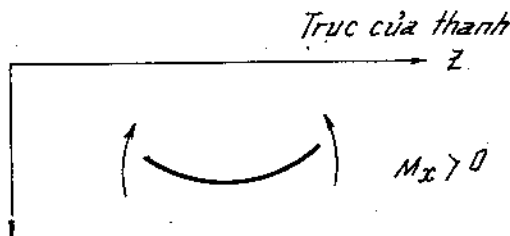
$$\begin{aligned}\sigma_{60}^o &= \frac{\sigma_x}{2} + \frac{\sigma_x}{2} \cos 2.60^\circ - \tau_{xy} \sin 2.60^\circ, \\ &= \frac{5,93}{2} - \frac{5,93}{2} \cdot 0,5 - 8,68 \cdot 0,866 = -6,034 \text{ kN/cm}^2 \\ \tau_{60}^o &= \frac{\sigma_x}{2} \sin 2.60^\circ + \tau_{xy} \cos 2.60^\circ \\ &= \frac{5,93}{2} \cdot 0,866 - 8,68 \cdot 0,5 = -1,77 \text{ kN/cm}^2\end{aligned}$$

5. Tính độ võng và góc xoay của dầm chịu uốn

Trục của thanh sau khi biến dạng gọi là đường đàn hồi. Độ võng của dầm là thành phần chuyển vị thẳng đứng, đó là thành phần chuyển vị chính, thành phần chuyển vị ngang thường không tính đến vì rất bé có thể bỏ qua.

5-1. Phương trình vi phân gần đúng của đường đàn hồi được xác định từ biểu thức sau :

$$y''(z) = - \frac{M_x(z)}{EJ_x(z)} \quad (7-18)$$



Hình 7-21

trong đó qui ước hệ trục tọa độ chọn như (H.7-21) và M_x được trục của thanh coi là dương theo qui ước như đã chọn ở trên (H.7-2).

5-2 Xác định độ võng và góc xoay theo phương pháp tích phân không định hạn.

- Phương trình góc xoay :

$$\theta(z) = y'(z) = \int - \frac{M_x}{EJ_x} dz + C \quad (7-19)$$

- Phương trình đường đàn hồi :

$$y(z) = \int dz \int - \frac{M_x}{EJ_x} dz + Cz + D \quad (7-20)$$

Trong đó C, D là các hằng số tích phân được xác định nhờ các điều kiện biến và liên tục.

Ví dụ 7-15

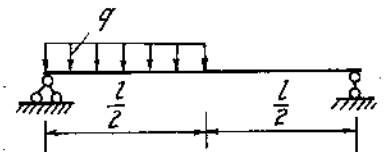
Xác định góc quay tại hai đầu dầm và độ võng tại giữa dầm bằng phương pháp tích phân không định hạn (H.7-22).

Bài giải

Phản lực ở gối A:

$$V_A = \frac{3}{8}ql$$

Xem dầm chịu tải trọng như trên hình 7-22a, ta sẽ được các hằng số tích phân bằng nhau : $C_1 = C_2, D_1 = D_2$.



Hình 7-22

Mômen uốn :

$$\text{Đoạn 1 } (0 \leq z \leq \frac{l}{2}): M_1 = \frac{3}{8}qlz - q\frac{z^2}{2}$$

$$\text{Đoạn 2 } (\frac{l}{2} \leq z \leq l): M_2 = \frac{3}{8}qlz - q\frac{z^2}{2} + q\frac{(z - \frac{l}{2})^2}{2}$$

Đường đàn hồi và góc quay:

$$\text{Đoạn 1 : } \theta_1 = \frac{1}{EJ_x} \left(-\frac{3ql}{16}z^2 + \frac{q}{6}z^3 \right) + C_1,$$

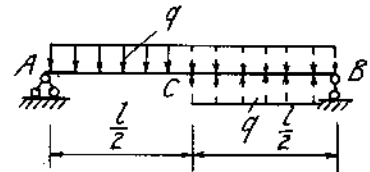
$$y_1 = \frac{1}{EJ_x} \left(-\frac{ql}{16}z^3 + \frac{q}{24}z^4 \right) + C_1 z + D_1$$

$$\text{Đoạn 2 : } \theta_2 = \frac{1}{EJ_x} \left[-\frac{3ql}{16}z^2 + \frac{q}{6}z^3 - \frac{q}{6} \left(z - \frac{l}{2} \right)^3 \right] + C_2,$$

$$y_2 = \frac{1}{EJ_x} \left[-\frac{ql}{16}z^3 + \frac{q}{24}z^4 - \frac{q}{24} \left(z - \frac{l}{2} \right)^4 \right] + C_2 z + D_2$$

Điều kiện biên :

Khi $z = 0, \quad y_1 = 0;$
 $z = \frac{l}{2}, \quad y_1 = y_2, \quad \theta_1 = \theta_2;$
 $z = l, \quad y_2 = 0.$



Hình 7-22a

Thế vào những phương trình trên, ta rút ra :

$$C_1 = C_2 = \frac{9}{384} \frac{ql^3}{EJ_x}, \quad D_1 = D_2 = 0.$$

Góc quay đầu dầm :

$$\theta_{1A} = C_1 = \frac{9}{384} \frac{ql^3}{EJ_x}, \quad \theta_{2B} = \frac{ql^3}{EJ_x} \left(-\frac{3}{16} + \frac{1}{6} - \frac{1}{48} + \frac{9}{384} \right) = -\frac{7}{384} \frac{ql^3}{EJ_x}$$

Độ võng giữa dầm :

$$y_c = \frac{ql^4}{EJ_x} \left(\frac{-6 + 2 + 9}{768} \right) = \frac{5}{768} \frac{ql^4}{EJ_x}$$

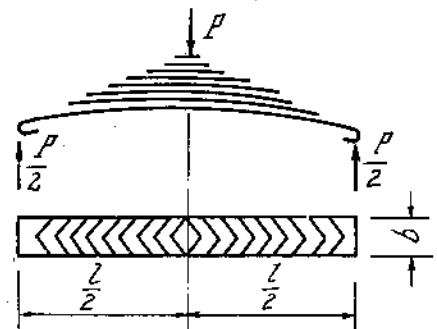
Ví dụ 7-16

Một nhíp lò xo (H.7-23) gồm 10 lá rộng $b = 7,5\text{mm}$, dày $t = 10\text{mm}$ có ứng suất cho phép 40000 N/cm^2 , môđun đàn hồi $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$. Nhíp rộng $l = 1000\text{mm}$. Xác định tải trọng cho phép của nhíp và độ võng tương ứng.

Bài giải

Tính nhíp như một dầm chống uốn đều, ta có :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x(z)}{W_x(z)} = \frac{M_0}{W_0} \leq [\sigma].$$



Hình 7-23

trong đó M_0 và W_0 là mômen uốn và mômen chống uốn của mặt cắt giữa nhíp :

$$M_0 = \frac{Pl}{4}, W_0 = \frac{10bt^2}{6}$$

Từ đó tính được tải trọng cho phép:

$$\frac{[P]l}{4} : \frac{10bt^2}{6} = [\sigma]$$

hay

$$[P] = \frac{20bt^2 [\sigma]}{3l} = \frac{20 \cdot 7,5 \cdot 1^2 \cdot 40000}{3 \cdot 100} = 20000 \text{ N.}$$

Tính độ võng, ta có:

$$y'' = -\frac{M(z)}{EJ_x(z)} = -\frac{M_x(z)}{EW_x(z) \frac{t}{2}} = -\frac{2M_0}{EW_0 t} = -\frac{2[\sigma]}{Et} \quad (a)$$

Từ đó :

$$\begin{aligned} y' &= -\frac{2[\sigma]}{Et} z + C, \\ y &= -\frac{[\sigma]}{Et} z^2 + Cz + D. \end{aligned} \quad (b)$$

Với điều kiện biên:

$$\text{Khi } z = 0, y = 0,$$

$$\text{Khi } z = \frac{l}{2}, y = 0,$$

ta được :

$$C = \frac{[\sigma]l}{Et}, D = 0.$$

Thay vào (b), có :

$$y = -\frac{[\sigma]}{Et} z^2 + \frac{[\sigma]l}{Et} z.$$

Thay $z = \frac{l}{2}$, ta được độ võng cực đại :

$$y_{\max} = \frac{[\sigma]l^2}{4Et} = \frac{40000 \cdot 100^2}{4 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 1} = 5 \text{ cm.}$$

Chú thích : Từ (a) có thể thấy đường đàn hồi của nhíp là một cung tròn, do đó có thể tính độ võng bằng đường tên của cung.

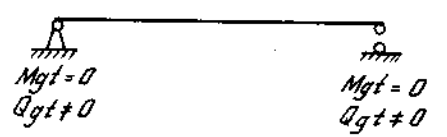
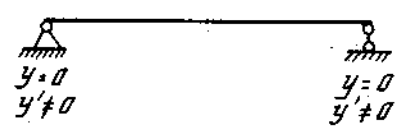
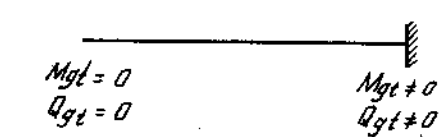
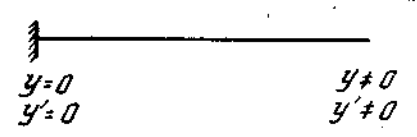
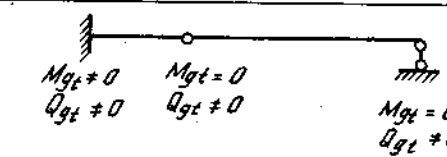
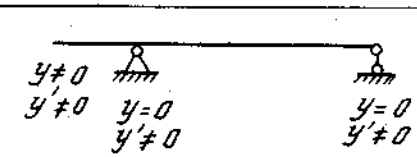
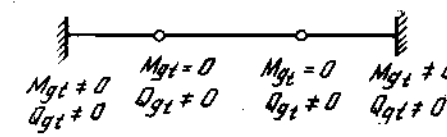
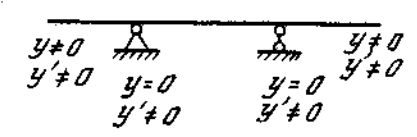

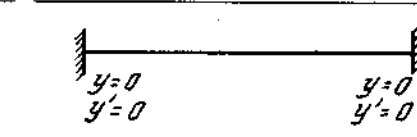
5-2. Xác định độ võng góc xoay bằng phương pháp đồ toán.

Phương pháp dựa trên cơ sở là, nếu đặt lên một dẫn giả tạo thích hợp tải trọng giả tạo có trị số :

$$q_{gt} = -\frac{M_x}{EJ_x} \varphi \quad (7-21)$$

thì trị số góc xoay tại một mặt cắt nào đó sẽ bằng lực cắt giả tạo $Q_{gt} = \theta$, và độ võng có trị số bằng mômen uốn giả tạo, $M_{gt} = y$.

Bảng (7-1) cho biết cách chọn dấu giả tạo ứng với dấu thực đã cho

Dấu thực	Dấu giả tạo
	
	
	
	
	

Ví dụ 7-17

Tìm độ võng y_c tại mặt cắt C, góc xoay ở bên phải và bên trái khớp A, góc xoay tại gối B của dầm như hình 7-24.

Bài giải

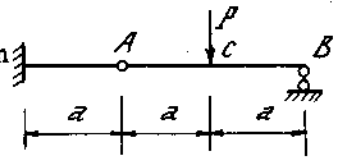
Biểu đồ mômen uốn của dầm vẽ trên hình 7-24a (a). Dầm giả tạo và tải trọng giả tạo vẽ trên hình 7-24a (b), từ đó tính được góc xoay và độ võng của dầm thực :

$$y_c = M_{gtc} = \frac{Pa^2}{3EJ_x} a - \frac{1}{2} \cdot \frac{Pa}{2EJ_x} \cdot \frac{1}{3} a^3 = \frac{Pa^3}{4EJ_x}$$

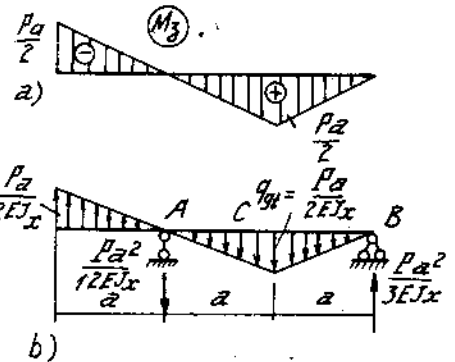
$$\varphi_{Atrái} = Q_{gtAtrái} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Pa}{2EJ_x} \cdot a = \frac{Pa^2}{4EJ_x}$$

$$\varphi_{Aphải} = Q_{gtAphải} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Pa}{2EJ_x} \cdot a - \frac{Pa^2}{12EJ_x} = \frac{Pa^2}{6EJ_x}$$

$$\varphi_B = Q_{gtB} = -V_{gtB} = -\frac{Pa^2}{3EJ_x}$$



Hình 7-24



Hình 7-24a

Ví dụ 7-18

Bằng phương pháp đồ toán tìm độ võng tại mặt cắt B và góc xoay tại mặt cắt A của dầm như hình 7-25.

Bài giải

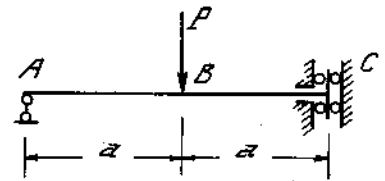
Ở ngàm trượt C không có lực cắt mà chỉ có mômen uốn. Biểu đồ mômen uốn vẽ trên hình 7-25a(a).

Dầm giả tạo và tải trọng giả tạo vẽ trên hình 7-25a(b). Góc C cũng là ngàm trượt và ở đáy $Q_{gt} = \theta = 0$, $M_{gt} = y \neq 0$.

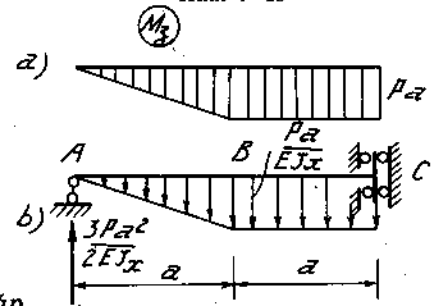
Độ võng tại B:

$$y_B = M_{gtB} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Pa^3}{EJ_x} - \frac{Pa^2}{2EJ_x} \cdot \frac{a}{3} = \frac{4Pa^3}{3EJ_x}$$

Góc xoay tại A : $\theta_A = V_{gtA} = \frac{3Pa^2}{2EJ_x}$



Hình 7-25



Hình 7-25a

5-3. Xác định độ võng và góc xoay bằng phương pháp thông số ban đầu.

Trên cơ sở phương trình đường đàn hồi ở đoạn thứ 1 và thứ m có dạng :

$$y_1(z) = y_0 + y'_0 \cdot z - \frac{M_0}{EJ} \cdot \frac{z^2}{2!} - \frac{1}{EJ} Q_0 \cdot \frac{z^3}{3!} - \frac{1}{EJ} q_0 \cdot \frac{z^4}{4!} - \frac{1}{EJ} q'_0 \cdot \frac{z^5}{5!} \dots$$

$$y_{m+1}(z) = y_m(z) + \Delta y_a + \Delta y'_a \cdot \frac{(z-a)}{1!} - \frac{1}{EJ} [M_{m+1}(a) - M_m(a)] \cdot \frac{(z-a)^2}{2!} - \frac{1}{EJ} [Q_{m+1}(a) - Q_m(a)] \cdot \frac{(z-a)^3}{3!} - \frac{1}{EJ} [q_{m+1}(a) - q_m(a)] \cdot \frac{(z-a)^4}{4!} - \frac{1}{EJ} [q'_{m+1}(a) - q'_m(a)] \cdot \frac{(z-a)^5}{5!} \dots \quad (7-22)$$

Trong đó : $\Delta y_a = \Delta y(a)$; $\Delta y'(a) = \Delta y'(a)$ là bước nhảy của độ võng và góc xoay tại mặt cắt cố hoành độ $z = a$.

$M_{m+1}(z)$; $Q_{m+1}(z)$; $q_{m+1}(z)$; $q'_{m+1}(z)$ là phương trình mômen uốn, lực cắt, cường độ lực phân bố, đạo hàm của cường độ lực phân bố trong đoạn thứ $m + 1$.

$M_m(z)$; $Q_m(z)$; $q_m(z)$; $q'_m(z)$ là phương trình của các trị số đó ở đoạn thứ m đã kéo dài sang đoạn thứ $m + 1$.

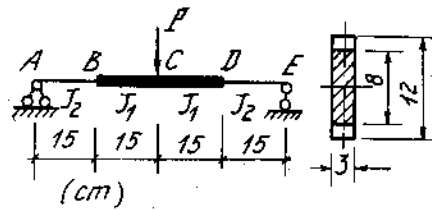
- tại hoành độ $z = a$, thay kí hiệu $z = a$.

M_0 , Q_0 , q_0 , q'_0 là mômen tập trung, lực tập trung, cường độ lực phân bố và đạo hàm của lực phân bố tại đầu mút của dầm (tại $z = 0$). Còn y_0 , y'_0 là độ võng và góc xoay tại đầu mút của dầm. Các trị số trên được gọi là các thông số ban đầu.

Từ hai phương trình trên ta thấy khi biết được phương trình đường đàn hồi ở đoạn thứ nhất ta suy ra phương trình đường đàn hồi ở đoạn thứ hai rồi lần lượt đoạn thứ ba... thứ n...

Ví dụ 7-19

Một dầm thép chịu lực $P = 4000 \text{ N}$ đặt tại giữa dầm và mặt cắt thay đổi như hình 7-26. Xác định góc xoay tại mặt cắt A và độ võng tại giữa dầm bằng phương pháp thông số ban đầu.



Hình 7-26

Cho $E = 2.10^7 \text{ N/cm}^2$.

Bài giải

Mômen quán tính đoạn BD :

$$J_1 = \frac{b_1 h_1^3}{12} = \frac{3 \cdot 12^3}{12} = 432 \text{ cm}^4$$

Lấy độ cứng đoạn BD để tính, ta có ở hai đoạn giữa $K_1 = 1$, ở hai đoạn bên

$$K_2 = \frac{J_1}{J_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 = \left(\frac{12}{8}\right)^3 = 3,375$$

Các thông số ban đầu và giá trị nội lực ở đầu và ở cuối các đoạn :

Đoạn AB	Đoạn BC	Đoạn CD	Đoạn DE
$y_0 = 0$	$\Delta y_2 = 0$	$\Delta y_3 = 0$	$\Delta y_4 = 0$
$\theta_0 = ?$	$\Delta \theta_2 = 0$	$\Delta \theta_3 = 0$	$\Delta \theta_4 = 0$
$M_0 = 0$	$M_{1c} = 30000 \text{ N cm}$ $M_{2d} = 30000 \text{ N cm}$	$M_{2c} = 60000 \text{ N cm}$ $M_{3d} = 60000 \text{ N cm}$	$M_{3c} = 30000 \text{ N cm}$ $M_{4d} = 30000 \text{ N cm}$
$Q_0 = 2000 \text{ N}$	$Q_{1c} = 2000 \text{ N}$ $Q_{2d} = 2000 \text{ N}$	$Q_{2c} = 2000 \text{ N}$ $Q_{3d} = -2000 \text{ N}$	$Q_{3c} = -2000 \text{ N}$ $Q_{4d} = -2000 \text{ N}$

Phương trình đường đàn hồi của các đoạn:

$$y_1(z) = \theta_0 z - \frac{1}{EJ_1} K_2 Q_0 \frac{z^3}{3!}$$

$$= \theta_0 z - 1,3 \cdot 10^{-7} z^3$$

$$y_2(z) = y_1(z) - \frac{1}{EJ_1} (K_1 M_{2d} - K_2 M_{1c}) \frac{(z - 15)^2}{2!} - \frac{1}{EJ_1} (K_1 Q_{2d} - K_2 Q_{1c}) \frac{(z - 15)^3}{3!}$$

$$= y_1(z) + 41,233 \cdot 10^{-7} (z - 15)^2 + 0,916 \cdot 10^{-7} (z - 15)^3$$

$$y_3(z) = y_2(z) - \frac{1}{EJ_1} (K_1 M_{3d} - K_1 M_{2c}) \frac{(z - 30)^2}{2!} - \frac{1}{EJ_1} (K_1 Q_{3d} - K_1 Q_{2c}) \frac{(z - 30)^3}{3!}$$

$$= y_2(z) + 0,771 \cdot 10^{-7} (z - 30)^3$$

$$y_4(z) = y_3(z) - \frac{1}{EJ_1} (K_2 M_{4d} - K_1 M_{3c}) \frac{(z - 45)^2}{2!} - \frac{1}{EJ_1} (K_2 Q_{4d} - K_1 Q_{3c}) \frac{(z - 45)^3}{3!}$$

$$= y_3(z) - 41,233 \cdot 10^{-7} (z - 45)^2 + 0,916 \cdot 10^{-7} (z - 45)^3$$

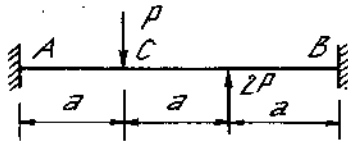
Điều kiện xác định θ_0 : Khi $z = 60 \text{ cm}, y_4 = 0$.
 Từ đó rút ra $\theta_0 = 1653 \cdot 10^{-7} \text{ (rad)}$
 Độ võng ở giữa nhịp : $y_{2(z=30)} = 0,0027 \text{ cm}$.

6. Dầm siêu tĩnh

Dầm siêu tĩnh là dầm không thể xác định được các thành phần phản lực ở các chỗ liên kết bằng các điều kiện tĩnh học. Trong chương này ta giới hạn cách định nghĩa về bậc siêu tĩnh của dầm bằng số ẩn số thừa mà các điều kiện tĩnh học không xác định được. Có nhiều phương pháp giải, ở đây chỉ trình bày phương pháp so sánh chuyển vị. Theo phương pháp này người ta bỏ bớt các liên kết của dầm siêu tĩnh cho trước để được dầm tĩnh định không biến dạng hình học. Dầm này gọi là dầm cơ bản.

Trước hết người ta chỉ đặt vào dầm cơ bản những tải trọng cho trước và tính chuyển vị tương ứng với ẩn số thừa bỏ đi ở mặt cắt đã giảm liên kết (nếu bỏ lực thừa thì tính độ võng, bỏ mômen thừa thì tính góc quay). Sau đó cũng trên dầm cơ bản ấy, người ta chỉ đặt các ẩn số thừa làm tải trọng và tính chuyển vị ở các mặt cắt đã giảm liên kết như ở trên. Giá trị của ẩn số thừa xác định từ điều kiện : Tổng chuyển vị của dầm cơ bản do tải trọng cho trước tác dụng và do ẩn số thừa tác dụng ở mặt cắt đã giảm liên kết bằng chuyển vị cũng của mặt cắt ấy của dầm siêu tĩnh.

Ví dụ 7-20



Hình 7-27

Vẽ biểu đồ lực cắt và mômen uốn của dầm siêu tĩnh chịu lực như hình (7-27). Vẽ đường đàn hồi nếu dầm có mặt cắt ngang là hình vành khăn $D = 1,2 \text{ cm}$, $d = 0,8 \text{ cm}$, ứng suất cho phép $[\sigma] = 16000 \text{ N/cm}^2$ và $a = 1 \text{ m}$. Hãy xác định tải trọng cho phép.

Bài giải

Trước hết ta tính tác dụng của lực P đặt tại C . Bỏ ngàm A , thay vào đó những phản lực V_{A1} và M_{A1} , ta có điều kiện biến dạng:

$$\theta_A = \theta_{AP} + \theta_{AV_A} + \theta_{AM_A} = 0,$$

$$f_A = f_{AP} + f_{AV_A} + f_{AM_A} = 0.$$

Các biến dạng trên có thể tính bằng phương pháp đồ toán. Ta có:

$$\theta_A = \frac{-Pa^2}{EJ_x} + \frac{3M_{A1}a}{EJ_x} + \frac{9V_{A1}a^2}{2EJ_x} = 0,$$

$$f_A = -\frac{14Pa^3}{3EJ_x} + \frac{9M_{A1}a^2}{2EJ_x} + \frac{9V_{A1}a^3}{EJ_x} = 0.$$

Giải hệ này ta được :

$$V_{A1} = \frac{20}{27}P, \quad M_{A1} = \frac{4}{9}Pa.$$

Bằng các phương trình cân bằng, rút ra :

$$V_{B1} = \frac{2}{27} PM_{B1} = \frac{2}{9} Pa.$$

Dựa vào kết quả trên, ta có thể suy ra dễ dàng giá trị các phản lực sinh ra do tác dụng của 2P đặt tại D (hình b) suy ra từ (hình a):

$$V_{A2} = \frac{14}{27} P, M_{A2} = \frac{4}{9} Pa, V_{B2} = \frac{40}{27} P, M_{B2} = \frac{8}{9} Pa.$$

Phản lực do cả hai lực P và 2P sinh ra (hình b):

$$V_A = \frac{2}{9} P, M_A = 0, V_B = \frac{11}{9} P, M_B = \frac{2}{3} Pa.$$

Biểu đồ mômen uốn và lực cắt vẽ trên (hình e).

$$M_{\max} = \frac{2}{3} Pa.$$

Tính P để đảm bảo điều kiện bền :

$$\frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma],$$

$$\frac{\frac{2}{3} Pa}{0,1D^3 (1 - \eta^4)} \leq [\sigma],$$

$$\text{hay } P \leq [\sigma] \cdot 0,1D^3 (1 - \eta^4) \frac{3}{2a} = 16000 \cdot 0,1 \cdot 1,2^3 (1 - 0,66^4) \cdot \frac{3}{2 \cdot 100}$$

$$\text{rút ra } P \leq 33 \text{ N.}$$

Phương trình đường đàn hồi :

Đoạn 1 ($0 \leq z \leq a$)

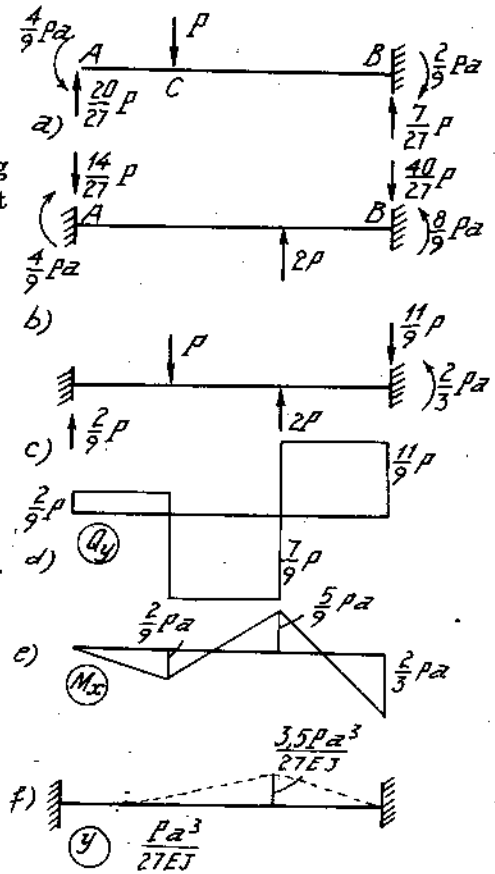
$$y_1(z) = -\frac{\frac{2}{9} Pz^3}{6EJ_x}$$

Đoạn 2 ($a \leq z \leq 2a$)

$$y_2(z) = \frac{\frac{2}{9} Pz^3}{6EJ_x} + \frac{P(z-a)^3}{6EJ_x}$$

Đoạn 3 ($2a \leq z \leq 3a$)

$$y_3(z) = \frac{\frac{2}{9} Pz^3}{6EJ_x} + \frac{P(z-a)^3}{6EJ_x} - \frac{2P(z-2a)^3}{6EJ_x}$$

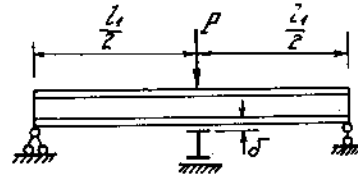


Hình 7-27a

Ví dụ 7-21

Một dầm thép mật cắt hình chữ I ($EJ_x = 1,5 \text{ MN/m}^2$, $W_x = 102 \text{ cm}^3$) dài $l_1 = 2\text{m}$ đặt trên hai gối đỡ đơn và chịu một lực P đặt ở giữa (H.7-28)

Ở phía dưới giữa dầm có đặt vuông góc một dầm thứ hai dài $l_2 = 1\text{m}$ cùng mật cắt, đặt trên gối đỡ đơn (hình vẽ). Khi chưa chịu lực đáy dầm trên còn cách mặt trên của dầm dưới là $\delta = 2\text{mm}$.



Hình 7-28

Xác định quan hệ giữa lực P với độ võng f ở giữa dầm trên và ứng suất cực đại của dầm này.

Bài giải

Tải trọng lớn nhất để dầm trên chạm dầm dưới tính từ công thức :

$$f = 2 \cdot 10^{-3} = \frac{P_0 l_1^3}{48EJ_x} = \frac{P_0 \cdot 2^3}{48 \cdot 1,5} = \frac{P_0}{9}$$

hay $P_0 = 9 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ MN} = 18 \text{ kN}$.

Khi $P \ll P_0$, ta có :

$$f = \frac{P l_1^3}{48EJ_x} = \frac{2^3}{48 \cdot 1,5} P = \frac{1}{9} P$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_x} = \frac{P l_1}{4W_x} = \frac{2}{4 \cdot 102 \cdot 10^{-6}} P = \frac{1}{204 \cdot 10^{-6}} P$$

Khi $P = P_0$ thì $\sigma_{\max} = 88 \text{ MN/m}^2$.

Khi $f > 2 \text{ mm}$, hai dầm cùng làm việc. Phần lực tác dụng vào dầm trên tính bằng cách so sánh biến dạng của hai dầm:

$$f_1 = f_2,$$

hay

$$\frac{P_1 l_1^3}{48EJ_x} = \frac{P_2 l_2^3}{48EJ_x}$$

hay

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{l_2^3}{l_1^3} = \frac{P_1}{P_1 + P_2} = \frac{l_2^3}{l_2^3 + l_1^3} = \frac{1^3}{1^3 + 2^3} = \frac{1}{9}$$

Đặt $P_1 + P_2 = P'$ là lực đặt thêm sau khi hai dầm chạm nhau thì:

$$P_1 = \frac{P'}{9}, P_2 = \frac{8P'}{9}$$

Độ võng và ứng suất của dầm trên ở giai đoạn này :

$$f' = \frac{\frac{P'}{9}l^3}{48EJ_x} = \frac{\frac{P'}{9}2^3}{48 \cdot 1,5} = 0,0123 P' ,$$

$$\sigma'_{\max} = \frac{\frac{P'}{9}}{102 \cdot 10^{-6}} = 1,09 \cdot 10^3 P' .$$

Dầm trên đến giới hạn an toàn khi $\sigma'_{\max} = 160 - 88 = 72 \text{ MN/m}^2$.

Khi đó:

$$P' = \frac{72}{1,09 \cdot 10^3} = 66 \cdot 10^{-3} \text{ MN} = 66 \text{ kN}.$$

Nếu dầm dưới đến giới hạn an toàn thì :

$$\sigma'_{\max} = \frac{8P'}{9W_x} = \frac{8P'}{9 \cdot 102 \cdot 10^{-6}} = 160 \text{ MN/m}^2 ,$$

hay

$$P' = 18,4 \text{ kN}.$$

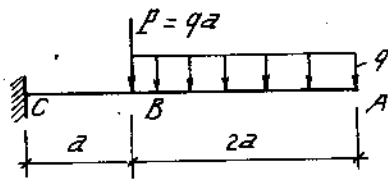
Vậy

$$[P] = 18 + 18,4 = 36,4 \text{ kN}.$$

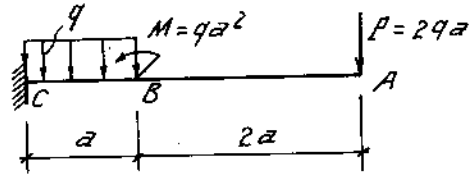
Khi đó độ võng của dầm trên $f = 2 + 0,0123 \cdot 18,4 \cdot 10^{-3} = 2,23 \text{ mm}$.

Bài tập

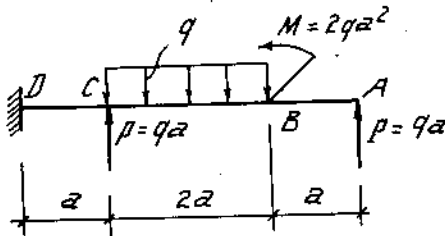
7*1 + 11. Vẽ biểu đồ nội lực của dầm cho trên hình (7-29) ÷ (7-39).



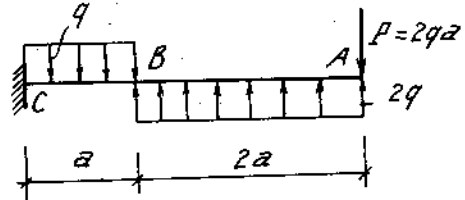
Hình 7-29



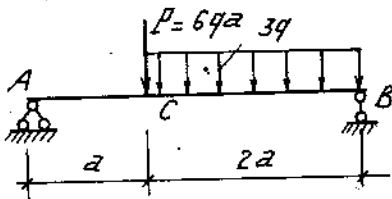
Hình 7-30



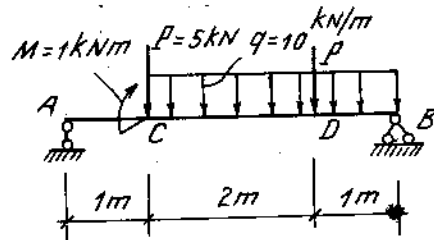
Hình 7-31



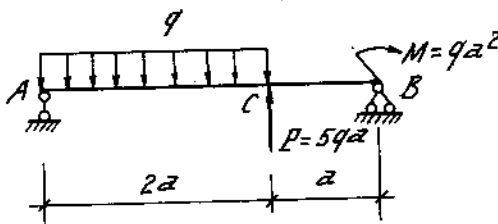
Hình 7-32



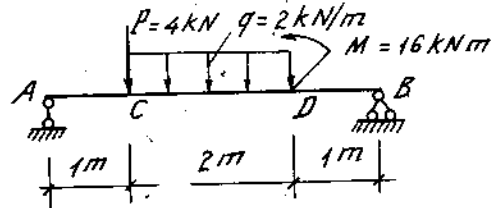
Hình 7-33



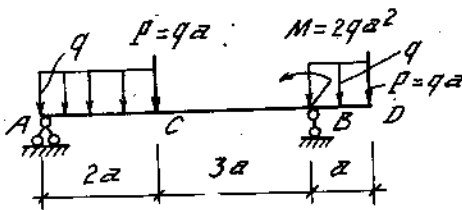
Hình 7-34



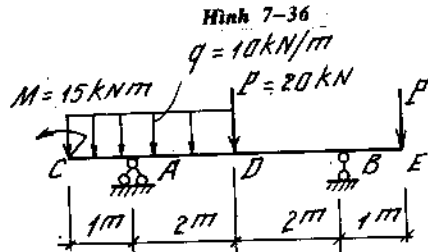
Hình 7-35



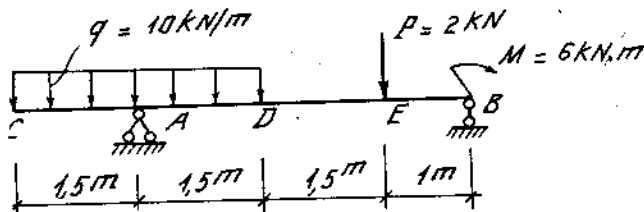
Hình 7-36



Hình 7-37



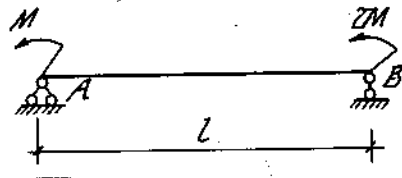
Hình 7-38



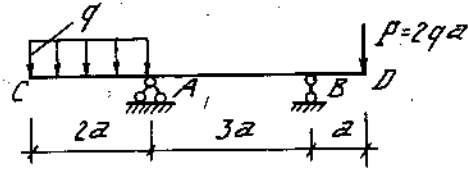
Hình 7-39

7*12 - 14.

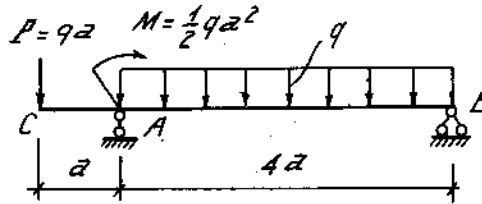
Không cần tính ra phân lực, vẽ biểu đồ nội lực của các dầm cho trên hình 7-40, 41, 42.



Hình 7-40



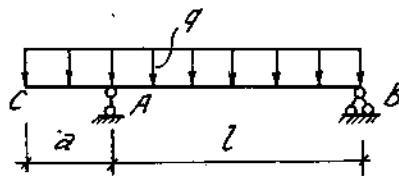
Hình 7-41



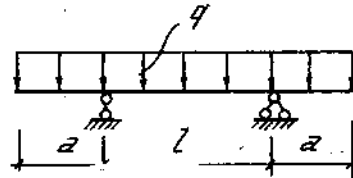
Hình 7-42

7*15-16.

Xác định khoảng cách a tùy do của dầm để mômen uốn tại gối tựa có giá trị bằng mômen lớn nhất của dầm (H. 7-43, 44).

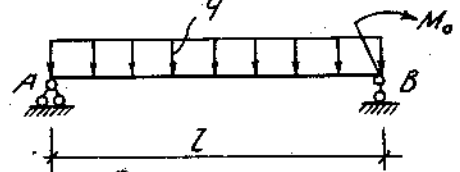


Hình 7-43

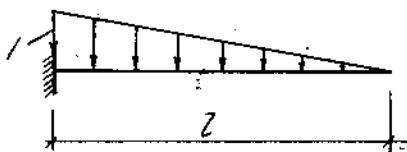


Hình 7-44

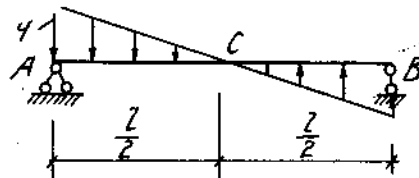
7*17. Cho một dầm chịu lực phân bố đều, hai đầu liên kết khớp. Để giảm giá trị của mômen uốn lớn nhất trong dầm xuống còn một nửa, người ta đặt vào mặt cắt tại gối tựa B một mômen tập trung (hình 7-45). Hãy xác định giá trị của mômen tập trung đó.



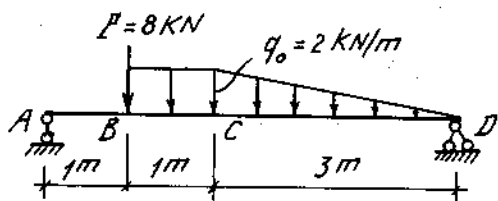
Hình 7-45



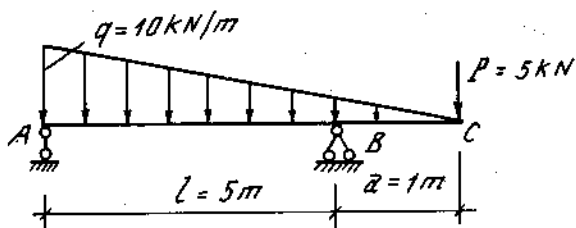
Hình 7-46



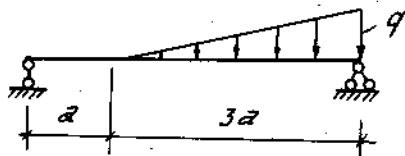
Hình 7-47



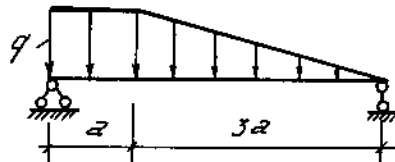
Hình 7-48



Hình 7-49



Hình 7-50



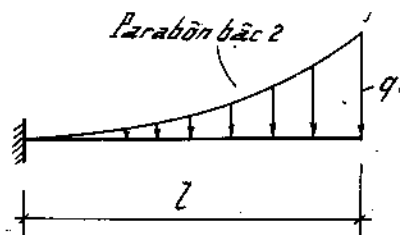
Hình 7-51

7*18-23.

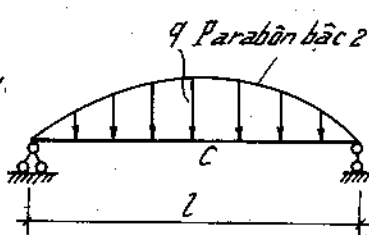
Vẽ biểu đồ nội lực của dầm cho trên hình (7-46, 47, 48, 49, 50, 51).

7*24-26.

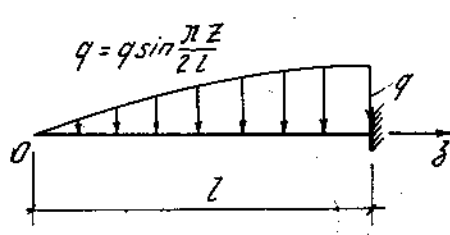
Vẽ biểu đồ nội lực của các dầm chịu lực phân bố không đều $q(z)$ như trên hình (7-52 ÷ 7-54).



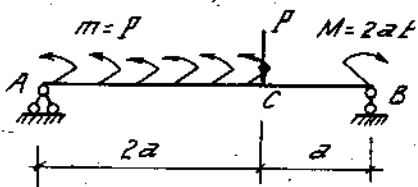
Hình 7-52



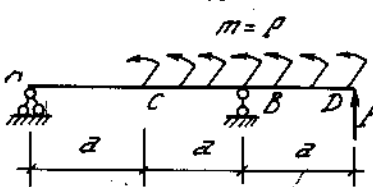
Hình 7-53



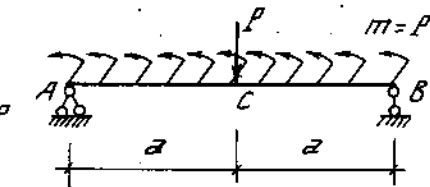
Hình 7-54



Hình 7-55



Hình 7-56



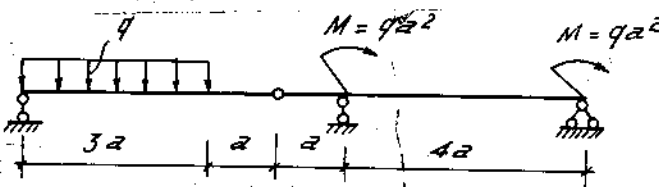
Hình 7-57

7*27-29.

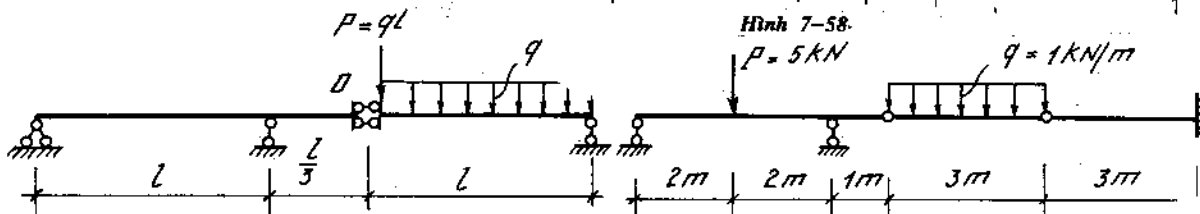
Vẽ biểu đồ nội lực của dầm cho trên hình (7-55, 56, 57).

7*30-32.

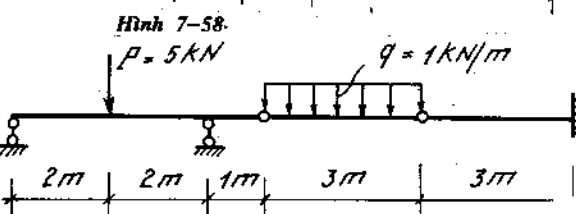
Vẽ biểu đồ lực cắt và mômen uốn của những dầm nhiều nhịp tính định trên hình (7-59, 60) (chú thích: ở (H-59), tại mặt cắt D có khớp trượt, ở đáy lực cắt Q bằng không).



Hình 7-58

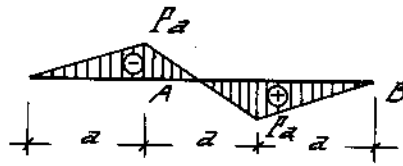


Hình 7-59

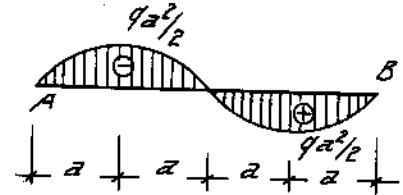


Hình 7-60

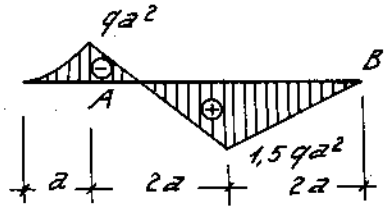
7*33-39. Trên hình (7.61) ÷ (7-67) là biểu đồ mômen uốn của các dầm đặt trên hai gối tựa A và B. Hãy xác định biểu đồ lực cắt Q và tải trọng tác động trên các dầm đó.



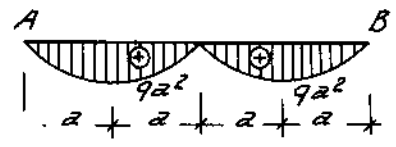
Hình 7-61



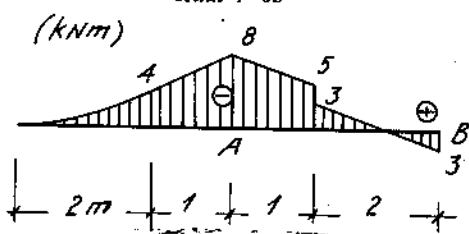
Hình 7-62



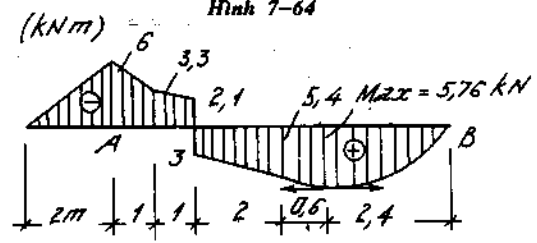
Hình 7-63



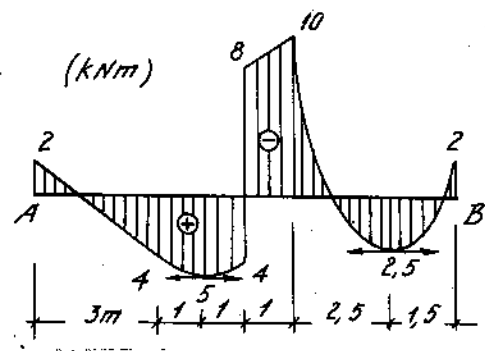
Hình 7-64



Hình 7-65

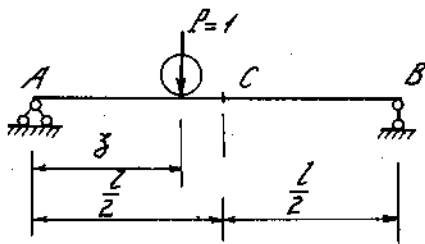


Hình 7-66

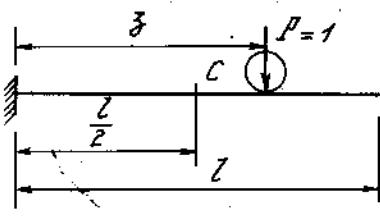


Hình 7-67

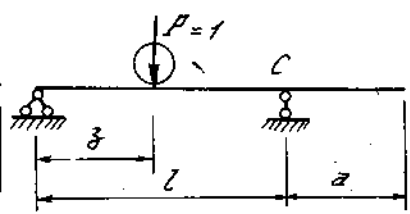
7*40-42. Vẽ đồ thị biến thiên của mômen uốn và lực cắt ở mặt cắt C của dầm vẽ trên hình (7-68, 69, 70) khi có lực P = 1 đi động dọc dầm.



Hình 7-68

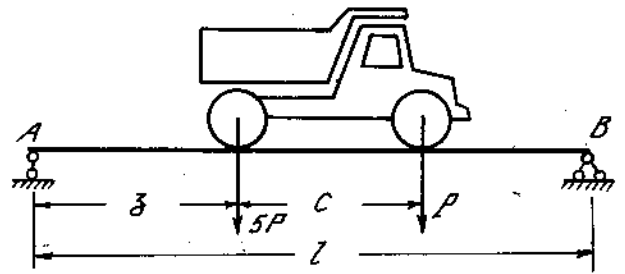


Hình 7-69



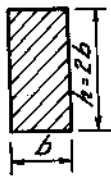
Hình 7-70

7*43. Một xe vận tải chạy qua cầu dài là l (hình 7-71). Tìm vị trí nguy hiểm nhất của xe nghĩa là vị trí sinh ra mômen uốn lớn nhất trong dầm. Khoảng cách hai bánh xe là C , tải trọng do hai bánh xe truyền xuống là P và $5P$.

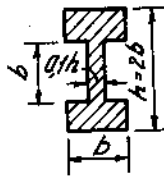


Hình 7-71

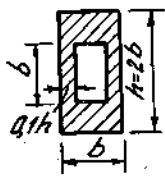
7*44-52. Vẽ biểu đồ ứng suất tiếp τ vuông góc với đường trung hòa (nằm ngang) trên các mặt cắt ngang của dầm, tính theo giá trị lớn nhất $\tau_{\max} = \tau_0$ (H. 7-72 ÷ 7-80).



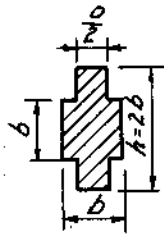
Hình 7-72



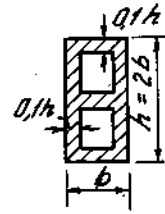
Hình 7-73



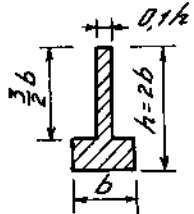
Hình 7-74



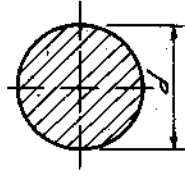
Hình 7-75



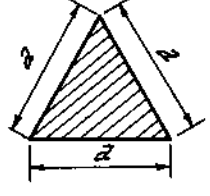
Hình 7-76



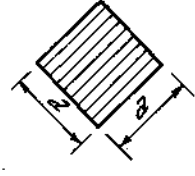
Hình 7-77



Hình 7-78

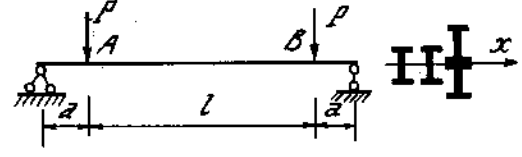


Hình 7-79



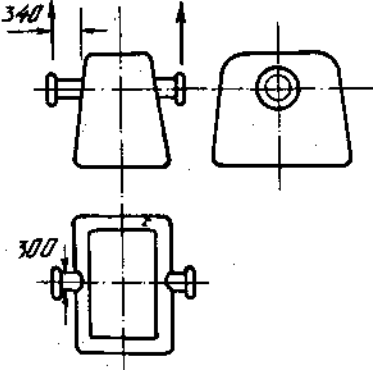
Hình 7-80

7*53. Cho dầm chịu lực như hình (7-81). Biết $P = 160\text{kN}$, $a = 0,35\text{m}$, $l = 4\text{m}$ và $[\sigma] = 16\text{ kN/cm}^2$. Kiểm tra điều kiện bền của đoạn dầm AB trong hai trường hợp:



Hình 7-81

a) Hai dầm chữ I số hiệu 18 đặt song song với nhau.

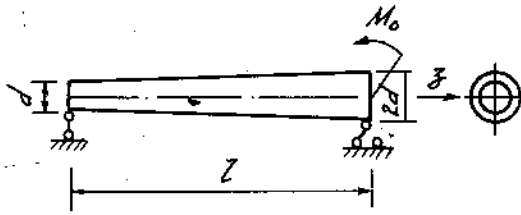


Hình 7-82

b) Hai dầm chữ I số hiệu 18 đặt chồng lên nhau và hàn liền.

7*54. Gầu mức nước thép có hình dạng như hình (7-82). Khi dây thép gầu nặng 43 tấn. Xác định ứng suất pháp lớn nhất trong tay xách.

7*55. Xác định vị trí mặt cắt nguy hiểm nhất và tính ứng suất pháp lớn nhất của dầm hình nón cụt chịu lực như hình 7-83.



Hình 7-83

7*56. Một dầm côngxon dài $l = 0,5\text{m}$ bằng gang có mặt cắt ngang là hình tam giác cân. Chiều cao h , bề rộng đáy $b = 0,6h$. Côngxon chịu lực $P = 1\text{kN}$ tác dụng ở đầu tự do hướng theo đường cao mặt cắt ngang từ trên xuống dưới. Biết giới hạn bền kéo và nén của gang là $\sigma_{bk} = 25\text{ kN/cm}^2$; $\sigma_{bn} = 100\text{ kN/cm}^2$, hệ số an toàn $n = 5$.

Hỏi nên đặt đáy mặt cắt lên phía trên hay phía dưới? Tính kích thước mặt cắt.

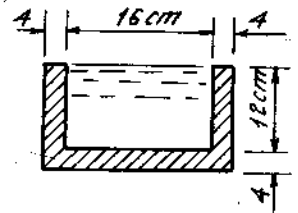
7*57. Dầm bằng thép có mặt cắt ngang là hình vuông $3 \times 3\text{cm}$ dài $l = 12\text{m}$. Kiểm tra độ bền của dầm trong hai trường hợp:

1. Dầm kê ở hai đầu.
2. Dầm kê trên hai gối cách đầu dầm một khoảng a .

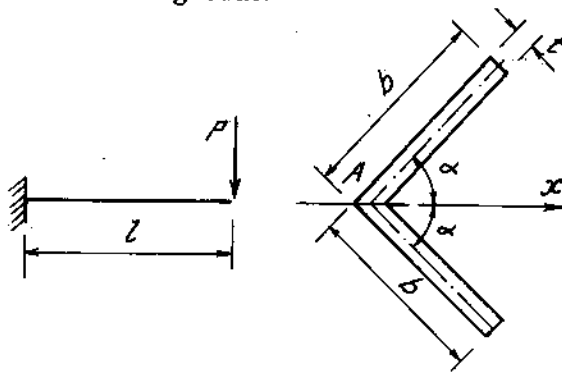
Tính khoảng cách a sao cho ứng suất pháp có giá trị nhỏ nhất.

Biết $[\sigma] = 21\text{ kN/cm}^2$, $\gamma = 0,0785\text{ N/cm}^3$.

7*58. Một máng nước có mặt cắt ngang như hình 7-84. Máng đặt lên hai cột cách nhau 6m . Máng làm bằng vật liệu có trọng lượng riêng $\gamma = 18\text{ kN/m}^3$. Hỏi khi chứa đầy nước thì ứng suất pháp và ứng suất tiếp cực đại là bao nhiêu? Vẽ biểu đồ ứng suất.



Hình 7-84

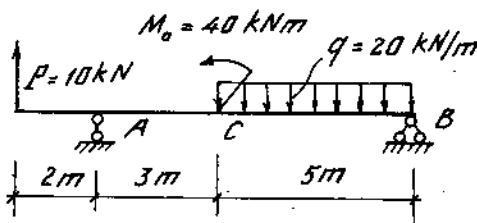


Hình 7-85

7*59. Tính ứng suất pháp và ứng suất tiếp lớn nhất, vẽ biểu đồ ứng suất tiếp tại mặt cắt ở ngàm của dầm dài $l = 100\text{cm}$ chịu lực ở đầu tự do $P = 25180\text{N}$ đặt tại điểm A (H. 7-85). Xét hai trường hợp:

1. Lực P theo phương thẳng đứng.
2. Lực P theo phương nằm ngang.

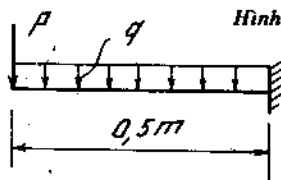
Cho: $b = 200\text{mm}$, $t = 20\text{mm}$, $\alpha = 45^\circ$



Hình 7-86

7*60. Một dầm thép, mặt cắt ngang chữ L chịu tải trọng như hình (7-86). Chọn số hiệu của mặt cắt. Kiểm tra độ bền của dầm theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng lớn nhất. Biết $[\sigma] = 16\text{ kN/cm}^2$.

7*61. Cho dầm thép chịu lực như hình 7-87. Biết:

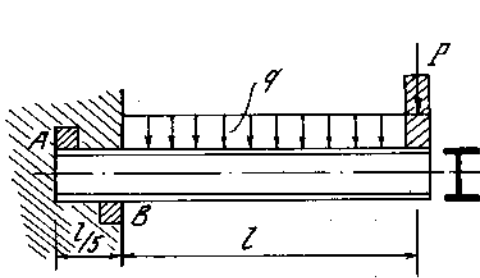


Hình 7-87

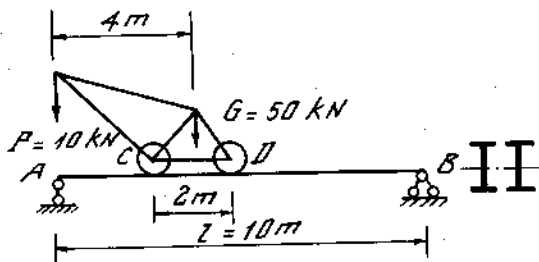
$q = 2,2\text{ kN/m}$, $P = 12\text{kN}$, $l = 0,5\text{m}$, $[\sigma] = 16\text{ kN/cm}^2$. Xác định kích thước mặt cắt hình tròn, hình vuông, hình chữ nhật ($h = 2b$) đặt nằm và đặt đứng thép hình chữ I, hình vành khăn ($\frac{d}{D} = 0,75$). So sánh trọng lượng của các dầm nói trên.

7*62. Một dầm đỡ ban công mặt cắt chữ I chịu tải trọng phân bố đều $q = 20\frac{\text{N}}{\text{m}}$ và lực tập trung $P = 2000\text{N}$. Xác định số hiệu mặt cắt, biết dầm dài $l = 1,5\text{m}$ và ứng suất cho phép $[\sigma] = 10000\text{ N/cm}^2$?

Xác định phản lực tại A và B, xem như dầm tựa lên hai điểm A và B (hình 7-88).



Hình 7-88

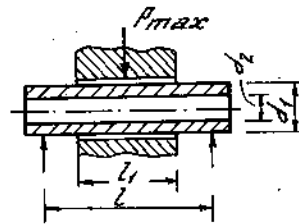


Hình 7-89

7*63. Một cần cầu di động trên dầm cầu tạo bởi hai thanh thép chữ I dài 10m. Chọn số hiệu mặt cắt dầm.

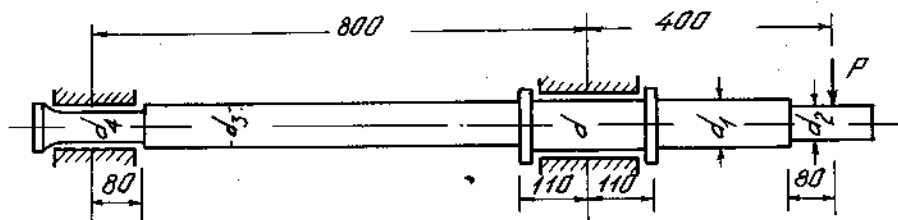
Cho $[\sigma] = 14 \text{ kN/cm}^2$ (hình 7-89).

7*64. Xác định đường kính ngoài và đường kính trong của chốt pittông động cơ máy kéo, biết áp lực lên pittông $P_{\max} = 22600 \text{ N}$, $d_2 = 0,75d_1$, $[\sigma] = 10000 \text{ N/cm}^2$, chiều dài tính toán của chốt $l = 73 \text{ mm}$, chiều rộng đầu thanh truyền $l_1 = 48 \text{ mm}$. Kiểm tra cả điều kiện bền theo ứng suất tiếp cho phép $[\tau] = 5800 \text{ N/cm}^2$. Giả thiết áp lực P_{\max} phân bố đều trên mặt tì.



Hình 7-90

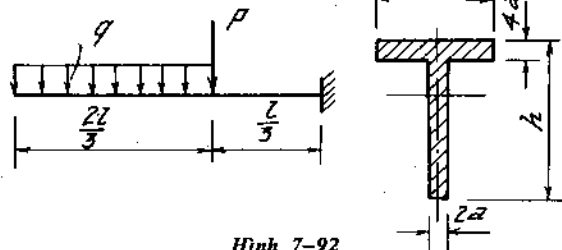
7*65. Xác định đường kính của năm đoạn trục theo điều kiện bền ứng suất pháp và ứng suất tiếp. Trục chịu lực như hình 7-91. Biết : $P = 20 \text{ kN}$ và thép làm trục có giới hạn chảy $\sigma_0 = 320 \text{ N/mm}^2$, hệ số an toàn $n = 3$ và ứng suất tiếp cho phép $[\tau] = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$.



Hình 7-91

7*66. Từ điều kiện bền của ứng suất pháp, xác định kích thước a, h của mặt cắt. Biết $q = 10 \text{ kN/m}$, $P = 1 \text{ kN}$, $l = 2,4 \text{ m}$ và $[\sigma]_k = 3 \text{ kN/cm}^2$, $[\sigma]_n = 9 \text{ kN/cm}^2$ (H. 7-92).

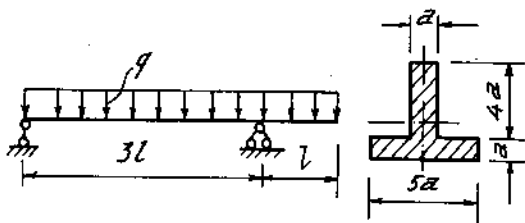
7*67. Một ống gang dựng dây nước có đường kính ngoài $D = 200 \text{ mm}$, thành ống $t = 10 \text{ mm}$, phải vượt qua một hố rộng. Hãy xác định bề rộng hố để đặt ống không cần trụ đỡ ở giữa. Biết ứng suất cho phép $[\sigma] = 2000 \text{ N/cm}^2$,



Hình 7-92

trọng lượng riêng của gang $\gamma = 0,075 \frac{\text{N}}{\text{cm}^3}$.

7*68. Xác định kích thước a của mặt cắt ngang của dầm chịu lực như hình (7-93) cho hai trường hợp :



Hình 7-93

1. Vật liệu làm dầm là vật liệu dẻo có $[\sigma]_k = [\sigma]_n = 17,5 \text{ kN/cm}^2$.

2. Vật liệu làm dầm là vật liệu giòn có : $[\sigma]_k = 3 \text{ kN/cm}^2$ và $[\sigma]_n = 9 \text{ kN/cm}^2$.

Biết $q = 100 \text{ N/cm}$ và $l = 1 \text{ m}$.

7*69. Một dầm đơn giản dài

$l = 1 \text{ m}$, chịu tải trọng phân bố

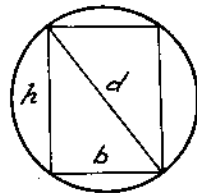
đều $q = 600 \text{ N/cm}$. Dầm có mặt

cắt ngang là hình chữ nhật $b \times h$, xé từ mặt cắt tròn đường kính d

của một cây gỗ (H. 7-94). Xác định tỉ số $\frac{b}{h}$ sao cho mặt cắt hình chữ

nhật có mômen chống uốn lớn nhất. Xác định đường kính d của cây

gỗ để dầm đạt điều kiện bền, biết $[\sigma] = 1000 \text{ N/cm}^2$.



Hình 7-94

7*70. Người ta dùng dầm gỗ tròn $D = 26 \text{ cm}$ và

ván gỗ để đỡ lớp đất cao $H = 2 \text{ m}$ đổ lên trên nắp

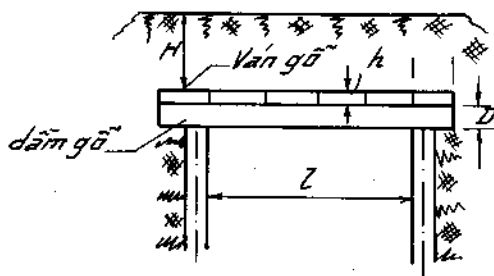
hầm. Hầm rộng $l = 3 \text{ m}$. Tính khoảng cách a giữa các

dầm gỗ và bề dày của ván gỗ. Biết trọng lượng riêng

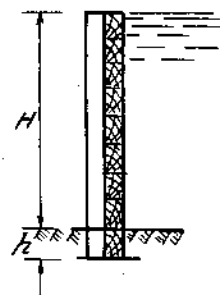
của đất $\gamma = 0,012 \text{ N/cm}^3$. Ứng suất cho phép của gỗ

là $[\sigma] = 1000 \text{ N/cm}^2$. Khi tính, xem ván gỗ có hai

đầu tự do lên hai gối tựa là hai dầm gỗ (H. 7-95).



Hình 7-95



Hình 7-96

7*71. Một đập chắn nước làm

bằng ván gỗ tựa vào những cột

chống bằng gỗ vuông. Tính bề dày t của ván gỗ và cạnh a của cột

chống. Khoảng cách giữa hai cột chống $d = 100 \text{ cm}$; chiều cao

của nước $H = 200 \text{ cm}$. Ứng suất cho phép của gỗ $[\sigma] = 400 \text{ N/cm}^2$

(H. 7-96).

Xem ván như những dầm đơn giản tựa lên hai cột và xem cột chống có ngàm ở độ sâu $h = 24 \text{ cm}$ dưới mặt đất.

7*72. Vẽ biểu đồ nội lực của dầm tĩnh định hai nhịp chịu tải

trọng như trên hình (7-97). Chọn số hiệu mặt cắt gồm hai hình

chữ [có xét đến trọng lượng dầm. Vẽ biểu đồ ứng suất pháp, ứng suất tiếp và ứng suất chính tại mặt cắt B.

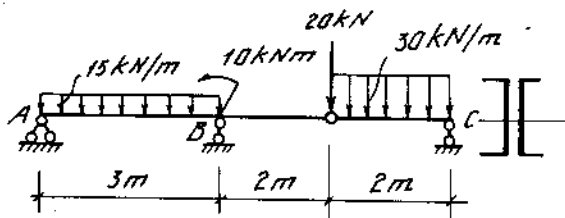
Cho $[\sigma] = 160 \text{ MN/cm}^2$, $[\tau] = 100 \text{ MN/m}^2$.

7*73. Tại mặt cắt nguy hiểm nhất của một

dầm chữ nhật có mômen $M = 12 \text{ kNm}$, lực cắt

$Q = 40 \text{ kN}$. Tính kích thước mặt cắt dầm biết

$\frac{b}{h} = \frac{1}{12}$, $[\sigma] = 10 \text{ kN/cm}^2$, $[\tau] = 5,78 \text{ kN/cm}^2$.



Hình 7-97

Xác định giá trị và phương ứng suất chính

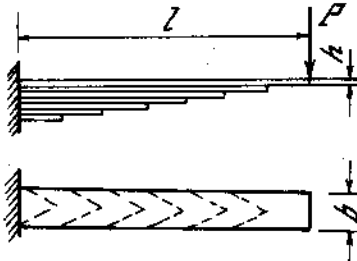
và ứng suất tiếp cực trị tại các điểm cách đường trung hòa là $\pm \frac{h}{2}$, $\pm \frac{3h}{8}$, $\pm \frac{h}{4}$, $\pm \frac{h}{8}$.

7*74. Xác định kích thước hợp lí của dầm chống uốn đều chịu lực như hình 7-98. Dầm có mặt cắt ngang là hình chữ nhật.

1. Chiều cao h không đổi, tính b_2 .

2. Chiều rộng b không đổi tính h_z . Cho biết P , l , $[\sigma]$ và $[\tau]$.

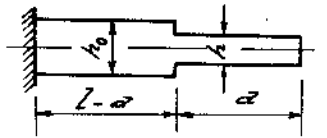
7*75. Tính ứng suất lớn nhất của nhíp xe dạng côngxon có chiều dài $l = 55\text{cm}$, $h = 0,5\text{cm}$, $b = 4\text{cm}$. Lực tác dụng ở đầu mút $P = 1250\text{N}$. Số lá nhíp $n = 7$ (H. 7-99).



Hình 7-99

7*76. Một côngxon có mặt cắt ngang là hình chữ nhật bé rộng b không đổi, chiều cao thay đổi h_0 và h . Xác định tỉ số $\frac{h}{h_0}$ và $\frac{a}{l}$ sao cho đảm bảo trọng lượng bé nhất mà vẫn đảm bảo điều kiện bền (H. 7-100).

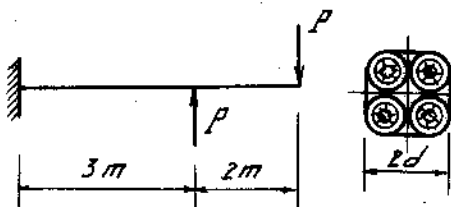
Hình 7-98



Hình 7-100

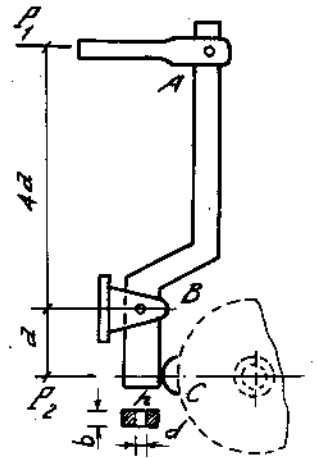
1. Trường hợp có lực tập trung P tại đầu tự do của dầm.
2. Trường hợp lực phân bố đều q dọc chiều dài dầm.

7*77. Xác định tải trọng lớn nhất có thể tác dụng lên côngxon gồm 4 cây gỗ tròn ghép lại. Cho $d = 16\text{cm}$ và $[\sigma] = 1000\text{ N/cm}^2$. Để xét đến biến dạng của thanh ghép dầm, khi tính mômen chống uốn chỉ lấy 80% giá trị của hình nguyên vẹn (H. 7-101).



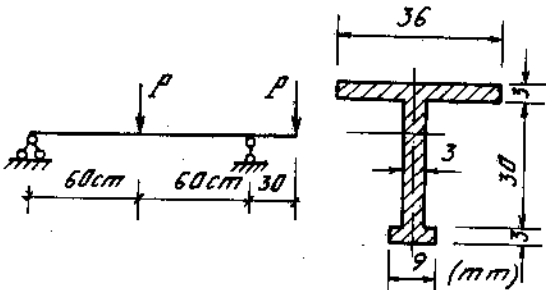
Hình 7-101

7*78. Một thiết bị gồm tay kéo và đòn khuỷu ABC, (H. 7-102) đòn khuỷu xoay tự do xung quanh khớp B. Khi hãm với lực kéo là P_1 thì lực tỉ lên bánh xe tại C là P_2 . Xác định giá trị P_1 và P_2 . Biết mặt cắt đòn khuỷu tại B có $b = 2\text{cm}$, $h = 6\text{cm}$, đường kính $d = 30\text{mm}$ và ứng suất cho phép $[\sigma] = 14\text{ kN/cm}^2$. Cho $a = 25\text{cm}$.

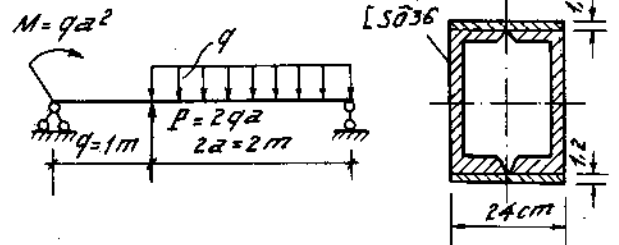


Hình 7-102

7*79. Cho dầm thép như trên hình (7-103). Tính tải trọng cho phép, biết $[\sigma] = 16\text{ kN/cm}^2$.



Hình 7-103

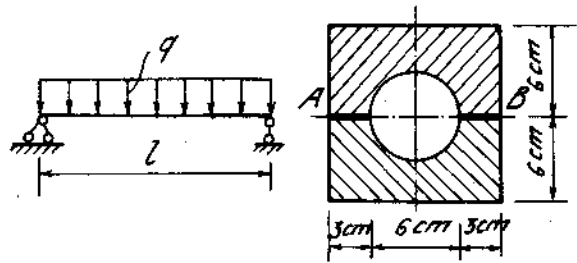


Hình 7-104

7*80. Có dầm thép chịu lực như hình (7-104). Mặt cắt ngang dầm gồm hai thép chữ [số 36 và hai bản nắp ghép lại. Tính tải trọng q có thể đặt vào dầm. Sau đó kiểm tra độ bền theo ứng suất tiếp.

Cho $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$, $[\tau] = 9 \text{ kN/cm}^2$.

7*81. Một dầm đơn giản gồm hai mảnh bằng gỗ dán theo đường AB. Dầm dài $l = 2,5\text{m}$ và có kích thước như hình 7-105. Tính tải trọng phân bố đều cho phép, biết ứng suất cho phép của gỗ $[\sigma] = 1200 \text{ N/cm}^2$, ứng suất trượt cho phép của keo dán $[\tau] = 60 \text{ N/cm}^2$.

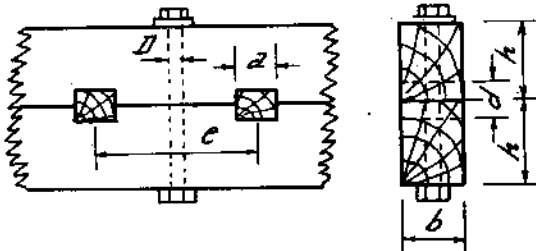


Hình 7-105

7*82. Một dầm đơn giản bằng gỗ nhíp $l = 6\text{m}$ chịu tải trọng phân bố đều $q = 4500 \text{ N/m}$. Dầm ghép bằng hai thanh gỗ có mặt cắt ngang là hình chữ nhật ($b \times h = 12 \times 20\text{cm}$) liên kết bằng đinh bulông (đường kính lỗ đinh $D = 20\text{mm}$) và chêm gỗ kích thước $a \times d = 8 \times 6\text{cm}$. Khoảng cách giữa hai chêm $e = 28\text{cm}$ (H. 7-106). Tính:

- Ứng suất pháp lớn nhất tại mặt cắt giữa dầm (mặt cắt có đinh bulông).
- Áp lực của dầm tác dụng lên mặt chêm.

Ứng suất dập và cắt chêm. Ứng suất tiếp cắt dầm (khi tính bỏ qua tác dụng của đinh bulông).

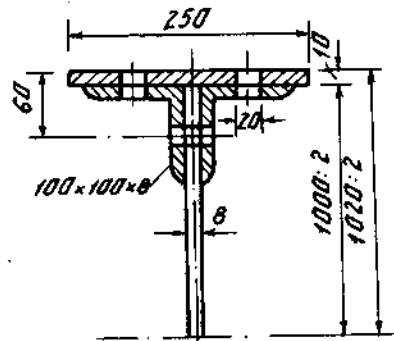


Hình 7-106

Tại mặt cắt đang xét dầm có mômen uốn $M_x = 800\text{kNm}$ và lực cắt $Q_y = 540\text{kN}$. Tính khoảng cách các đinh tán và kiểm tra ứng suất của dầm. Cho :

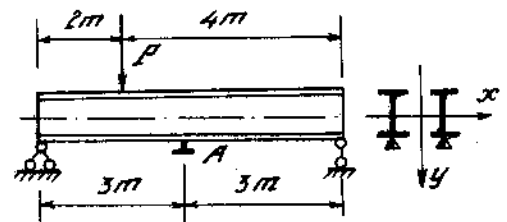
$[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2$, $[\tau] = 100 \text{ MN/m}^2$,
 $[\tau_{\text{cắt}}] = 100 \text{ MN/m}^2$, $[\sigma_{\text{dập}}] = 280 \text{ MN/m}^2$.
 Khi kiểm tra ứng suất tính dùng lí thuyết thế năng biến đổi hình dạng.

7*83. Một dầm chữ I ghép bằng thép bản và thép góc cao $h = 1020\text{mm}$, gồm hai bản cánh $250 \times 10\text{mm}$, một bản bụng $1000 \times 8\text{mm}$ và bốn thép góc $100 \times 100 \times 8\text{mm}$. Đinh tán có đường kính $d = 20\text{mm}$ đặt cách đều nhau dọc dầm (H. 7-107).



Hình 7-107

7*84. Một dầm cầu gồm hai thép chữ I số 36 dài $l = 6\text{m}$, chịu tác dụng của lực $P = 125\text{kN}$ đặt cách gối trái 2m . Ở bản cánh phía dưới mặt cắt giữa nhịp, người ta đặt một tenxômét A. Khi tải trọng ở vị trí nối trên tenxômét chỉ độ giãn tương đối $\epsilon_z = 4 \cdot 10^{-4}$. So sánh kết quả đo với kết quả lí thuyết (H. 7-108).



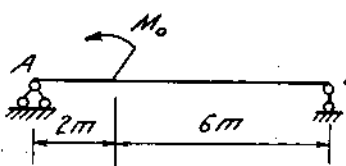
Hình 7-108

7 * 85. Xác định đường đàn hồi của dầm AB bằng phương pháp tích phân không định hạn, biết $M_0 = 20\text{kNm}$ (H. 7-109)

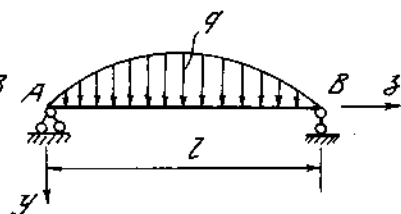
7 * 86. Tính mômen uốn lớn nhất, độ võng lớn nhất và góc xoay tại mặt cắt gối tựa bên trái của dầm chịu tải trọng phân bố theo đường parabol. Mật độ lớn nhất của tải trọng ở tại giữa nhịp và bằng q (H. 7-110)

7 * 87. Tìm độ võng tại mặt cắt C và B của dầm chịu lực như hình (7. 111) bằng phương pháp tích phân không định hạn.

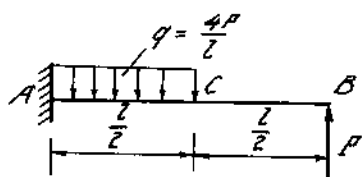
7 * 88. Xác định góc xoay tại gối A và B, độ võng tại C của dầm như hình (7-112).



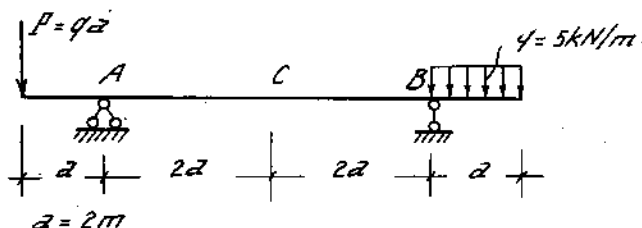
Hình 7-109



Hình 7-110

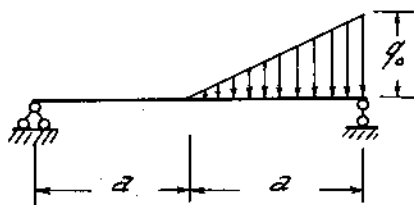


Hình 7-111

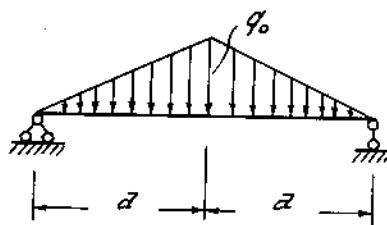


Hình 7-112

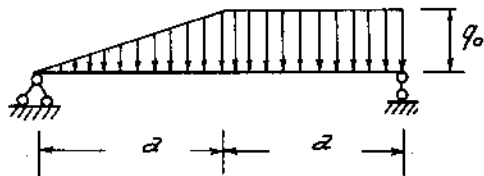
7 * 89 - 91. Tìm độ võng tại mặt cắt ngang giữa nhịp của những dầm chịu tải trọng tác dụng như hình 7-113, 114, 115.



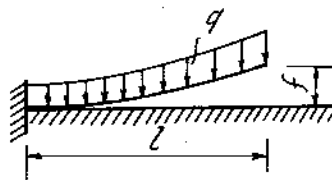
Hình 7-113



Hình 7-114



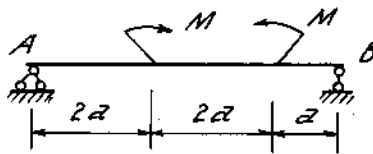
Hình 7-115



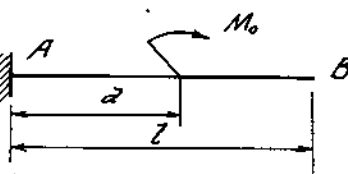
Hình 7-116

7 * 92. Một thanh ngàm một đầu và bị uốn cong như trên hình (7 - 116). Hỏi phải uốn thanh theo một đường cong như thế nào để khi đặt lực phân bố đều q lên thanh, thanh trở lại thành thẳng.

7 * 93. Bằng phương pháp đồ toán, tìm góc xoay tại hai gối tựa và độ võng lớn nhất của dầm (H. 7-117).



Hình 7-117



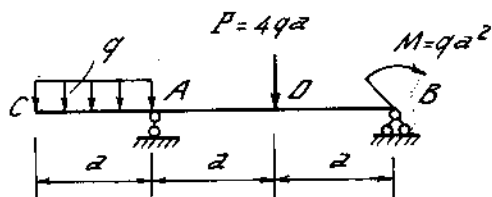
Hình 7-118

7 * 94. Bằng phương pháp đồ toán, tìm độ võng và góc xoay tại đầu tự do của dầm. Dầm chịu lực như hình 7-118. Viết phương trình đường đàn hồi của dầm.

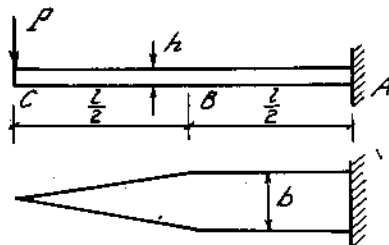
7 * 95. Có dầm độ cứng không đổi chịu lực như hình (7-119). Xác định :

- Độ võng và góc xoay tại mặt cắt C.
- Góc xoay tại hai gối tựa A và B.
- Độ võng tại mặt cắt D.

7 * 96. Có dầm mặt cắt ngang thay đổi và chịu lực như hình 7-120. Tính độ võng tại đầu tự do và góc xoay tại mặt cắt ngang giữa dầm.

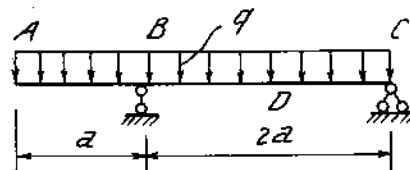


Hình 7-119



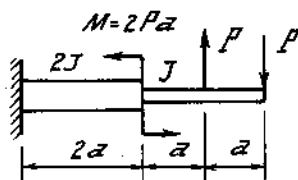
Hình 7-120

7 * 97. Dầm có độ cứng không đổi chịu tải trọng phân bố đều dọc dầm. Tính độ võng tại mặt cắt D và mặt cắt A, góc xoay tại mặt cắt A (H. 7-121).

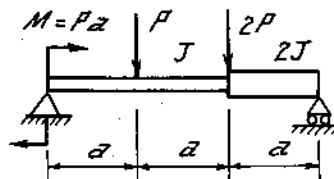


Hình 7-121

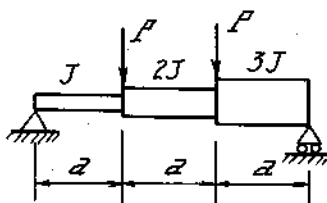
7 * 98 - 103. Xác định độ võng và góc quay lớn nhất về giá trị tuyệt đối của dầm. P, M, a, E và J_{max} coi như đã biết trong các hình 7-122 + 7-127.



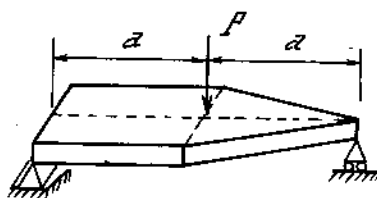
Hình 7-122



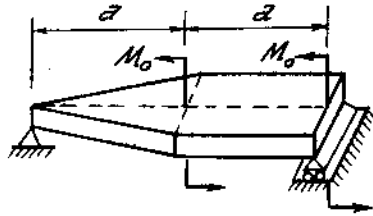
Hình 7-123



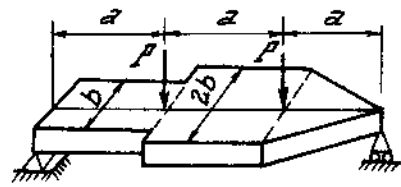
Hình 7-124



Hình 7-125



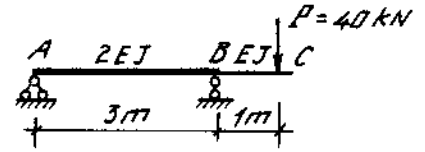
Hình 7-126



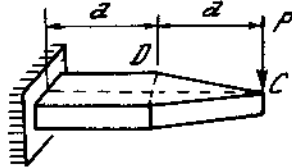
Hình 7-127

7 * 104. Bằng phương pháp đồ toán xác định độ võng và góc xoay ở đầu C của dầm chịu lực $P = 40\text{kN}$ như trên hình (7-128). Hai đoạn dầm có độ cứng khác nhau.

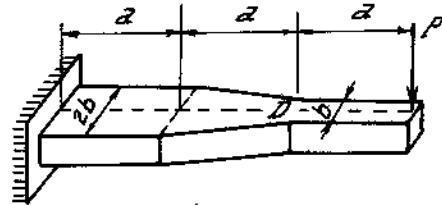
7 * 105 - 108. Xác định độ võng f_C của mặt cắt C và góc quay θ_D của mặt cắt D, P, a, E, J_{\max} coi như đã biết trong các hình 7-129 + 7-132.



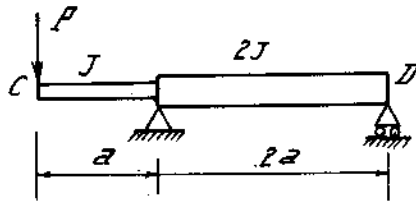
Hình 7-128



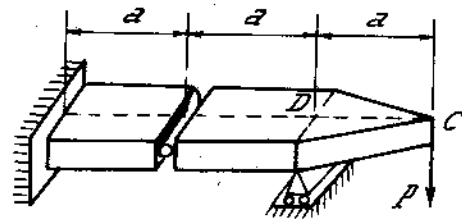
Hình 7-129



Hình 7-130



Hình 7-131



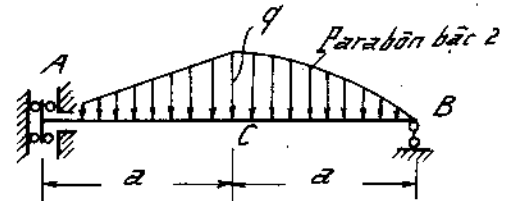
Hình 7-132

7 * 109. Dầm chịu tải trọng như hình 7-133. Xác định độ võng tại ngàm trượt, tại mặt cắt giữa dầm và góc xoay tại mặt cắt gối tựa B. (Phương pháp thông số ban đầu).

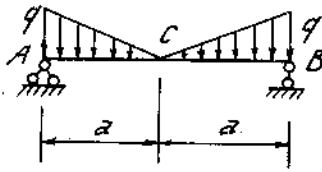
7 * 110. Một dầm có độ cứng không đổi chịu tải trọng như hình 7-134. Tính độ võng ở giữa nhịp và góc xoay ở gối A.

Vẽ biểu đồ lực cắt, mômen uốn, và độ võng (Phương pháp thông số ban đầu).

7 * 111. Vẽ đường đàn hồi và đồ thị góc xoay của dầm vẽ trên hình 7-135. Mặt cắt dầm gồm hai mặt cắt chữ I số hiệu 27 ghép lại. (Phương pháp thông số ban đầu).



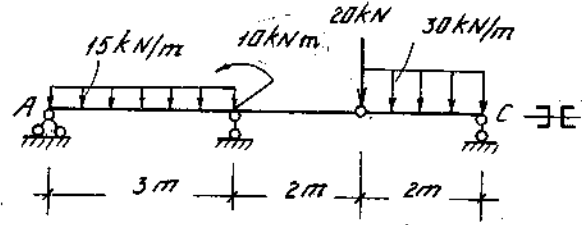
Hình 7-133



Hình 7-134

7 * 112. Xác định tải trọng P cho phép của dầm chịu lực như hình 7-136 theo điều kiện bền và cứng. Mặt cắt của dầm là thép định hình chữ I số hiệu 33,

$$E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2, [\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2, \left[\frac{f}{l} \right] = \frac{1}{800} \text{ và } a = 60 \text{ cm.}$$

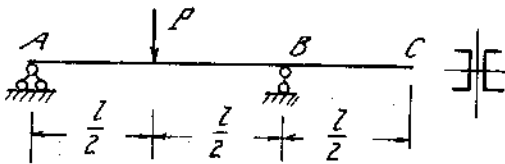


Hình 7-135

7 * 113. Có dầm mặt cắt gồm hai hình chữ [chịu lực như hình 7-137. Chọn số hiệu mặt cắt để đảm bảo đảm độ bền và độ cứng. Cho

$$P = 40 \text{ kN}, l = 3 \text{ m}, [\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2, E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2, \left[\frac{f}{l} \right] = \frac{1}{400}.$$

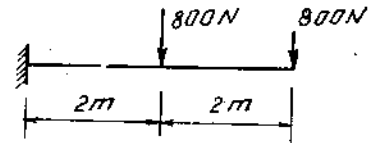
Hình 7-136



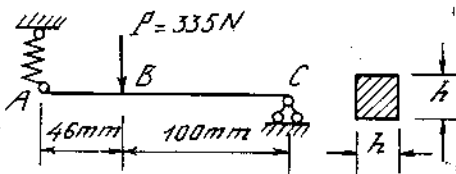
Hình 7-137

7 * 114. Chọn kích thước mặt cắt ngang hình chữ nhật ($\frac{h}{b} = \frac{5}{3}$) của dầm chịu lực như hình 7-138. Biết : $P = 800 \text{ N}$, $E = 1.10^6 \text{ N/cm}^2$ và $[\sigma] = 1200 \text{ N/cm}^2, \left[\frac{f}{l} \right] = \frac{1}{200}$.

7 * 115. Một dầm AC chịu lực tập trung P đặt ở B (H. 7-139). Đầu C của dầm tựa trên gối cố định. Đầu B được treo vào một lò xo có đường kính ngoài $D = 25 \text{ mm}$, đường kính dây thép $d = 4,5 \text{ mm}$, số vòng làm việc $n = 6$. Tính độ võng tại mặt cắt B. Cho $h = 8 \text{ mm}$,



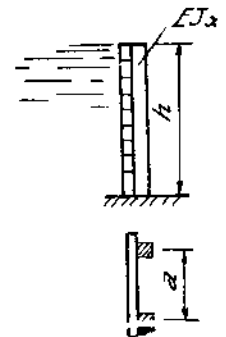
Hình 7-138



Hình 7-139

$$E = 2.10^5 \text{ N/mm}^2, G = 8.10^4 \text{ N/mm}^2.$$

7 * 116. Một đập chắn nước gồm những cột gỗ có độ cứng EJ_x và ván lát như ở hình 7-140. Các cột cách nhau khoảng cách a. Lập công thức tính chuyển vị đầu cột.



Hình 7-140

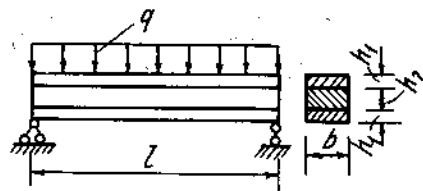
7 * 117. Một dây thép tròn đường kính $d = 3 \text{ mm}$, phải được cuộn thành cuộn đường kính bao nhiêu để khi dỡ ra dây thép vẫn được thẳng như cũ. Cho giới hạn chảy của thép ; $\sigma_{ch} = 240 \text{ MN/m}^2$,

$$E = 2,1.10^5 \text{ MN/m}^2.$$

7 * 118. Ba thanh thép mặt cắt hình chữ nhật có cùng bề rộng đặt chồng lên nhau và tựa lên hai gối đơn giản. Tải trọng q đặt lên,

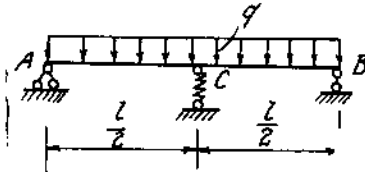
ba thanh phân bố đều. Tính ứng suất cực đại ở mỗi thanh (H. 7-141).

cho
$$h_1 = \frac{h_2}{2} = \frac{b}{4}$$



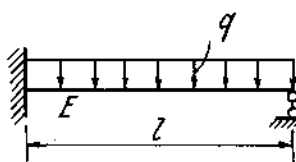
Hình 7-141

7 * 119. Một dầm dài $l = 2m$ bằng gỗ có mật cắt $5 \times 6cm$ và $E = 1,2 \cdot 10^6 N/cm^2$. Hai gối biên A và B là hai gối cứng. Gối tựa C là gối lò xo. Xác định độ cứng C của lò xo để sao cho khi dầm chịu tải trọng phân bố đều q , mômen uốn tại C bằng không (H. 7-142).



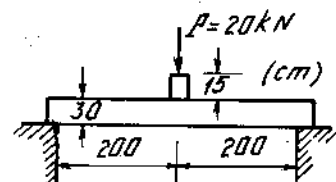
Hình 7-142

7 * 120. Viết phương trình đường đàn hồi của dầm siêu tĩnh chịu tải trọng phân bố đều q như hình 7-143.

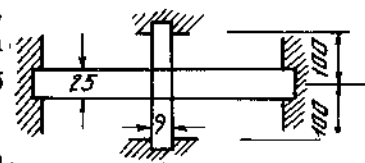


Hình 7-143

7 * 121. Có hai dầm cùng vật liệu đặt đè lên nhau ở giữa nhịp như trên hình vẽ. Tải trọng tác dụng lên dầm $P = 20kN$. Kích thước dầm ghi trên hình 7-144. Tính ứng suất lớn nhất và độ võng của mỗi dầm. Cho $E = 10^3 kN/cm^2$.

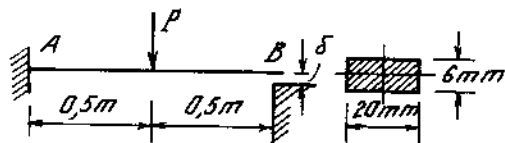


7 * 122. Một thanh thép dài 1m, mặt cắt hình chữ nhật $b \times h = 20 \times 6mm$, ngàm ở đầu A, chịu một lực $P = 30N$ đặt ở giữa nhịp. Kiểm tra độ bền của dầm biết rằng $[\sigma] = 160MN/m^2$. Ở đầu B có khe hở $\delta = 20mm$. Cho $E = 2 \cdot 10^5 MN/m^2$ (H. 7-145).

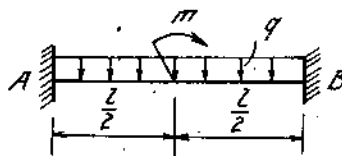


Hình 7-144

7 * 123. Xác định phân lực tại ngàm của dầm siêu tĩnh chịu tải trọng như hình (7-146).



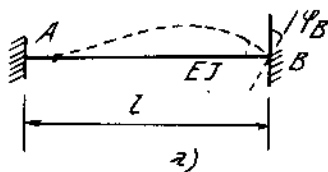
Hình 7-145



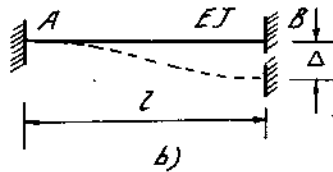
Hình 7-146

7 * 124. Xác định mômen uốn M_A và M_B tại ngàm A và B của dầm có hai đầu ngàm trong hai trường hợp sau :

1. Ngàm B quay một góc φ_B (H. 7-147).
2. Ngàm B thấp xuống một đoạn nhỏ Δ (H. 7-148).

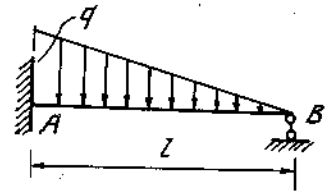


Hình 7-147



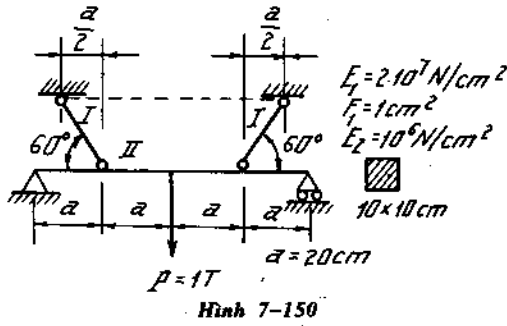
Hình 7-148

7 * 125. Viết phương trình đường đàn hồi, mômen uốn và lực cắt của dầm siêu tĩnh chịu lực phân bố bậc nhất (hình 7-149).

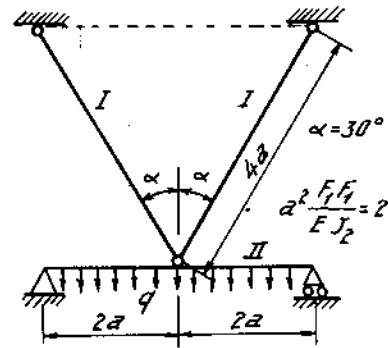


Hình 7-149

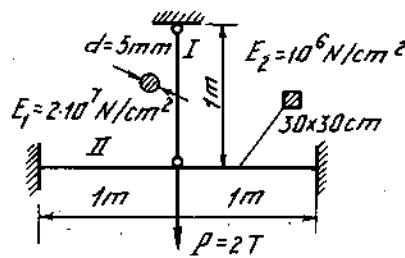
7 * 126 - 131. Tính lực dọc N trong các thanh treo trong các hình 7-150 + 7-155.



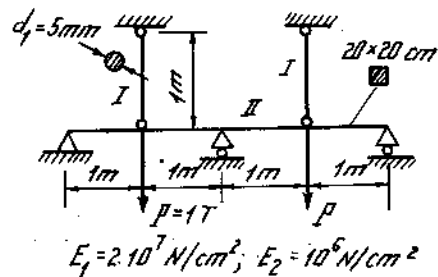
Hình 7-150



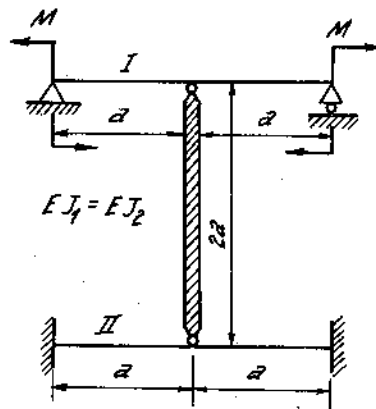
Hình 7-151



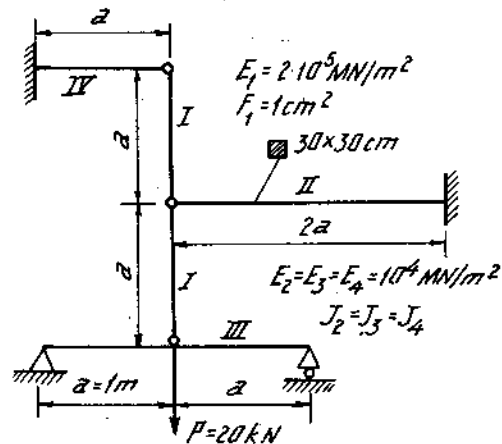
Hình 7-152



Hình 7-153



Hình 7-154



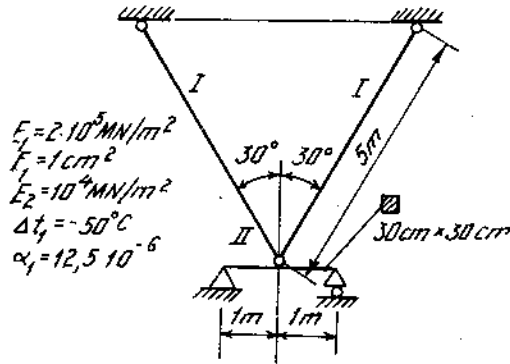
Hình 7-155

7 * 132 - 135. Tính ở trong các bộ phận của hệ hỗn hợp dầm - thanh :

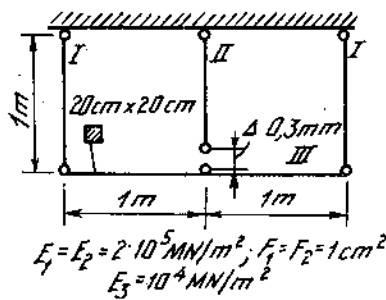
1. Ứng suất do nhiệt độ (bài hình 156 và 159) trong thanh treo.

2. Ứng suất do lắp ráp (bài hình 157 và 158)

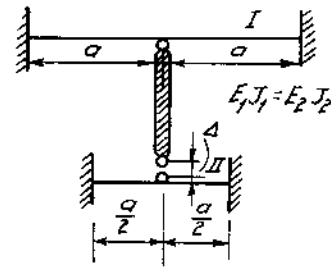
Trong bài hình (157) tính nội lực trong thanh treo.



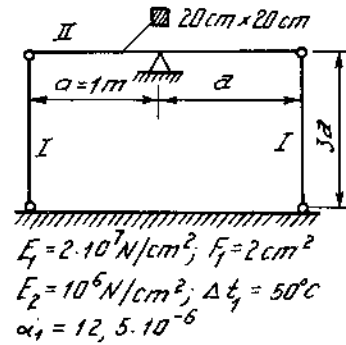
Hình 7-156



Hình 7-158

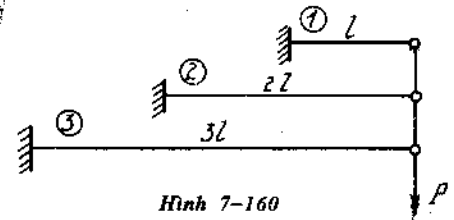


Hình 7-157



Hình 7-159

7 * 136. Một hệ thống gồm ba côngxon, đầu tự do được liên kết với nhau bằng những thanh giằng cứng. Tính ứng suất cực đại ở mỗi dầm khi có lực P treo ở đầu dầm. Mặt cắt dầm cần thay đổi thế nào để các dầm có cùng độ bền (H. 7-160).



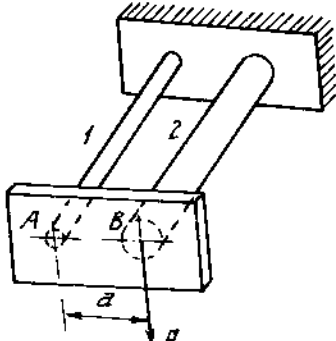
Hình 7-160

7 * 137. Kết cấu gồm hai thanh thép tròn có bán kính d_1 và d_2 , một đầu ngàm chặt, một đầu gắn với một miếng cứng AB. Khi lực P tác dụng ở B, miếng cứng vẫn giữ vị trí thẳng đứng (H. 7-161).

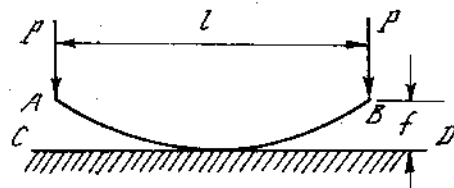
Tính mômen xoắn và mômen uốn ở đầu mỗi thanh.

7 * 138. Một thanh thép AB được uốn cong trước để khi nén bằng hai lực P ở hai đầu, thanh thẳng lại và chịu áp lực phân bố đều do mặt cứng CD tạo nên. Tính lực P và ứng suất lớn nhất khi nén thanh thành thẳng.

Cho $l = 50\text{cm}$, $f = 0,25\text{cm}$ và mặt cắt thanh $a \times a = 2,5 \times 2,5\text{cm}$ (H. 7-162)



Hình 7-161



Hình 7-162

TÍNH THANH CHỊU LỰC PHỨC TẠP

1. Uốn xiên

1-1. Ứng suất pháp trên một cắt ngang (H.8-1).

Một thanh gọi là uốn xiên khi trên các mặt cắt ngang của thanh có hai thành phần nội lực là mômen uốn M_x và M_y , hoặc có cả thành phần mômen uốn và lực cắt. M_x , Q_y , M_y , Q_x .

Tại một điểm bất kì trên mặt cắt ngang có tọa độ x, y , (Ox, Oy là hệ trục quán tính chính trung tâm). Ứng suất pháp được tính theo công thức.

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} \cdot y + \frac{M_y}{J_y} x \quad (8-1)$$

hoặc

$$\sigma_z = M \left(\frac{y \cdot \sin\alpha}{J_x} + \frac{x \cdot \cos\alpha}{J_y} \right) \quad (8-2)$$

Trong đó :

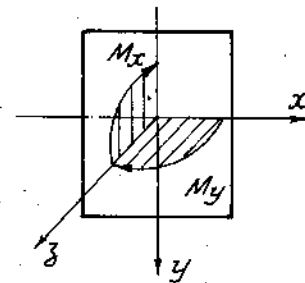
$$M_x = M \sin\alpha$$

$$M_y = M \cos\alpha$$

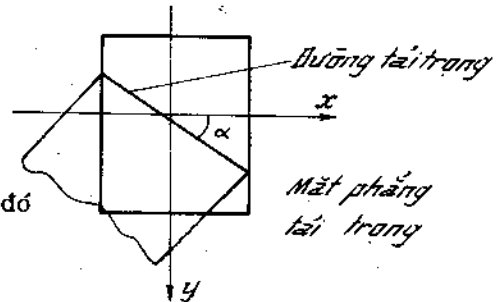
$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \quad (8-3)$$

α - góc giữa trục x và đường tải trọng (H.8-2) do đó hệ số góc của đường tải trọng là :

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{M_x}{M_y} \quad (8-4)$$



Hình 8-1



Hình 8-2

M_x, M_y được coi là dương khi làm căng các thớ ở phía chiều dương của trục y và trục x (H.8-1).

Để không cần chú ý đến dấu của tọa độ x, y và M_x, M_y trong kĩ thuật sử dụng công thức sau :

$$\sigma_z = \pm \frac{|M_x|}{J_x} |y| \pm \frac{|M_y|}{J_y} |x| \quad (8-5)$$

Trong đó các giá trị đều lấy trị số tuyệt đối, còn lấy dấu cộng hay trừ trước mỗi số hạng thì tùy theo các mômen uốn M_x và M_y gây ra ứng suất kéo hay nén ở điểm đang xét

1-2. Vị trí đường trung hòa.

Vị trí đường trung hòa được xác định bởi phương trình.

$$\frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x = 0 \quad (8-6)$$

hoặc

$$y = -\frac{J_x}{J_y} \cdot \frac{M_y}{M_x} x = -\operatorname{tg} \beta \cdot x$$

với

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{J_x}{J_y} \cdot \frac{M_y}{M_x} = -\operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{J_x}{J_y} \quad (8-7)$$

β - góc nghiêng giữa đường trung hòa với trục x .

1-3. Ứng suất pháp cực đại và cực tiểu.

Những điểm có ứng suất pháp cực trị là những điểm xa trục trung hòa nhất và được tính theo công thức :

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_x|}{J_x} \cdot |y_k| + \frac{|M_y|}{J_y} |x_k| \quad (8-8)$$

$$\sigma_{\min} = - \left[\frac{|M_x|}{J_x} \cdot |y_n| + \frac{|M_y|}{J_y} |x_n| \right] \quad (8-9)$$

Trong đó x_k, y_k là tọa độ của điểm chịu kéo cách xa đường trung hòa nhất.

x_n, y_n là tọa độ của điểm chịu nén cách xa đường trung hòa nhất.

Nếu mặt cắt ngang có hai trục quán tính chính trung tâm đều là các trục đối xứng thì do $|x_k| = |x_n|$; $|y_k| = |y_n|$ ta có :

$$\sigma_{\max} = |\sigma_{\min}|$$

Trường hợp mặt cắt ngang có hai trục đối xứng như (H. 8-1) trị số ứng suất pháp cực trị được viết dưới dạng :

$$\sigma_{\max} = |\sigma_{\min}| = \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y} \quad (8-10)$$

trong đó

$$W_x = \frac{J_x}{|y_{\max}|} ; W_y = \frac{J_y}{|x_{\max}|} \quad (8-11)$$

1-4. Ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang.

Ứng suất tiếp tổng hợp có thể tính gần đúng bằng tổng hình học của các ứng suất tiếp do Q_x và Q_y gây ra. Ứng suất này thường rất bé, do đó có thể không xét đến trong tính toán thực tế.

1-5. Điều kiện bền của dầm chịu uốn xiên.

Khi đã bỏ qua ảnh hưởng của ứng suất tiếp. Điểm nguy hiểm là điểm có ứng suất pháp cực trị. Trạng thái ứng suất của điểm nguy hiểm là trạng thái ứng suất đơn. Do đó điều kiện bền là :

- Đối với vật liệu dẻo :

$$|\sigma_{\max}| \leq [\sigma] \quad (8-12)$$

- Đối với vật liệu giòn :

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma_k] \quad (8-13)$$

$$\sigma_{\min} \leq [\sigma_n] \quad (8-14)$$

Từ các điều kiện bên, ta cũng rút ra ba bài toán cơ bản :

- Kiểm tra bền thỏa mãn (8-12) hoặc (8-13), (8-14).

- Tìm tải trọng cho phép

- Chọn kích thước mặt cắt ngang. Riêng bài toán chọn kích thước có phức tạp hơn vì theo (8- 8,9) ta có nhiều đại lượng chưa biết như $J_x; J_y; x_k; y_k; x_n; y_n$. Do đó phải tiến hành theo phương pháp thử dần.

Ví dụ : Theo (8-10) điều kiện bền (8-12) có dạng :

$$\frac{M_x + CM_y}{W_x} \leq [\sigma]$$

Từ đó ta có :

$$W_x \geq \frac{M_x + CM_y}{[\sigma]}$$

trong đó :

$$C = \frac{W_x}{W_y}$$

với mặt cắt hình chữ nhật chiều cao h , chiều rộng b thì $C = \frac{h}{b}$. Đối với thép cán

định hình I có thể chọn $C = 8$ lần đầu ;

Với hình chữ U chọn $C = 6$ lần đầu.

1-6. Tính chuyển vị.

Độ võng f và góc xoay θ của mặt cắt nào đó của dầm bị uốn xiên bằng tổng hình học độ võng và góc xoay do các thành phần mômen uốn tác dụng trong các mặt phẳng quán tính chính trung tâm của dầm tức là:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}; \quad \theta = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2} \quad (8-15)$$

trong đó : f_x, f_y - độ võng theo phương trục x và trục y ;

θ_x, θ_y - góc xoay của mặt cắt chung quanh trục x và trục y .

Phương của độ võng tại mặt cắt nào đó được xác định bởi công thức.

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{f_y}{f_x}$$

còn góc quay tổng hợp của mặt cắt là góc mà mặt cắt quay chung quanh đường trung hòa.

Ví dụ 8-1

Cho $P = 2400 \text{ N}$, $q = 4000 \text{ N/m}$

$l = 2\text{m}$; $\alpha = 30^\circ$; $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$

$$[\sigma] = 16.000 \text{ N/cm}^2 \text{ (H.8-3)}$$

Xác định số hiệu mặt cắt dầm thép hình chữ I, vị trí đường trung hòa.

Bài giải :

Mômen uốn cực đại ở ngàm

$$M_{y_{\max}} = Pl \sin \alpha = 240 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 240 \text{ N.m}$$

$$M_{x_{\max}} = \frac{ql^2}{2} + Pl \cos \alpha = \frac{4000 \cdot 4}{2} + 240 \cdot 2 \cdot 0,866 = 12160 \text{ Nm}$$

Thứ lần thứ nhất, ta lấy $C = 8$.

Theo công thức :

$$W_x = \frac{M_x + CM_y}{[\sigma]} = \frac{1216 + 8 \cdot 240}{1600} 100 = 196 \text{ cm}^3$$

Ta chọn mặt cắt dầm thép chữ I số 20 có giá trị mômen chống uốn nhỏ hơn và gần nhất.

$$W_x = 184 \text{ cm}^3, W_y = 23,1 \text{ cm}^3.$$

Tại điểm A và B ở mặt cắt ngàm ta có $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$, do đó

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x_{\max}}}{W_x} + \frac{M_{y_{\max}}}{W_y} = \frac{121600}{184} + \frac{24000}{23,1} \approx 17000 \text{ N/cm}^2$$

Vì :

$$\frac{\sigma_{\max} - [\sigma]}{[\sigma]} 100 = \frac{1700 - 1600}{1600} 100 \approx 6,2 \% > 5\%$$

do đó ta lấy mặt cắt số 20a với $W_x = 203 \text{ cm}^3, W_y = 28,2 \text{ cm}^3$,

khi đó:

$$\sigma_{\max} = \frac{121600}{203} + \frac{24000}{28,2} = 14500 \text{ N/cm}^2$$

Ứng suất nhỏ hơn :

$$\frac{1600 - 1450}{1600} 100 \approx 9,4\%$$

Đối với mặt cắt số 20a, $J_y = 155 \text{ cm}^4, J_x = 2030 \text{ cm}^4$, do đó ở mặt cắt ngàm

$$\text{tg} \beta = (J_x M_{y_{\max}}) / (J_y M_{x_{\max}}) = 2030 \cdot 240 / (155 \cdot 1216) \approx 2,58 \rightarrow \beta = 68^\circ 50'$$

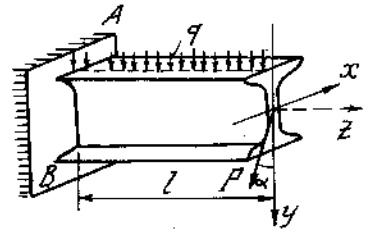
Trên hình (8-3a) có vẽ đường trung hòa nn và biểu đồ ứng suất pháp σ của mặt cắt ngàm.

Ví dụ 8-2.

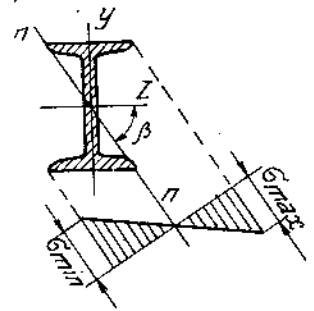
Một côngxon mặt cắt thay đổi chịu lực như trên hình (8-4). Biết $P_1 = 1,63P$ và $h = 2b$. Xác định giá trị và phương của độ võng ở đầu tự do.

Bài giải

Dầm có mặt cắt thay đổi nên độ võng toàn phần bằng tổng độ võng trong từng đoạn.



Hình 8-3



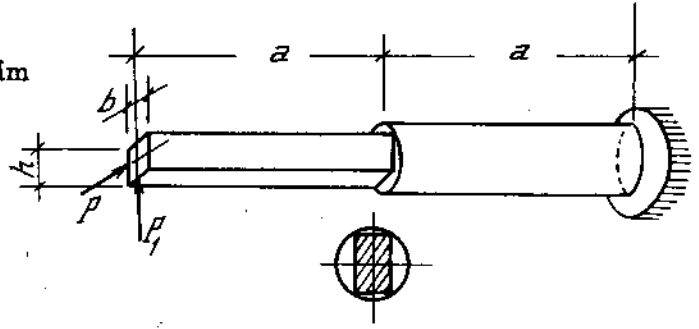
Hình 8-3a

Gọi J_x^1, J_y^1 là các mômen quán tính của phần dầm có mặt cắt hình chữ nhật, J_x^2, J_y^2 là mômen quán tính của phần dầm có mặt cắt hình tròn :

$$J_x^1 = \frac{bh^3}{12} = \frac{2b^4}{3},$$

$$J_y^1 = \frac{hb^3}{12} = \frac{b^4}{6},$$

$$J_x^2 = J_y^2 = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi(b\sqrt{5})^4}{64} = \frac{25\pi \cdot b^4}{64}$$



Hình 8-4

Bằng các phương pháp tìm độ võng đã biết, ta có :

$$f_y = \frac{P_1 a^3}{3EJ_x^1} + \frac{7P_1 a^3}{3EJ_x^2},$$

$$f_x = \frac{Pa^3}{3EJ_y^1} + \frac{7Pa^3}{3EJ_y^2}$$

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \sqrt{\left(\frac{P_1 a^3}{3EJ_x^1} + \frac{7P_1 a^3}{3EJ_x^2}\right)^2 + \left(\frac{Pa^3}{3EJ_y^1} + \frac{7Pa^3}{3EJ_y^2}\right)^2}$$

Thay các giá trị mômen quán tính vừa tìm được ở trên và $P_1 = 1,63P$ vào biểu thức. Cuối cùng ta được :

$$f_{\max} = 5,5 \frac{Pa^3}{Eb^4}$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{f_y}{f_x}$$

Với

$$f_y = 3,912 \frac{Pa^3}{Eb^4}, \quad f_x = 3,9 \frac{Pa^3}{Eb^4}$$

ta được

$$\gamma \approx 45^\circ$$

2. Uốn và kéo nén đồng thời

2-1. Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

Một thanh gọi là chịu uốn và kéo - nén đồng thời khi trên các mặt cắt ngang của thanh có các thành phần nội lực là lực dọc và mômen uốn hoặc có cả thành phần lực cắt.

Ứng suất pháp tại một điểm bất kì trên mặt cắt ngang có tọa độ x, y được xác định theo công thức.

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x \quad (8-16)$$

hoặc theo công thức kĩ thuật

$$\sigma_z = \pm \frac{|N_z|}{F} \pm \frac{|M_x|}{J_x} |y| + \frac{|M_y|}{J_y} |x| \quad (8-17)$$

Chọn dấu tương tự như trong uốn xiên

2-2. Vị trí đường trung hòa

Vị trí đường trung hòa được xác định bởi phương trình :

$$\frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x = 0 \quad (8-18)$$

hoặc

$$1 + \frac{M_x \cdot y}{N_z \cdot i_x^2} + \frac{M_y \cdot x}{N_z \cdot i_y^2} = 0 \quad (8-19)$$

trong đó: i_x, i_y bán kính quán tính chính, $i^2 = \frac{J}{F}$;

F diện tích mặt cắt ngang ;

J_x, J_y - mômen quán tính chính trung tâm của mặt cắt ngang.

2-3. Ứng suất pháp cực đại và cực tiểu

Ứng suất pháp có giá trị cực đại và cực tiểu tại những điểm tiếp xúc của chu tuyến mặt cắt với các đường thẳng song song với đường trung hòa.

Nếu thanh có mặt cắt ngang có hai trục đối xứng, tương tự kí hiệu trong uốn xiên ta có :

$$\sigma_{\max} = \pm \frac{|N_z|}{F} + \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y} \quad (8-20)$$

$$\sigma_{\min} = \pm \frac{|N_z|}{F} - \frac{|M_x|}{W_x} - \frac{|M_y|}{W_y} \quad (8-21)$$

2-4. Điều kiện bền

Bỏ qua ảnh hưởng của ứng suất tiếp được tính như trong uốn xiên. Trạng thái ứng suất của điểm nguy hiểm là trạng thái ứng suất đơn. Do đó điều kiện bền là :

- Đối với vật liệu dẻo :

$$|\sigma_{\max}| \leq [\sigma] \quad (8-22)$$

- Đối với vật liệu giòn :

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma_k] \quad (8-23)$$

$$\sigma_{\min} \leq [\sigma_n] \quad (8-24)$$

Ví dụ 8-3.

Cho $q = 6\text{kN/m}$; $L = 6\text{m}$; $\alpha = 30^\circ$;
 $[\sigma] = 140\text{MN/m}^2$ (hình 8-5). Chọn số hiệu
 mặt cắt dầm thép chữ I.

Bài giải.

Hình chiếu của tải trọng q lên trục z và
 trục y (hình 8 - 5).

$$q_z = q \sin \alpha ; q_y = q \cos \alpha$$

Thành phần q_z phân bố đều trên chiều dài
 l tạo ra biến dạng nén. Thành phần q_y làm dầm bị uốn ngang. Mômen uốn cực đại ở
 mặt cắt giữa nhịp dầm.

$$M_{\max} = q_y l^2 / 8 = q L^2 / (8 \cos \alpha).$$

Ta lấy giá trị này để thử chọn mặt cắt lần thứ nhất. Khi đó :

$$W_x = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{q l^2}{8[\sigma] \cos \alpha} = \frac{6000 \cdot 36}{8 \cdot 140 \cdot 10^7 \cdot 0,866} = 2,23 \cdot 10^{-4} \text{m}^3 = 223 \text{cm}^3$$

Mặt cắt chữ I số 22 có mômen chống uốn lớn hơn và gần nhất với giá trị này :
 $W_x = 232 \text{cm}^3$; $F = 30,6 \text{cm}^2$.

Ở mặt cắt có M_{\max} tác dụng lực nén dọc bằng :

$$N_{z=l/2} = -\frac{q_z l}{2} = -\frac{q l}{2} \text{tg} \alpha$$

Ta kiểm tra mặt cắt đã chọn ở trên khi có xét thêm lực dọc :

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{|N_z|}{F} + \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{6000 \cdot 6}{2 \cdot 30,6 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{3}} + \frac{6000 \cdot 36}{8 \cdot 232 \cdot 10^{-6} \cdot 0,866} = \\ &= 137,8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 137,8 \text{ MN/m}^2. \end{aligned}$$

Ứng suất nhỏ hơn

$$\frac{[\sigma] - |\sigma_{\max}|}{[\sigma]} \cdot 100 = \frac{2,2}{140} \cdot 100 \approx 1,6\%$$

Thực ra ứng suất lớn nhất ở tại mặt cắt bên trái mặt cắt giữa nhịp một đoạn khá
 bé (ảnh hưởng không đáng kể). Thật vậy, đối với một mặt cắt bất kì ta có :

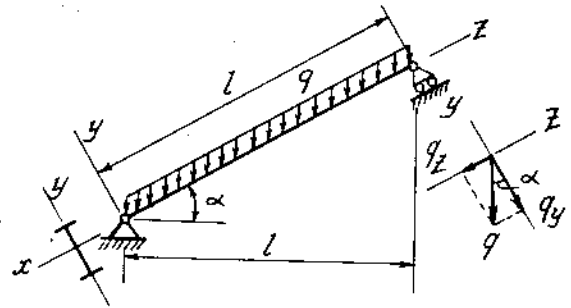
$$|\sigma|_{\max} = \frac{1}{W} \left(\frac{q l z}{2} \cos \alpha - \frac{q z^2}{2} \cos \alpha \right) + \frac{q(1-z)}{F} \sin \alpha.$$

$$\text{Vi } \frac{d|\sigma|_{\max}}{dz} = \frac{q l}{2W} \cos \alpha - \frac{q z}{W} \cos \alpha - \frac{q}{F} \sin \alpha = 0,$$

nên mặt cắt nguy hiểm ở cách gối trái một đoạn bằng:

$$z = \frac{l}{2} - \frac{W}{F} \text{tg} \alpha = \frac{6 \cdot 2}{2\sqrt{3}} - \frac{232 \cdot 10^{-6}}{30,6 \cdot 10^{-4} \sqrt{3}} = 3,420 \text{m},$$

(mặt cắt giữa nhịp là 4,4cm).



Hình 8 - 5

Ở mặt cắt này ($x = 3,420\text{m}$) :

$$|\sigma|_{\max} = \frac{1}{232 \cdot 10^{-6}} \left(\frac{6000 \cdot 6}{2} \cdot 3,420 - \frac{6000}{2} \cdot 3,420^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \frac{6000 \cdot 3,508}{30,6 \cdot 10^{-4} \cdot 2} =$$

$$= 137,85 \cdot 10^6 \text{N/m}^2 = 137,85 \text{MN/m}^2$$

tức là lớn hơn ứng suất ở mặt cắt giữa nhịp gần 0,05%.

3. Kéo - nén lệch tâm

Kéo - nén lệch tâm là trường hợp đặc biệt của thanh chịu uốn cộng kéo-nén. Ngoại lực tác dụng trong trường hợp này có phương song song với trục của thanh, nhưng điểm đặt ở ngoài trọng tâm của các mặt cắt ngang khảo sát. Ví dụ (H. 8 - 6). Khi đó tại mặt cắt ngang bất kì thành phần nội lực có các giá trị :

$$M_x = P \cdot y_c$$

$$M_y = P \cdot x_c$$

$$N_z = P$$

Ứng suất pháp tại một điểm bất kì trên mặt cắt ngang :

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} + \frac{N_z \cdot y_c}{J_x} y + \frac{N_z \cdot x_c}{J_y} x \quad (8 - 25)$$

hoặc

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} \left(1 + \frac{y_c \cdot y}{i_x^2} + \frac{x_c \cdot x}{i_y^2} \right) \quad (8 - 26)$$

Trong đó x_c, y_c tọa độ của điểm đặt lực, các kí hiệu khác như trong uốn cộng kéo - nén.

Đường trung hòa xác định từ phương trình :

$$1 + \frac{y_c \cdot y}{i_x^2} + \frac{x_c \cdot x}{i_y^2} = 0 \quad (8 - 27)$$

Vì kéo - nén lệch tâm là trường hợp đặc biệt của uốn cộng kéo - nén, nên cách tính trị số ứng suất cực đại và cực tiểu, việc kiểm tra bền làm tương tự như uốn cộng kéo - nén.

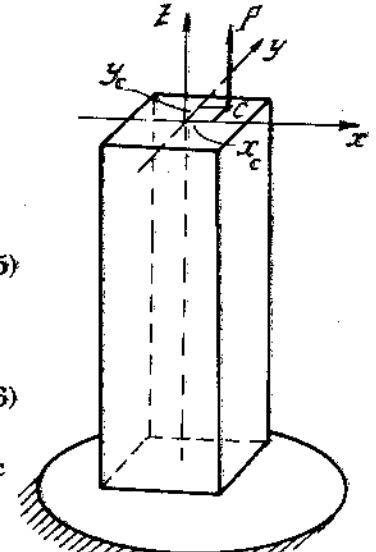
Nhận xét. Trên mặt cắt ngang đặt lực ta có thể tìm được một diện tích, nếu lực đặt trong diện tích đó thì trên các mặt cắt ngang chỉ có một loại ứng suất hoặc kéo hoặc nén.

Diện tích đó ta gọi là lõi tiết diện (lõi của mặt cắt). Chu tuyến của lõi là quỹ tích những điểm đặt lực lệch tâm, tương ứng với các điểm này, đường trung hòa tiếp xúc với chu vi mặt cắt và không cắt mặt cắt ở chỗ nào.

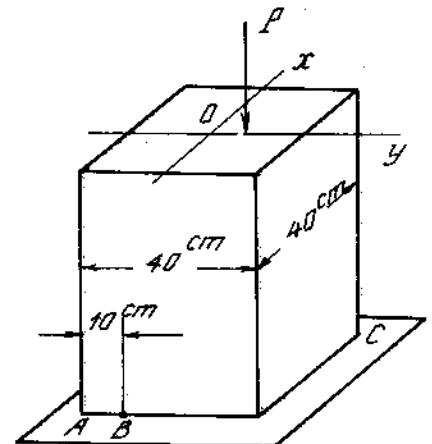
Ví dụ 8 - 4.

Một cột mặt cắt hình vuông bị nén lệch tâm trên trục y . Ứng suất tại điểm A bằng $+200\text{N/cm}^2$, tại B bằng không.

Hỏi tải trọng tác dụng lên cột, độ lệch tâm và ứng suất nén lớn nhất ở cột (H. 8 - 7).



Hình 8 - 6



Hình 8 - 7

Bài giải

$$\sigma_A = -\frac{P}{40^2} \left(1 + \frac{-20 \cdot x_k \cdot 12}{40^2} \right) = 200 \text{ N/cm}^2 \quad (a)$$

$$\sigma_b = -\frac{P}{40^2} \left(1 + \frac{-10 \cdot x_k \cdot 12}{40^2} \right) = 0 \quad (b)$$

Từ phương trình (b) ta được độ lệch tâm x_k :

$$1 + \frac{-10 \cdot x_k \cdot 12}{40^2} = 0,$$

hay

$$x_k = \frac{40^2}{12 \cdot 10} = \frac{40}{3} \text{ cm.}$$

Thay vào (a), được :

$$-\frac{P}{40^2} \left(1 - \frac{20 \cdot 40 \cdot 12}{40^2 \cdot 3} \right) = 200.$$

Rút ra

$$P = 32 \cdot 10^4 \text{ N.}$$

$$\sigma_c = -\frac{32 \cdot 10^4}{40^2} \left(1 + \frac{20 \cdot 40 \cdot 12}{40^2 \cdot 3} \right) = -600 \text{ N/cm}^2.$$

Ví dụ 8-5.

Một dụng cụ để kẹp có dạng như hình vẽ. Cho : $h = 15\text{mm}$, $b = 5\text{mm}$, $e = 50\text{mm}$. Tính mômen của ngẫu lực có thể đặt vào tay vặn để cho ứng suất lớn nhất ở thân giá không vượt quá ứng suất cho phép (H.8 - 8).

Cho $[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2$. Bước của răng ốc vít $\lambda = 1\text{mm}$. Giả thiết bỏ qua các ảnh hưởng ma sát.

Bài giải.

Quan hệ giữa mômen ngẫu lực đặt vào tay vặn và lực nén tác dụng vào chi tiết :

$$N = \frac{2\tau}{\lambda} M.$$

Ứng suất ở thân chi tiết :

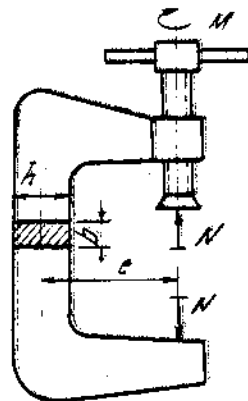
$$\sigma_{\max} = \frac{N}{bh} \left(1 + \frac{6e}{h} \right) = \frac{2\tau M}{\lambda bh} \left(1 + \frac{6e}{h} \right) \leq [\sigma].$$

hay

$$M \leq \frac{[\sigma] \lambda b h}{2\tau \left(1 + \frac{6e}{h} \right)}$$

Thay bằng số :

$$M \leq \frac{16000 \cdot 0,1 \cdot 0,5 \cdot 1,5}{2 \cdot 3,14 \left(1 + \frac{6 \cdot 5}{1,5} \right)} = 9,1 \text{ Ncm}$$



Hình 8-8

4. Xoắn và kéo - nén đồng thời

Một thanh gọi là xoắn và kéo-nén đồng thời khi trên mặt cắt ngang của thanh có các thành phần nội lực là mômen xoắn và lực dọc.

Tại điểm nguy hiểm (x, y) của mặt cắt ngang đang xét có ứng suất pháp do lực dọc N_z gây ra :

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} \quad (8 - 28)$$

Trong đó F diện tích mặt cắt ngang, và ứng suất tiếp do mômen xoắn M_z gây ra có trị số :

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_{\text{xoắn}}} \quad (8 - 29)$$

Trong đó $W_{\text{xoắn}}$ là mômen chống xoắn của mặt cắt.

Tại điểm nguy hiểm, trạng thái ứng suất là phẳng nên. Để viết điều kiện bền ta phải sử dụng một thuyết bền nào đó phù hợp với vật liệu đã cho. Đối với vật liệu dẻo ta dùng thuyết bền thứ ba hoặc thứ tư :

$$\sigma_{\text{id}(3)} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{\max}^2} \leq [\sigma] \quad (8 - 30)$$

$$\sigma_{\text{id}(4)} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3} = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_{\max}^2} \leq [\sigma]. \quad (8 - 31)$$

Đối với vật liệu giòn : dùng thuyết bền của M_o :

$$\sigma_{\text{id}} = \sigma_1 - \alpha\sigma_3 = \frac{1-\alpha}{2}\sigma_z + \frac{1+\alpha}{2}\sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{\max}^2} \leq [\sigma] \quad (8 - 32)$$

Ví dụ 8-6.

Cho $P = 2T$, $M = 4T\text{cm}$, $d = 4\text{cm}$, $[\sigma_k] = 3500\text{N/cm}^2$, $[\sigma_n] = 14000\text{N/cm}^2$ hình 8 - 9. Tính xem thanh có đủ độ bền không?

Bài giải.

Lực dọc $N_z = -P = -2 \cdot 10^4\text{N}$, mômen xoắn

$M_z = M = 4 \cdot 10^4 \cdot \text{N.cm}$

Ứng suất pháp tại các điểm của mặt cắt ngang.

$$\sigma = N_z/F = -2 \cdot 10^4 / (\pi \cdot 4^2) \approx -1590\text{N/cm}^2$$

Ứng suất tiếp cực đại trên chu tuyến mặt cắt.

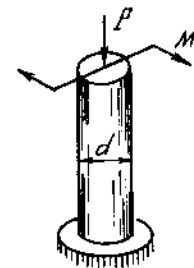
$$\tau_{\max} = M_z/W_p = 4 \cdot 10^4 \cdot 16 / (\pi \cdot 4^3) \approx 3180\text{N/cm}^2$$

Do : $\alpha = [\sigma_k]/[\sigma_n] = 350/1400 = 0,25$

nên ứng suất tương đương theo công thức (8-32) có giá trị bằng :

$$\sigma_{\text{idv}} = -\frac{1-0,25}{2}159 + \frac{1+0,25}{2}\sqrt{159^2 + 4 \cdot 318^2} \approx 3500\text{N/cm}^2 = [\sigma_k]$$

Như vậy, thanh đủ độ bền.



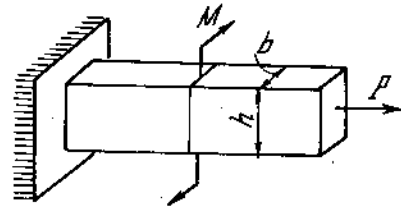
Hình 8 - 9

Ví dụ 8 - 7.

Cho $P = 160\text{kN}$; $M = 4\text{kNm}$; $h = 8\text{cm}$;

$b = 4\text{cm}$; $\sigma_{ch} = 360\text{MN/m}^2$ (hình 8 - 10).

Xác định hệ số an toàn n_{ch} .



Hình 8-10

Bài giải.

Vì $N_z = P = 16.10^4\text{N}$; $M_z = M = 4.10^3\text{Nm}$ và $h/b = 8/4 = 2$, nên tại các điểm trên mặt cắt ngang $\sigma = N_z/F = 16.10^4/(0,04.0,08) = 50.10^6\text{N/m}^2 = 50\text{MN/m}^2$, và ứng suất tiếp lớn nhất do xoắn tại trung điểm cạnh dài của mặt cắt hình chữ nhật trên đoạn thanh bên trái.

$$\tau_{\max} = M_z/W_{\text{xoắn}} = M_{\text{xoắn}}/\beta b^3 = 4.10^3.10^6/(0,493.64) \approx 127.10^6\text{N/m}^2 = 127\text{MN/m}^2.$$

Tại điểm nguy hiểm của thanh ứng suất tương đương tính theo lý thuyết thứ ba có giá trị:

$$\sigma_{\text{tdIII}} = \sqrt{50^2 + 4.127^2} \approx 259\text{MN/m}^2.$$

$$\text{Hệ số an toàn } n_{ch} = \sigma_{ch}/\sigma_{\text{tdIII}} = 360/259 \approx 1,39.$$

5. Xoắn và uốn đồng thời

Ta gọi một thanh chịu xoắn và uốn đồng thời khi trên mặt cắt ngang có các thành phần nội lực là mômen xoắn, mômen uốn hoặc có cả lực cắt.

Nếu mặt cắt ngang là hình tròn, đường kính d thì ứng suất tiếp do Q_x , Q_y có giá trị rất bé, khi tính toán ta không xét đến.

Ứng suất tiếp do mômen xoắn đạt giá trị cực đại ở các điểm trên chu vi, có trị số :

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{16M_z}{\pi d^3} \quad (8 - 33)$$

Ứng suất pháp có trị số lớn nhất và bé nhất do mômen uốn M_x , M_y gây ra tại hai điểm A và B trên chu vi, đó là hai giao điểm của đường kính vuông góc với vectơ mômen uốn tổng hợp tức là giao điểm của đường tải trọng với chu vi :

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

$$\sigma = \pm \frac{M}{W_{\text{uốn}}} = \pm \frac{32M}{\pi d^3} \quad (8 - 34)$$

Tại các điểm nguy hiểm A và B, phân tử ở trạng thái ứng suất phẳng như trong kéo - nén đồng thời với xoắn. Nên điều kiện bền viết theo các biểu thức (8 - 30) (8 - 31) và (8 - 32).

Chú ý. Trị số $W_p = 2W_{\text{uốn}}$ do đó công thức tính toán độ bền thanh tròn chịu xoắn và uốn đồng thời thường đưa về dạng :

$$\sigma_{\text{tt}} = \frac{M_{\text{td}}}{W_{\text{uốn}}} \leq [\sigma] \quad (8 - 35)$$

trong đó : - Theo thuyết bền thứ 3 :

$$M_{td} = \sqrt{M^2 + M_z^2} \quad (8 - 36)$$

- Theo thuyết bền thứ 4 : $M_{td} = \sqrt{M^2 + 0,75M_z^2} \quad (8 - 37)$

- Theo thuyết bền M_o : $M_{td} = \frac{1-\alpha}{2}M + \frac{1+\alpha}{2}\sqrt{M^2 + M_z^2} \quad (8 - 38)$

- Đối với thanh mặt cắt ngang không tròn bị xoắn và uốn đồng thời thì điểm nguy hiểm cũng ở trên chu vi mặt cắt. Vì điểm có ứng suất tiếp lớn nhất do xoắn có thể không trùng với điểm có ứng suất pháp lớn nhất do uốn, cho nên điểm nguy hiểm có thể là điểm có ứng suất pháp lớn nhất, hoặc điểm có ứng suất tiếp lớn nhất hoặc một điểm trung gian nào đó trên chu vi. Điểm nguy hiểm có tọa độ (x, y) sẽ là điểm mà ứng suất tương đương tính theo một thuyết bền nào đó đã chọn có giá trị lớn nhất. Để viết ứng suất tương đương, trị số ứng suất pháp σ_z và ứng suất tiếp τ tính theo các công thức sau :

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x}y + \frac{M_y}{J_y}x \quad \text{và} \quad \tau = \gamma \frac{M_z}{W_{xoắn}} \quad (8 - 39)$$

Trong đó γ là một hư số phụ thuộc vào hình dáng, kích thước mặt cắt ngang và tọa độ (x, y) của điểm đang xét trên chu vi.

Để việc tính toán chính xác hơn có thể xét thêm cả ứng suất tiếp do uốn. τ_{Q_x}, τ_{Q_y} . Khi đó ứng suất tiếp toàn phần bằng tổng hình học của τ, τ_{Q_x} và τ_{Q_y} .

Ví dụ 8 - 8.

Trục truyền (II) có bánh xe răng hình trụ răng thẳng truyền công suất $N = 10$ mã lực từ động cơ (I) quay với tốc độ $n = 100$ vg/ph đến bánh xe (III). Phương các lực tác dụng ghi trên hình 8-11. Ứng suất cho phép của vật liệu chế tạo trục $[\sigma] = 10\text{kN/cm}^2$.

Xác định kích thước cần thiết của trục truyền theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng và thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất. Xét hai trường hợp : Có để ý đến thành phần lực hướng tâm và không để ý đến. Khi tính bỏ qua trọng lượng trục và sự mất mát lực truyền chuyển động giữa các bánh răng và ổ trục.

Bài giải.

Mômen xoắn tác dụng vào trục :

$$M_z = 716200 \frac{N}{n} = 716200 \frac{10}{100} = 71620\text{Ncm}$$

Trường hợp 1 (không để ý đến lực hướng tâm). Trục chịu uốn bởi lực P_1 và P_2 :

$$P_1 = \frac{M_z}{r_1} = \frac{71620}{10} = 7162\text{N}$$

$$P_2 = \frac{M_z}{r_2} = \frac{71620}{20} = 3581\text{N}$$

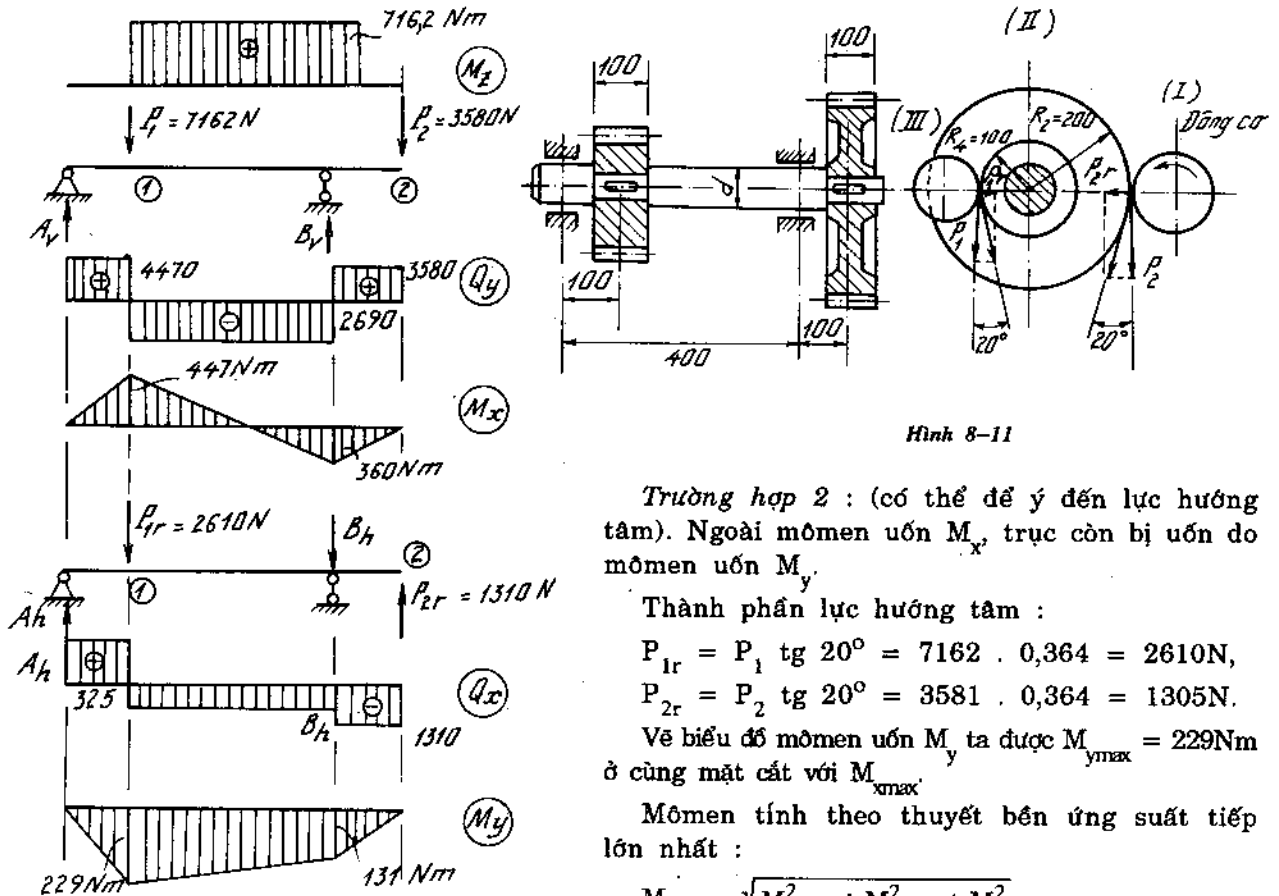
Vẽ biểu đồ mômen uốn ta được : $M_{x\max} = 447\text{Nm}$.

Đường kính tính theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất :

$$d = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{M_{x\max}^2 + 0,75M_z^2}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{44700^2 + 71620^2}}{0,1 \cdot 10000}} \approx 4,1\text{cm}$$

Tính theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng:

$$d = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{M_{x\max}^2 + M_z^2}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{44700^2 + 0,75 \cdot 71620^2}}{0,1 \cdot 10000}} \approx 3,9 \text{ cm}$$



Hình 8-11

Trường hợp 2 : (có thể để ý đến lực hướng tâm). Ngoài mômen uốn M_x , trục còn bị uốn do mômen uốn M_y .

Thành phần lực hướng tâm :

$$P_{1r} = P_1 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 7162 \cdot 0,364 = 2610 \text{ N},$$

$$P_{2r} = P_2 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 3581 \cdot 0,364 = 1305 \text{ N}.$$

Vẽ biểu đồ mômen uốn M_y ta được $M_{y\max} = 229 \text{ Nm}$ ở cùng mặt cắt với $M_{x\max}$.

Mômen tính theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất :

$$M_{t3} = \sqrt{M_{x\max}^2 + M_{y\max}^2 + M_z^2} = \sqrt{44700^2 + 22900^2 + 71620^2} = 76450 \text{ Ncm}.$$

Đường kính trục :

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{t3}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{76450}{0,1 \cdot 10000}} \approx 4,3 \text{ cm}.$$

Mômen tính theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng lớn nhất :

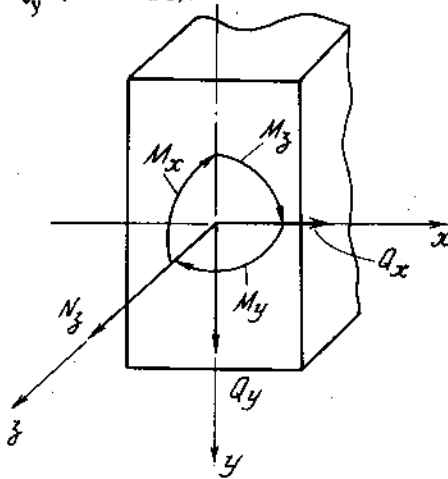
$$\begin{aligned} M_{14} &= \sqrt{M_{x\max}^2 + M_{y\max}^2 + 0,75M_z^2} \\ &= \sqrt{44700^2 + 22900^2 + 0,75 \cdot 71620^2} \\ &= 63750 \text{ Ncm}. \end{aligned}$$

Đường kính trục

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{14}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{63750}{0,1 \cdot 10000}} \approx 4\text{cm.}$$

6. Tính thanh chịu lực phức tạp, trường hợp tổng quát

Trong trường hợp tổng quát khi hệ lực không gian tác dụng trên thanh có đủ sáu thành phần nội lực, lực dọc N_z ; mômen xoắn M_z , mômen uốn M_x, M_y và lực cắt Q_x, Q_y (H. 8-12).



Hình 8-12

Tại một điểm bất kì có tọa độ (x, y) trên mặt cắt ngang, ứng suất pháp có trị số :

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{J_x}y + \frac{M_y}{J_y}x.$$

Ứng suất tiếp tổng hợp bằng tổng hình học của các ứng suất tiếp do xoắn và lực cắt.

Thường ta không thể xác định ngay được vị trí điểm nguy hiểm, do đó cần phải so sánh mức độ nguy hiểm của nhiều điểm trên chu vi mặt cắt. Điểm nguy hiểm nhất là điểm trên chu vi mặt cắt có ứng suất tương đương tính theo một lí thuyết bền đã chọn có giá trị lớn nhất.

So sánh ứng suất này với ứng suất cho phép ta tiến hành được ba bài toán cơ bản về tính toán độ bền : kiểm tra độ bền, tìm tải trọng cho phép và chọn kích thước mặt cắt ngang.

Ví dụ 8 - 9.

Vẽ biểu đồ nội lực của thanh gậy khúc không gian. Xác định mặt cắt nguy hiểm, từ đó tính giá trị tải trọng cho phép. Cạnh a của thanh dài 1m, mặt cắt thanh hình vuông $6 \times 6\text{cm}$. Cho biết $[\sigma] = 16\text{kN/cm}^2$. Khi tính bỏ qua tác dụng của lực cắt và dùng lí thuyết bền ứng suất tiếp cực đại (H.8 - 13).

Bài giải.

Biểu đồ nội lực của thanh vẽ trên hình 8 - 13a. Mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt A (hoặc B). Ta tính tải trọng cho phép từ điều kiện bền ở điểm 1 và điểm 2.

Tại điểm 1 :

$$\sigma = |\sigma_N| + |\sigma_{u1}| + |\sigma_{u2}| = \frac{qa}{F} + \frac{qa^2}{2W} + \frac{qa^2}{W} \leq [\sigma]$$

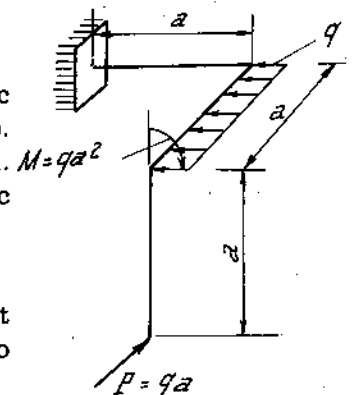
Thay $a = 100\text{cm}$, $F = 6 \times 6 = 36\text{cm}^2$, $W = \frac{6^3}{6} = 36\text{cm}^3$,

ta được

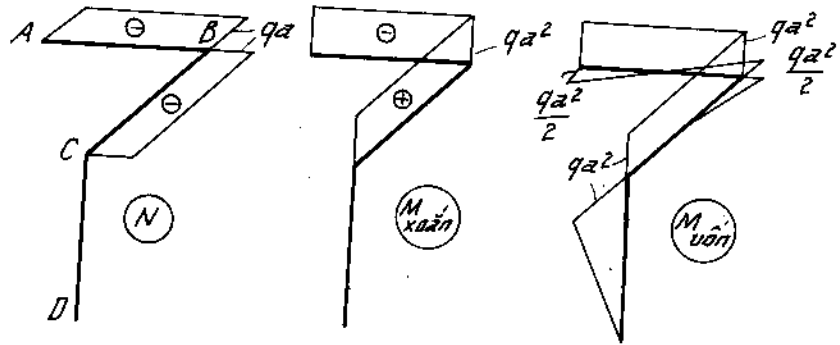
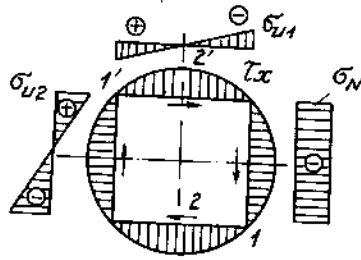
$$\frac{100q}{36} + \frac{10000q}{2 \cdot 36} + \frac{10000q}{36} \leq 16.$$

Rút ra

$$q \leq 0,0382 \text{ kN/cm.}$$



Hình 8-13



Hình 8 - 13a

Tại điểm 2 :

$$\sigma = |\sigma_N| + |\sigma_{u2}| = \frac{qa}{F} + \frac{qa^2}{W} = \frac{100q}{36} + \frac{10000q}{36} = \frac{10100q}{36}$$

$$\tau = \frac{M_{xoắn}}{\alpha 6^3} = \frac{qa^2}{0,208 \cdot 6^3} = \frac{10000q}{45}$$

Thay vào công thức kiểm tra bền :

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$$

ta rút ra

$$q \leq 0,0305 \text{ kN/cm.}$$

So sánh hai kết quả, ta chọn tải trọng cho phép :

$$[q] = 30,5 \text{ N/cm.}$$

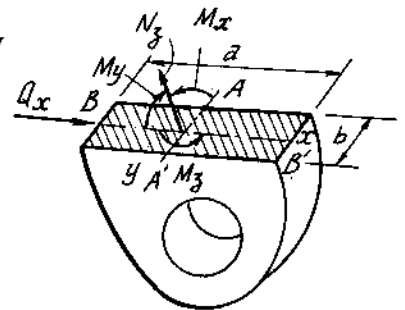
Ví dụ 8 - 10

Mặt cắt ngang của một má trục có các nội lực sau đây tác dụng (H. 8 - 14) :

$$M_x = 0,7 \text{ kNm}, M_y = 1 \text{ kNm.}$$

$$M_z = 0,5 \text{ kNm}, Q_x = 25 \text{ kN}, N_z = 40 \text{ kN.}$$

Biết kích thước mặt cắt $a = 10 \text{ cm}$, $b = 2,5 \text{ cm}$. Kiểm tra độ bền theo lý thuyết thế năng biến đổi hình dạng. Cho $[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2$ (Khi tính coi ứng suất tiếp do Q_x sinh ra phân bố theo quy luật hình parabol bậc hai).



Hình 8 - 14

Bài giải.

Ứng suất do các thành phần nội lực :

$$\sigma_N = \frac{N_z}{F} = \frac{40000}{10.2,5} = 1600 \text{ N/cm}^2,$$

$$\sigma_{MxA} = \frac{M_x}{\frac{ab^2}{6}} = \frac{6.70000}{10.2,5^2} = 6720 \text{ N/cm}^2,$$

$$\sigma_{MxA'} = - 6720 \text{ N/cm}^2,$$

$$\sigma_{MyB} = \frac{M_y}{\frac{ba^2}{6}} = \frac{6.100000}{2,5.10^2} = 2400 \text{ N/cm}^2,$$

$$\sigma_{MyB'} = - 2400 \text{ N/cm}^2,$$

$$\tau_{QA,A'} = 1,5 \frac{Q_x}{F} = 1,5 \frac{25000}{10.2,5} = 1500 \text{ N/cm}^2,$$

$$\tau_{MzA'} = \frac{M_z}{\alpha ab^2} = \frac{50000}{0,282.10.2,5^2} = 2850 \text{ N/cm}^2,$$

$$\tau_{MzA} = - 2850 \text{ N/cm}^2,$$

$$\tau_{MzB} = \gamma \tau_{MzA'} = 0,745.2850 = 2120 \text{ N/cm}^2.$$

Kiểm tra độ bền tại :

$$\begin{aligned} \text{Điểm A : } \tau_{14A} &= \sqrt{(\sigma_N + \sigma_{MxA})^2 + 3(\tau_{MzA} + \tau_{QA})^2} \\ &= \sqrt{(1600 + 6720)^2 + 3(-2850 + 1500)^2} = 8630 \text{ N/cm}^2 < [\sigma], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Điểm A' : } \sigma_{14A'} &= \sqrt{(\sigma_N + \sigma_{MxA'})^2 + 3(\tau_{MzA'} + \tau_{QA})^2} \\ &= \sqrt{(1600 - 6720)^2 + 3(2850 + 1500)^2} = 9100 \text{ N/cm}^2 < [\sigma], \end{aligned}$$

Điểm B :

$$\sigma_{14B} = \sqrt{(\sigma_N + \sigma_{MyB})^2 + 3\tau_{MzB}^2} = \sqrt{(1600 + 2400)^2 + 3.2120^2} = 5400 \text{ N/cm}^2 < [\sigma]$$

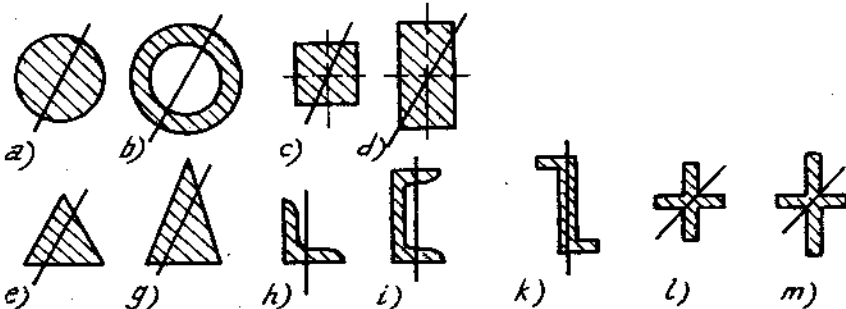
Bài tập

8*1. Trên hình (8-15) biểu diễn những mặt cắt khác nhau và vị trí đường tải trọng của dầm chịu uốn. Chỉ rõ trường hợp nào là uốn phẳng, trường hợp nào là uốn xiên. Giải thích.

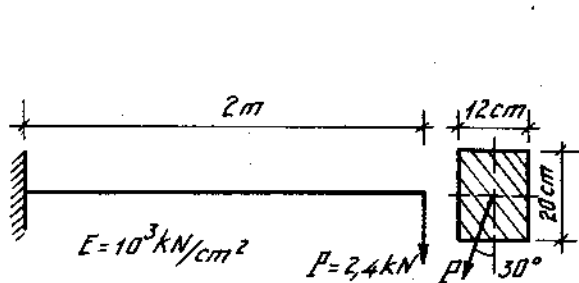
8*2. Tìm vị trí đường trung hòa trên mặt cắt hình chữ nhật khi đường tải trọng trùng với một đường chéo của mặt cắt (H.8-16).

8*3-4. Xác định giá trị tuyệt đối lớn nhất của ứng suất pháp, vị trí đường trung hòa tại mặt cắt nguy hiểm của dầm (H.8-17).

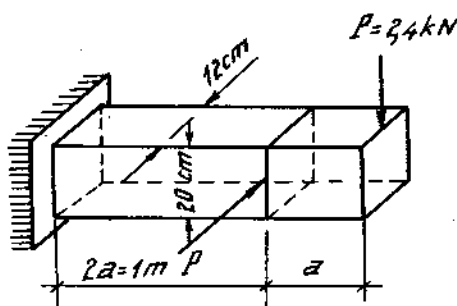
Xác định độ võng toàn phần tại đầu tự do.



Hình 8-15

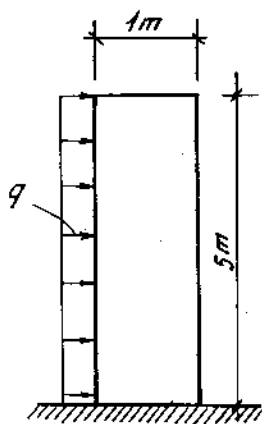


Hình 8-16



Hình 8-17

8*5. Vẽ biểu đồ ứng suất tại mặt cắt nguy hiểm của dầm và kiểm tra độ bền. Cho biết $[\sigma]_k = 6 \text{ kN/cm}^2$, $[\sigma]_n = 18 \text{ kN/cm}^2$ (H.8-18).

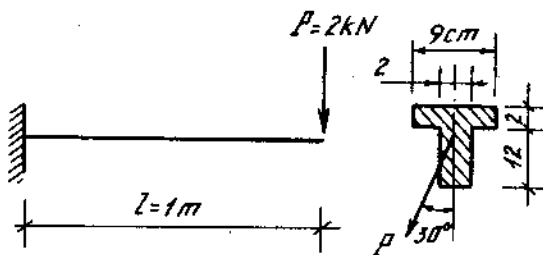


Hình 8-19

8*6. Một cột gạch mặt cắt vuông $1 \times 1 \text{ m}$, cao 5m, chịu tải trọng bản thân và áp lực gió nằm ngang phân bố đều $q = 800 \text{ N/cm}^2$.

Trọng lượng riêng của cột $\gamma = 16 \text{ kN/m}^3$. Xác định ứng suất nén lớn nhất và nhỏ nhất tại chân cột (H.8-19).

8*7. Một cột diện mặt cắt tròn có đường kính $d = 20 \text{ cm}$, chôn chặt vào đất. Ở độ cao 5m, người ta mắc hai nhóm dây nằm ngang A và B. Góc giữa phương của hai nhóm dây $\alpha = 120^\circ$. Cột chịu lực tác dụng nằm ngang do nhóm dây A sinh ra $P_A = 1 \text{ kN}$, nhóm dây B sinh ra $P_B = 1,5 \text{ kN}$. Trọng lượng hai nhóm dây truyền vào cột bằng $2,8 \text{ kN}$, trọng lượng cột bằng $0,9 \text{ kN}$ (H.8-20).



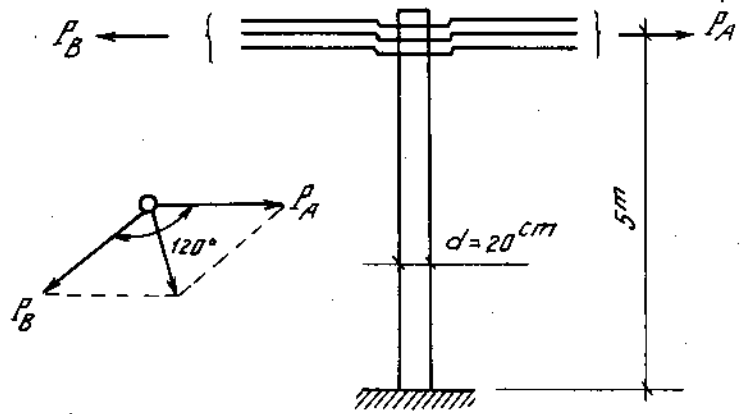
Hình 8-18

Xác định ứng suất kéo và nén lớn nhất tại chân cột.

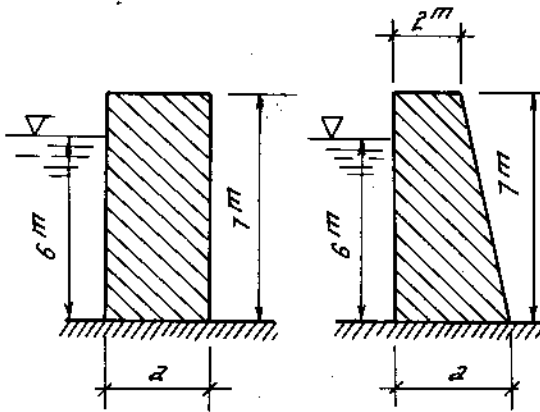
8*8. Trên hình (8-21) mặt cắt ngang của hai phương án đập chắn nước bằng bê tông cao 7m. Trọng lượng riêng 20 kN/m^3 .

Xác định chiều rộng cần thiết của chân đập sao cho dưới chân đập không phát sinh ứng suất kéo.

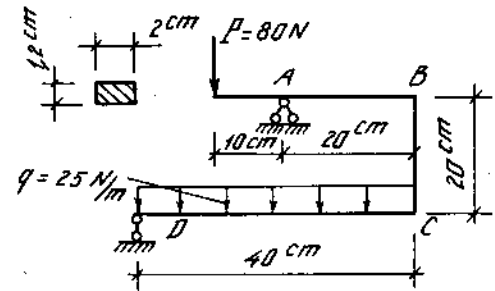
8*9. Tính ứng suất cực đại và cực tiểu ở những mặt cắt nguy hiểm của thanh gậy khúc vẽ trên hình (8-22).



Hình 8-20



Hình 8-21



Hình 8-22

8*10. Xác định ứng suất pháp trong ống AB của cọc yên xe đạp, nếu tải trọng $P = 600 \text{ N}$. Đường kính ngoài của ống bằng 24mm, đường kính trong 20mm. Đầu B của ống coi như ngàm chặt (H.8-23).

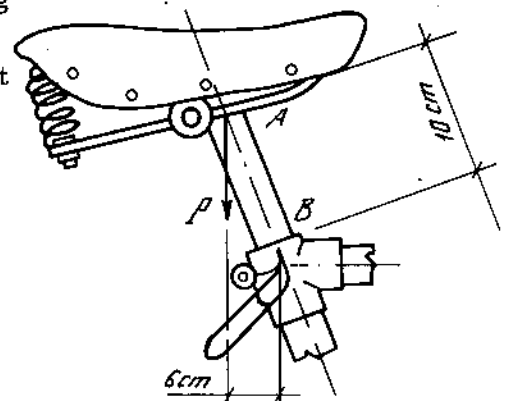
8*11. Trên hình 8-24 cho $P_1 = 40\,000 \text{ N}$ (trong mặt phẳng yz).

$$P_2 = 10\,000 \text{ N} ; P_3 = 8000 \text{ N}$$

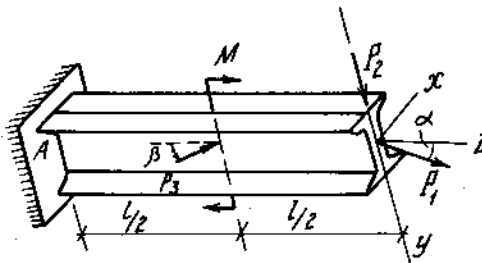
$$M = 20\,000 \text{ Nm} ; l = 2 \text{ m},$$

$$\alpha = 15^\circ, \beta = 30^\circ ; [\sigma] = 16\,000 \text{ N/cm}^2.$$

Chọn mặt cắt chữ [(I)



Hình 8-23



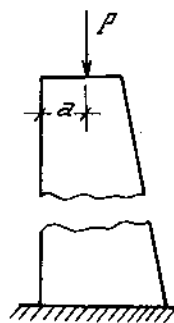
Hình 8-24

8*12. Xác định σ_{\max} , σ_{\min} và vị trí trục trung hòa tại mặt cắt nguy hiểm của cột hình 8-25.

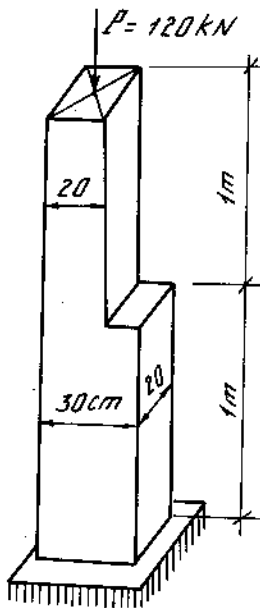
8*13. Một cột có mặt cắt hình chữ nhật có bề dày không đổi, bề ngang thay đổi theo quy luật bậc nhất,

chịu lực ở đỉnh như trên hình 8-26. Xác định quy luật biến thiên của ứng suất kéo và nén lớn nhất và vị trí đường trung hòa ở các mặt cắt.

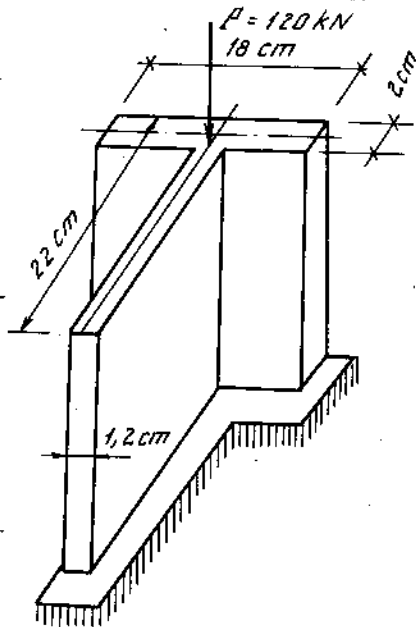
8*14-17. Xác định σ_{\max} , σ_{\min} và vị trí đường trung hòa tại mặt cắt nguy hiểm của cột (H.8-27, 28, 29, 30).



Hình 8-26

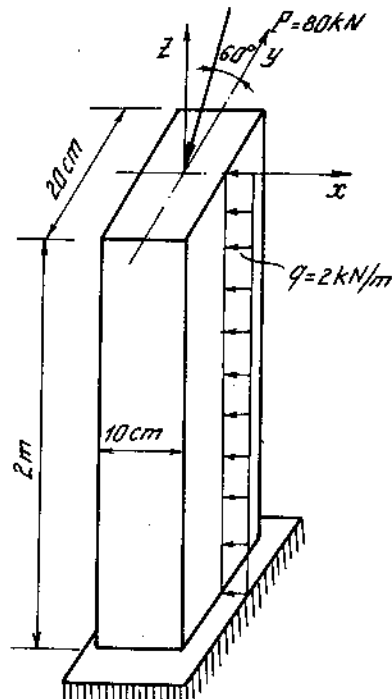


Hình 8-27



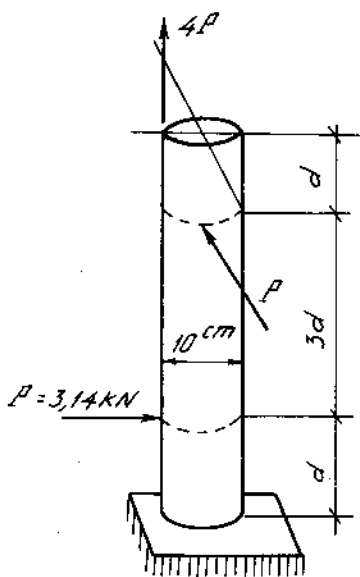
Hình 8-28

$P = 21,6 \text{ kN}$

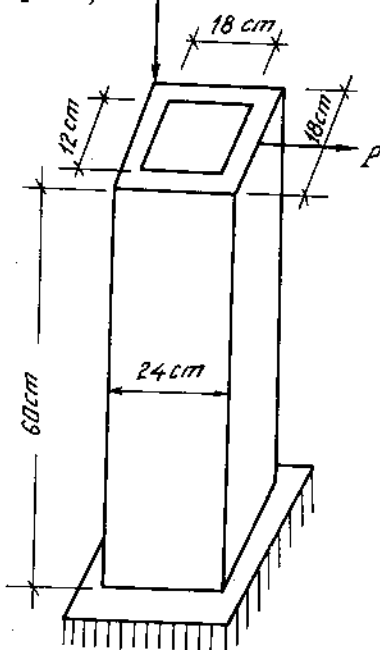


Hình 8-25

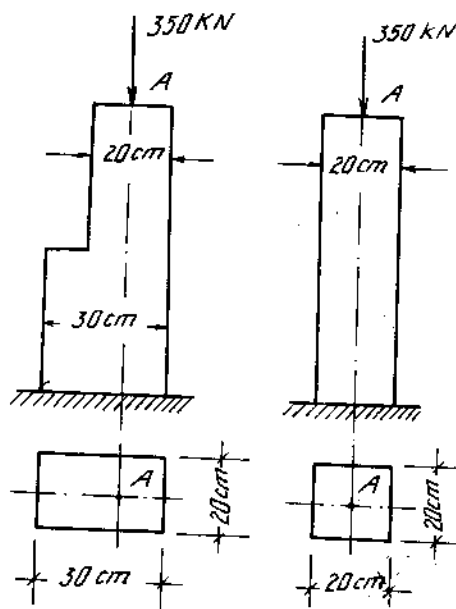
8*18. Hình 8-31 cho một cột có mặt cắt phần trên 20×20 cm, mặt cắt phần dưới 20×30 cm. Xác định ứng suất pháp lớn nhất tại chân cột, nếu lực nén bằng 350 kN . Ứng suất sẽ bằng bao nhiêu nếu mặt cắt ngang



Hình 8-29



Hình 8-30



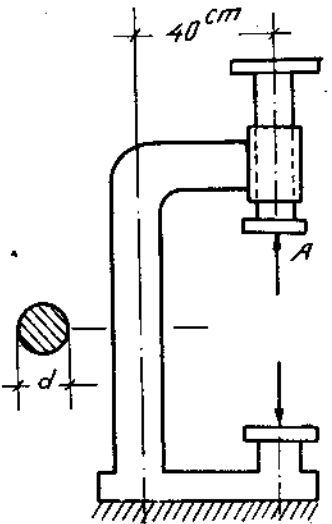
Hình 8-31

tại chân cột cũng bằng $20 \times 20\text{cm}$.

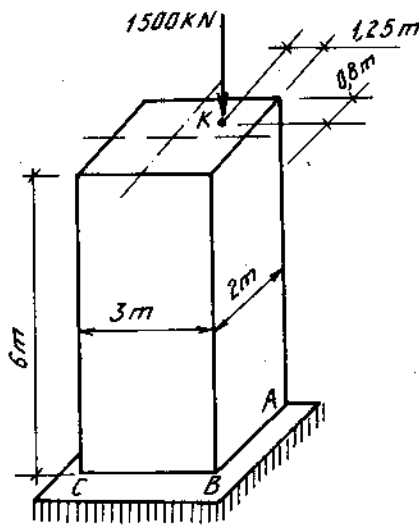
8*19. Xác định đường kính của trụ một giá ép, khi tại điểm A chịu lực ép bằng 15kN (hình 8-32). Trụ làm bằng gang, ứng suất cho phép khi kéo $3,5\text{ kN/cm}^2$.

8*20. Một cột bằng đá, trọng lượng riêng $\gamma = 20\text{kN/m}^3$, chịu tải trọng như hình 8-33. Xác định ứng suất nén lớn nhất và nhỏ nhất tại mặt cắt chân cột và chỉ vị trí của chúng trên mặt cắt ấy.

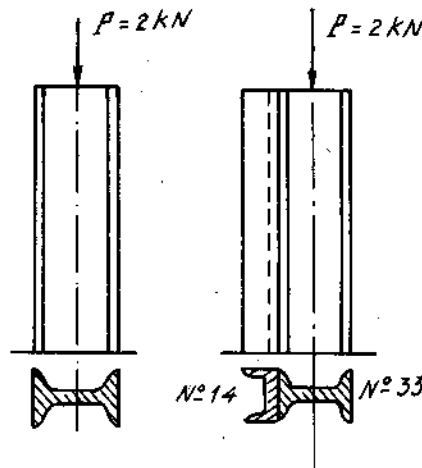
8*21. Một cột thép chữ I số hiệu 33, chịu nén đúng tâm bởi lực $P = 2\text{kN}$. Nếu dọc chiều cao cột, người ta hàn thêm một thanh chữ I số hiệu 14, vị trí và giá trị lực P không thay đổi thì ứng suất nén cực đại đối với trường hợp nào lớn hơn (H.8-34).



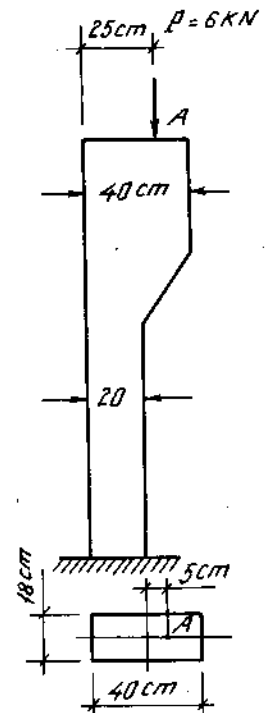
Hình 8-32



Hình 8-33

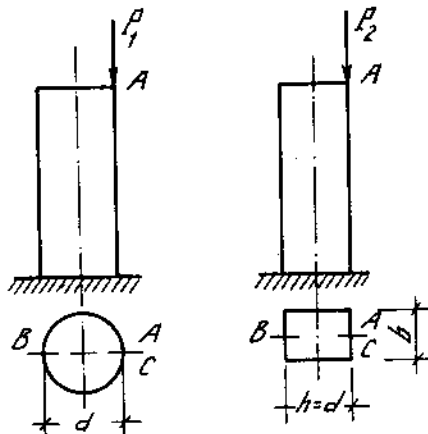


Hình 8-34



Hình 8-36

8*22. Có hai cột kích thước ghi trên hình 8-35 phải chịu nén lệch tâm bởi những lực khác nhau thế nào để ứng suất tại điểm C ở chân cột bằng nhau. So sánh ứng suất tại điểm B của hai cột.



Hình 8-35

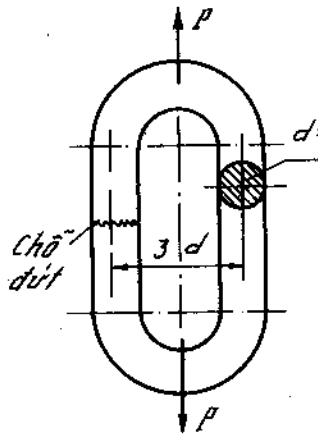
8*23. Kiểm tra bền phần dưới của cột bê tông mặt cắt ngang chữ nhật $18 \times 40\text{cm}$. Cho biết $[\sigma]_k = 60\text{ N/cm}^2$, $[\sigma]_n = 700\text{ N/cm}^2$ (H.8-36).

8*24. Một cần cầu được đặt trên móng bê tông, trục AB của cần cầu đi qua trọng tâm móng. Trọng lượng cần cầu 180kN (không kể vật nặng P và đối trọng Q) đặt tại điểm C cách trục AB một khoảng $0,6\text{m}$ (H.8-37).

Xác định kích thước cạnh a của móng, sao cho ở đáy móng không phát sinh ứng suất kéo. Xác định

áp lực lớn nhất trên nền đất với trị số a đã chọn. Trọng lượng riêng bê tông $\gamma = 22 \text{ kN/m}^3$.

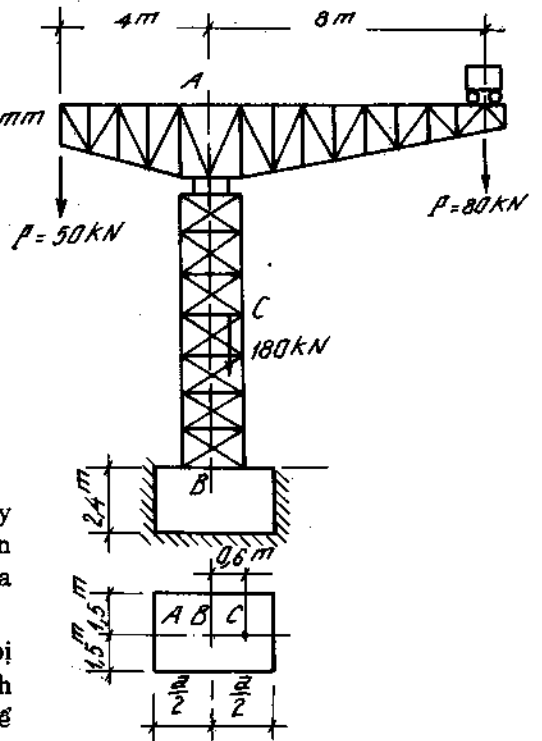
8*25. Một mắt xích có kích thước và chịu lực như ở hình 8-38. Tính ứng suất trên đoạn thẳng của mắt xích. Nếu một bên mắt bị đứt chỉ còn một bên làm việc thì ứng suất tăng bao nhiêu lần?



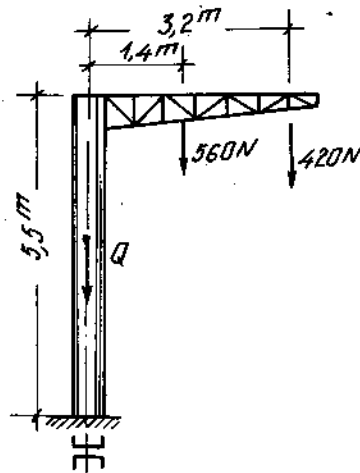
Hình 8-38

8*26. Cột treo dây điện gồm hai thép số hiệu 14a. (hình 8-39). Trọng lượng dây 420N, trọng lượng tay với móc dây 560N. Xác định ứng suất kéo và nén lớn nhất tại mặt cắt chân cột có xét cả trọng lượng của cột.

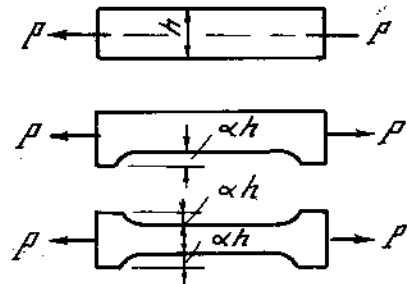
8*27. Một thanh mặt cắt hình chữ nhật $b \times h$ bị kéo đúng tâm như hình 8-40. Hỏi nếu cần khoét rãnh sâu αh thì nên khoét ở một bên hay cả hai bên để đảm bảo tốt nhất về mặt độ bền.



Hình 8-37



Hình 8-39



Hình 8-40

8*28. Cho mặt cắt ngang có kích thước như hình (8-41). Xác định trọng tâm mặt cắt, vẽ lõi mặt cắt. Cho biết $a = 3\sqrt{2}$ cm.

8*29. Có hình sáu cạnh đều ABCDEF và lõi của nó (H.8-42). Nếu điểm đặt lực nén lệch tâm K trùng với giao điểm của hai cạnh 1-2 và 3-4 của lõi, đường trung hòa sẽ ở vị trí nào?

8*30-32. Xác định lõi của các hình dưới đây (H.8-43, 44, 45).

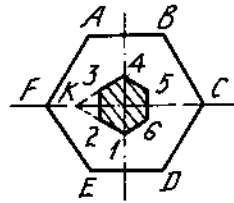
8*33-42. Vẽ biểu đồ momen xoắn M_x , biểu đồ momen uốn M_y và tính ứng suất tương đương theo lý thuyết thứ ba về độ bền cho các hình 8-46 ÷ 8-55.

8*43. Xác định đường kính trục của hộp giảm tốc theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất (sơ đồ lực của trục hình 8-56). Cho biết :

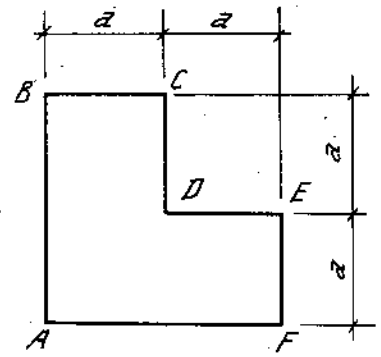
Lực tiếp tuyến : $P_{t_3} = 2700N$; $P_{t_4} = 9700N$

Lực hướng tâm : $P_{r_3} = 1000N$; $P_{r_4} = 3530N$

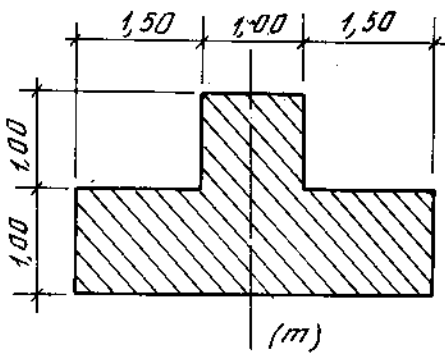
Lực dọc trục : $P_{a_3} = 460N$.



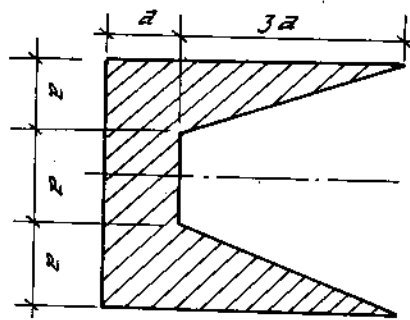
Hình 8-42



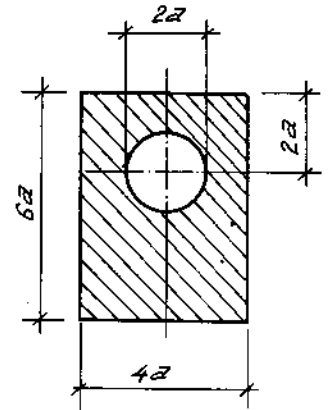
Hình 8-41



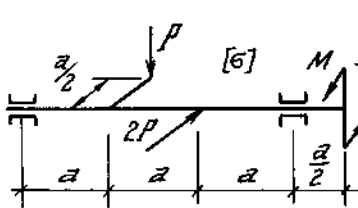
Hình 8-43



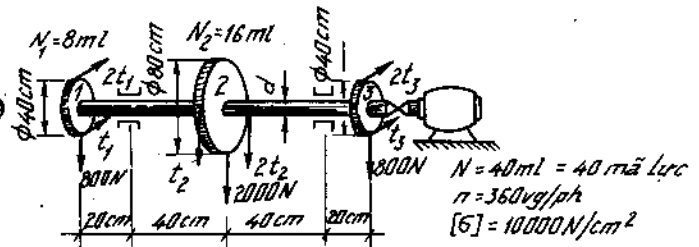
Hình 8-44



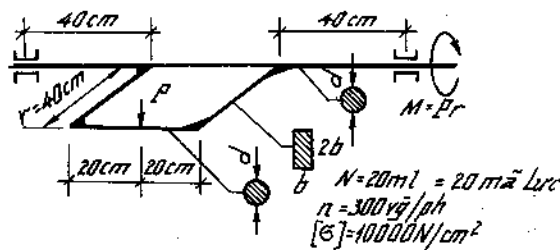
Hình 8-45



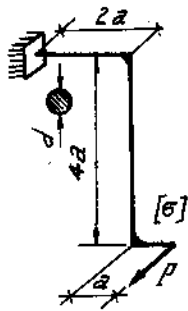
Hình 8-46



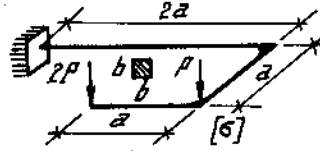
Hình 8-47



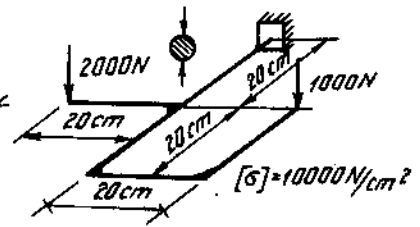
Hình 8-48



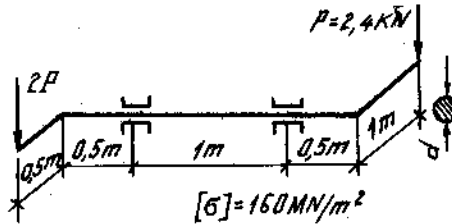
Hình 8-57



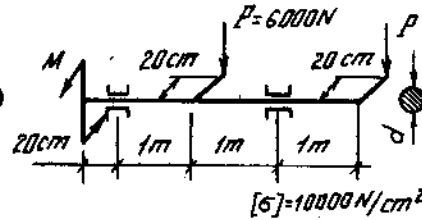
Hình 8-58



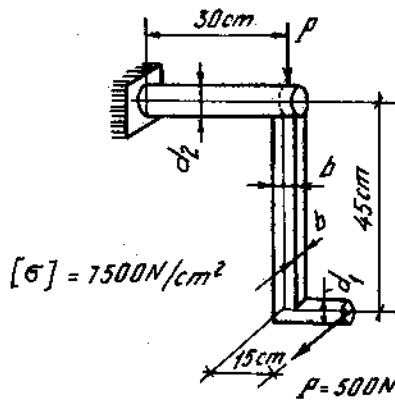
Hình 8-59



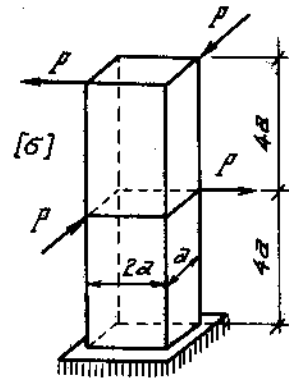
Hình 8-60



Hình 8-61

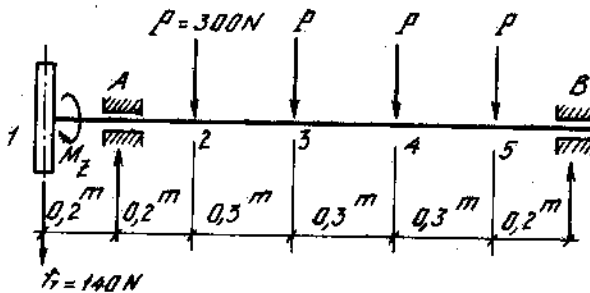


Hình 8-62

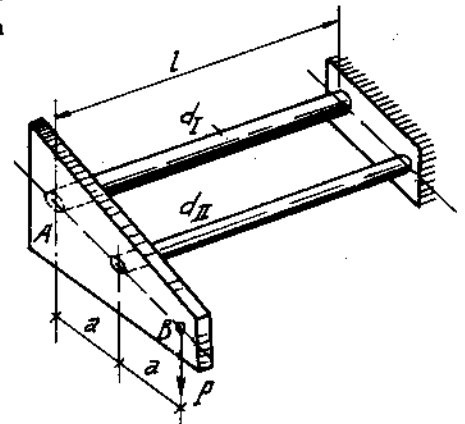


Hình 8-63

8*53. Trục thùng chứa của một máy xay có mặt cắt tròn, ứng suất cho phép của vật liệu $[\sigma] = 10 \text{ kN/cm}^2$. Khi làm việc trục chịu tác động bởi các thành phần ngoại lực như hình 8-65.



Hình 8-65



Hình 8-64

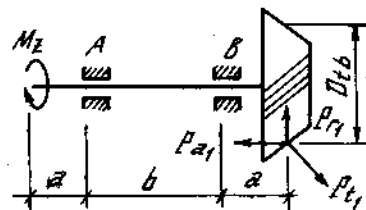
Xác định đường kính của trục theo thuyết bền ứng suất tiếp. Biết rằng mômen xoắn $M_z = 12000\text{Ncm}$, trọng lượng của bánh xe và dây cua-roa $G = 140\text{N}$.

8*54. Dùng thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất, xác định đường kính d của trục hộp giảm tốc (hình 8-66).

$$\text{Lực tiếp tuyến } P_{t_1} = 1100\text{N}$$

$$\text{Lực hướng tâm } P_{r_1} = 310\text{N}$$

$$\text{Lực dọc trục } P_{a_1} = 380\text{N}$$



Hình 8-66.

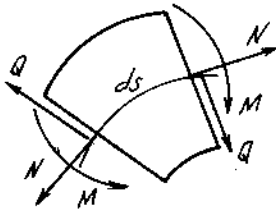
Đường kính trung bình của bánh răng hình nón $D_{tb} = 42\text{mm}$, $a = 25\text{mm}$, $b = 50\text{mm}$. Vật liệu chế tạo trục $[\sigma] = 4500\text{N/cm}^2$.

8*55. Một bình mỏng hình trụ tròn dài và đường kính trung bình $D = 10\text{cm}$, dày $t = 5\text{mm}$, chịu áp lực phân bố đều bên trong $p = 500\text{N/cm}^2$, đồng thời chịu xoắn và chịu uốn với mômen xoắn $M_z = 3\text{kNm}$ và mômen uốn $M_u = 2\text{kNm}$. Kiểm tra độ bền của bình theo lý thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng. Cho $[\sigma] = 160\text{MN/m}^2$.

THANH CONG PHẪNG

1. Lực dọc, lực cắt và mômen uốn

Thanh cong là thanh có trục hình học là đường cong. Khi trục hình học là đường cong phẳng ta gọi là thanh cong phẳng. Trong chương này ta chỉ xét trường hợp, mặt phẳng của độ cong là mặt phẳng đối xứng, các lực tác dụng nằm trong mặt phẳng đối xứng.



Hình 9-1

Nội lực trong thanh cong phẳng gồm lực dọc N , lực cắt Q , và mômen uốn M . Nội lực được xác định nhờ phương pháp mặt cắt với quy ước dấu lực dọc N , lực cắt Q như trong thanh thẳng riêng mômen uốn có khác ; $M > 0$ khi làm tăng độ cong của thanh.

Hình 9-1 biểu diễn các giá trị dương của N , Q , M . Quy ước đặt vuông góc với trục hình học của thanh tức là đi qua tâm cong của nó. Với các thanh gồm các đoạn cong và thẳng thì biểu đồ N , Q dương và âm trên đoạn thanh thẳng đặt về phía của trục hình học cũng như trên các đoạn cong. Còn biểu đồ mômen thì đều vẽ về thớ bị căng.

Ví dụ 9-1.

Cho thanh cong chịu lực như (H. 9-2)

Vẽ biểu đồ N , Q , M .

Bài giải.

Xét đoạn 1 ; $0 \leq \varphi_1 \leq \pi/2$.

$$N_{\varphi_1} = P \cos \varphi_1$$

$$Q_{\varphi_1} = P \sin \varphi_1$$

$$M_{\varphi_1} = Pr(1 - \cos \varphi_1)$$

Xét đoạn 2 ; $\pi/2 \leq \varphi_2 \leq \pi$.

$$N_{\varphi_2} = -2P \sin \varphi_2$$

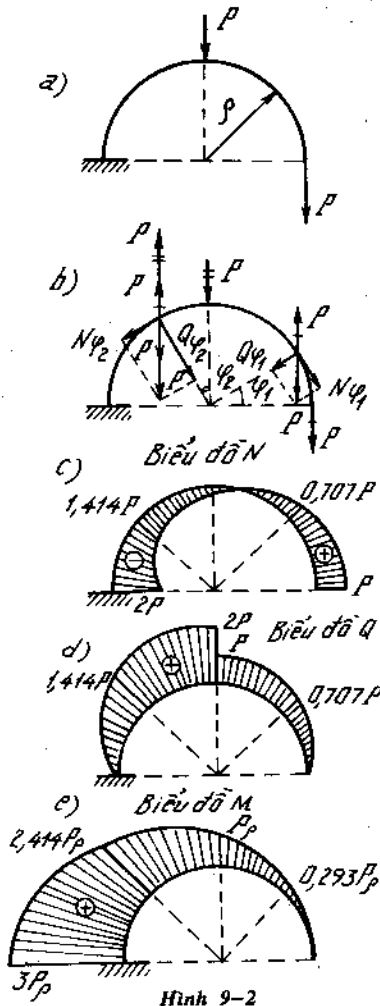
$$Q_{\varphi_2} = 2P \cos \varphi_2$$

$$M_{\varphi_2} = Pr(1 + 2\sin \varphi_2)$$

Biểu đồ N , Q , M vẽ trên (H. 9-2c, d, e).

Ví dụ 9-2.

Cho thanh cong chịu lực như (H. 9-3a). Vẽ biểu đồ N , Q , M biết q tải trọng phân bố đều theo cung một phần tư đường tròn bán kính r .



Hình 9-2

Bài giải.

Nội lực trên mặt cắt ngang hợp với phương thẳng đứng một góc φ do lực nguyên tố $dP = q.dS = q.r.d\alpha$ (H. 9-3b) sinh ra là :

$$dN = -dP \sin \varphi = qr \sin \varphi d\varphi$$

$$dQ = dP \cos \varphi = qr \cos \varphi d\varphi$$

$$dM = dP.r(\sin \varphi - \sin \alpha) \\ = qr^2 (\sin \varphi - \sin \alpha) d\alpha$$

Nội lực tại mặt cắt φ là:

$$N_{\varphi} = -qr \sin \varphi \int_0^{\varphi} d\alpha = -qr \varphi \sin \varphi.$$

$$Q_{\varphi} = qr \cos \varphi \int_0^{\varphi} d\alpha = qr \varphi \cos \varphi.$$

$$M_{\varphi} = qr^2 \int_0^{\varphi} (\sin \varphi - \sin \alpha) d\alpha \\ = qr^2 (\varphi \sin \varphi + \cos \varphi - 1).$$

Các biểu đồ N, Q, M vẽ trên hình 9-3c, d, e.

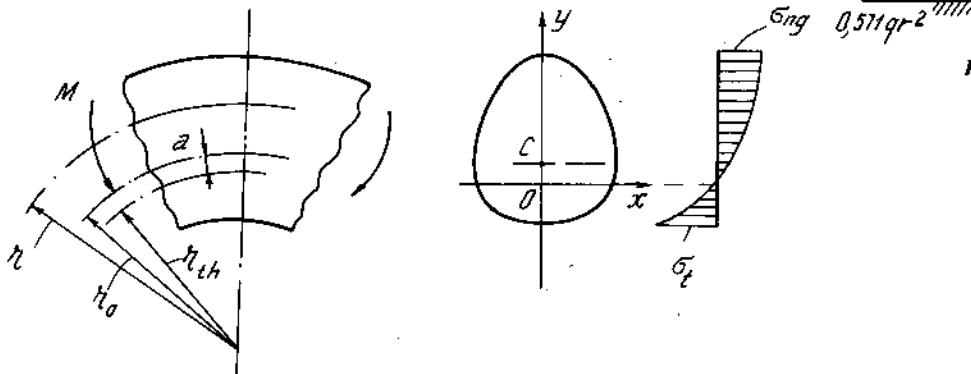
2. Ứng suất trên mặt cắt ngang

2-1. Ứng suất pháp do lực dọc gây ra phân bố đều trên mặt cắt ngang có trị số :

$$\sigma_N = \frac{N}{F} \quad (9-1)$$

2-2. Ứng suất pháp do mômen uốn gây ra phân bố theo quy luật hyperbôn theo trục y, và được tính theo công thức (H. 9-4).

$$\sigma_M = \frac{M}{S} \cdot \left(1 - \frac{r_{th}}{r}\right) \quad (9-2)$$



Hình 9-3

Hình 9-4

Trên đường thẳng song song với trục trung hòa ứng suất pháp phân bố là đều. Trong đó :

F - diện tích mặt cắt ngang ;

S - mômen tĩnh của mặt cắt ngang đối với trục trung hòa.

$$S = \int_F (r - r_{th}) dF = F \cdot a \text{ với } a = r_o - r_{th} \quad (9-3)$$

$$r_{th} = \frac{F}{\int_F \frac{dF}{r}} \text{ bán kính cong của trục trung hòa.} \quad (9-4)$$

r - bán kính cong của điểm tính ứng suất ;

r_o - bán kính cong của trục thanh.

3. Ứng suất tiếp τ_{zy} gần đúng tính như ở thanh thẳng.

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y S_x^c}{b \cdot J_x} \quad (9-5)$$

Trong tính toán thường bỏ qua vì giá trị của nó thường bé so với ứng suất pháp

4. Xác định vị trí của trục trung hòa

Bán kính cong của thớ trung hòa được xác định từ công thức (9-4)

$$r_{th} = \frac{F}{\int \frac{dF}{r}}$$

4-1. Mặt cắt ngang chữ nhật (H. 9-5)

$$r_{th} = \frac{h}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \quad (9-6)$$

4-2. Mặt cắt ngang tròn

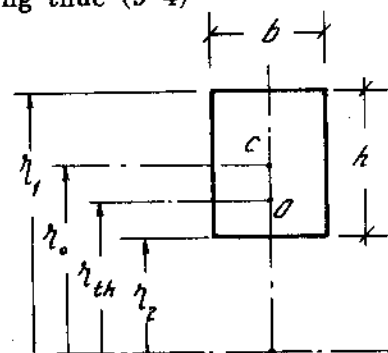
$$r_{th} = \frac{d^2}{4(2r_o - \sqrt{4r_o^2 - d^2})} \quad (9-7)$$

4-3. Mặt cắt hình thang (H. 9-6).

$$r_{th} = \frac{\left(\frac{b_1 + b_2}{2}\right) \cdot h}{\left[b_1 + r_1 \frac{b_2 - b_1}{h}\right] \cdot \ln \frac{r_1}{r_2} - (b_2 - b_1)} \quad (9-8)$$

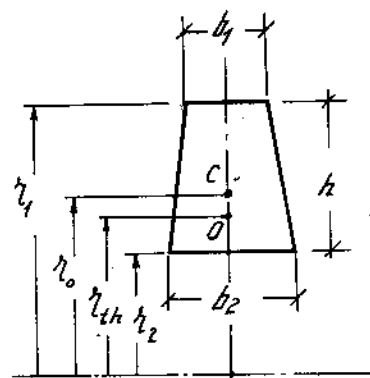
4-4. Hình tam giác

$$r_{th} = \frac{bh}{2r_1 \cdot \frac{b}{h} \ln \frac{r_1}{r_2} - 2b} \quad (9-9)$$



Tâm cong

Hình 9-5

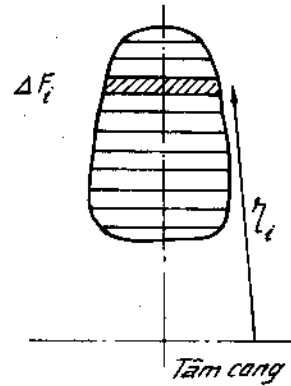


Tâm cong

Hình 9-6

4-5. Đối với các hình phức tạp ta có thể sử dụng công thức gần đúng (H. 9-7).

$$r_{th} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta F_i}{\sum_{i=1}^n \frac{\Delta F_i}{r_i}} \quad (9-10)$$



Hình 9-7

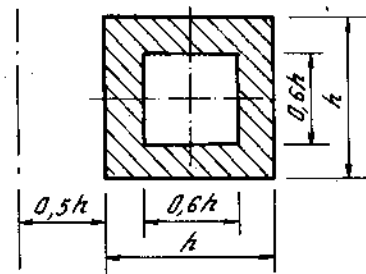
Vi dụ 9-3
 Một thanh cong có mặt cắt ngang là hình vuông rỗng (H. 9-8).

Bán kính cong của mép trong là $0,5h$. Thanh bị uốn thuần túy. So sánh ứng suất pháp cực tiểu trên mặt cắt khi tính theo lý thuyết thanh cong và khi tính gần đúng theo lý thuyết thanh thẳng.

Bài giải.

Tọa độ đường trung hòa :

$$r_{th} = \frac{0,64h^2}{h \ln \frac{1,5h}{0,5h} - 0,6h \ln \frac{1,3h}{0,7h}} = 0,88h.$$



Hình 9-8

Ứng suất cực đại và cực tiểu :

$$\sigma_{\min} = \frac{M}{Fa} \left(1 - \frac{r_{th}}{r_2} \right) = \frac{M}{0,64h^2(1 - 0,88)h} \left(1 - \frac{0,88h}{0,5h} \right) = -9,375 \frac{M}{h^3}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{Fa} \left(1 - \frac{r_{th}}{r_1} \right) = \frac{M}{0,64h^2(1 - 0,88)h} \left(1 - \frac{0,88h}{1,5h} \right) = 5,39 \frac{M}{h^3}$$

Ứng suất tính theo lý thuyết thanh thẳng :

$$\sigma_{\max} = |\sigma_{\min}| = \frac{M}{W} = \frac{M}{\frac{h^3}{6}(1 - 0,6^4)} = 6,893 \frac{M}{h^3}$$

Sai số về ứng suất nén :

$$\frac{9,375 - 6,893}{9,375} = 26,5\%$$

Sai số về ứng suất kéo :

$$\frac{6,893 - 5,390}{5,390} = 27,9\%$$

Vi dụ 9-4

Một thanh cong mặt cắt ngang hình tròn có bán kính cong của trục thanh $r_o = 12\text{cm}$ chịu mômen uốn $M = 432\text{ Nm}$ và lực nén dọc $N = 8000\text{ N}$.

Hãy chọn kích thước mặt cắt biết $[\sigma] = 750\text{ N/cm}^2$ (chọn sơ bộ kích thước mặt cắt bằng công thức uốn thanh thẳng), sau đó kiểm tra độ bền bằng công thức thanh cong.

Bài giải.

Sơ bộ tính bán kính bằng công thức thanh thẳng :

$$W_x = \frac{\pi R^3}{4} \geq \frac{M}{[\sigma]}$$

hay

$$R \geq \sqrt[3]{\frac{4M}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{4.43200}{3.14.750}} \approx 4,2 \text{ cm.}$$

Chọn $R = 5 \text{ cm}$ hay $d = 10 \text{ cm}$.

Khi đó

$$r_{th} = \frac{d^2}{4(2 \cdot r_o - \sqrt{4r_o^2 - d^2})} = \frac{10^2}{4(2.12^2 - \sqrt{4.12^2 - 10^2})} = 11,45 \text{ cm}$$

Khoảng cách đường trung hòa :

$$a = r_o - r_{th} = 12 - 11,45 = 0,55 \text{ cm.}$$

Ứng suất lớn nhất trên thanh cong :

$$|\sigma_{min}| = \left| \frac{-8000}{3,14 \cdot 5^2} + \frac{43200}{3,14 \cdot 5^2 \cdot 0,55} \left(1 - \frac{11,45}{7}\right) \right|$$

$$= 102 + 635 = 737 \text{ N/cm}^2 < |\sigma|.$$

Ví dụ 9-5

Một thanh cong có mặt cắt ngang như hình 9-9. Tính khoảng cách từ tâm cong đến đường trung hòa bằng phương pháp đúng và phương pháp gần đúng, (bằng cách chia mặt cắt thành những giải có bề dày bằng 4mm hoặc 2mm).

Bài giải.

Khoảng cách từ trọng tâm mặt cắt ngang đến tâm thanh cong :

$$R = R_4 + y_c = 3 + \frac{2.1.3,5 + 1.2.2 + 1.3.0,5}{2.1 + 1.2 + 1.3} = 4,78 \text{ cm.}$$

Bán kính cong thờ trung hòa r_{th} có thể xác định bằng hai phương pháp :

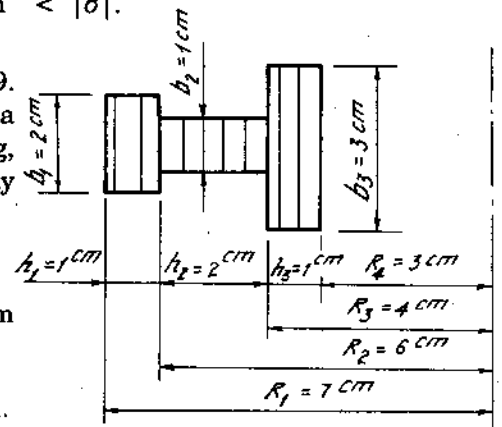
a) Phương pháp đúng :

$$r_{th} = \frac{F}{\int \frac{dF}{r}} = \frac{b_1 h_1 + b_2 h_2 + b_3 h_3}{b_1 \ln \frac{R_1}{R_2} + b_2 \ln \frac{R_2}{R_3} + b_3 \ln \frac{R_3}{R_4}}$$

$$= \frac{2 + 2 + 3}{2 \ln \frac{7}{6} + \ln \frac{3}{2} + 3 \ln \frac{4}{3}} = 4,44 \text{ cm.}$$

b) Phương pháp gần đúng :

Ta chia mặt cắt thành 11 giải chữ nhật có cạnh song song với cạnh đáy, có chiều dày bằng 4mm và 2mm và lập bảng tính các trị số $\frac{\Delta F}{r}$.



Hình 9-9

Ta có :

$$\sum \frac{\Delta F}{r} = 1,5755$$

Vậy :

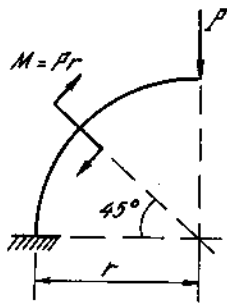
$$r_{th} = \frac{F}{\sum \frac{\Delta F}{r}} = \frac{7}{1,5755} = 4,44 \text{ cm.}$$

Như vậy tính bằng phương pháp gần đúng với số giải không nhỏ lắm ta cũng đạt độ chính xác cao.

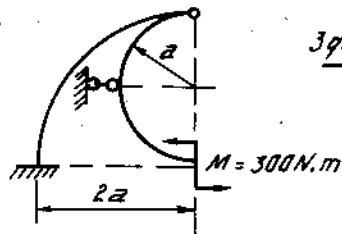
N ^o	$\Delta F (\text{cm}^2)$	r (cm)	$\frac{\Delta F}{r} (\text{cm})$
1	1,2	3,2	0,375
2	1,2	3,6	0,333
3	0,6	3,9	0,154
4	0,4	4,2	0,0952
5	0,4	4,6	0,0870
6	0,4	5,0	0,0800
7	0,4	5,4	0,0742
8	0,4	5,8	0,0690
9	0,8	6,2	0,1290
10	0,8	6,6	0,1211
11	0,4	6,9	0,0580

Bài tập

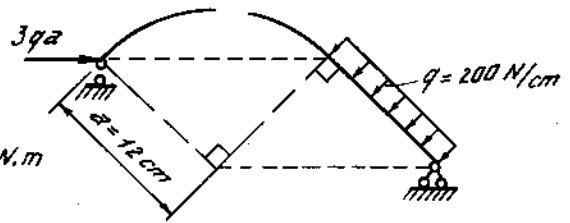
9* 1-3. Vẽ biểu đồ mômen uốn và lực dọc trục của các thanh cong dưới đây.
(H. 9-10, 11, 12).



Hình 9-10

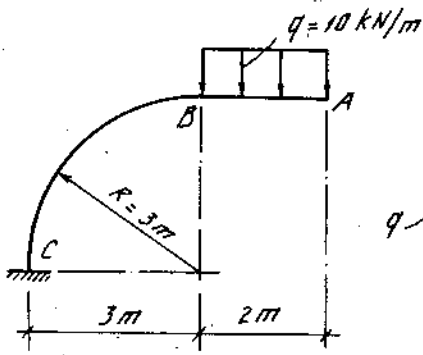


Hình 9-11

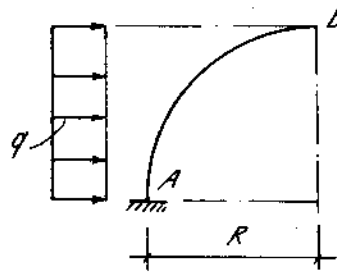


Hình 9-12

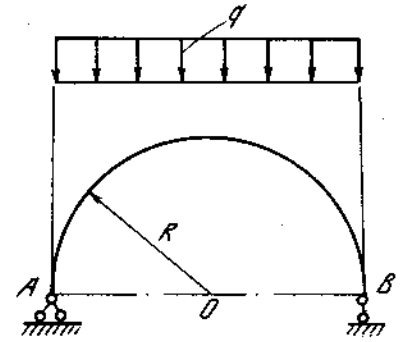
9* 4-6. Vẽ biểu đồ nội lực của các thanh cong cho trên hình (9-13, 14, 15).



Hình 9-13

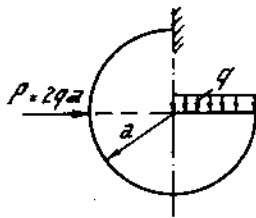


Hình 9-14

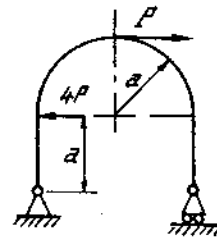


Hình 9-15

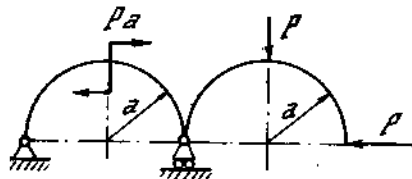
9* 7-14. Tính các trị số lực dọc N, lực cắt Q và mômen uốn M lớn nhất trong các hình 9-16 + 9-23.



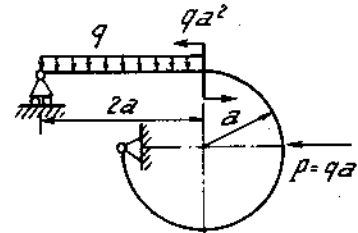
Hình 9-16



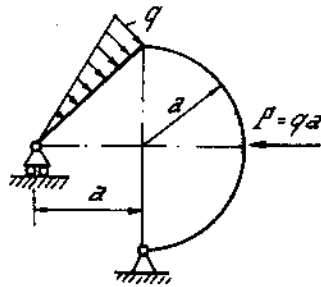
Hình 9-17



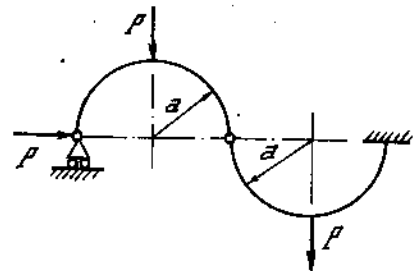
Hình 9-18



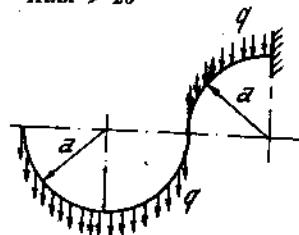
Hình 9-19



Hình 9-20

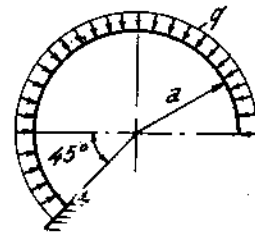


Hình 9-21



Lực phân bố đều theo hình chiếu nằm ngang

Hình 9-22



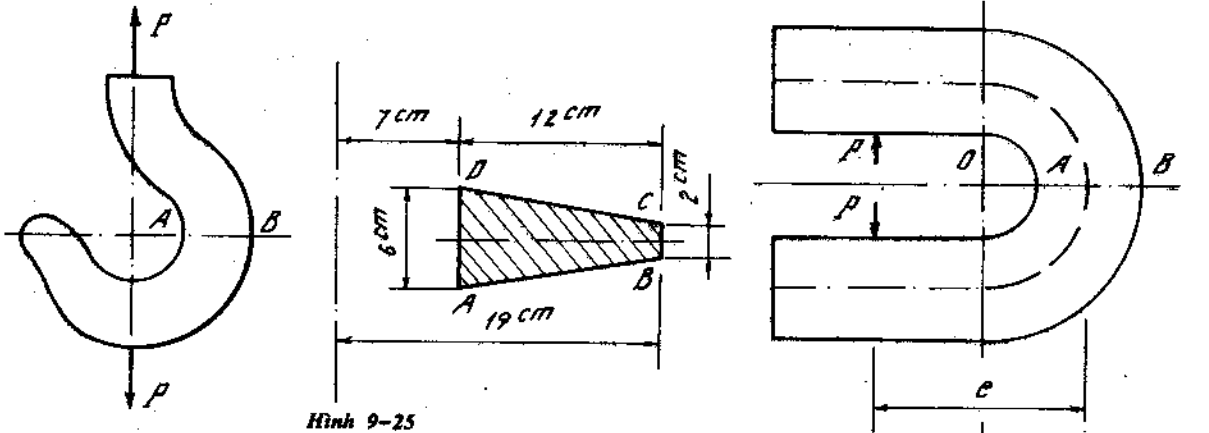
Hình 9-23

9*15. Một đoạn thanh cong bị uốn thuận túy bởi một ngẫu lực $M = 60 \text{ kN.cm}$ có khuynh hướng làm thanh giảm độ cong. Tính ứng suất ở mép trong và mép ngoài mặt cắt ngang, biết rằng mặt cắt thanh hình tròn $d = 4 \text{ cm}$, khoảng cách từ trọng tâm mặt cắt đến tâm cong $r_0 = 18 \text{ cm}$.

9*16. Mặt cắt ngang của thanh cong hình tam giác cân có đáy bằng C và chiều cao bằng đáy. Bán kính trong của mép bằng $2C$. Thanh chịu mômen uốn M . So sánh σ_{\max} với $|\sigma_{\min}|$.

9*17. Một chi tiết máy hình móng ngựa có diện tích mặt cắt ngang hình chữ nhật 4.6 cm^2 . Chịu hai lực $P = 10 \text{ kN}$ đặt cách trọng tâm một khoảng cách $e = 12 \text{ cm}$. Khoảng cách từ trọng tâm mặt cắt đến tâm cong $r_0 = 7 \text{ cm}$. Tính ứng suất kéo, ứng suất nén lớn nhất. Vẽ biểu đồ phân bố ứng suất trên mặt cắt (H.9-24).

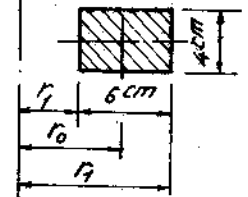
9*18. Kiểm tra bền một móc cần trục có mặt cắt ngang hình thang khi móc mang một vật nặng $P = 50 \text{ kN}$. Biết $[\sigma] = 10 \text{ kN/cm}^2$ (H.9-25).



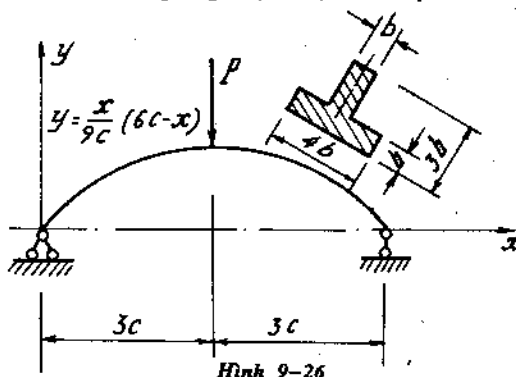
Hình 9-25

9*19. Mặt thanh cong mặt cắt ngang là hình vuông ($a = 10 \text{ cm}$) bị kéo dọc trục bởi lực $N = 200 \text{ kN}$ và uốn bởi mômen $M = 10 \text{ kNm}$. Khoảng cách từ tâm cong đến trọng tâm mặt cắt $r_0 = 20 \text{ cm}$.

Vẽ biểu đồ ứng suất pháp trên mặt cắt. Tính ứng suất pháp cực đại và cực tiểu.



Hình 9-23



Hình 9-26

9*20. Một thanh cong hình parabol mặt cắt ngang hình chữ T chịu một lực tập trung ở giữa nhịp (H.9-26).

Xác định giá trị lực P cho phép đặt vào thanh biết :

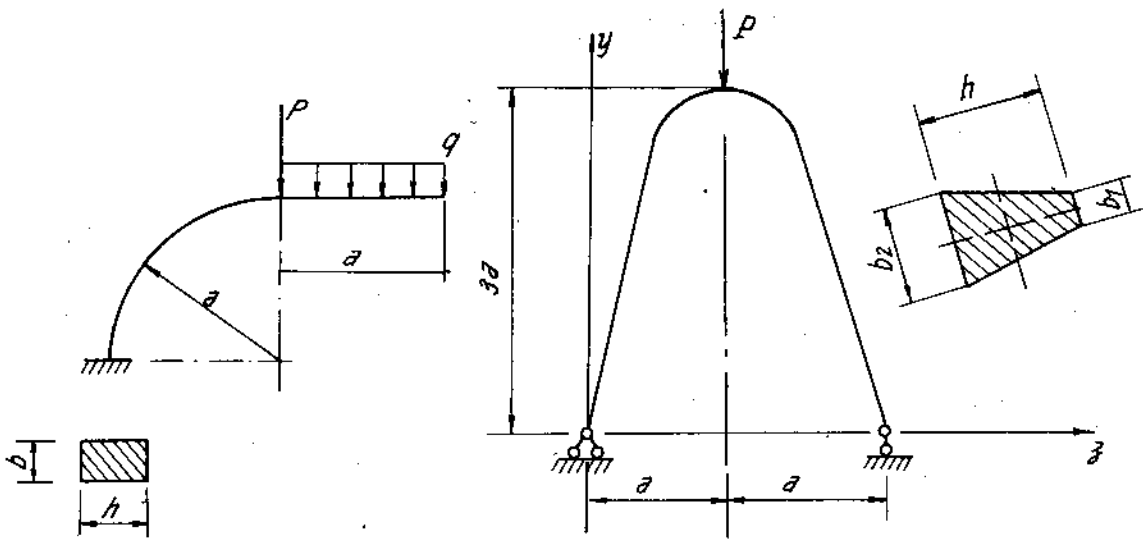
$$|\sigma|_k = 5 \text{ kN/cm}^2, |\sigma|_n = 12 \text{ kN/cm}^2$$

Cho $c = 50 \text{ cm}$, $b = 20 \text{ cm}$.

9*21. Một thanh cong mặt cắt ngang hình chữ nhật chịu tải trọng như hình (9-27). Xác định các kích thước h và b của mặt cắt ngang, biết rằng :

$$P = 6 \text{ kN}, q = 12 \text{ kN/m}, a = 16 \text{ cm},$$

$$\frac{h}{b} = \frac{4}{3} \text{ và } [\sigma] = 20 \text{ kN/cm}^2.$$



Hình 9-27

Hình 9-28

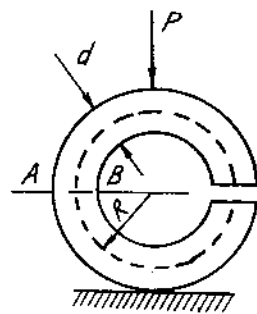
9*22. Một kết cấu dạng cong hình parabol bậc hai, mặt cắt ngang là hình thang (H. 9-28).

Xác định tải trọng cho phép P , tác dụng tại đỉnh kết cấu. Cho biết :

$$[\sigma] = 10 \text{ kN/cm}^2, a = 1,2\text{m}, b_1 = 3 \text{ cm}, b_2 = 8\text{cm}, h = 12\text{cm}.$$

9*23. Một khuyên bằng gang có mặt cắt ngang hình tròn chịu lực như trên hình 9-29.

Xác định lực có thể đặt vào, biết ứng suất cho phép của gang $[\sigma]_k = 3 \text{ kN/cm}^2, [\sigma]_n = 10 \text{ kN/cm}^2$. Cho $R = 16 \text{ cm}, d = 8 \text{ cm}$.



Hình 9-29

Chương 10

ỔN ĐỊNH

1. Lực tối hạn của một thanh chịu nén đúng tâm

Xét một thanh chịu nén đúng tâm, mặt cắt ngang không đổi, liên kết theo các phương vuông góc với trục thanh là như nhau. Khi vật liệu vẫn làm việc trong giới hạn tỉ lệ, trị số lực tối hạn được xác định theo công thức Ôle :

$$P_{th} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{(\mu \cdot l)^2} \quad (10-1)$$

Trong đó :

E - môđun đàn hồi khi kéo-nén của vật liệu thanh.

I_{min} - mômen quán tính chính trung tâm nhỏ nhất của mặt cắt ngang.

l - chiều dài của thanh.

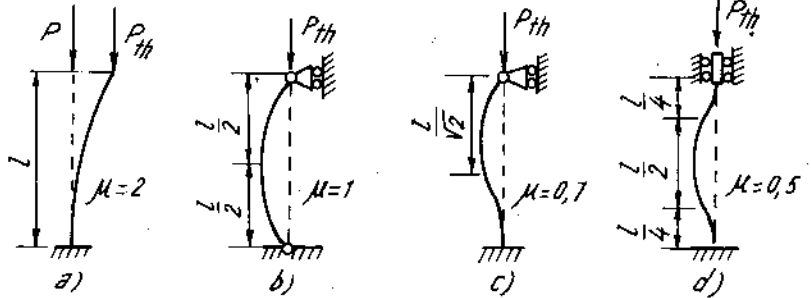
μ - là một hệ số phụ thuộc vào cách đặt liên kết.

Hình 10-1 cho trị số của μ trong một vài trường hợp thường gặp.

2. Ứng suất tối hạn

Trị số ứng suất tối hạn tính theo công thức Ôle :

$$\sigma_{th} = \frac{P_{th}}{F}$$



Hình 10-1

Kí hiệu : $\lambda = \frac{\mu l}{i}$ gọi là độ mảnh của thanh (10-2)

$i = \sqrt{\frac{J}{F}}$ bán kính quán tính của mặt cắt ngang

Trị số ứng suất tối hạn có giá trị :

$$\sigma_{th} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_{max}^2} \quad ; \quad \lambda_{max} = \frac{\mu l}{i_{min}} \quad (10-3)$$

Nếu thanh làm việc ngoài giới hạn tỉ lệ của vật liệu, thì trị số ứng suất tối hạn tính theo công thức thực nghiệm của Iaxinxky :

$$\sigma_{th} = a - b\lambda + c\lambda^2 \quad (10-4)$$

Trong đó a, b, c là các hằng số phụ thuộc vào vật liệu và cơ thử nguyên của ứng suất.

Bảng (10-1) cho trị số a, b, c của một vài loại vật liệu.

Bảng 10-1

với thép CT 3	: a = 31000N/cm ²	; b = 114 N/cm ²	; C = 0
với thép CT5	: a = 46400 -	; b = 361,7 -	; C = 0
với gang	: a = 77600 -	; b = 1200 -	; C = 5,3 N/cm ²
với gỗ	: a = 2930 -	; b = 19,4 -	; C = 0

Trường hợp độ mảnh bé, ứng suất tới hạn tính theo (10-4) vượt quá giới hạn chảy σ_{cb} đối với vật liệu dẻo hoặc giới hạn bền đối với vật liệu giòn thì ta xem $\sigma_{th} = \sigma_{ch}$ hoặc $\sigma_{th} = \sigma_b$.

Điều kiện áp dụng các công thức (10-3), (10-4) là :

Khi $\lambda > \lambda_0$, dùng công thức Ole

Khi $\lambda_1 < \lambda < \lambda_0$ dùng công thức Laxinxky.

Khi $\lambda < \lambda_1$ ta xem $\sigma_{th} = \sigma_0$ (σ_{ch} hoặc σ_b)

Trong đó λ_0, λ_1 là các độ mảnh giới hạn. Ứng với giá trị λ_0 ta có $\sigma_{th} = \sigma_{tl}$ (ứng suất tỉ lệ), ứng với giá trị λ_1 ta có $\sigma_{th} = \sigma_0$ (σ_{ch} hay σ_b)

Ví dụ 10-1.

*. Một thanh có chiều dài $l = 3m$, một đầu ngàm, một đầu khớp. Hãy xác định lực tới hạn của thanh trong ba trường hợp sau đây :

a) Mặt cắt hình tròn bán kính $R = 4cm$, vật liệu là gang xám có $\delta_{tl} = 178MN/m^2$, $E = 11,5 \cdot 10^4 MN/m^2$.

b) Mặt cắt hình tròn rỗng, bán kính ngoài $R = 3cm$, bán kính trong $r = 2cm$, vật liệu là đura có $\delta_{tl} = 180 MN/m^2$, $E = 7,1 \cdot 10^4 MN/m^2$.

c) Mặt cắt hình vuông cạnh $15 \times 15cm$, vật liệu bằng gỗ có $\delta_{tl} = 17MN/m^2$, $E = 10^4 MN/m^2$.

Bài giải

a) Thanh bằng gang mặt cắt tròn :

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}} = \frac{R}{2},$$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_x} = \frac{0,7 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 10^{-2}} = 105.$$

Độ mảnh giới hạn λ_0 của gang xám :

$$\lambda_0 = \pi \sqrt{\frac{E}{\delta_{tl}}} = 3,14 \sqrt{\frac{11,5 \cdot 10^4}{178}} = 80.$$

Vì $\lambda > \lambda_0$, ta dùng công thức Ole để tính lực tới hạn :

$$P_{th} = \delta_{th} F = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \pi R^2 = \frac{3,14^3 \cdot 11,5 \cdot 10^4 \cdot 4^2 \cdot 10^{-4}}{105^2} = 516 \cdot 10^{-3} MN = 516 kN.$$

b) Thanh bằng đuyra, mặt cắt hình vành khăn :

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}} = \frac{R}{2} \sqrt{1 - \eta^2},$$

trong đó

$$\eta = \frac{r}{R} = \frac{2}{3},$$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_x} = \frac{0,7 \cdot 3}{\frac{3 \cdot 10^{-2}}{2} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2}} = 188.$$

Độ mảnh giới hạn λ_0 của đuyra :

$$\lambda_0 = \pi \sqrt{\frac{E}{\delta_{tl}}} = 3,14 \sqrt{\frac{7,1 \cdot 10^4}{180}} = 62,3.$$

Vì $\lambda > \lambda_0$ ta dùng công thức Ôle để tính lực tới hạn :

$$\begin{aligned} P_{th} &= \delta_{th} F = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \pi R^2 (1 - \eta^2) = \\ &= \frac{3,14^3 \cdot 7,1 \cdot 10^4 \cdot 3^2 \cdot 10^4 \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \right]}{116,5} = 81 \cdot 10^{-3} \text{MN}, \\ &= 81 \text{kN}. \end{aligned}$$

c) Thanh bằng gỗ, mặt cắt ngang hình vuông :

$$i_x = \frac{a\sqrt{3}}{6} = 0,29a.$$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_x} = \frac{0,7 \cdot 3}{0,29 \cdot 15 \cdot 10^{-2}} = 48,3.$$

Độ mảnh giới hạn λ_0 của gỗ :

$$\lambda_0 = \pi \sqrt{\frac{E}{\delta_{tl}}} = 3,14 \sqrt{\frac{10^4}{17}} = 76.$$

Vì $\lambda < \lambda_0$, ứng suất tới hạn lớn hơn giới hạn tỉ lệ. Có thể dùng công thức Iaxinxki, ($\delta_{th} = a - b \lambda$, trong đó $a = 29,3 \text{ MN/m}^2$, $b = 0,194 \text{ MN/m}^2$) để tính :

$$\delta_{th} = 29,3 - 0,194 \cdot 48,3 = 19,9 \text{ MN/m}^2.$$

Lực tới hạn :

$$P_{th} = \delta_{th} F = 19,9 \cdot 15^2 \cdot 10^{-4} = 0,4478 \text{MN} = 447,8 \text{kN}.$$

3. Tính ổn định thanh chịu nén đúng tâm

Khi tính toán thanh chịu nén đúng tâm, ngoài điều kiện bên còn cần phải đảm bảo điều kiện ổn định.

$$P \leq \frac{P_{th}}{[n_{\sigma d}]} \quad (10-5)$$

hay

$$\sigma = \frac{P_{th}}{F} \leq [\sigma_{\sigma d}] \quad (10-6)$$

Trong đó lực tới hạn - P_{th} ; phụ thuộc vào độ mảnh và được xác định theo công thức Ole (10-3) hoặc công thức Iaxinxky (10-4). Trong đó :

$[\sigma_{\sigma d}]$ - ứng suất cho phép về ổn định

$[n_{\sigma d}]$ - hệ số an toàn cho phép về ổn định. Hệ số này luôn luôn lớn hơn hệ số an toàn cơ bản về độ bền.

Tỉ số $\frac{[\sigma_{\sigma d}]}{[\sigma_n]} = \varphi$ được gọi là hệ số giảm ứng suất cho phép khi uốn dọc hay hệ số uốn dọc

Sự phụ thuộc của φ vào λ đối với các loại vật liệu khác nhau cho dưới dạng đường cong tiêu chuẩn hoặc dưới dạng bảng (bảng 10-2). Tính toán ổn định thường được tiến hành theo hai cách sau :

- Khi đã cho trước hệ số an toàn về ổn định $[n_{\sigma d}]$.
- Sử dụng bảng hệ số giảm ứng suất $\varphi(\lambda)$.

Khó khăn của cách thứ nhất là chọn chính xác hệ số an toàn về ổn định, vì nó phụ thuộc vào độ mảnh của thanh. Cách này sử dụng khi kiểm tra sơ bộ hay thiếu bảng $\varphi(\lambda)$. Cách thứ hai thường được sử dụng trong tính toán kĩ thuật. Đó là phương pháp cơ bản để tính thanh chịu nén đúng tâm về mặt ổn định. Trong trường hợp này tính toán xuất phát từ điều kiện.

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq \varphi [\sigma_n] \quad (10-7)$$

Khi tính chỉ sử dụng bảng hệ số φ , không cần áp dụng công thức Ole hay Iaxinxky nên rất thuận lợi.

Từ điều kiện (10-5) (10-7) ta cũng suy ra ba bài toán cơ bản.

- Kiểm tra điều kiện ổn định theo (10-7) hay (10-5), (10-6)
- Chọn tải trọng cho phép $[P]$, có hai cách :

Cách 1 - cho trước $[n_{\sigma d}]$. thì $[P_{\sigma d}] = \frac{P_{th}}{[n_{\sigma d}]}$ (10-8)

Cách 2 - sử dụng bảng $\varphi(\lambda)$, $[P] = [\sigma_{\sigma d}] = \varphi [\sigma_n] \cdot F$. (10-9)

- Chọn mặt cắt ngang.

Vì chưa có kích thước mặt cắt ngang nên ta không tính được trị số độ mảnh λ . Do đó cũng không thể tìm được $[n_{\sigma d}]$ hoặc trị số φ . Việc chọn được tiến hành theo cách chọn thử làm cho đúng dần. Có hai cách.

Cách 1 - Định trước hoặc cho trước giá trị $[n_{\sigma d}]$ không liên quan đến giá trị của λ chưa biết. Sau đó giả định việc tính toán phù hợp với công thức Ole (10-3).

Trước hết tìm mômen quán tính J , sau đó đến F , i , λ . Nếu λ lớn hơn λ_0 thì tính toán đã hoàn thành, còn nếu nhỏ hơn λ_0 thì chuyển sang dùng công thức Iaxinxky

Cách 2 - Sử dụng bảng hoặc đồ thị $\varphi(\lambda)$, tiến hành theo trình tự như sau :

1. Chọn hệ số φ bất kì, thường lấy $\varphi = 0,6 \div 0,8$
2. Tính $[\sigma_{\text{od}}]$; $F = \frac{P}{[\sigma_{\text{od}}]}$, chọn kích thước mặt cắt hay số hiệu thép cán.
3. Tìm J, i, λ .
4. Tính giá trị mới φ_1 . Nếu φ_1 khác nhiều so với φ thì trong lần thử thứ hai lấy $\varphi_2 = \frac{1}{2}(\varphi + \varphi_1)$ và tính lại. Người ta coi mặt cắt là thỏa mãn nếu ứng suất tính toán σ và $[\sigma_{\text{od}}]$ khác nhau không lớn hơn 5%.

Hệ số uốn dọc φ

Bảng 10-2

Độ mảnh λ	Trị số				
	Thép CT4CT3 CT2CT0	CT5	Thép hợp kim	Gang	Gỗ
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,92	0,91	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,87	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,83	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,79	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,72	0,34	0,60
80	0,75	0,70	0,65	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,55	0,20	0,38
100	0,60	0,51	0,43	0,16	0,31
110	0,52	0,43	0,35	-	0,25
120	0,45	0,36	0,30	-	0,22
130	0,40	0,33	0,26	-	0,18
140	0,36	0,29	0,23	-	0,16
150	0,32	0,26	0,21	-	0,14
160	0,29	0,24	0,19	-	0,12
170	0,26	0,21	0,17	-	0,11
180	0,23	0,19	0,15	-	0,10
190	0,21	0,17	0,14	-	0,09
200	0,19	0,16	0,13	-	0,08

Ví dụ 10-2

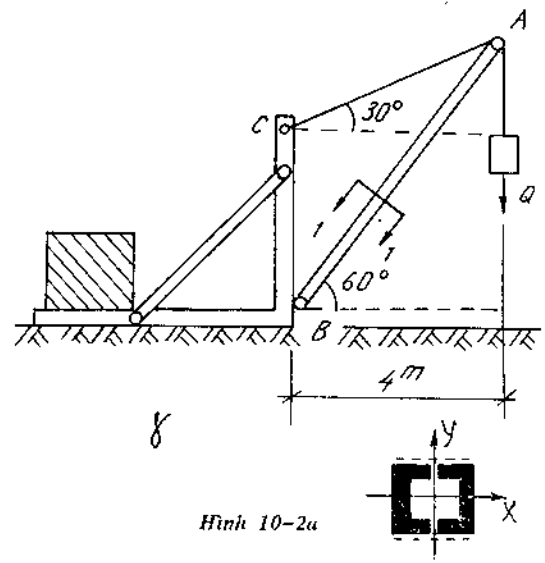
* Có một cần cấu sơ đồ đơn giản như trên hình 10-2a. Thanh AB được ghép bởi 2 thanh thép chữ [số 12 sao cho mômen quán tính đối với 2 trục chính bằng nhau.

Hãy xác định tải trọng cho phép Q mà cần cấu có thể nâng được. Thanh AB bằng thép có $[\sigma_n] = 190\text{MN/m}^2$.

Bài giải.

Lực nén N trong thanh AB sinh ra do tải trọng Q được xác định từ phương trình cân bằng tĩnh học :

$$\sum M_c = N \cdot d - Q \cdot 4 = 0,$$



Hình 10-2a

trong đó
$$d = 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Từ đó ta được :
$$N = Q \cdot \sqrt{3} \quad (a)$$

Từ điều kiện ổn định của thanh AB :

$$\frac{N}{F} \leq [\sigma_{\text{ổđ}}] \text{ thay (a) vào ta có : } \frac{Q \cdot \sqrt{3}}{F} \leq \varphi [\sigma_n]$$

hay
$$Q \leq \frac{\varphi \cdot F \cdot [\sigma_n]}{\sqrt{3}}$$

Thanh AB có các đặc trưng hình học như sau :

$$l = 8\text{m}$$

$$J_x = J_y = 2J_x$$

$$i_x = i_y = \sqrt{\frac{2J_x}{2F}} = i_x = 4,78 \text{ cm}$$

$$2F = 2 \cdot 13,7 = 27,4 \text{ cm}^2$$

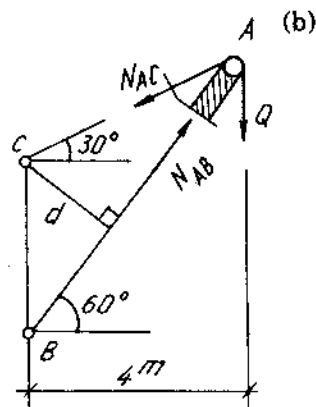
Độ mảnh của thanh :

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\text{min}}} = \frac{1,8}{4,78 \cdot 10^{-2}} = 167$$

Tra bảng φ ta được : $\varphi = 0,176$.

Sau khi thay các giá trị φ , F , $[\sigma_n]$ vào biểu thức (b) ta có giá trị của tải trọng cho phép Q :

$$Q \leq \frac{\varphi F [\sigma_n]}{\sqrt{3}} = \frac{0,176 \cdot 27,4 \cdot 10^{-4} \cdot 190 \cdot 10^6}{\sqrt{3}} = 53 \cdot 10^3 \text{ N}$$



Hình 10-2b

Ví dụ 10-3

Cho cột làm bằng thép chữ I, $[\sigma] = 16000 \text{ N/cm}^2$, $P = 400 \text{ kN}$, $l = 2 \text{ m}$ (H. 10-3).

Xác định số hiệu thép.

Bài giải.

Cho $\varphi = 0,6$, khi đó $[\sigma_{\text{ổđ}}] = \varphi [\sigma] = 0,6 \cdot 1600 = 9600 \text{ N/cm}^2$

và
$$F = \frac{P}{[\sigma_{\text{ổđ}}]} = \frac{40 \cdot 10^3}{960} \approx 41,7 \text{ cm}^2$$

Với loại thép chữ I số 27 gần nhất có $F = 40,2 \text{ cm}^2$ và $i_y = 2,54 \text{ cm}$.

Độ mảnh của cột
$$\lambda = \frac{\mu l}{i_y} = \frac{1 \cdot 200}{2,54} = 78,7$$

Theo bảng, đối với thép CT3 : $\lambda = 70$; $\varphi = 0,81$; $\lambda = 80$; $\varphi = 0,75$, vì thế đối với $\lambda = 78,7$ thì $\varphi_1 = 0,75 + 0,006 \cdot 1,3 = 0,758$.

Ta lấy :

$$\varphi_2 = \frac{\varphi + \varphi_1}{2} = \frac{0,6 + 0,758}{2} = 0,679$$

Khi đó :

$$[\sigma_{\text{ổđ}}] = 0,679 \cdot 1600 = 10860 \text{ N/cm}^2 \text{ và } F = \frac{40 \cdot 10^3}{1086} \approx 36,8 \text{ cm}^2$$



Hình 10-3

Với loại thép chữ I số 24 gần nhất có $F = 34,8 \text{ cm}^2$ và $i_y = 2,37 \text{ cm}$.

Độ mảnh của cột $\lambda = \frac{200}{2,37} \approx 84,5$.

Theo bảng đối với thép CT3 : $\lambda = 80, \varphi = 0,75$, $\lambda = 90 ; \varphi = 0,69$. Với $\lambda = 84,5$ thì $\varphi_3 = 0,69 + 0,006 \cdot 5,5 = 0,723$.

Ứng suất cho phép

$$[\sigma_{\text{od}}] = 0,723 \cdot 1600 = 11570 \text{ N/cm}^2$$

Ứng suất thực tế trong cột

$$\sigma = \frac{40 \cdot 10^3}{34,8} \approx 11500 \text{ N/cm}^2$$

Ứng suất ít hơn :

$$\frac{\sigma - [\sigma_{\text{od}}]}{[\sigma_{\text{od}}]} \cdot 100\% = \frac{7 \cdot 100}{1157} \approx 0,8\%$$

Hệ số an toàn về ổn định của cột :

Vì $\lambda = 84,5 < 100$ nên theo công thức (166)

$$\sigma_{\text{th}} = 31000 - 114 \cdot 84,5 = 21370 \text{ N/cm}^2$$

$$n_{\text{od}} = \frac{2137}{1150} \approx 1,86$$

4. Ổn định của dầm chịu uốn ngang phẳng

Một dầm chịu uốn phẳng khi bị mất ổn định sẽ bị vênh, khi đó dầm không những bị uốn trong mặt phẳng chịu tải ban đầu, mà còn bị uốn trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đó, đồng thời xuất hiện cả sự xoắn.

Trị số của lực tới hạn hoặc mômen uốn tới hạn phụ thuộc vào liên kết đặt dầm, hình dáng mặt cắt ngang, và cách đặt tải.

Trị số mômen, tới hạn hoặc lực tới hạn của một số trường hợp sau :

4-1. Dầm có mặt cắt ngang là hình chữ nhật hẹp (H.10-4)

a) $M_{\text{th}} = \frac{P_{\text{th}} \cdot l}{4} = \frac{4,23}{1} \cdot \sqrt{E J_y \cdot G J_{\text{xoắn}}}$ (10-10)

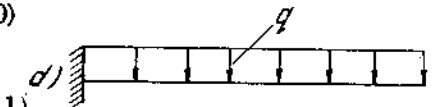
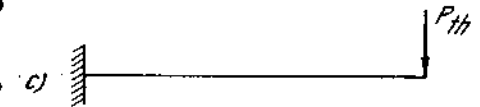
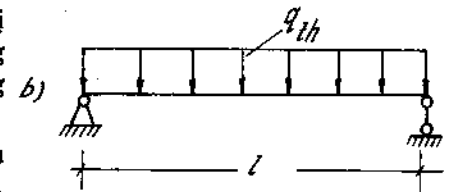
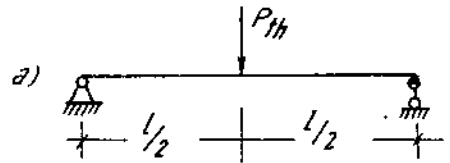
b) $M_{\text{th}} = \frac{(q \cdot l)_{\text{th}} \cdot l}{8} = \frac{3,54}{1} \sqrt{E J_y \cdot G J_{\text{xoắn}}}$ (10-11)

c) $M_{\text{th}} = P_{\text{th}} \cdot l = \frac{4,01}{1} \sqrt{E J_y \cdot G J_{\text{xoắn}}}$ (10-12)

d) $M_{\text{th}} = \frac{(q l)_{\text{th}} \cdot l}{2} = \frac{6,42}{1} \sqrt{E J_y \cdot G J_{\text{xoắn}}}$ (10-13)

4-2. Dầm có mặt cắt ngang hình chữ I

$$P_{\text{th}} = \frac{\beta}{l^2} \sqrt{E J_y \cdot G J_{\text{xoắn}}} \quad (10-14)$$



Hình 10-4

Trong đó β phụ thuộc vào thông số α , liên kết và dạng tải trọng

$$\alpha = \frac{GI_{xoán}}{EI_y} \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^2 \quad (10-15)$$

l - chiều dài dầm

h - chiều cao mặt cắt ngang

liên hệ $\alpha \sim \beta$ cho theo bảng (10-3)

Trị số của β để tính lực tới hạn theo (10-14)

Bảng 10-3

α	β_1	β_2	β_3	α	β_1	β_2	β_3
0,1	31,60	86,40	143,0	16	5,08	18,3	30,5
1,0	9,76	31,9	53,0	20	-	18,1	30,1
2,0	8,03	25,6	42,0	32	-	17,9	29,4
4,0	6,73	21,8	36,3	50	-	17,5	29,0
6,0	6,19	20,3	33,8	70	-	17,4	28,8
8,0	5,87	19,6	32,6	90	4,04	17,2	28,6
12	5,36	18,3	31,5	100	4,04	17,2	28,6

Trong bảng (10-3)

Cột 2 ứng với dầm một đầu ngàm, một đầu tự do có đặt lực tập trung

Cột 3 ứng với dầm hai đầu liên kết khớp chịu lực tập trung ở giữa

Cột 4 ứng với dầm hai đầu liên kết khớp chịu lực phân bố đều

Chú ý, đối với dầm chịu tải trọng phân bố, thì công thức (10-14) cho ta tính

$$P_{th} = (q \cdot l)_{th} \quad (10-16)$$

4-3. Điều kiện ổn định khi uốn

$$M_{max} \leq \frac{M_{th}}{n_{\text{ổđ}}} \quad (10-17)$$

hay $M_{max} \leq [M_{\text{ổđ}}] \quad (10-18)$

hoặc viết theo ứng suất

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} \leq \frac{M_{th}}{W_x \cdot n_{\text{ổđ}}} = \frac{\sigma_{th}}{n_{\text{ổđ}}} = [\sigma_{\text{ổđ}}] \quad (10-19)$$

Ví dụ 10-4

* Một dầm bằng gỗ mặt cắt hình chữ nhật mỏng $b = 5\text{cm}$, $h = 20\text{cm}$, chiều dài $l = 2\text{m}$, hai đầu liên kết khớp và chịu một lực tập trung $P = 20\text{kN}$ đặt giữa nhịp (H.10-5).

Xác định hệ số an toàn ổn định của dầm.

Cho biết gỗ có $E = 10^{10} \text{ N/m}^2$, $G = 500\text{MN/m}^2$.

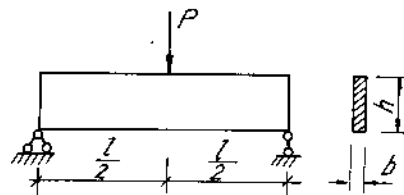
Bài giải.

Hệ số an toàn về ổn định bằng :

$$k_{\text{ổđ}} = \frac{M_{th}}{M_{max}}$$

ta có

$$M_{max} = \frac{Pl}{4} = \frac{20 \cdot 2}{4} = 10 \text{ kNm}$$



Hình 10-5

M_{th} tính theo công thức :

$$M_{th} = \frac{4,23}{1} \sqrt{EJ_y GJ_{xoắn}}$$

trong đó :

$$J_y = \frac{20 \cdot 5^3}{12} = \frac{625}{3} \text{ cm}^4$$

$$J_{xoắn} = \beta bc^3 = 0,281 \cdot 20 \cdot 5^3 = 702 \text{ cm}^4$$

Vậy :

$$k_{\delta d} = \frac{4,23}{2} \sqrt{\frac{1 \cdot 10^{10} \cdot \frac{625}{3} \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot 10^8 \cdot 702 \cdot 10^{-8}}{10 \cdot 10^3}} = \frac{4,23}{2} \cdot \frac{8,544 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3} = 1,8$$

Ví dụ 10-5

Cho một dầm mặt cắt chữ I số 27, chiều dài $l = 3\text{m}$. Dầm bị ngàm chặt một đầu, ở đầu tự do có đặt một lực tập trung $P = 20\text{kN}$: Kiểm tra điều kiện bền và ổn định của dầm. Cho biết vật liệu có $[\sigma] = 190\text{MN/m}^2$; $E = 2 \cdot 10^{11}\text{N/m}^2$; $G = 8 \cdot 10^{10}\text{N/m}^2$ và hệ số an toàn ổn định $k_{\delta d} = 1,8$ (H.10-6)

Bài giải

Kiểm tra độ ổn định.

Đặc trưng hình học của mặt cắt :

$$h = 17 \text{ cm}, b = 12,5 \text{ cm}, d = 0,6 \text{ cm},$$

$$t = 0,98 \text{ cm}, J_y = 260 \text{ cm}^4$$

$$J_{xoắn} = \frac{1}{3} \eta \sum b_i c_i^3 = \frac{1}{3} \cdot 1,2(25,04 \cdot 0,6^3 + 2 \cdot 12,5 \cdot 0,98^3) = 11,59 \text{ cm}^4$$

$$\alpha = \frac{GJ_{xoắn}}{EJ_y} \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^2 = \frac{8 \cdot 10^{10} \cdot 11,59 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{11} \cdot 260 \cdot 10^{-8}} \cdot \left(\frac{300}{27}\right)^2 = 2,2$$

Lực tới hạn :

$$P_{th} = \frac{\beta_1}{l^2} \sqrt{EJ_y GJ_{xoắn}}$$

trong đó β_1 tra ở bảng theo α . Với $\alpha = 2,2$ thì $\beta_1 = 7,901$. Vậy :

$$P_{th} = \frac{7,901}{3^2} \sqrt{2 \cdot 10^{11} \cdot 260 \cdot 10^{-8} \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot 11,75} = 61 \text{ kN}$$

Tải trọng cho phép về mặt ổn định :

$$[P] = \frac{P_{th}}{k_{\delta d}} = \frac{61}{1,8} = 33,9 \text{ kN} > P$$

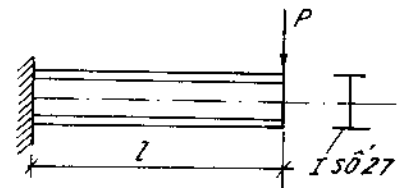
Dảm bảo dầm về ổn định.

Kiểm tra độ bền :

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} = \frac{Pl}{W_x} = \frac{20 \cdot 3}{371 \cdot 10^{-6}} = 162 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2,$$

$$\text{hay } \sigma_{max} = 162 \text{ MN/m}^2 < [\sigma]$$

Dảm bảo dầm về độ bền.



Hình 10-6

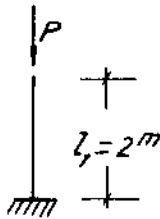
Bài tập

10*1-3. Xác định lực tối hạn và ứng suất tối hạn bằng công thức Ole đối với các thanh có :

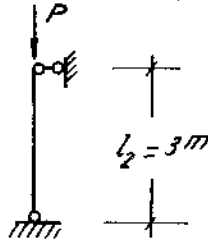
a) Mặt cắt hình chữ nhật 9.4cm, chiều dài thanh $l_1 = 2\text{m}$. (H. 10 - 7a)

b) Mặt cắt chữ I số 16, chiều dài thanh $l_2 = 3\text{m}$ (H. 10 - 7b)

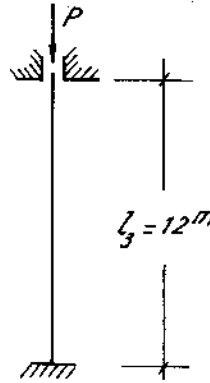
c) Mặt cắt hình chữ nhật rỗng có các cạnh ngoài 20.12cm, bề dày vách bằng 2cm (H. 10 - 7c).



Hình 10-7a



Hình 10-7b



Hình 10-7c

10*4. Một thanh mặt cắt hình vuông chịu nén đúng tâm. Muốn tăng lực tối hạn của thanh lên n lần thì phải tăng kích thước cạnh của mặt cắt lên bao nhiêu lần và khi đó diện tích mặt cắt tăng lên bao nhiêu lần ? (xét thanh làm việc trong giới hạn đàn hồi).

10*5. Cho bốn thanh có mặt cắt ngang giống

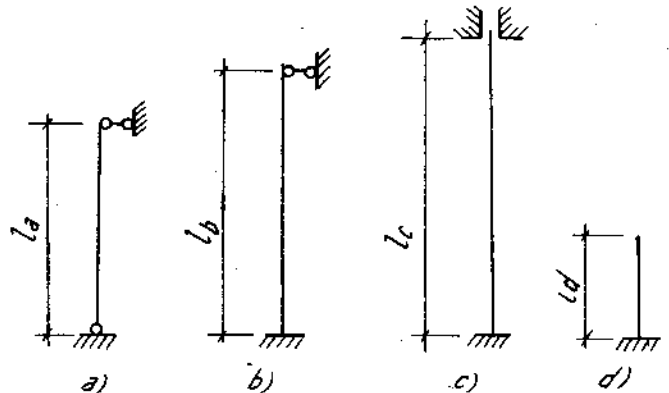
nhau làm bằng cùng một loại vật liệu và liên kết như trên hình 10-8.

Nếu muốn chịu được cùng một lực nén đúng tâm thì chiều dài của mỗi thanh phải bằng bao nhiêu ?

10*6. Có hai thanh đều có độ mảnh lớn, làm bằng cùng một loại vật liệu, cùng diện tích mặt cắt, cùng chiều dài, và liên kết giống nhau. Hỏi thanh nào chịu lực nén đúng tâm lớn hơn nếu :

a) Một thanh mặt cắt hình vuông, một thanh mặt cắt hình tròn.

b) Một thanh mặt cắt hình tròn đặc, một thanh mặt cắt hình tròn rỗng có tỉ số hai bán kính bằng 0,80.



Hình . 10-8

So sánh các kết quả tính được theo phần trăm.

10*7. Cho một thanh đồng chiều dài $l = 2\text{m}$. Thanh có mặt cắt hình tròn đường kính $d = 4\text{cm}$ và liên kết ngàm chặt hai đầu. Hỏi nhiệt độ tăng lên bao nhiêu thì thanh bị mất ổn định.

Biết hệ số giãn nở vì nhiệt của đồng là $\alpha = 165 \cdot 10^{-7}$.

Giả thiết khi tăng nhiệt độ, các đặc trưng về độ bền của thanh không thay đổi.

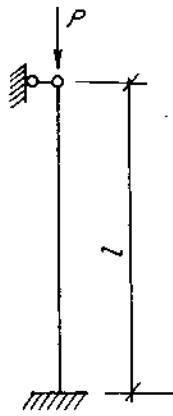
10*8. Xác định lực tối hạn của thanh bị nén dọc trục, một đầu ngàm, một đầu khớp bằng phương pháp Ole.

10*9. Xác định lực tối hạn thanh bị nén dọc trục trong trường hợp :

a) Thanh có một đầu ngàm, một đầu tự do.

b) Thanh có hai đầu ngàm.

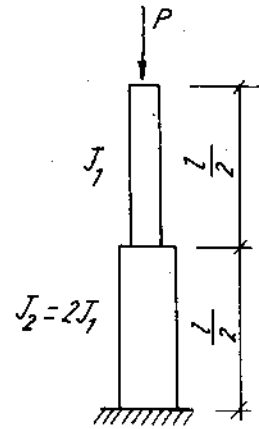
10*10-13. Xác định lực tới hạn của các thanh cho trên hình 10-9a, b, c, d, e bằng phương pháp Oie.



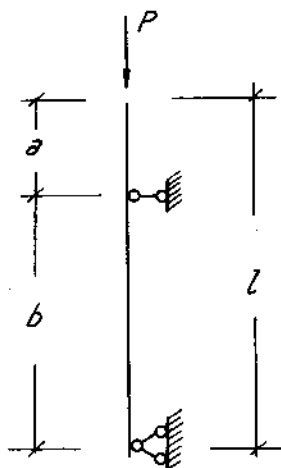
Hình 10-9a



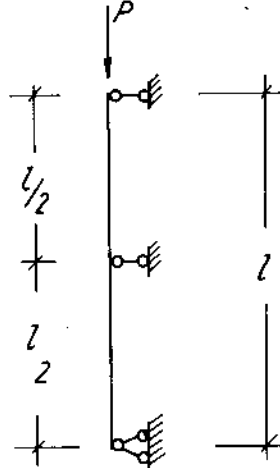
Hình 10-9b



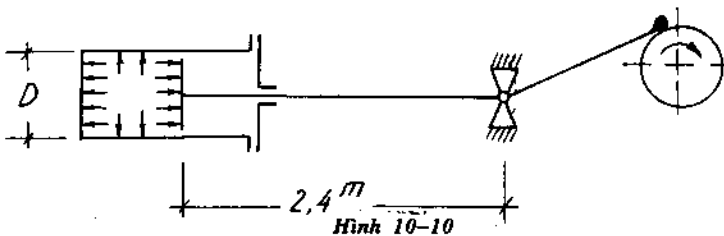
Hình 10-9c



Hình 10-9d



Hình 10-9e



Hình 10-10

10*14. Cán trượt của pittông một máy hơi nước dài 2,4m, có mặt cắt hình 10-10 tròn đường kính $d = 7,5\text{cm}$.

Hãy kiểm tra điều kiện ổn định của cán.

Cho biết áp suất trong xilanh của máy $q = 0,8\text{MN/m}^2$, đường kính của pittông $D = 40\text{cm}$, hệ số an toàn về ổn định $k_{od} = 8$. Cán làm bằng thép CT₂.

10*15. Một cột cao 7,5m làm bằng thép CT₅, mặt cắt chữ I số 24a. Cột có hai đầu liên kết ngàm. Biết :

$$\sigma_{11} = 240 \text{ MN/m}^2 ; E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2 ; \text{hệ số an toàn về ổn định } k_{od} = 3.$$

a. Xác định lực nén cho phép của cột thép.

b. Nếu chiều cao của cột giảm đi một nửa thì lực nén cho phép tăng lên bao nhiêu lần ?

Chú thích : Công thức Iaxinxki đối với thép CT₅:

$$a = 464 \text{ MN/m}^2, b = 3,617 \text{ MN/m}^2.$$

10*16. Xác định hệ số an toàn của cột bằng gang chịu một lực nén đúng tâm $P = 60\text{kN}$. Cột có chiều dài 1,6m, mặt cắt hình chữ thập và bị ngàm ở hai đầu (H.10.11)

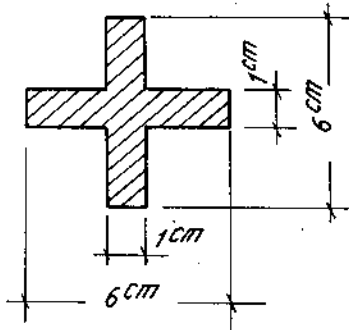
Chú thích : Ứng suất tới hạn ngoài giới hạn đàn hồi của gang có thể tính theo công thức :

$$\sigma_{th} = 776 - 12\lambda + 0,053\lambda^2 \text{ (MN/m}^2\text{)}.$$

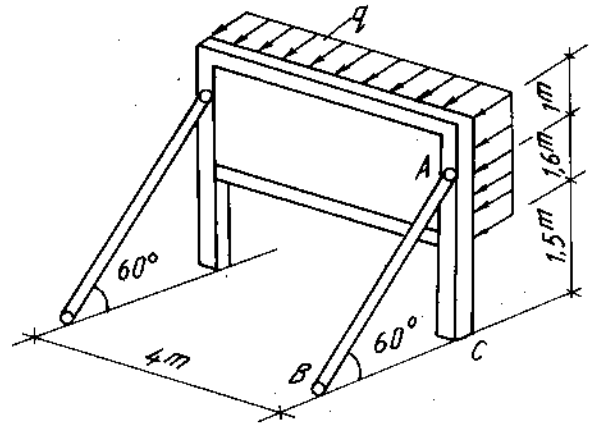
10*17. Một bảng tin lớn có chiều dài 4m, chiều cao 2,6m, được dựng như hình 10-12.

Hãy kiểm tra độ ổn định của thanh chống AB trong trường hợp bảng tin chịu áp lực gió vuông góc có cường độ $q = 1 \text{ kN/m}^2$.

Cho biết thanh chống AB bằng gỗ mặt cắt tròn đường kính $d = 10\text{cm}$, $[\sigma]_{nén} = 10\text{MN/m}^2$. (Khi tính coi liên kết ở hai đầu thanh AB và chân cột đều là khớp).



Hình 10-11

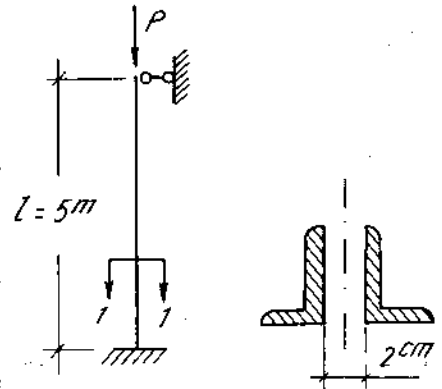


Hình 10-12

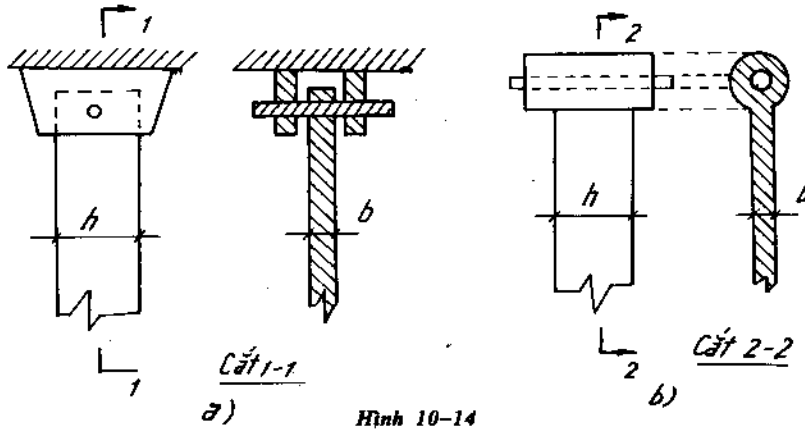
10*18. Kiểm tra ổn định của cột cao 5m, ghép bằng hai thanh thép góc không đều cạnh kích thước 160 . 100 . 9. Biết lực nén $P = 200 \text{ kN}$, cột bằng thép CT₂ có $[\sigma] = 140 \text{ MN/m}^2$ (H. 10-13).

10*19. Hai thanh thép (hình a và hình b) có cùng chiều dài $l = 4\text{m}$, và mặt cắt hình chữ nhật : $b = 8\text{cm}$, $h = 10\text{cm}$. Hai thanh liên kết bằng khớp trụ. Chốt trụ của khớp được giữ chặt, không có chuyển vị. Thanh làm bằng thép CT₃ có $[\sigma] = 160\text{MN/m}^2$ (H. 10-14).

Hãy xác định giá trị của lực nén cho phép đặt ở hai đầu thanh và so sánh hai cách liên kết ?



Hình 10-13



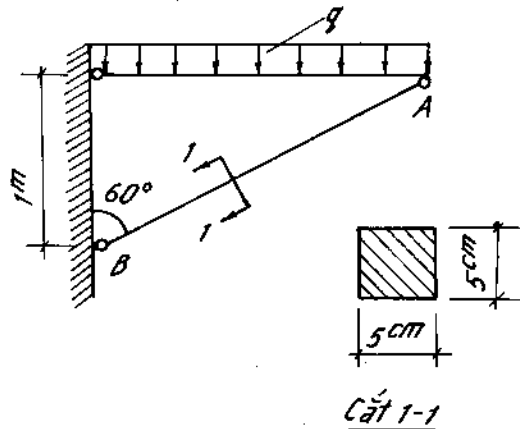
Hình 10-14

10*20. Một giá đỡ chịu tải trọng phân bố đều như hình vẽ. Xác định cường độ tải trọng cho phép q tác dụng trên giá. Cho biết thanh chống AB mặt cắt hình vuông cạnh là 5cm và làm bằng gỗ có $[\sigma] = 10 \text{ MN/m}^2$ (H. 10-15).

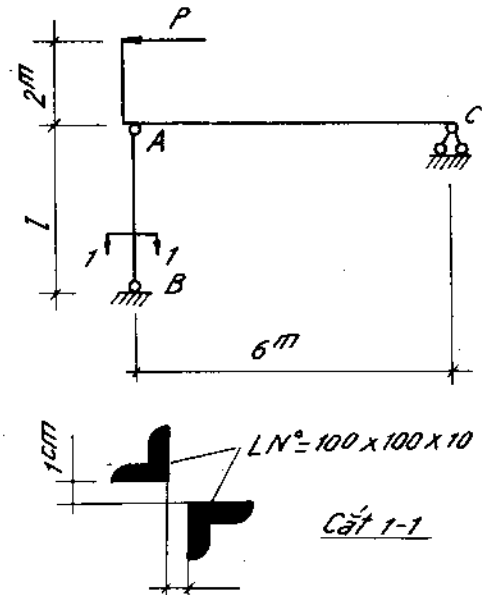
10*21. Hai hệ thanh chịu lực như hình vẽ. Xác định chiều dài l của thanh

chống AB làm bằng thép có $[\sigma] = 140 \text{ MN/m}^2$ (H. 10-16).

Cho biết tải trọng : $P = 300 \text{ kN}$.



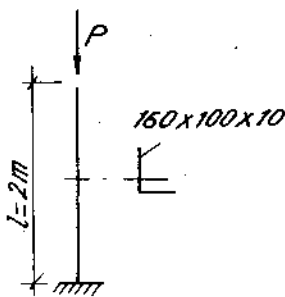
Hình 10-15



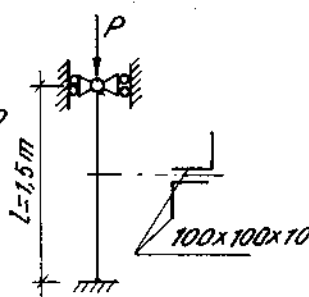
Hình 10-16

10*22. Xác định chiều dài tối hạn của thanh thép, mặt cắt hình tròn, đặt thẳng đứng có đầu dưới bị ngàm chặt và đầu trên tự do.

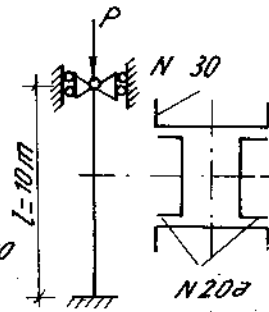
Thanh chịu trọng lượng bản thân có $\gamma = 78 \text{ kN/m}^3$. Biết đường kính của thanh $d = 40 \text{ mm}$ và $E = 2.10^{11} \text{ N/m}^2$.



Hình 10-17



Hình 10-18



Hình 10-19

10*23-25. Xác định sức chịu tải của các cột hình 10-17, 18, 19. Vật liệu cột là thép.

CT. 3 có $[\sigma] = 16000 \text{ N/cm}^2$

10*26. Thanh AB của một dàn phẳng được ghép bởi 2 thanh thép góc không đều cạnh sao cho mômen quán tính của mặt

cát đối với hai trục chính bằng nhau.

Hai thanh được ghép cứng với nhau bằng đinh tán $\phi = 20$ và các bản giằng mỗi bản có hai hàng đinh tán (H.10-20).

a) Chọn số liệu thép góc có $[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2$.

b) Xác định chiều dày a của bản giằng.

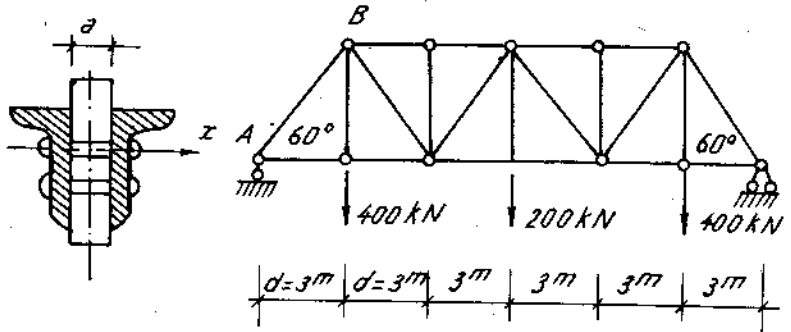
c) Kiểm tra lại mặt cắt theo điều kiện bền.

10*27. Một cột chịu nén đúng tâm được ghép bằng bốn thép góc đều cạnh loại 80.80.6 (H.10-21).

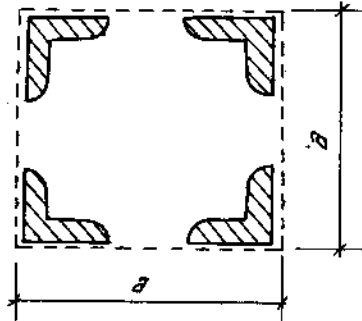
Xác định kích thước a của mặt cắt. Biết thanh dài $l = 6\text{m}$ hai đầu liên kết khớp và chịu lực nén ở đầu cột $P = 200 \text{ kN}$. Vật liệu có $[\sigma] = 200 \text{ MN/m}^2$ (CT_g).

10*28. Một cột gỗ dài 3m, mặt cắt hình chữ nhật $b \times h$. Đầu dưới của cột được chôn vào nền bê tông, đầu trên có thể trượt theo một khe nhỏ song song với phương chiều dài h của mặt cắt (H.10-22).

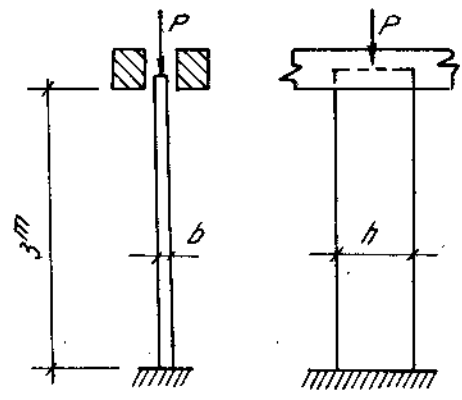
Xác định kích thước của mặt cắt $b \times h$ sao cho mặt cắt là hợp lý nhất. Cho biết lực nén $P = 100 \text{ kN}$; $[\sigma] = 10 \text{ MN/m}^2$.



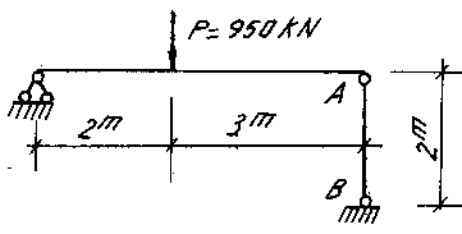
H. 10-20



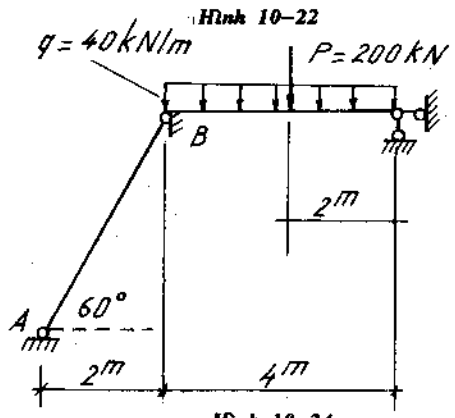
Hình 10-21



Hình 10-22



Hình 10-23



Hình 10-24

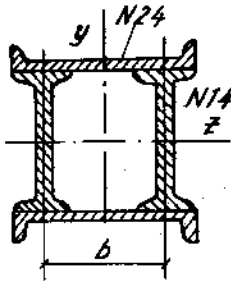
10*29-30. Cho hai hệ thanh chịu lực như hình 10 - 23, 24.

a. Xác định số hiệu mặt cắt chữ I của thanh chống AB.

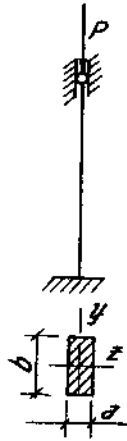
Biết $[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2$.

b) Xác định hệ số an toàn về ổn định k_{od} của các thanh dốt.

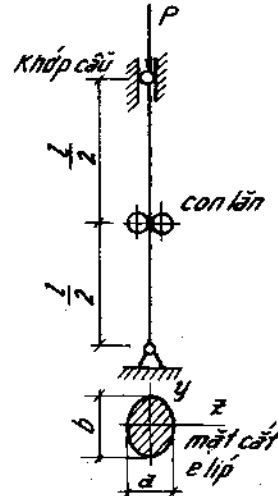
10*31-33. Xác định kích thước b của mặt cắt cột theo điều kiện ổn định đều đối với trục z và y của chúng. Cho trong các hình 10-25, 26, 27.



Hình 10-25



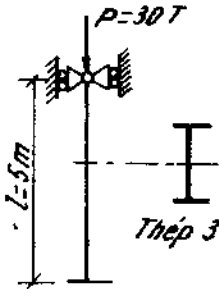
Hình 10-26



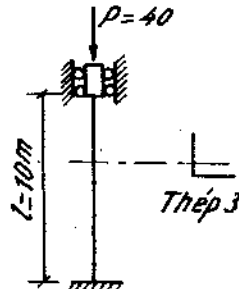
Hình 10-27

10*34-38. Chọn kích thước mặt cắt ngang của cột và các thanh nén của hệ trong hình 10 - 28, 29, 30, 31, 32.

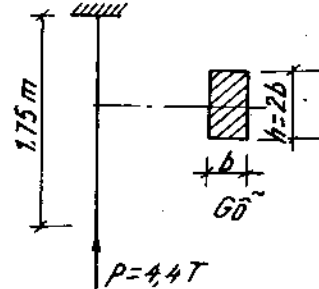
Lấy : với thép CT. 3 $[\sigma] = 16000 \text{ N/cm}^2$, với gỗ $[\sigma] = 1000 \text{ N/cm}^2$.



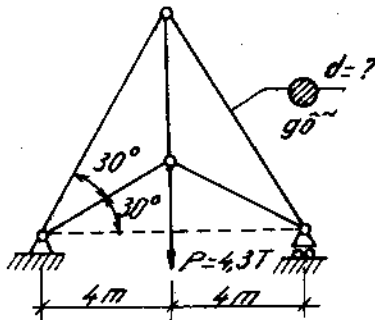
Hình 10-28



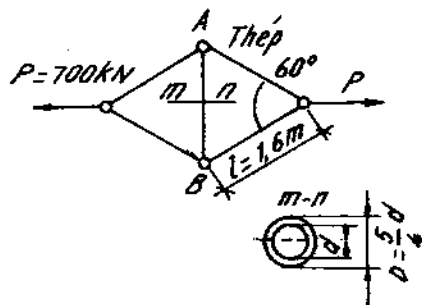
Hình 10-29



Hình 10-30



Hình 10-31

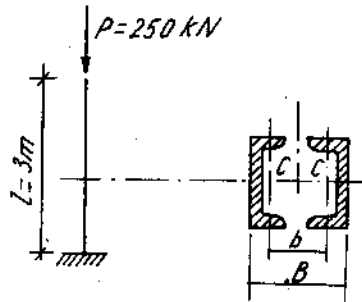


Hình 10-32

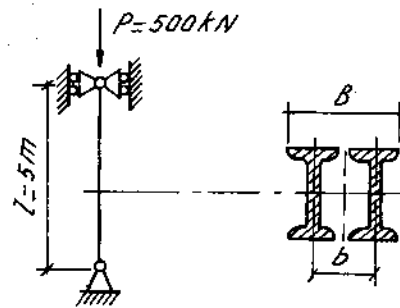
10*39-42. Với các cột ghép hãy xác định (H. 10 - 33, 34, 35, 36).

1. Số hiệu mặt cắt của nhánh cột ;
2. Bề rộng mặt cắt cột B ;
3. Khoảng cách l_0 giữa các bản giằng.

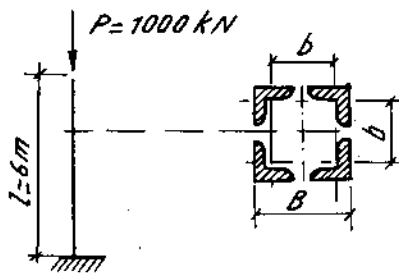
Đối với vật liệu của nhánh cột lấy $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$, $[\sigma] = 16000 \text{ N/cm}^2$.



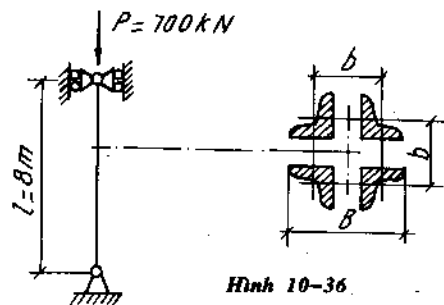
Hình 10-34



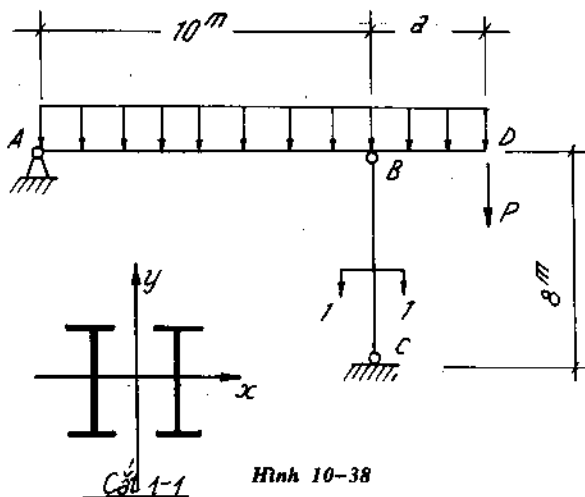
Hình 10-33



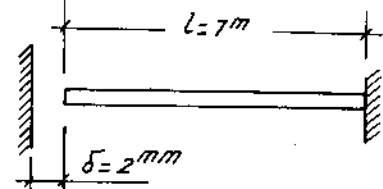
Hình 10-35



Hình 10-36



Hình 10-38



Hình 10-37

10*43. Thanh thép chữ I số 10 có chiều dài $l = 7 \text{ m}$, một đầu bị ngàm, đầu kia đặt cách một bức tường thép một đoạn bằng 2 mm (H. 10-37). Hãy kiểm tra điều kiện ổn định của thanh khi nhiệt độ của thanh tăng lên 30°C .

Cho biết hệ số an toàn về ổn định $k_{\text{od}} = 2$.

Thép có môđun đàn hồi $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, hệ số giãn nở vì nhiệt $\alpha = 125 \cdot 10^{-7}$.

10*44. Một dầm cầu trục AD chịu lực như hình 10-38. Cột BC làm bằng hai thép chữ I số 14 ghép lại sao cho mômen quán tính đối với hai trục bằng nhau.

Xác định chiều dài tối đa của nút thừa a, biết rằng cột làm việc bất lợi nhất khi xe cầu trục mang một trọng lượng 100 kN đặt ở đầu nút D. Tải trọng phân bố $q = 4 \text{ kN/m}$,

$[\sigma] = 190 \text{ MN/m}^2$.

Chương 11

UỐN NGANG VÀ UỐN DỌC ĐỒNG THỜI

Trong trường hợp dầm có biến dạng uốn tương đối lớn thì ảnh hưởng của lực nén P đến biến dạng uốn của dầm là đáng kể. Khi đó mômen uốn trên mặt cắt ngang của dầm phải đồng thời do cả lực ngang và lực dọc gây ra. Ta gọi trường hợp này là uốn ngang và uốn dọc đồng thời.

1. Khi kể đến ảnh hưởng của uốn dọc các phương trình độ võng và nội lực có dạng

$$y = \frac{y_{\text{dầm}}}{1 - \frac{P}{P_{\text{th}}}} \quad (11-1)$$

$$M = \frac{M_{\text{dầm}}}{1 - \frac{P}{P_{\text{th}}}} \quad (11-2)$$

$$Q = \frac{Q_{\text{dầm}}}{1 - \frac{P}{P_{\text{th}}}} \quad (11-3)$$

Suy ra :

$$M_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max dầm}}}{1 - \frac{P}{P_{\text{th}}}} \quad (11-4)$$

$$Q_{\text{max}} = \frac{Q_{\text{max. dầm}}}{1 - \frac{P}{P_{\text{th}}}} \quad (11-5)$$

trong đó :

$$P_{\text{th}} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu \cdot l)^2} \quad (11-6)$$

EJ độ cứng của dầm chịu uốn, do mômen uốn gây nên. Còn khi cần kiểm tra về điều kiện ổn định thanh chịu nén thì ta lấy độ cứng theo phương có độ mảnh λ lớn nhất.

μ hệ số phụ thuộc vào loại liên kết ở hai đầu dầm xem phần ổn định.

$y_{\text{dầm}}$, $M_{\text{dầm}}$, $Q_{\text{dầm}}$ là độ võng, mômen uốn, lực cắt của dầm gây ra chỉ do tải trọng ngang.

2. Ứng suất nén lớn nhất trong dầm được tính theo công thức

$$|\sigma_{\text{max}}| = \frac{|P|}{F} + \frac{|M_{\text{max}}|}{W_x} \quad (11-7)$$

Trong đó : P - lực nén ;
 F - diện tích mặt cắt ngang ;
 W_x - mômen chống uốn ;
 M_{\max} tính theo (11-4).

3. Điều kiện bền

Từ công thức (11-7) ta thấy ứng suất không tỉ lệ với tải trọng, do đó ở đây ta không áp dụng được nguyên lí độc lập tác dụng. Điều đó đòi hỏi phải chuyển từ kiểm tra độ bền theo ứng suất cho phép sang tính toán theo tải trọng cho phép.

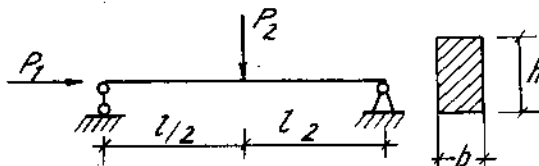
Gọi n là hệ số an toàn chung cho cả tải trọng ngang và dọc thì điều kiện bền của dầm là :

$$\sigma_{\max} = \frac{n \cdot P}{F} + \frac{n M_{\max}}{W_x \left(1 - \frac{nP}{P_{th}}\right)} \leq \sigma_0 \quad (11-8)$$

trong đó : σ_0 - ứng suất nguy hiểm khi nén.

Ví dụ 11-1.

Một dầm chịu lực như (H. 11-1) biết $P_1 = 8 \text{ kN}$; $P_2 = 1 \text{ kN}$, $l = 1 \text{ m}$, $h = 2 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$; $E = 2 \cdot 10^8 \text{ kN/cm}^2$. Xác định độ võng và ứng suất pháp lớn nhất trong dầm.



Hình 11-1

Bài giải

Nếu không kể đến biến dạng uốn do lực dọc gây ra thì độ võng lớn nhất do lực ngang P_2 gây ra bằng :

$$Y_{\text{dầm.max}} = \frac{P l^3}{48 E J_x} = \frac{10 \cdot 2^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot \frac{2 \cdot 4^3}{12} \cdot 10^{-8}} = 0,781 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Lực P_{th} tính theo (11-6) :

$$P_{th} = \frac{\pi^2 E J}{(\mu \cdot l)^2} = \frac{(3,14)^2 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot \frac{2 \cdot 4^3}{12}}{(1,2)^2} = \frac{160}{3} \text{ kN}$$

Khi xét đến ảnh hưởng của uốn dọc, độ võng được tính theo (11-1) :

$$y_{\max} = \frac{y_{\max \text{ dầm}}}{1 - \frac{P}{P_{th}}} = \frac{0,781 \cdot 10^{-2}}{1 - \frac{8,3}{160}} = 0,92 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

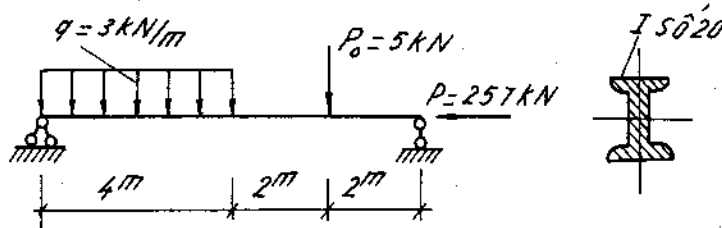
Ứng suất nén lớn nhất theo (11-7) :

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|P|}{F} + \frac{|M_{\max \text{ dầm}}|}{W_x \left(1 - \frac{P}{P_{th}}\right)}$$

$$= \frac{8}{4.2 \cdot 10^{-4}} + \frac{\frac{1.2}{4}}{\frac{2.4^2}{6} \cdot 10^{-6} \left(1 - \frac{8.3}{160}\right)} = 117.10^3 \text{ kN/m}^2$$

Ví dụ 11-2

Tính ứng suất nén lớn nhất của dầm bị uốn ngang và uốn dọc đồng thời vẽ trên hình 11-2, $E = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$.



Hình 11-2

Bài giải

Tra bảng thép định hình, ta có :

$$F = 26,8 \text{ cm}^2 ; J_x = 1840 \text{ cm}^4 ; W_x = 184 \text{ cm}^3.$$

- Phương trình đoạn thứ nhất ($0 \leq z \leq 400 \text{ cm}$) :

$$M_1 = M_0 \cos \alpha z + \frac{Q_0}{\alpha} \sin \alpha z - \frac{q}{\alpha^2} (1 - \cos \alpha z),$$

ở đây

$$M_1 (z = 0) = M_0 = 0.$$

Vậy :

$$M_1 = \frac{Q_0}{\alpha} \sin \alpha z - \frac{q}{\alpha^2} (1 - \cos \alpha z)$$

- Phương trình đoạn thứ hai ($400 \leq z \leq 600 \text{ cm}$) :

$$M_2 = M_1 + \frac{q}{\alpha^2} [1 - \cos \alpha (z - 400)].$$

- Phương trình đoạn thứ ba : ($600 \leq z \leq 800 \text{ cm}$) :

$$\begin{aligned} M_3 &= M_2 - \frac{5}{\alpha} \sin \alpha (z - 600), \\ &= \frac{Q_0}{\alpha} \sin \alpha z - \frac{q}{\alpha^2} (1 - \cos \alpha z) + \\ &+ \frac{q}{\alpha^2} [1 - \cos \alpha (z - 400)] - \frac{5}{\alpha} \sin \alpha (z - 600). \end{aligned}$$

Khi $z = 800 \text{ cm}$, $M_3 (z = 800) = 0$, tức là :

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{Q_0}{\alpha} \sin(800\alpha) - \frac{q}{\alpha^2} [1 - \cos(800\alpha)] + \frac{q}{\alpha^2} [1 - \cos(400\alpha)] \\ &- \frac{5}{\alpha} \sin(200\alpha). \end{aligned} \quad (\text{a})$$

Ta có

$$q = 3 \text{ kN/m} = 0,03 \text{ kN/cm.}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{P}{EJ_x}} = \sqrt{\frac{257}{2,1 \cdot 10^4 \cdot 1840}} = \frac{1}{10^2} \sqrt{\frac{257}{2,1 \cdot 1840}}$$
$$= \frac{1}{10^2} \sqrt{0,0665} = \frac{1}{10^3} \sqrt{6,65} = 2,58 \cdot 10^{-3} \text{ 1/cm,}$$

$$\sin(800\alpha) = \sin(800 \cdot 2,58 \cdot 10^{-3}) = \sin 2,064 = 0,88,$$

$$\cos(800\alpha) = \cos(800 \cdot 2,58 \cdot 10^{-3}) = \cos 2,064 = -0,47,$$

$$\cos(400\alpha) = \cos(400 \cdot 2,58 \cdot 10^{-3}) = \cos 1,032 = +0,52,$$

$$\sin(200\alpha) = \sin(200 \cdot 2,58 \cdot 10^{-3}) = \sin 0,516 = 0,5.$$

Thay vào (a) ta được :

$$\frac{Q_0}{\alpha} \cdot 0,88 - \frac{0,03}{\alpha^2} (1 + 0,47) + \frac{0,03}{\alpha^2} (1 - 0,52) - \frac{5}{\alpha} \cdot 0,5 = 0.$$

Rút ra :

$$Q_0 = \frac{\frac{0,03}{(2,58 \cdot 10^{-3})} (1 + 0,47) + 5 \cdot 0,5 - \frac{0,03}{(2,58 \cdot 10^{-3})} (1 - 0,52)}{0,88}$$

$$= \frac{\frac{10}{0,86} \cdot 0,99 + 2,5}{0,88} = \frac{11,5 + 2,5}{0,88} = 15,9 \text{ kN.}$$

Mômen uốn lớn nhất ở mặt cắt ngang thuộc đoạn thứ nhất.

$$M_1(z) = \frac{15,9}{\alpha} \sin \alpha z - \frac{0,03}{\alpha^2} (1 - \cos \alpha z) \quad (b)$$

Cho đạo hàm bằng không, ta tìm được vị trí mặt cắt có mômen uốn max :

$$\frac{dM_1(z)}{dz} = 15,9 \cos \alpha z_0 - \frac{0,03}{\alpha} \sin \alpha z_0 = 0.$$

Rút ra :

$$\operatorname{tg} \alpha z_0 = \frac{15,9\alpha}{0,03} = \frac{15,9 \cdot 2,58 \cdot 10^{-3}}{0,03} = 1,367,$$
$$\alpha z_0 \approx 0,937,$$

hay

$$z_0 = \frac{0,937}{2,58 \cdot 10^{-3}} = 364 \text{ cm.}$$

Thay vào (b) :

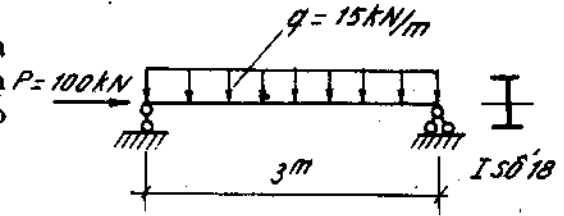
$$M_{1(\max)} = \frac{15,9}{2,58 \cdot 10^{-3}} \sin(2,58 \cdot 10^{-3} \cdot 364) - \frac{0,03}{(2,58 \cdot 10^{-3})^2} \cdot [1 - \cos(2,58 \cdot 10^{-3} \cdot 364)],$$
$$= \frac{15,9 \cdot 0,81}{2,58 \cdot 10^{-3}} - \frac{0,03 \cdot 10^6 \cdot (1 - 0,59)}{6,7},$$
$$= 5000 - 1840 = 3160 \text{ kNcm.}$$

Ứng suất nén lớn nhất bằng :

$$|\max \sigma_z| = \frac{257}{26,8} + \frac{3160}{184} = 9,6 + 17,2 = 26,8 \text{ kN/cm}^2.$$

Ví dụ 11-3.

Xác định độ võng lớn nhất f_{\max} , hệ số an toàn về độ bền (hệ số về tải trọng) và hệ số an toàn ổn định của dầm chịu lực như hình 11-3. Cho $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$; $\sigma_{\text{ch}} = 24 \text{ kN/cm}^2$.



Hình 11-3

Bài giải.

Tra bảng số liệu I18 có: $F = 23,4 \text{ cm}^2$;

$$J_x = 1290 \text{ cm}^4; W_x = 143 \text{ cm}^3$$

Độ võng lớn nhất do tải trọng ngang :

$$f_{\max}^* = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EJ_x} = \frac{5 \cdot 0,15 \cdot (300)^4}{384 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 1290} = 0,61 \text{ cm.}$$

Độ võng lớn nhất do tải trọng ngang và dọc :

$$f_{\max} = \frac{f_{\max}^*}{1 - \frac{nP}{P_{\text{th}}}} = \frac{0,61}{1 - \frac{100}{1420}} = 0,655 \text{ cm,}$$

với

$$P_{\text{th}} = \frac{\pi^2 EJ_x}{l^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 1290}{(300)^2} = 1420 \text{ kN.}$$

Tính hệ số an toàn bền từ quan hệ :

$$|\max \sigma_z| = \frac{(nP)}{F} + \frac{(nM_x^*)}{W_x} + \frac{(nP)(nf^*)}{W_x \left(1 - \frac{nP}{P_{\text{th}}}\right)} = \sigma_{\text{ch}}$$

Thay bằng số trong đó :

$$M_x^* = \frac{ql^2}{8} = \frac{0,15 \cdot (300)^2}{8} = 1690 \text{ kNcm,}$$

ta được

$$\frac{n \cdot 100}{23,4} + \frac{n \cdot 1690}{143} + \frac{n \cdot 100}{143} \times \frac{n \cdot 0,61}{1 - \frac{n \cdot 100}{1420}} = 24,$$

hay

$$4,27n + 11,8n + \frac{0,7n \cdot 0,61n}{1 - 0,0705n} = 24$$

$$16,07n + \frac{0,427n^2}{1 - 0,0705n} = 24$$

Với $1 - 0,0705n \neq 0$ tức là $n \neq 14,2$

ta được :

$$16,1n - 1,14n^2 + 0,427n^2 = 24 - 17n$$

hay

$$0,71n^2 - 17,8n + 24 = 0$$

$$n^2 - 25n + 33,8 = 0$$

Rút ra :

$$n_1 = 1,45$$

$$n_2 = 23,55$$

Nghiệm $n_2 = 23,55$ không có nghĩa vì khi $n = 14,2$ thì $|\max \sigma_z| = \infty$

Vậy hệ số an toàn sẽ là : $n = n_1 = 1,45$

Tính hệ số an toàn ổn định :

$$i_y = i_{\min} = 1,88 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{1.300}{1,88} \approx 160$$

Tính ứng suất tới hạn theo công thức Ole :

$$\sigma_{th} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^4}{(160)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2}{2,56} = 7,75 \text{ kN/cm}^2$$

Ứng suất nén do lực $P = 100 \text{ kN}$:

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{100}{23,4} = 4,27 \text{ kN/cm}^2$$

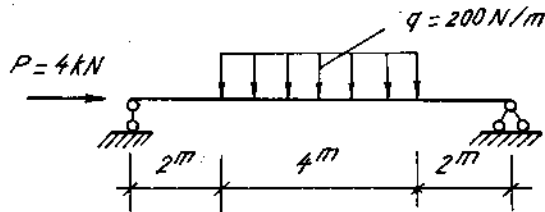
Hệ số an toàn ổn định bằng :

$$n_{od} = \frac{\sigma_{th}}{\sigma} = \frac{7,75}{4,27} = 1,81$$

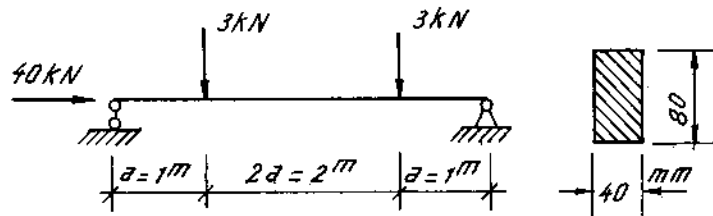
Bài tập

11*1. Tính ứng suất nén lớn nhất theo phương pháp gần đúng của dầm hình vẽ 11-4. Cho $E = 10^6 \text{ N/cm}^2$.

11*2. Tính hệ số an toàn về độ bền (hệ số tải trọng) và hệ số an toàn ổn định của dầm bị uốn dọc và uốn ngang về trên hình 11-5. Dầm có mặt cắt hình chữ nhật, $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ và giới hạn chảy $\sigma_{ch} = 24 \text{ kN/cm}^2$.

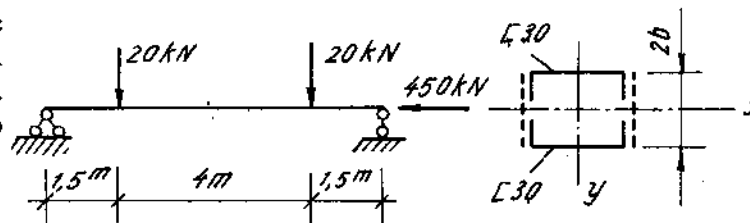


Hình 11-4



Hình 11-5

11*3. Có dầm dài 7m chịu tác dụng của lực uốn ngang và uốn dọc như trên hình 11-6. Dầm gồm hai thanh thép chữ [số 30 ghép với chiều cao $b = 100 \text{ mm}$. Cho $E = 2,1 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$.

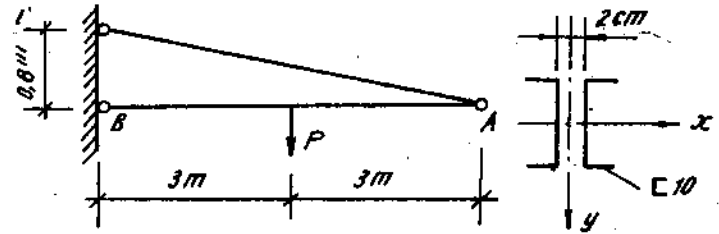


Hình 11-6

Tính ứng suất nén lớn nhất trên dầm bằng phương pháp gần đúng.

11*4. Tính tải trọng cho phép P tác dụng lên dầm AB, biết rằng : hệ số an toàn cho phép về độ bền (hệ số tải trọng) $n = 1,6$.

Dầm AB bằng thép CT₄ có giới hạn chảy $\sigma_{ch} = 260 \text{ N/mm}^2$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$. Khi tính bỏ qua trọng lượng bản thân của dầm (H. 11-7).



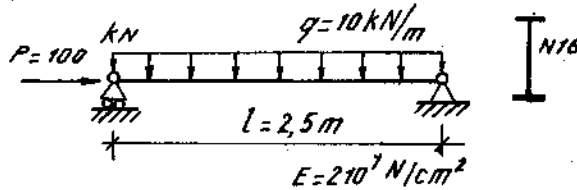
Hình 11-7

Kiểm tra độ ổn định của dầm, biết rằng hệ số an toàn về ổn định bằng 2.

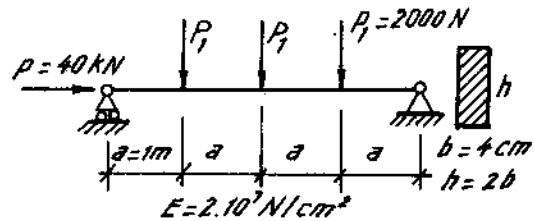
11*5. Một cột bằng gỗ dài 2m, mặt cắt ngang hình vuông cạnh $a = 8\text{cm}$, một đầu ngàm, một đầu tự do, chịu lực nén dọc trục đặt tại góc của mặt cắt ngang ở đầu tự do.

Xác định giá trị cho phép của lực P. Biết rằng gỗ có giới hạn chảy $\sigma_{ch} = 24 \text{ kN/cm}^2$ và $E = 10^3 \text{ kN/cm}^2$. Lấy hệ số an toàn về độ bền (hệ số tải trọng) bằng 2.

11*6-7. Xác định f , $\max |\sigma_n|$ hệ số an toàn về độ bền n và hệ số an toàn về ổn định n_{od} của các dầm trong hình 11-8, 9.



Hình 11-8



Hình 11-9

CHUYỂN VỊ HỆ THANH

1. Công thức Mo (Mohr) để xác định chuyển vị

Trên cơ sở của phương pháp năng lượng, Mo đưa ra công thức tổng quát xác định chuyển vị thẳng, góc xoay tại một mặt cắt bất kì của hệ thanh như sau :

$$\begin{aligned} \Delta_{km} = & \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{M}_{xk} \cdot M_{xm}}{EJ_x} dz + \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{M}_{yk} \cdot M_{ym}}{EJ_y} dz + \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{M}_{zk} \cdot M_{zm}}{GJ_{xoán}} dz + \\ & + \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{N}_{zk} \cdot N_{zm}}{EF} dz + \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{Q}_{xk} \cdot Q_{xm}}{G.F} dz + \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{Q}_{yk} \cdot Q_{ym}}{GF} dz \end{aligned} \quad (12-1)$$

Trong đó:

$\bar{M}_{xk}, \bar{M}_{yk}, \bar{M}_{zk}, \bar{N}_{zk}, \bar{Q}_{xk}, \bar{Q}_{yk}$ là các thành phần nội lực do lực đơn vị $\bar{P}_k = 1$ đặt tại điểm tính chuyển vị, theo phương tính chuyển vị gây nên, khi tính chuyển vị thẳng. Khi tính góc xoay thì các thành phần nội lực do mômen tập trung bằng đơn vị $\bar{M}_k = 1$ gây nên.

$M_{xm}, M_{ym}, M_{zm}, N_{zm}, Q_{xm}, Q_{ym}$ là các thành phần nội lực do tải trọng gây nên.

Biểu thức dưới dấu tích phân là các hàm liên tục của tọa độ, dấu \sum biểu thị các tích phân được lấy trên tất cả các đoạn của hệ thanh.

Đối với bài toán phẳng, ví dụ trong mặt phẳng Ozy trong đó z là trục của thanh, công thức (12-1) có dạng :

$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{M}_{xk} \cdot M_{xm}}{EJ_x} dz + \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{N}_{zk} \cdot N_{zm}}{EF} dz + \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{Q}_{yk} \cdot Q_{ym}}{GF} dz \quad (12-2).$$

Trường hợp có thể bỏ qua ảnh hưởng của lực dọc và lực cắt như khi tính khung công thức MO có dạng :

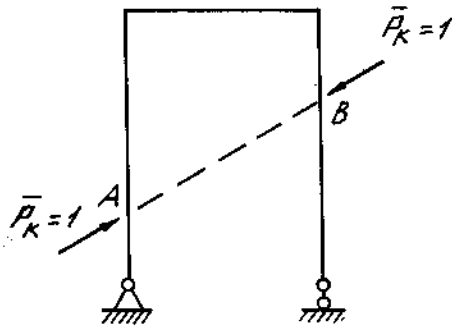
$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{M}_{xk} \cdot M_{xm}}{EJ_x} dz \quad (12-3)$$

Trường hợp hệ thanh là dàn, trong các thanh chỉ có các thành phần lực dọc, công thức Mo có dạng :

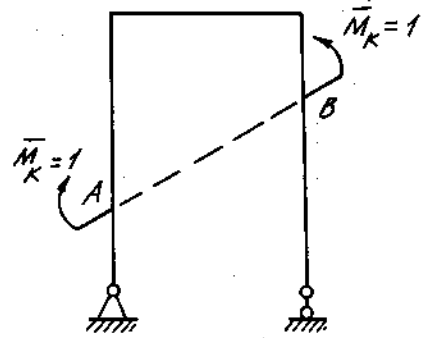
$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{N}_k \cdot N_m}{EF} dz. \quad (12-4)$$

Kí hiệu : $\Delta_{k,m}$ chuyển vị thẳng hay (góc xoay) theo phương K do các nguyên nhân tải trọng gây nên.

Khi tính chuyển vị tương đối hay góc xoay tương đối giữa hai mặt cắt ngang A và B. (H. 12-1), thì ta chỉ cần thay trạng thái K (trước đây do lực $P_k = 1$ hoặc $M_k = 1$) bằng hai lực đơn vị ngược chiều (H. 12-1) hay hai mômen đơn vị ngược chiều (H. 12-2), để viết các biểu thức nội lực $\bar{M}_{xk}, \bar{M}_{yk}, \bar{M}_{zk}, \bar{N}_{zk}, \bar{Q}_{xk}, \bar{Q}_{yk}$ trong công thức (12-1).



Hình 12-1



Hình 12-2

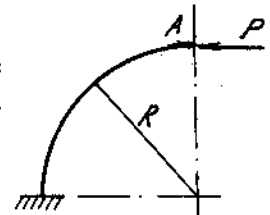
Ví dụ 12-1.

Tính chuyển vị thẳng đứng, chuyển vị nằm ngang và góc xoay tại đầu tự do của thanh cong có mặt cắt ngang không đổi (H. 12-3a).

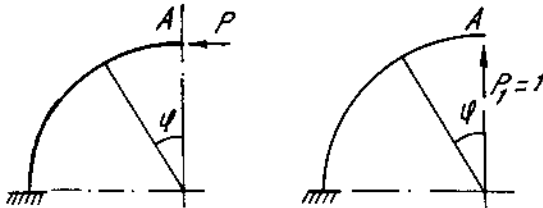
Bài giải.

1. Để tính chuyển vị thẳng đứng, đặt lực $P_1 = 1$ hướng lên. Ta được :

$$\begin{aligned} M_P &= PR(1 - \cos\varphi). \\ \bar{M}_1 &= R\sin\varphi, ds = R d\varphi. \\ N_P &= -P \cos\varphi \\ \bar{N}_1 &= \sin\varphi. \end{aligned}$$



Hình 12-3a



Hình 12-3b

$$\begin{aligned} Y_A &= \frac{1}{EJ} \int_0^{\frac{\pi}{2}} PR^3 (1 - \cos\varphi) \sin\varphi d\varphi - \\ &\quad - \frac{R}{EF} \int_0^{\frac{\pi}{2}} P \cos\varphi \sin\varphi d\varphi. \end{aligned}$$

$$Y_A = \frac{PR^3}{2EJ} - \frac{PR}{2EF}$$

2. Để tính chuyển vị ngang, đặt lực $P_2 = 1$ cùng chiều với lực P:

$$\begin{aligned} \bar{M}_2 &= R(1 - \cos\varphi) \\ \bar{N}_2 &= -\cos\varphi \end{aligned}$$

$$\Delta_A = \frac{1}{EJ} \int_0^{\frac{\pi}{2}} PR^3 (1 - \cos\varphi)^2 d\varphi + \frac{1}{EF} \int_0^{\frac{\pi}{2}} PR \cos^2\varphi d\varphi = 0,356 \frac{PR^3}{EJ} + \frac{\pi}{4} \frac{PR}{EF}$$

3. Để tính góc xoay, đặt $M_3 = 1$ ngược chiều kim đồng hồ tại mặt cắt A.

$$\bar{M}_3 = 1, \bar{N}_3 = 0$$

$$\alpha_A = \frac{1}{EJ} \int_0^{\frac{\pi}{2}} PR^2(1 - \cos\varphi)d\varphi = 0,571 \frac{PR^2}{EJ}.$$

Ví dụ 12-2.

Xác định độ võng lớn nhất của dầm chống uốn đều có bề rộng không đổi. So sánh độ võng đó với độ võng của dầm có mặt cắt ngang không đổi $b \times h_0$. (H. 12-4a).

Bài giải.

Điều kiện của dầm chống uốn đều là :

$$\sigma_{\max} = \frac{M(z)}{W(z)} = \frac{M_0}{W_0} = [\sigma]$$

hay

$$\frac{q \cdot z^2 \cdot 6}{2b[h(z)]^2} = \frac{ql^2 6}{2bh_0^2}$$

rút ra :

$$h(z) = \frac{z}{l} \cdot h_0 \text{ nên } J(z) = J_0 \frac{z^3}{l^3}; \quad J_0 = \frac{b_0 h_0^3}{12}$$

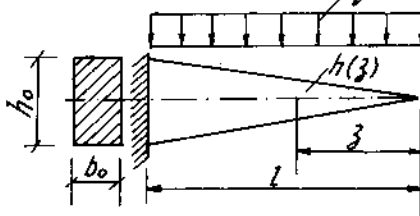
Để xác định độ võng lớn nhất tại đầu tự do ta đặt tại đây lực $P = 1$.

Ta có :

$$y_B = \int_0^l \frac{M_0 \cdot \bar{M}}{EJ(z)} dz$$

trong đó :

$$M_P = \frac{1}{2} q \cdot z^2, \quad \bar{M} = z$$



Hình 12-4b

$$\text{Vậy } y_B = \int_0^l \frac{1}{2} \cdot \frac{qz^3}{EJ_0 \frac{z^3}{l^3}} dz = \frac{1}{2} \frac{ql^4}{EJ_0}$$

Đối với dầm mặt cắt ngang không đổi

$$y_B = \frac{ql^4}{8EJ_0}$$

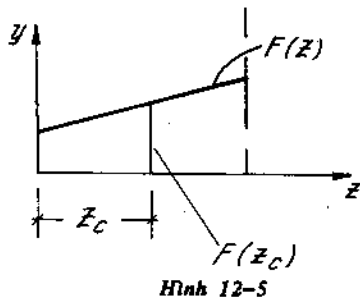
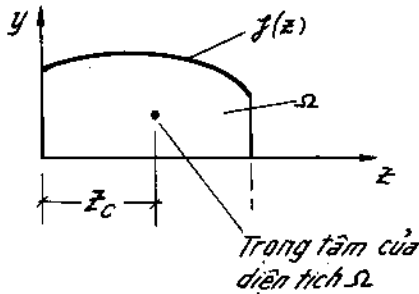
Độ võng lớn nhất của dầm chống uốn đều gấp 4 lần độ võng lớn nhất của dầm mặt cắt ngang không đổi.

2. Tính chuyển vị theo phương pháp nhân biểu đồ của Vêrêsaghin

Ta biết trị số của tích phân :

$$I = \int_0^l F(z) \cdot f(z) dz. \quad (12-5).$$

Trong đó có ít nhất một hàm số là bậc nhất, thì bằng diện tích của hàm số bất kì trong giới hạn từ $0 \rightarrow 1$, nhân với tung độ của hàm số bậc nhất ứng với tọa độ trọng tâm diện tích của biểu đồ bất kì (H. 12-5).



Hình 12-5

Ví dụ $F(z)$ là hàm bậc nhất :

$$I = \Omega \cdot F(z_c) \quad (12-6)$$

trong đó : Ω - diện tích của biểu đồ bất kì ;

z_c - tọa độ trọng tâm của diện tích Ω .

Trong trường hợp thanh thẳng hoặc khung do các thanh thẳng hợp thành có mặt cắt ngang không đổi hoặc chỉ thay đổi từng đoạn, thì khi tính chuyển vị theo công thức MO ta thấy các hàm số nội lực \bar{M}_k , \bar{N}_k , \bar{Q}_k do lực đơn vị hoặc mômen đơn vị gây nên chỉ là các hàm số bậc nhất. Do đó thay việc lấy các tích phân trong công thức MO để tính chuyển vị ta có thể tính các tích phân đó bằng cách nhân diện tích Ω của các biểu đồ nội lực gây ra do tải trọng (M_m , N_m , Q_m ...) với tung độ của biểu đồ nội lực gây ra do tải trọng đơn vị (\bar{M}_k , \bar{N}_k , \bar{Q}_k ...) tại vị trí tương ứng với tọa độ trọng tâm của diện tích Ω chia cho độ cứng tương ứng.

Cách tính chuyển vị theo phương pháp trên được gọi là phương pháp nhân biểu đồ của Verésaghin.

Ví dụ 12-3.

Xác định góc xoay tại A và độ võng tại B của công-xôn AC. Biết $q = 1 \cdot 10^4$ N/m, $a = 1$ m, $J = 3000$ cm⁴, $E = 2 \cdot 10^7$ N/cm² (xem H. 12-6a).

Bài giải.

Tính góc xoay tại A, ta đặt ngẫu lực $M = 1$ tại A.

Diện tích biểu đồ M_p :

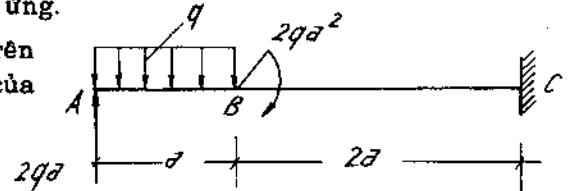
$$\omega_1 = \frac{1}{2} \cdot 1,5 qa^2 \cdot a = 0,75 qa^3,$$

$$\omega_2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{qa^2}{8} \cdot a = \frac{1}{12} qa^3,$$

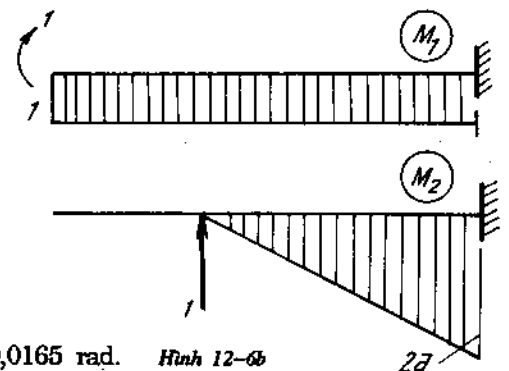
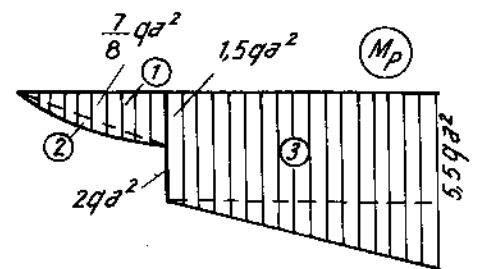
$$\omega_3 = \frac{1}{2} \cdot 2a (3,5 + 5,5)qa^2 = 9qa^3.$$

Vì $\bar{M}_1 = 1$, nên :

$$\varphi_A = \frac{1}{EJ} (0,75 + \frac{1}{12} + 9) qa^3 \cdot 1 = \frac{9,916}{EJ} qa^3 \approx 0,0165 \text{ rad.} \quad \text{Hình 12-6b}$$



Hình 12-6a



Tính độ võng tại B ta đặt lực $P = 1$ tại B. Diện tích biểu đồ M_p :

$$\omega_{3,1} = 3,5 qa^2 \cdot 2a = 7 qa^3,$$

$$\omega_{3,2} = \frac{1}{2} \cdot 2qa^2 \cdot 2a = 2qa^3.$$

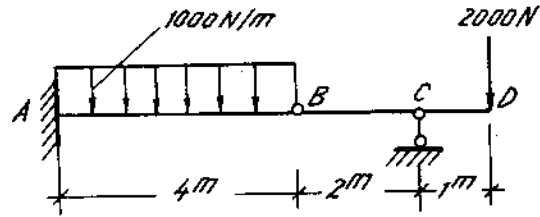
Độ võng tại B :

$$y_B = \frac{1}{EJ} \left[7qa^3 \cdot \frac{2a}{2} + 2qa^3 \cdot \frac{2}{3}2a \right] = \frac{9,666}{EJ} qa^4 = 1,611 \text{ cm}$$

Ví dụ 12-4.

Tính độ võng và góc xoay tại khớp B của dầm tĩnh định vẽ trên hình 12-7a.

Biết $J = 500 \text{ cm}^4,$
 $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2.$



Hình 12-7a

Bài giải.

Biểu đồ mômen uốn (M_p) được vẽ tách thành hai phần để dễ nhận (H. 12-7b). Nhân biểu đồ M_p với \bar{M}_1 , ta được độ võng ở B :

$$y_B = \frac{1}{EJ} \left(-\frac{1}{2} 4 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 10^2 + \frac{1}{3} 8 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^2 \cdot \frac{3}{4} \cdot 4 \cdot 10^2 \right)$$

$$y_B = 1,067 \text{ cm.}$$

Nhân biểu đồ M_p với \bar{M}_2 với \bar{M}_2 và \bar{M}_3 ta được góc xoay ở bên phải và bên trái mặt cắt B :

$$\varphi_{\text{Bph}} = -\frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 = -0,0067 \text{ rad.}$$

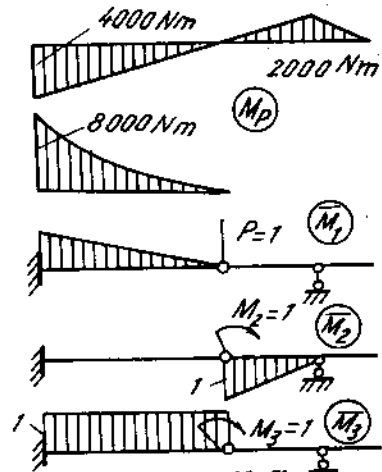
$$\varphi_{\text{Btr}} = \frac{1}{EJ} \left(-\frac{1}{2} 4 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^2 \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^2 \cdot 1 \right) = 0,00267 \text{ rad.}$$

Ví dụ 12-5.

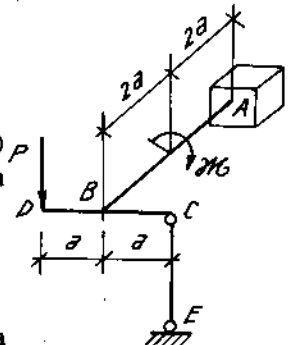
Có hệ thanh mặt cắt ngang hình tròn bằng thép ($\mu = 0,33$) cùng đường kính như trên hình 12-8a. Tính quan hệ giữa ngẫu lực \mathcal{M} và lực P để thanh EC không có nội lực.

Bài giải.

Để thanh CE không có nội lực, chuyển vị thẳng đứng của điểm C của hệ thanh ABCD phải bằng không ($\delta_c = 0$).



Hình 12-7b



Hình 12-8a

Biểu đồ nội lực mômen uốn và mômen xoắn của hệ ABCD do ngoại lực \mathcal{K} và P và do lực đơn vị $P = 1$ đặt tại C vẽ trên hình.

Ta có :

$$\Delta_c = \frac{1}{EJ_x} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4Pa \cdot 4a \cdot \frac{2}{3} \cdot 4a + \frac{1}{GJ_p} [-Pa \cdot 2a(\mathcal{K} - Pa) \cdot 2a \cdot a]$$

trong đó : EJ_x độ cứng khi uốn ;

GJ_p độ cứng khi xoắn

nên với hình tròn $J_p = 2J_x$ và $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$

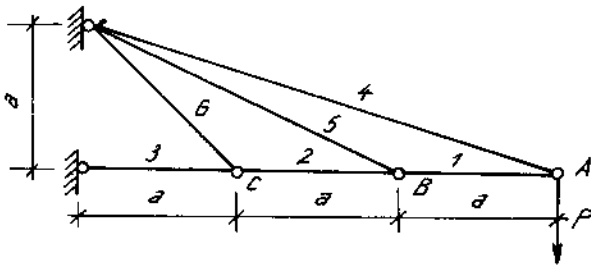
$$GJ_p = \frac{EJ_x}{1+\mu}, \text{ và cho } \Delta_c = 0$$

ta được $\mathcal{K} = -6Pa$.

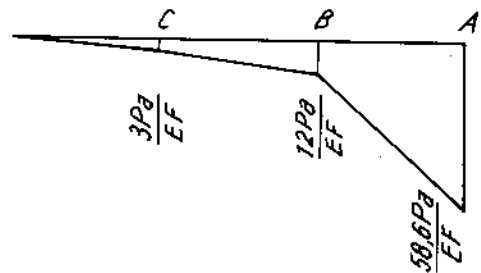
Như vậy một trong hai ngoại lực \mathcal{K} hoặc P phải ngược chiều với hình vẽ.

Ví dụ 12-6.

Tính và vẽ biểu đồ chuyển vị ở các mắt dàn vẽ trên hình 12-9a. Cho $EF = \text{const}$



Hình 12-9a



Hình 12-9b

Bài giải.

Đặt lần lượt ở A, B, C những lực đơn vị $P = 1$ ta tính được nội lực các thanh và vẽ trên hình 12-9b.

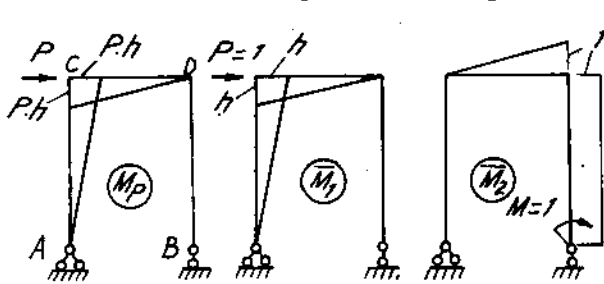
Thanh	li	\bar{N}_p	\bar{N}_A	\bar{N}_B	\bar{N}_C	$EF\delta_A = N_p N_{Aii}$	$EF\delta_B = N_p N_{Bii}$	$EF\delta_C = N_p N_{Cii}$
1	a	-3P	-3	0	0	9Pa	0	0
2	a	-3P	-3	-2	0	9Pa	6Pa	0
3	a	-3P	-3	-2	-1	9Pa	6Pa	3Pa
4	3,16a	3,16P	3,16	0	0	31,6Pa	0	0
5	2,23a	0	0	2,23	0	0	0	0
6	1,41a	0	0	0	1,41	0	0	0

Từ đó ta có :

$$\Delta_A = \frac{58,6Pa}{EF}, \quad \Delta_B = \frac{12Pa}{EF}, \quad \Delta_C = \frac{3Pa}{EF}$$

Ví dụ 12-7.

Tính chuyển vị ngang tại điểm đặt lực P và góc xoay tại gối di động của khung vẽ trên hình 12-10. Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt và lực dọc.



Hình 12-10b

Bài giải.

Chuyển vị ngang Δ_B :

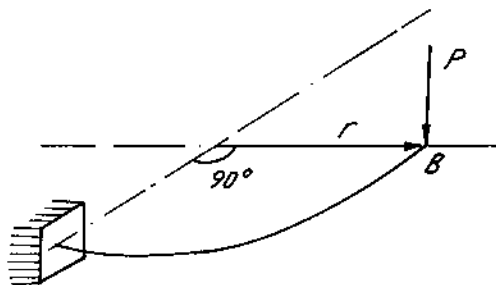
$$\begin{aligned} \Delta_B &= \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} Ph \cdot h \cdot \frac{2}{3} h + \frac{1}{2.2} Ph \cdot l \cdot \frac{2}{3} h \right), \\ &= \frac{Ph^2}{3EJ} \left(h + \frac{l}{2} \right) \end{aligned}$$

Góc xoay tại D là :

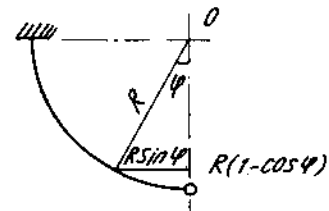
$$\varphi_D = - \frac{1}{2EJ} \left(\frac{1}{2} P \cdot h \cdot l \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \right) = \frac{-Plh}{12EJ}$$

Ví dụ 12-8.

Xác định chuyển vị thẳng đứng ở điểm đặt lực của khung không gian phẳng vẽ trên hình 12-11a.



Hình 12-11a



Hình 12-11b

Bài giải.

Đặt lực đơn vị $P = 1$ tại B ta tính được mômen uốn \bar{M} và mômen xoắn \bar{M}_x . Ta có :

$$y_B = \frac{1}{EJ} \int_s \bar{M} M_P ds + \frac{1}{GJ_P} \int_s \bar{M}_x M_{xP} ds$$

trong đó : $\bar{M} = R \sin \varphi$, $M_p = PR \sin \varphi$, $ds = R d\varphi$.

$$\bar{M}_z = R(1 - \cos \varphi) ; M_{zP} = PR(1 - \cos \varphi)$$

Vậy :

$$\begin{aligned} y_B &= \frac{1}{EJ} \int_0^{\frac{\pi}{2}} PR^3 \sin^2 \varphi d\varphi + \frac{1}{GJ_p} \int_0^{\frac{\pi}{2}} PR^3 (1 - \cos \varphi)^2 d\varphi \\ &= \frac{\pi}{4} \frac{PR^3}{EJ} + 0,35 \frac{PR^3}{GJ_p} \end{aligned}$$

EJ - độ cứng khi uốn ;

GJ_p - độ cứng khi xoắn.

3. Định lí Catxtiglianô

Xuất phát từ thế năng của hệ đàn hồi, ta có thể tính chuyển vị của hệ đàn hồi theo phương của một lực nào đó gây nên biến dạng của hệ. Căn cứ vào đó Catxtiglianô đã phát biểu định lí sau :

"Đạo hàm riêng của thế năng biến dạng đàn hồi tương ứng với một lực nào đó bằng chuyển vị tương ứng theo phương của lực đó" :

$$\delta_n = \frac{\partial U}{\partial P_n} \quad (12-7)$$

hoặc (trong bài toán phẳng) :

$$\delta_n = \frac{\partial U}{\partial P_n} = \sum_{i=1}^n \int_0^l \frac{M_x}{EI_x} \cdot \frac{\partial M_x}{\partial P_n} dz + \sum_{i=1}^n \eta \cdot \frac{Q_y}{GF} \cdot \frac{\partial Q_y}{\partial P_n} dz + \sum_{i=1}^n \frac{N_z}{EF} \cdot \frac{\partial N_z}{\partial P_n} dz \quad (12-8)$$

Từ (12-8) ta có thể tính được chuyển vị tại mặt cắt có đặt lực nào đó theo phương của lực đó. Đó là nội dung cơ bản ứng dụng định lí Catxtiglianô để tính chuyển vị.

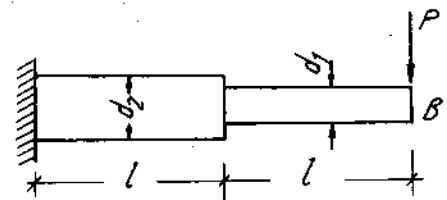
Nếu ta chú ý rằng các nội lực là hàm số bậc nhất của tải trọng thì các đạo hàm $\frac{\partial M_x}{\partial P_n}$, $\frac{\partial Q_y}{\partial P_n}$ và $\frac{\partial N_z}{\partial P_n}$ là mômen uốn, lực cắt và lực dọc gây ra do lực $\bar{P}_n = 1$ (hoặc $\bar{M}_n = 1$). Như vậy biểu thức (12-8) chỉ là một trường hợp riêng của (12-2).

Ví dụ 12-9.

Một côngxon bằng gỗ tròn đường kính $d_1 = 10\text{cm}$, $d_2 = 13\text{cm}$ chịu tác dụng của lực $P = 1\text{kN}$. Tính độ võng tại đầu tự do bằng định lí Caxtiglianô. Biết $l = 40\text{cm}$, $E = 10^6\text{ N/cm}^2$ (H. 12-12).

Bài giải

Ta có : $M_1 = -PZ, \frac{\partial M_1}{\partial P} = -Z$



Hình 12-12

$$M_2 = -PZ, \quad \frac{\partial M_2}{\partial P} = -Z$$

$$J_1 = 490 \text{ cm}^4, \quad J_2 = 1400 \text{ cm}^4.$$

$$y_B = \frac{1}{EJ_1} \int_0^1 PZ^2 dZ + \frac{1}{EJ_2} \int_1^{21} PZ^2 dZ$$

$$= \frac{1}{EJ_1} \cdot \frac{Pl^3}{3} + \frac{1}{3EJ_2} [(2l)^3 - l^3] = \frac{Pl^3}{3EJ_1} \left(1 + 7 \frac{J_1}{J_2}\right)$$

$$= \frac{1000 \cdot 40^3}{3 \cdot 10^6 \cdot 490} \left(1 + 7 \frac{490}{1400}\right) = 0,15 \text{ cm}.$$

4. Tính chuyển vị do nhiệt độ gây ra

Gọi trạng thái chịu nhiệt bây giờ là trạng thái "m", chuyển vị theo phương "k" gây ra do nhiệt độ kí hiệu Δ_{km} . Ta có công thức sau :

$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^n \alpha \int_0^{l_i} \bar{M}_k \cdot \frac{t_1 - t_2}{h} dz + \sum_{i=1}^n \alpha \int_0^{l_i} \bar{N}_k \cdot \frac{t_1 + t_2}{2} dz. \quad (12-9)$$

Trong đó :

α - hệ số giãn nở vì nhiệt ;

t_1, t_2 - độ tăng nhiệt độ ở mặt trên và mặt dưới của thanh ;

h - chiều cao của mặt cắt ngang của thanh.

\bar{M}_k, \bar{N}_k các thành phần nội lực do lực đơn vị $\bar{P}_k = 1$ đặt tại điểm tính chuyển vị theo phương tính chuyển vị gây nên khi tính chuyển vị thẳng. (khi tính chuyển vị góc thì đặt $\bar{M}_k = 1$).

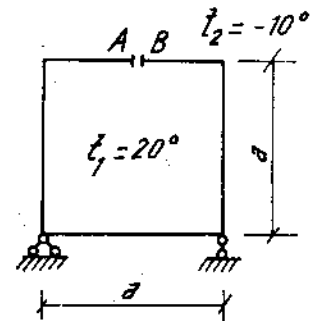
Trường hợp khi $t_1 = t_2 = t$. Công thức (12-9) đưa về dạng

$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^n \alpha \int_0^{l_i} \bar{N}_k \cdot t \cdot dz \quad (12-10)$$

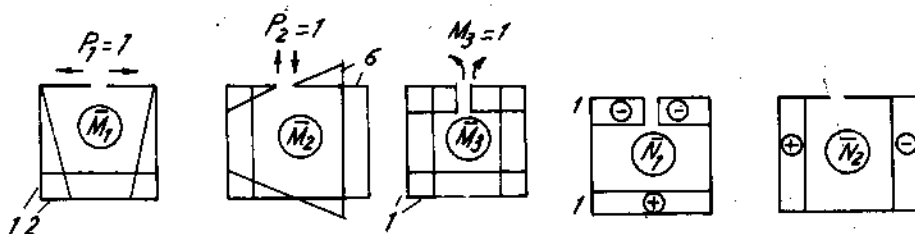
Ví dụ 12-10. Một khung gẩy khúc có dạng hình vuông hồ cạnh $a = 12\text{cm}$, chiều cao mặt cắt $h = 0,8\text{m}$. Tính các chuyển vị tương đối giữa hai mặt cắt A, B khi tăng nhiệt độ ở phía trong 20°C và giảm nhiệt độ ở phía ngoài 10°C . Cho hệ số giãn nở vì nhiệt $\alpha = 10^{-5}$ (H. 12-13a).

Bài giải.

Lần lượt đặt các cặp lực suy rộng $P_1 = 1, P_2 = 1$ và $M_3 = 1$, ta vẽ được các biểu đồ \bar{M}_k và \bar{N}_k (H. 12-13b).



Hình 12-13a



Hình 12-13b

Ta tính được các chuyển vị giữa A và B do nhiệt độ :

$$\Delta_{1t} = 10^{-5} \frac{20+10}{0,8} 2 \cdot 12^2 + 10^{-5} \frac{20-10}{2} 12 \quad (1-1)$$

$$= 0,108 \text{ m} = 10,8 \text{ cm.}$$

$$\Delta_{2t} = 0 \text{ (vì biểu đồ } \bar{M}_2 \text{ và } \bar{N}_2 \text{ phản đối xứng).}$$

$$\Delta_{3t} = 10^{-5} \frac{20+10}{0,8} 1 \cdot 4 \cdot 12 = 0,018 \text{ Rad} = 10^{\circ}01'52''.$$

5. Tính chuyển vị do độ lún gây nên

Gọi trạng thái bị lún của hệ tĩnh định là trạng thái "m", chuyển vị theo phương "K" gây ra do độ lún kí hiệu Δ_{km} . Ta có công thức sau :

$$\Delta_{km} = -\sum_{i=1}^3 R_i \cdot \Delta_{im} - \sum_{i=1}^3 M_i \cdot \theta_{im} \quad (12-11)$$

Trong đó :

R_i là các phản lực ở trạng thái "K" ;

Δ_{im} là những chuyển vị của các liên kết ở trạng thái "m" theo phương của các phản lực đó ;

M_i là các mômen phản lực ở trạng thái "K" ;

θ_{im} là góc xoay gây ra do chuyển vị ở trạng thái "m".

Ví dụ 12-11.

Xác định độ võng và góc xoay tại đầu tự do của khung ABC nếu trong quá trình chịu lực, ngàm bị lún xuống một đoạn Δ và xoay một góc φ (H. 12-14a).

Bài giải.

1. Độ võng : $f_B = f_B(q, P) + f_B(\Delta, \varphi)$.

Tính $f_B(q, P) = \frac{1}{EJ} \left[\frac{1}{2} Pa \cdot a \cdot \frac{2}{3} a + \left(Pa \cdot h + \frac{1}{3} \frac{qh^2}{2} \cdot h \right) a \right]$

$$= \frac{1}{EJ} \left[\frac{Pa^3}{3} + Pa^2h + \frac{qah^2}{6} \right]$$

Tính $f_B(\Delta, \varphi)$. $R_A = 1, M_{A1} = a$

$$f_B(\Delta, \varphi) = 1 \cdot \Delta + a\varphi = \Delta + a\varphi.$$

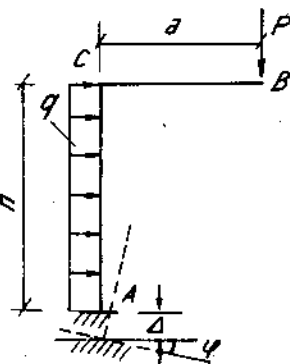
Vậy : $f_B = \frac{1}{EJ} \left(\frac{Pa^3}{3} + Pa^2h + \frac{qah^2}{6} \right) + \Delta + \varphi \cdot a$.

2. Góc xoay. $\theta_B = \theta_B(q, P) + \theta_B(\Delta, \varphi)$

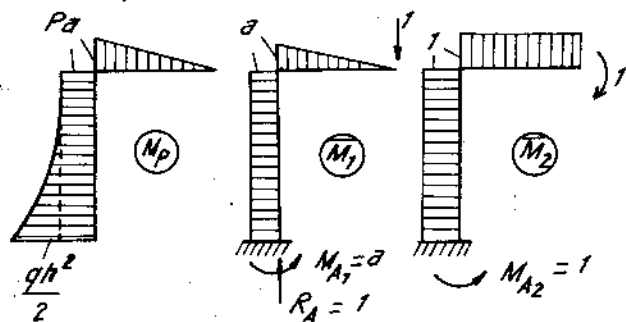
$$\theta_B(q, P) = \frac{1}{EJ} \left[\frac{1}{2} Pa \cdot a \cdot 1 + \right.$$

$$\left. + \left(Pa \cdot h + \frac{1}{3} \frac{qh^2}{2} \cdot h \right) \cdot 1 \right]$$

$$= \frac{1}{EJ} \left(\frac{Pa^2}{2} + Pah + \frac{qh^3}{6} \right)$$



Hình 12-14a



Hình 12-14b

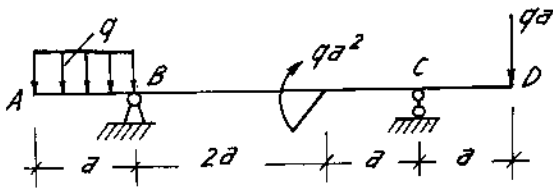
$$\theta_B(\Delta, \varphi) = 0 + 1 \cdot \varphi = \varphi.$$

Vậy

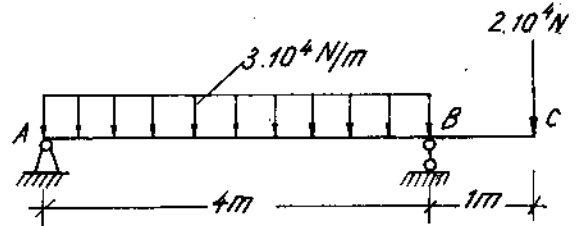
$$\theta_B = \frac{1}{EJ} \left(\frac{Pa^2}{2} + Pah + \frac{qh^3}{6} \right) + \varphi.$$

Bài tập

12*1. Xác định góc xoay tại B và độ võng tại C của dầm AC. Biết $J = 3500\text{cm}^4$;
 $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$ (xem H. 12-15)

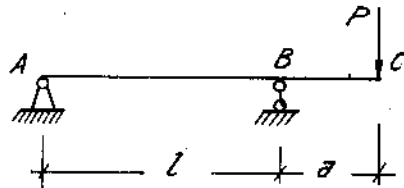


Hình 12-16

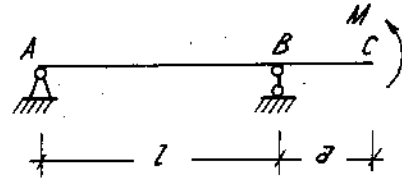


Hình 12-15

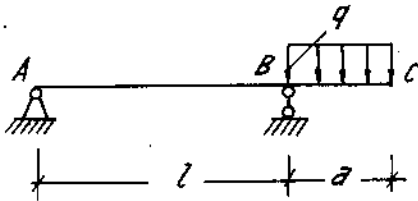
12*2. Tính độ võng tại D và góc xoay tại A của dầm có hai đầu thừa AD. Dầm có độ cứng không đổi (H. 12-16).



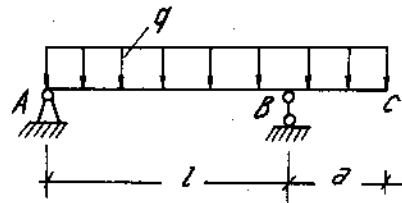
Hình 12-17



Hình 12-18

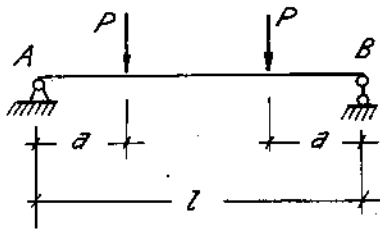


Hình 12-19

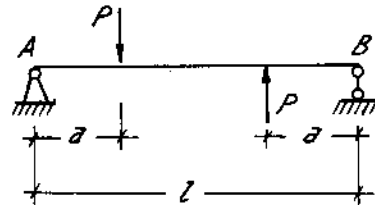


Hình 12-20

12*3-6. Xác định độ võng tại mặt cắt C và góc xoay tại gối tựa B của dầm vẽ trên hình 12-17, 18, 19, 20. Dầm có độ cứng $EJ = \text{const}$.

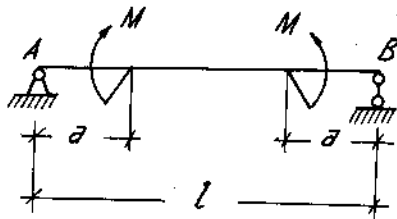


Hình 12-21

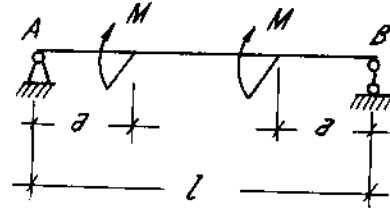


Hình 12-22

12*7-10. Tính độ võng ở giữa nhịp và góc xoay ở hai gối tựa của dầm vẽ trên hình 12-21, 22, 23, 24. Dầm có độ cứng không đổi.

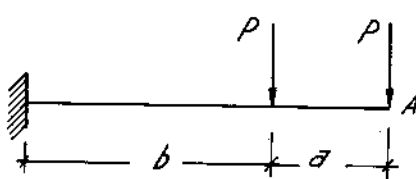


Hình 12-23



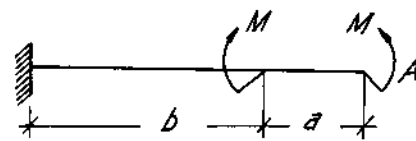
Hình 12-24

12*11-14. Xác định độ võng và góc xoay tại đầu tự do của côngxon hình 12-25, 26, 27, 28.

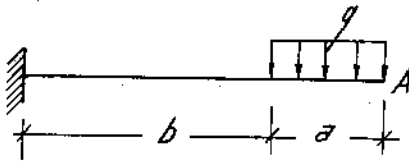


Hình 12-25

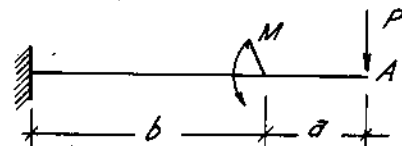
$EJ = \text{const}$



Hình 12-26



Hình 12-27

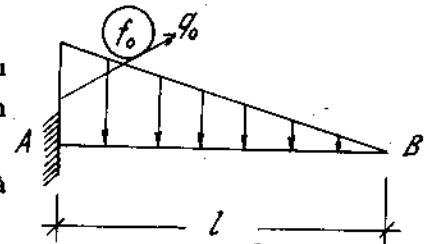


Hình 12-28

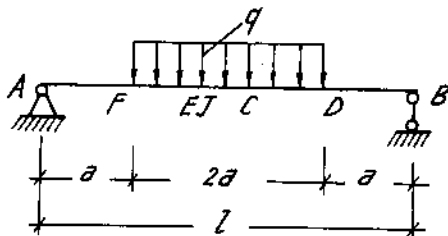
12*15. Xác định độ võng và góc xoay của côngxon chịu tải trọng phân bố theo hình tam giác. Độ cứng của dầm không đổi (H. 12-29).

12*16. Tính độ võng của dầm tại các điểm đặt lực và tại giữa nhịp. Biết : $P = 30000\text{N}$, $a = 2\text{m}$ (H. 12-30)

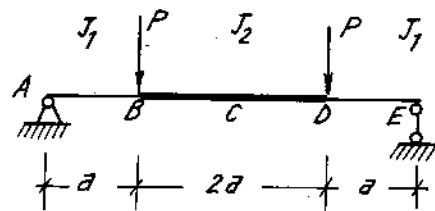
$J_1 = 6000\text{cm}^4$, $J_2 = 2J_1$, $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$.



Hình 12-29



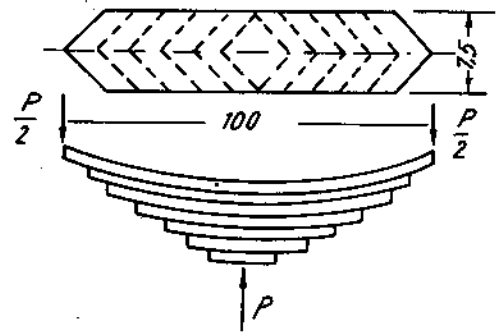
Hình 12-31



Hình 12-30

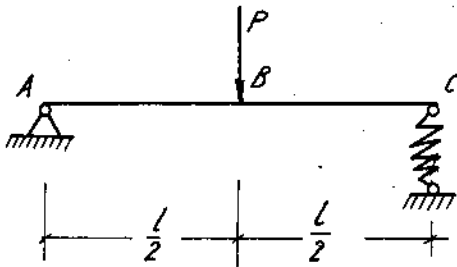
12*17. Xác định độ võng tại giữa nhịp và góc xoay tại các gối tựa A và B của dầm. Hai đoạn dầm AF và DB coi như tuyệt đối cứng (H. 12-31).

12*18. Một nhíp xe gồm 10 lá rộng $b = 7,5\text{cm}$, dày $t = 1\text{cm}$, dài $l = 1\text{m}$, ứng suất cho phép bằng $4 \cdot 10^4 \text{ N/cm}^2$, môđun đàn hồi $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$. Xác định tải trọng cho phép tác dụng lên nhíp và độ võng giữa nhíp (H. 12-32)

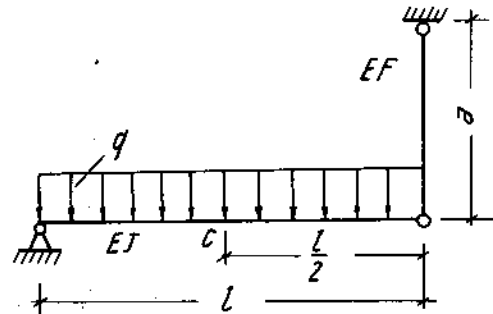


Hình 12-32

12*19. Tính độ võng tại mặt cắt B của một dầm thép nhíp $l = 6\text{m}$, $J = 2370\text{cm}^4$, chịu lực $P = 20\text{kN}$. Lò xo thép ở gối C có $n = 10$ vòng, $D = 10\text{cm}$, $d = 2\text{cm}$ (H. 12-33).

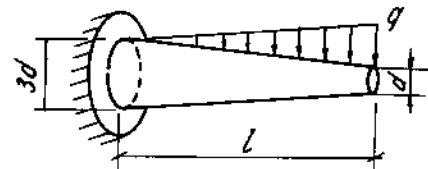


Hình 12-33

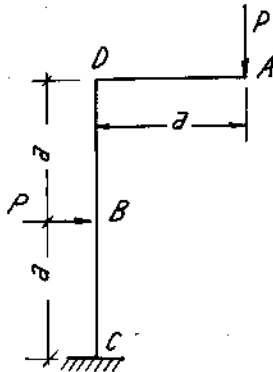


Hình 12-34

12*21. Tính $|f|_{\max}$ và θ_{\max} lớn hơn bao nhiêu lần so với dầm mặt cắt không đổi (lớn nhất) (hình 12-35).



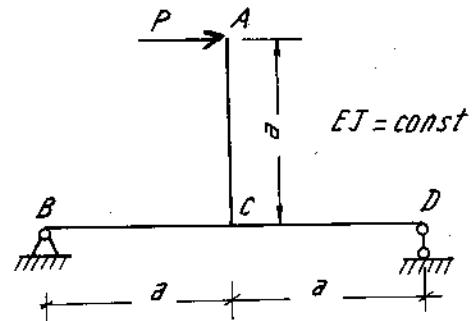
Hình 12-35



Hình 12-36

12*22. Xác định độ võng tại đầu A và góc xoay tại mặt cắt B của khung ADC, biết $P = 100\text{kN}$, $a = 2\text{m}$, $J = 3000\text{cm}^4$, $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$ (H. 12-36).

12*23. Xác định chuyển vị thẳng đứng và chuyển vị nằm ngang tại điểm đặt lực của khung ABCD (H. 12-37).

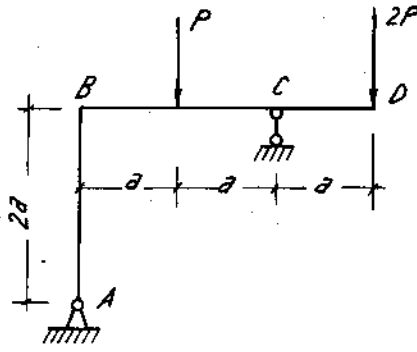


Hình 12-37

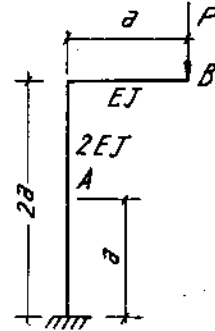
12*24. Tính các chuyển vị tại gối tựa di động của khung ABD hình 12-38. Độ cứng $EJ = \text{const}$.

12*25. Tính độ dịch gần giữa hai mặt cắt A và B của khung vẽ trên hình 12-39.

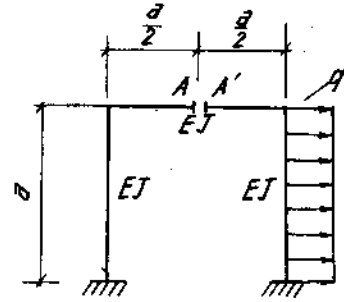
12*26. Có hai thanh gỗ khúc chịu tác dụng của tải trọng như trên hình 12-40. Tính độ dời chỗ và góc xoay tương đối giữa hai mặt cắt A và A'.



Hình 12-38



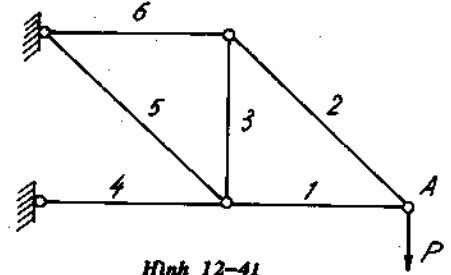
Hình 12-39



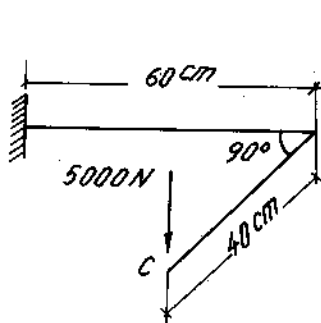
Hình 12-40

12*27. Tính chuyển vị thẳng đứng và nằm ngang tại điểm A của hệ thanh vẽ trên hình 12-41. Độ cứng chống kéo EF = const.

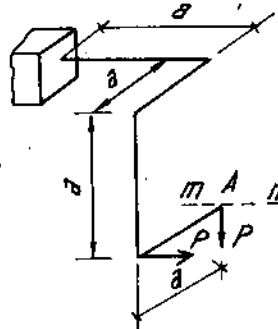
12*28. Có khung không gian như trên hình 12-42. Tính độ võng tại mặt cắt C và góc xoay của mặt cắt đó trong mặt phẳng của nó, biết khung làm bằng thép tròn đường kính $d = 8\text{cm}$, $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$, $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$



Hình 12-41



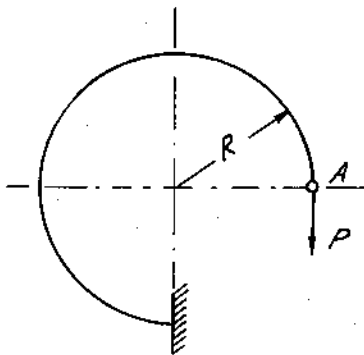
Hình 12-42



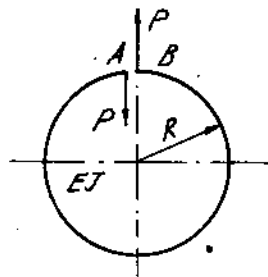
Hình 12-43

12*29. Có một thanh gãy khúc không gian vẽ trên hình 12-43. Xác định chuyển vị theo phương m-n của mặt cắt A. Độ cứng chống xoắn của thanh bằng $GJ_{xoắn}$. Độ cứng chống uốn trong hai mặt phẳng của thanh bằng nhau và bằng EJ.

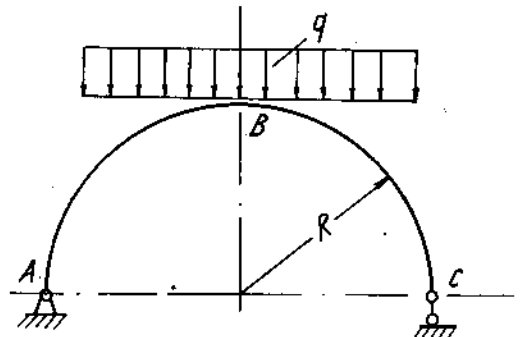
12*30. Tính chuyển vị nằm ngang tại A. Biết độ cứng EF và EJ của thanh không đổi (H. 12-44).



Hình 12-44



Hình 12-45

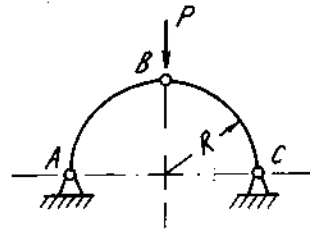


Hình 12-46

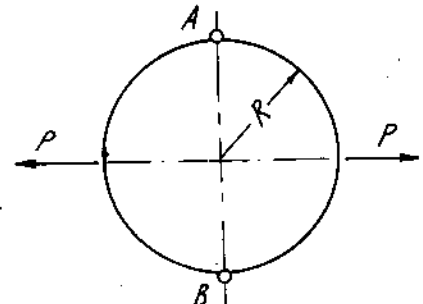
12*31. Tính độ dời chỗ giữa hai mặt cắt A và B theo phương đặt lực P (H. 12-45)

12*32. Tính chuyển vị thẳng đứng tại mặt cắt B và chuyển vị ngang tại gối tựa di động. $EJ = \text{const}$ (H. 12-46).

12*33. Tính chuyển vị thẳng đứng tại điểm đặt lực của vòm ba khớp ABC. Độ cứng mặt cắt ngang của vòm không đổi (H. 12-47).



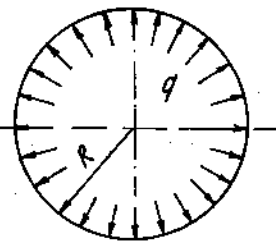
Hình 12-47



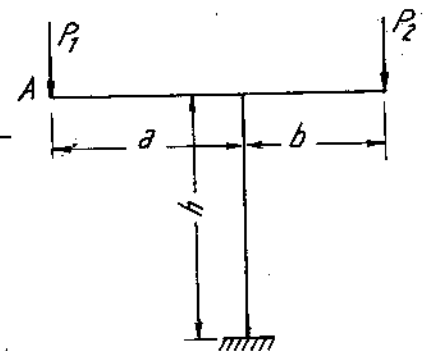
Hình 12-48

12*34. Tính độ thay đổi khoảng cách giữa hai điểm A, B của vành tròn có hai khớp vẽ trên hình 12-48. Độ cứng mặt cắt vành không đổi.

12*35. Tính độ thay đổi bán kính của một vành tròn bán kính R, diện tích mặt cắt ngang không thay đổi, chịu áp lực phân bố đều bên trong q (H. 12-49).



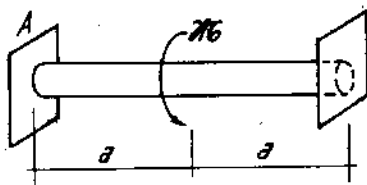
Hình 12-49



Hình 12-50

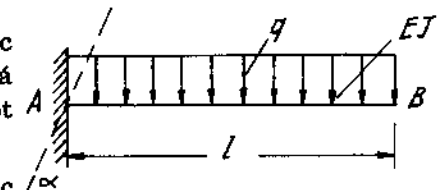
12*36. Bằng định lý Castigliano, tính chuyển vị thẳng đứng và nằm ngang tại A. Khung có độ cứng không đổi (H. 12-50).

12*37. Bằng định lý Castigliano, tính góc xoắn ở mặt cắt giữa trục tròn bị xoắn bởi ngẫu lực \mathcal{M} (H. 12-51). A, B liên kết ngầm.



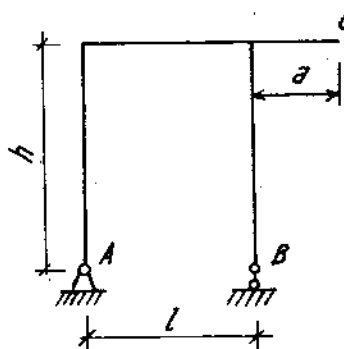
Hình 12-51

12*38. Có côngxon chịu tải $q = \text{const}$. Tính độ võng và góc xoay tại đầu B nếu trong quá trình chịu lực ngầm bị xoay một góc α (H. 12-52).



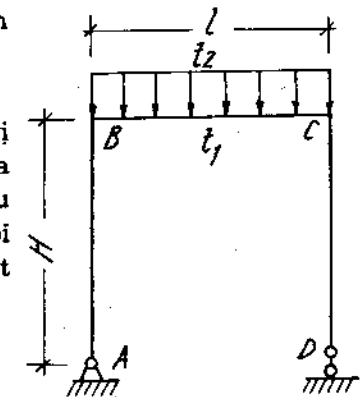
Hình 12-52

12*39. Tính độ võng và góc xoay tại đầu C của khung ABC nếu gối tựa A bị lún một đoạn Δ_A và gối tựa B bị lún một đoạn Δ_B (H. 12-53).



Hình 12-53

12*40. Tính chuyển vị ngang tại gối tựa di động của khung ABCD khi khung chịu tải trọng và nhiệt độ môi trường thay đổi. Bề cao mặt cắt bằng h (H. 12-54).



Hình 12-54

TÍNH HỆ THANH SIÊU TÍNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP LỰC

Như trên ta đã biết, một hệ gọi là siêu tĩnh khi ta không thể xác định được các phản lực liên kết nhờ các phương trình cân bằng tĩnh học, hoặc xác định được các thành phần nội lực nhờ phương pháp mặt cắt. Nói cách khác hệ siêu tĩnh là hệ có các liên kết thừa. Nếu hệ thừa liên kết ngoại thì ta gọi là hệ siêu tĩnh ngoại. Nếu thừa liên kết nội thì gọi là siêu tĩnh nội. Bậc siêu tĩnh của hệ bằng số liên kết thừa nội và ngoại.

1. Hệ cơ bản là một hệ tĩnh định, không biến hình được suy ra từ hệ siêu tĩnh bằng cách bỏ bớt các liên kết thừa. Một hệ siêu tĩnh có thể suy ra được nhiều hệ cơ bản tương ứng.

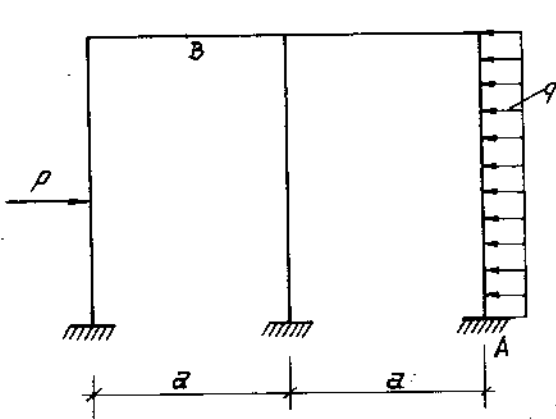
2. Hệ tĩnh định tương đương. Một hệ gọi là tĩnh định tương đương (gọi tắt là hệ tương đương) với hệ siêu tĩnh đã cho khi hệ đó có biến dạng và chuyển vị hoàn toàn giống với hệ siêu tĩnh đã cho. Để xác định hệ tương đương, ta chọn một hệ cơ bản tương ứng với hệ siêu tĩnh đã cho, thay những liên kết đã bỏ đi bằng những phản lực liên kết (ngoại hoặc nội). Trị số những phản lực liên kết này được xác định sao cho dưới tác dụng của tải trọng và các phản lực liên kết thì biến dạng và chuyển vị của hệ tĩnh định hoàn toàn giống như hệ siêu tĩnh.

3. Hệ phương trình chính tắc theo phương pháp lực

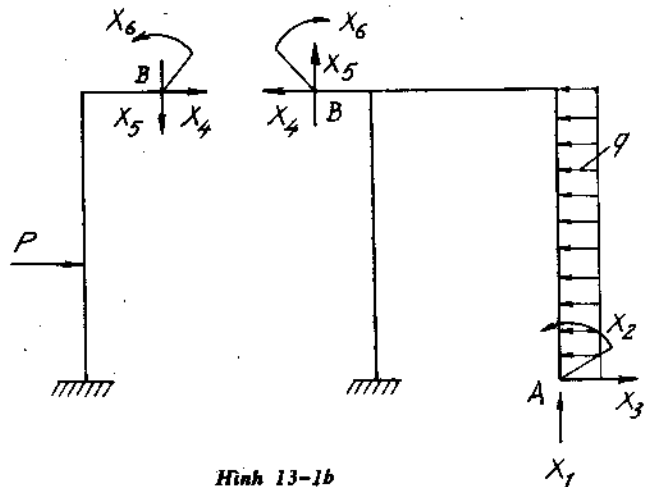
Để xác định các phản lực liên kết trong hệ tương đương ta viết điều kiện chuyển vị (thẳng hoặc góc) tại các chỗ liên kết thừa bỏ đi đúng như điều kiện chuyển vị thực trong hệ siêu tĩnh. Các phương trình này viết dưới dạng tối giản gọi là các phương trình chính tắc. Số phương trình chính tắc bằng số bậc siêu tĩnh. Hệ phương trình chính tắc trên cho phép tìm được các phản lực liên kết thừa cần tìm.

Ví dụ 13-1.

Cho hệ siêu tĩnh chịu lực như (H.13-1a) chọn hệ cơ bản như (H.13.1b). Khi đó các phản lực liên kết thừa là : Tại ngàm A, khi bỏ ngàm có các phản lực X_1, X_2, X_3 . Tại



Hình 13-1a



Hình 13-1b

mặt cắt B. Có những lực liên kết. X_3, X_4, X_5 (lực dọc, lực cắt và mômen). Hệ phương trình chính tắc là:

$$\begin{aligned} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{13} X_3 + \delta_{14} X_4 + \delta_{15} X_5 + \delta_{16} X_6 + \Delta_{1p} &= 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{23} X_3 + \delta_{24} X_4 + \delta_{25} X_5 + \delta_{26} X_6 + \Delta_{2p} &= 0 \\ \dots\dots\dots & \end{aligned} \quad (13-1)$$

$$\begin{aligned} \delta_{51} X_1 + \delta_{52} X_2 + \delta_{53} X_3 + \delta_{54} X_4 + \delta_{55} X_5 + \delta_{56} X_6 + \Delta_{5p} &= 0 \\ \delta_{61} X_1 + \delta_{62} X_2 + \delta_{63} X_3 + \delta_{64} X_4 + \delta_{65} X_5 + \delta_{66} X_6 + \Delta_{6p} &= 0 \end{aligned}$$

Phương trình thứ nhất biểu thị điều kiện là chuyển vị thẳng tại điểm A theo phương X_1 , do các lực liên kết và tải trọng gây ra là bằng không.

Phương trình thứ hai biểu thị điều kiện là góc xoay tại mặt cắt ngàm A do các lực liên kết và tải trọng gây ra là bằng không.

Phương trình thứ năm biểu thị điều kiện chuyển vị thẳng tương đối của mặt cắt B theo phương X_5 do các lực liên kết và tải trọng gây ra là bằng không.

Phương trình thứ sáu biểu thị điều kiện góc xoay tương đối của mặt cắt B do các lực liên kết và tải trọng gây ra là bằng không.

Trong đó ký hiệu δ_{ij} là chuyển vị đơn vị theo phương i do lực hoặc mômen bằng đơn vị đặt theo phương j gây ra trong hệ cơ bản.

Tính số $\delta_{ij} X_j$ là chuyển vị theo phương i do lực X_j gây nên trong hệ cơ bản. Theo định lí về chuyển vị tương hỗ ta có :

$$\delta_{ij} = \delta_{ji} \quad (13-2)$$

Δ_{ip} - là chuyển vị theo phương i do tất cả ngoại lực gây ra trong hệ cơ bản.

Các chỉ số có dạng :

δ_{ii} được gọi là các hệ số chính ;

δ_{ij} gọi là các hệ số phụ ;

Δ_{ip} gọi là các số hạng tự do.

Theo công thức MO ta có (Ví dụ viết với thành phần M_x) :

$$\delta_{ij} = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\overline{M}_i \overline{M}_{ij}}{EJ_x} dz + \dots \quad (13-3)$$

$$\Delta_{ip} = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\overline{M}_i \cdot M_p}{EJ_x} dz + \dots \quad (13-4)$$

Trong đó : $\overline{M}_i, \overline{M}_j$ là biểu thức mômen uốn cho các lực hoặc mômen đơn vị đặt theo phương i và phương j gây nên trên hệ cơ bản. M_p là biểu thức mômen uốn do tải trọng gây ra cũng trên hệ cơ bản đó.

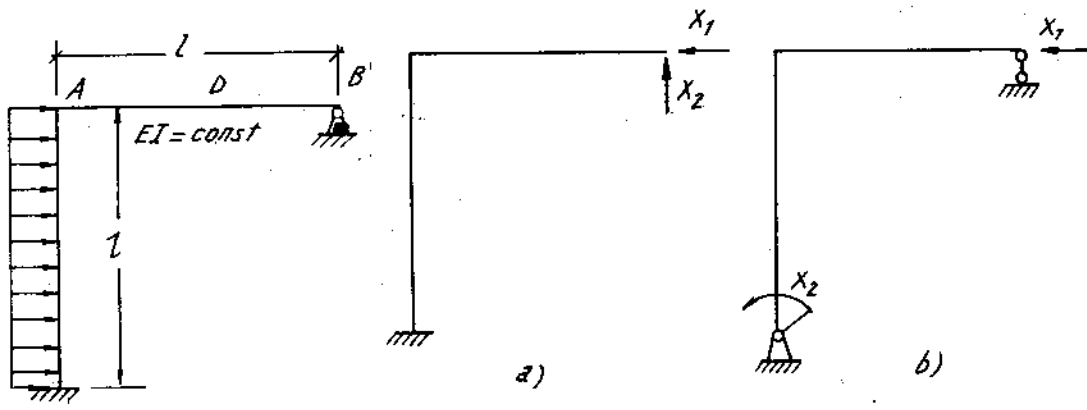
Ví dụ 13-2.

Cho khung siêu tĩnh chịu lực như (H.13-2a). Vẽ biểu đồ nội lực, biết $EJ =$ hằng số.

Bài giải :

Để giải khung siêu tĩnh bằng phương pháp lực ta tiến hành theo trình tự sau :

- Xác định bậc siêu tĩnh : bậc siêu tĩnh 2 - ngoại.



Hình 13-2a

Hình 13-2b

- Chọn một hệ cơ bản hợp lí. Ta biết một hệ siêu tĩnh có nhiều hệ cơ bản tương ứng. Một hệ cơ bản gọi là hợp lí khi hệ phương trình chính tắc là đơn giản, hệ có nhiều số hạng phụ và tự do bằng không. Nếu không, hệ sẽ được chọn sao cho vẽ các biểu đồ nội lực được dễ dàng.

Ví dụ

Hệ cơ bản (13-2ba) hợp lí hơn (13-2b,b) vì khung đầu ngàm đầu tự do ta không cần phải xác định phân lực liên kết như ở hình (13-2b,b).

- Đặt đúng các phân lực liên kết tại những chỗ liên kết thừa bỏ đi, ở đây là X_1, X_2 ; chiều phân lực ban đầu chưa biết ta chọn một chiều tùy ý để tính toán.

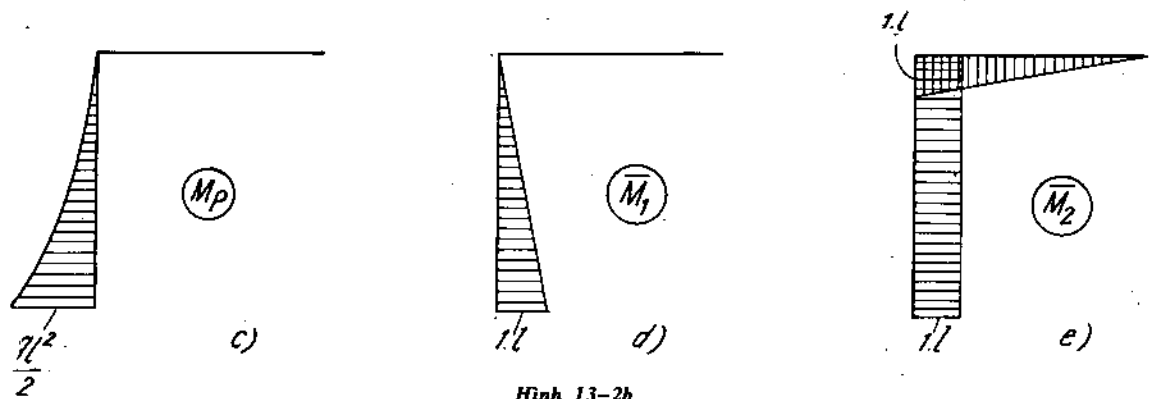
- Thiết lập phương trình chính tắc. Tổng quát số phương trình chính tắc bằng số bậc siêu tĩnh :

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} &= 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} &= 0 \end{aligned}$$

- Xác định các hệ số chính, phụ, tự do hoặc bằng công thức MO hoặc bằng phương pháp nhân biểu đồ Verésaghin.

Nếu dùng công thức MO, ta viết các biểu thức nội lực trong hệ cơ bản rồi tính theo (13-3, 13-4). Nếu dùng phương pháp nhân biểu đồ Verésaghin thì ta vẽ các biểu đồ đơn vị và tải trọng trong hệ cơ bản.

Ví dụ chọn hệ cơ bản (H. 13-2ba) các biểu đồ tải trọng và đơn vị được vẽ trên các hình 13-2b (c, d, e). Bỏ qua ảnh hưởng của lực dọc và lực cắt.



Hình 13-2b

$$\Delta_{1p} = \sum_{i=1}^2 \int_0^l \frac{M_p \cdot \bar{M}_1}{EJ_x} dz = -\frac{1}{3} q \frac{l^2}{2} \cdot l \cdot \frac{3}{4} l \frac{1}{EJ_x} = -\frac{ql^4}{8EJ_x}$$

$$\Delta_{2p} = \sum_{i=1}^2 \int_0^l \frac{M_p \cdot \bar{M}_2}{EJ_x} dz = -\frac{1}{3} q \frac{l^2}{2} \cdot l \cdot l \frac{1}{EJ_x} = -\frac{ql^4}{6EJ_x}$$

$$\delta_{11} = \sum_{i=1}^2 \int_0^l \frac{\bar{M}_1 \cdot \bar{M}_1}{EJ_x} dz = \frac{1 \cdot 1}{2} \cdot \frac{2}{3} l \cdot \frac{1}{EJ_x} = \frac{l^3}{3EJ_x}$$

$$\delta_{22} = \sum_{i=1}^2 \int_0^l \frac{\bar{M}_2 \cdot \bar{M}_2}{EJ_x} dz = \left(\frac{1 \cdot 1}{2} \cdot \frac{2}{3} l \right) \frac{1}{EJ_x} + \frac{1 \cdot 1 \cdot l}{EI_x} = \frac{4}{3} \frac{l^3}{EJ_x}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \sum_{i=1}^2 \int_0^l \frac{\bar{M}_1 \cdot \bar{M}_2}{EJ_x} dz = \frac{1 \cdot 1}{2} \cdot \frac{1}{EJ_x} = \frac{l^3}{2EJ_x}$$

Thay các trị số đó vào phương trình chính tắc có dạng :

$$\frac{l^3}{3} X_1 + \frac{l^3}{2} X_2 - \frac{ql^4}{8} = 0$$

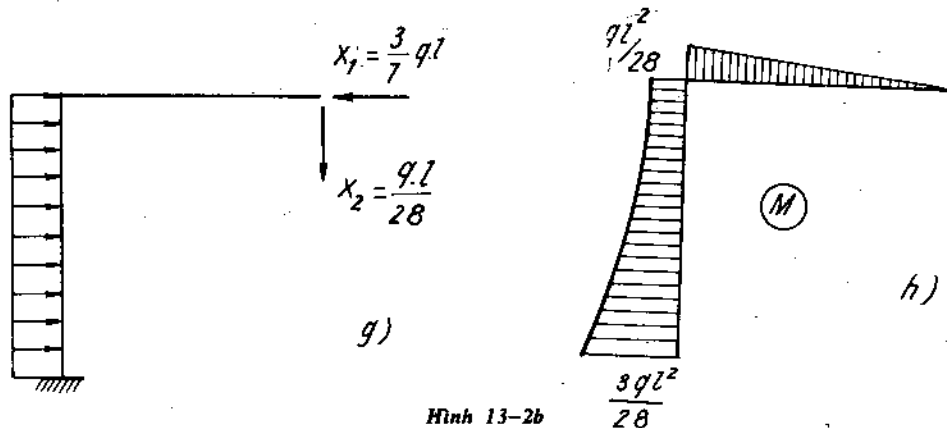
$$\frac{l^3}{2} X_1 + \frac{4}{3} l^3 \cdot X_2 - \frac{ql^4}{6} = 0$$

- Giải phương trình chính tắc để xác định các phản lực liên kết chưa biết :

Giải ra được : $X_1 = \frac{3ql}{7}$; $X_2 = -\frac{ql}{28}$

dấu (-) của x_2 chỉ rằng chiều thực của phản lực ngược với chiều đã chọn :

Đặt các phản lực đó lên hệ cơ bản, ta được một hệ gọi là hệ tương đương.



Hình 13-2b

- Vẽ biểu đồ nội lực ; sử dụng nguyên lý cộng tác dụng ta vẽ biểu đồ nội lực tương ứng như sau :

$$M = M_p + \bar{M}_1 \cdot X_1 + \bar{M}_2 \cdot X_2$$

biểu đồ tổng cộng được vẽ trên hình 13-2b,h.

- Kiểm tra kết quả tính toán, nhờ các nhận xét đã biết trong mục vẽ biểu đồ nội lực.

Ví dụ 13-3.

Cho khung siêu tĩnh như (H.13-3a). Vẽ biểu đồ nội lực biết $EJ = \text{const}$.

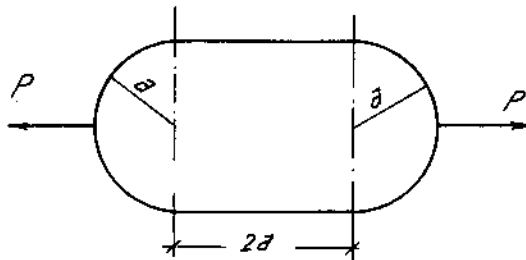
Bài giải

- Bậc siêu tĩnh 3 - nội.

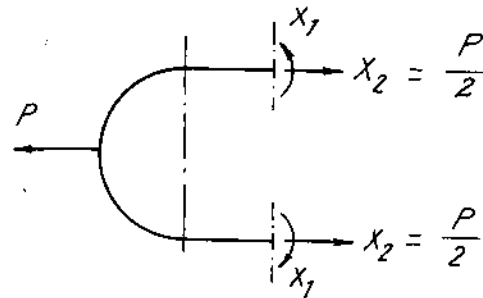
- Chọn hệ cơ bản hợp lý : H (13-3b) vì khung đối xứng chịu tải trọng đối xứng nên thành phần lực cắt phân đối xứng bằng không. Trường hợp này ta có thể xác định được ngay trị số $X_2 = N_2$ (lực dọc) nhờ phương trình cân bằng :

$$N_2 = X_2 = \frac{P}{2}$$

vậy chỉ còn một ẩn số phải tìm là X_1 .



Hình 13-3a



Hình 13-3b

- Viết phương trình chính tắc ; trong trường hợp này ta chỉ cần viết một phương trình :

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1p} = 0$$

trong đó ta xem $X_2 = \frac{P}{2}$ như ngoại lực đã biết để vẽ biểu đồ M_p .

Tính :

$$\Delta_{1p} = 2 \int_0^{\pi/2} \frac{M_p \cdot \bar{M}_1 \cdot ds}{EJ_x}$$

trong đó : tại mặt cắt bất 1-1 biểu thức $M_p = \frac{P \cdot a}{2} (1 - \cos \varphi)$; biểu thức

$$\bar{M}_1 = -1 ; ds = a d\varphi.$$

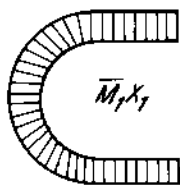
$$\Delta_{1p} = 2 \int_0^{\pi/2} -\frac{P \cdot a^2}{2} (1 - \cos \varphi) \frac{d\varphi}{EJ_x} = -\frac{Pa^2}{EJ_x} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$$

$$\delta_{11} = \sum_{i=1}^2 \int_0^{\pi/2} \frac{\bar{M}_1 \cdot \bar{M}_1}{EJ_x} ds = \frac{2a}{EJ_x} + 2 \int_0^{\pi/2} \frac{ad\varphi}{EJ_x} = \frac{2a}{EJ_x} \left(1 + \frac{\pi}{2} \right)$$

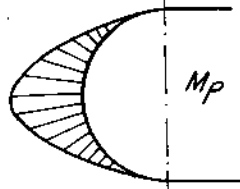
- tính :

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}} = \frac{Pa}{2} \cdot \frac{\left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)}{\left(\frac{\pi}{2} + 1 \right)} = 0,11 \cdot Pa.$$

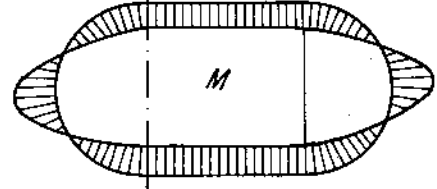
- Biểu đồ mômen tổng cộng được vẽ trên (H.13-3c).



a)



b) Hình 13-3c



c)

Ví dụ 13-4

Vẽ biểu đồ nội lực mômen uốn, lực cắt và lực dọc của khung hai tầng vẽ trên hình 13-4a. Cột có độ cứng $2EJ$, dầm ngang có độ cứng EJ .

Bài giải

Khung có 4 bậc siêu tĩnh, hệ cơ bản chọn như hình a (trong bộ hình 13-4b).

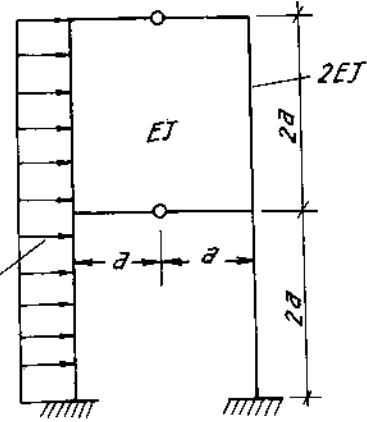
Ta chia ẩn số làm hai nhóm: X_1 và X_2 đối xứng, X_3 và X_4 phản đối xứng, hệ phương trình chính tắc có dạng.

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \delta_{14}X_4 + \Delta_{1p} &= 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \delta_{24}X_4 + \Delta_{2p} &= 0, \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \delta_{34}X_4 + \Delta_{3p} &= 0, \\ \delta_{41}X_1 + \delta_{42}X_2 + \delta_{43}X_3 + \delta_{44}X_4 + \Delta_{4p} &= 0. \end{aligned}$$

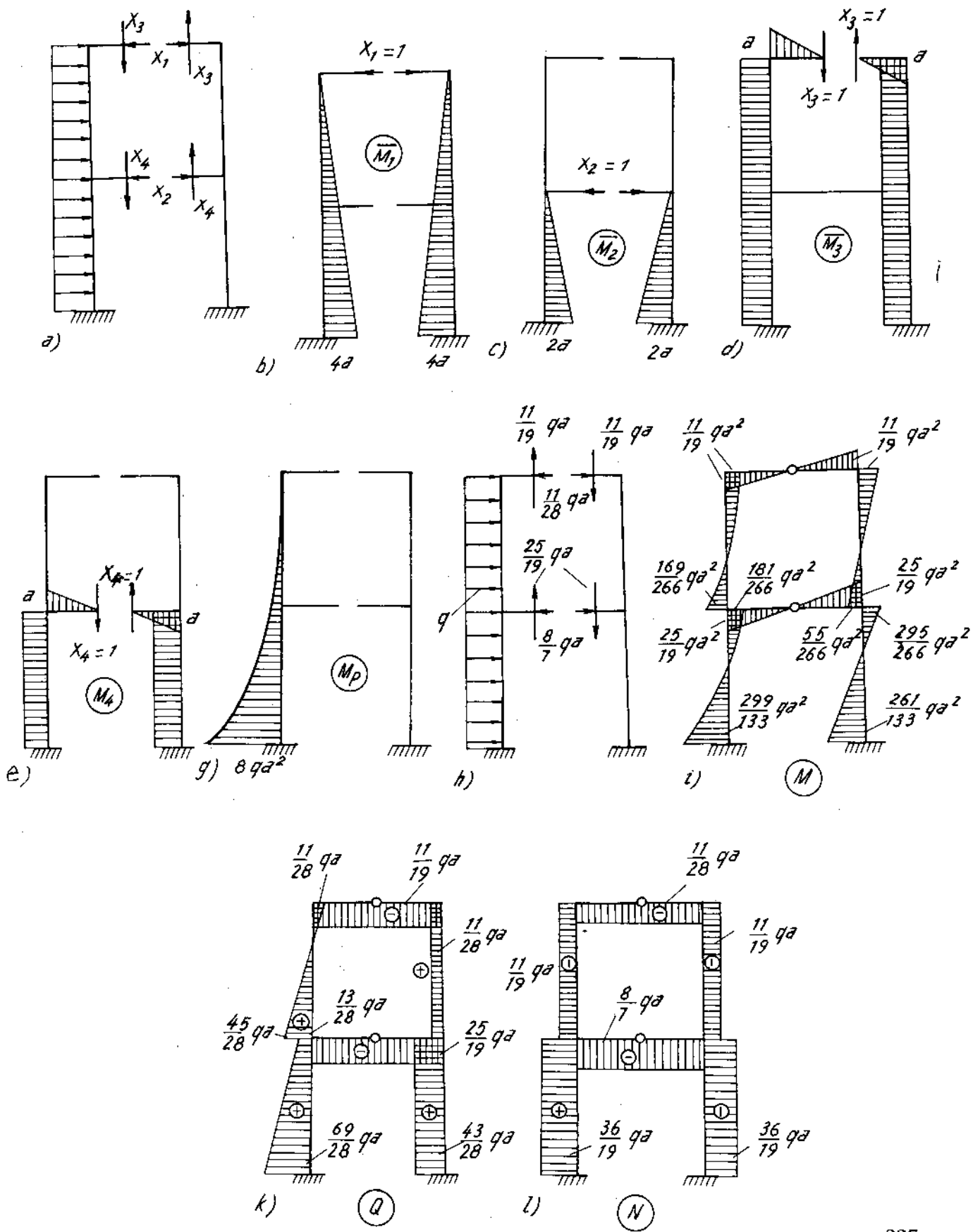
Biểu đồ mômen do các lực đơn vị $X_1 = 1, X_2 = 1, X_3 = 1, X_4 = 1$ và tải trọng gây ra trong hệ cơ bản vẽ trên hình 13-4b (b, c, d, e).

Biểu đồ \bar{M}_1 và \bar{M}_2 đối xứng còn \bar{M}_3 và \bar{M}_4 phản đối xứng nên:

$$\delta_{13} = \delta_{31} = 0, \delta_{14} = \delta_{41} = 0, \delta_{23} = \delta_{32} = 0, \delta_{24} = \delta_{42} = 0.$$



Hình 13-4a



Hình 13-4b

Do đó hệ phương trình chính tắc chia làm 2 hệ :

$$\begin{aligned}\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} &= 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} &= 0,\end{aligned}$$

và

$$\begin{aligned}\delta_{33}X_3 + \delta_{34}X_4 + \Delta_{3p} &= 0 \\ \delta_{43}X_3 + \delta_{44}X_4 + \Delta_{4p} &= 0.\end{aligned}$$

trong đó :

$$\delta_{11} = 2 \cdot \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{4a \cdot 4a}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 4a = \frac{64 a^3}{3EJ},$$

$$\delta_{21} = \delta_{12} = 2 \cdot \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{2a \cdot 2a}{2} \cdot \frac{5}{6} \cdot 4a = \frac{20 a^3}{3EJ},$$

$$\delta_{22} = 2 \cdot \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{2a \cdot 2a}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2a = \frac{8a^3}{3EJ},$$

$$\delta_{33} = 2 \left(\frac{1}{EJ} \cdot \frac{a \cdot a}{2} \cdot \frac{2}{3} a + \frac{1}{2EJ} a \cdot 4a \cdot a \right) = \frac{14 a^3}{3EJ},$$

$$\delta_{34} = \delta_{43} = 2 \cdot \frac{1}{2EJ} a \cdot 2a \cdot a = \frac{2a^3}{EJ}$$

$$\delta_{44} = 2 \left(\frac{1}{EJ} \cdot \frac{a \cdot a}{2} \cdot \frac{2}{3} a + \frac{1}{2EJ} a \cdot 2a \cdot a \right) = \frac{8a^3}{3EJ},$$

$$\Delta_{1p} = - \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{8qa^2 \cdot 4a}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot 4a = - \frac{16 qa^4}{EJ},$$

$$\Delta_{2p} = - \frac{1}{2EJ} \left[\frac{2a}{6} (2 \cdot 2a \cdot 8qa^2 + 2a \cdot 2qa^2) - \frac{qa^2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2a \cdot \frac{2a}{2} \right] = - \frac{17 qa^4}{3EJ},$$

$$\Delta_{3p} = \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{8qa^2 \cdot 4a}{3} \cdot a = \frac{16 qa^4}{3EJ},$$

$$\Delta_{4p} = \frac{1}{2EJ} \left(\frac{2qa^2 + 8qa^2}{2} \cdot 2a - \frac{qa^2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2a \right) a = \frac{14 qa^4}{3EJ}.$$

Thay vào những phương trình chính tắc và rút gọn ta có 2 nhóm :

$$\begin{cases} 64 X_1 + 20 X_2 - 48 qa = 0, \\ 20 X_1 + 8 X_2 - 17 qa = 0, \\ 14 X_3 + 6 X_4 + 16 qa = 0, \\ 6 X_3 + 8 X_4 + 14 qa = 0. \end{cases}$$

Giải ra ta được :

$$X_1 = \frac{11}{28} qa ; X_2 = \frac{8}{7} qa ;$$

$$X_3 = - \frac{11}{19} qa ; X_4 = - \frac{25}{19} qa.$$

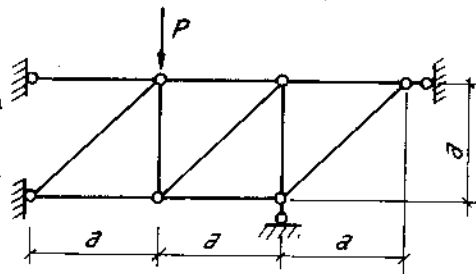
Thay tất cả các ẩn số tìm được vào hệ cơ bản ta sẽ vẽ được biểu đồ mômen uốn, lực cắt, lực dọc như trên hình 13-4b i, k, l.

Ví dụ 13-5

Tính nội lực ở các thanh dàn siêu tĩnh vẽ trên hình 13-5a

Bài giải

Chọn hệ cơ bản như trên hình 13-5b và đặt ẩn số là các phản lực liên kết.



Phương trình chính tắc : *Hình 13-5a*

$$d_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} = 0,$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0.$$

Căn cứ vào nội lực các thanh ghi trên hình ta tính được :

$$EF \delta_{11} = 2^2a + 4 \cdot 1^2a + 2 \cdot 1,41^2 \cdot 1,41a = 13,64a,$$

$$EF \delta_{12} = EF \delta_{21} = 2 \cdot 1a + 1 \cdot 1a = 3a,$$

$$EF \delta_{22} = 3 \cdot 1^2 \cdot a = 3a,$$

$$EF \Delta_{1p} = -2Pa - 1,41 \cdot 1,41P \cdot 1,41a = -4,82Pa,$$

$$EF \Delta_{2p} = -1 \cdot Pa = -Pa.$$

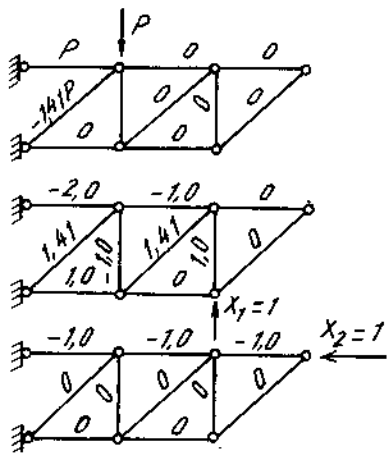
Thay vào hệ phương trình và giải, ta được:

$$X_1 = 0,358 P,$$

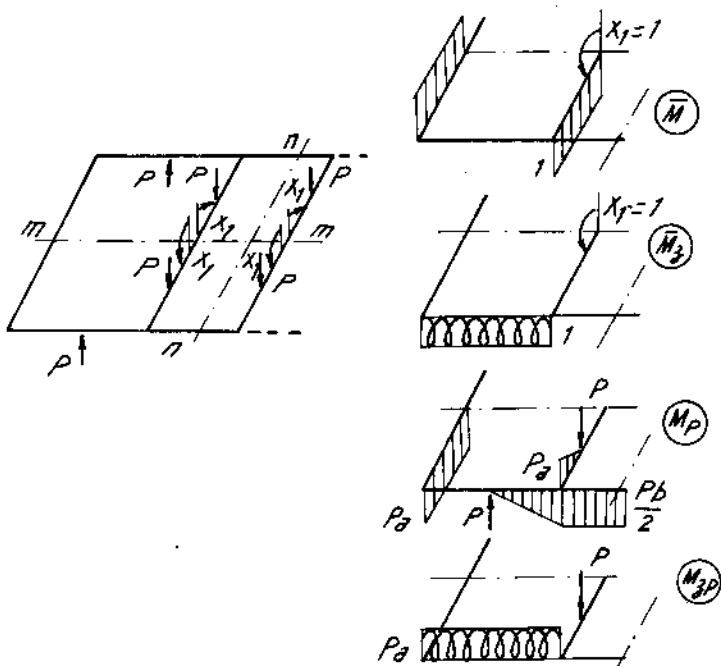
$$X_2 = -0,025 P.$$

Nội lực các thanh tính theo công thức :

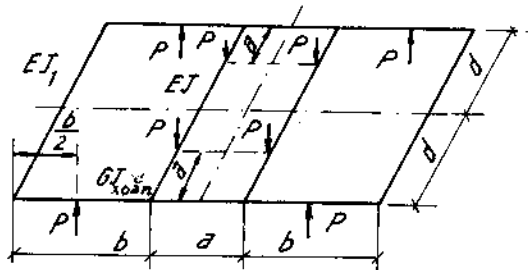
$$N = \bar{N}_1 X_1 + \bar{N}_2 X_2 + N_p.$$



Hình 13-5b



Hình 13-6b



Hình 13-6a

Ví dụ 13-6

Một giá chuyển hướng toa xe chịu lực như trên hình 13-6a. Xác định nội lực của giá.

Bài giải.

Do tính chất đối xứng qua hai trục m-m và n-n và đặc điểm của hệ phẳng không gian ta cắt ở giữa hai dầm giữa để được hệ cơ bản và ở đây chỉ có ẩn số là mômen uốn X_1 .

Trên hình 13-6b là biểu đồ mômen uốn và xoắn của một phần tư khung dưới tác dụng của tải trọng và ẩn số $X_1 = 1$.

Phương trình chính tắc của hệ :

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1p} = 0,$$

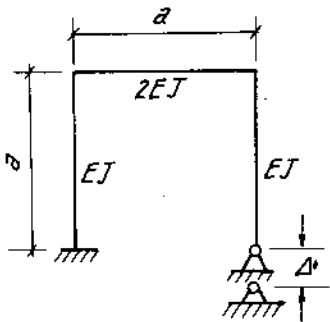
trong đó :

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ_1} 1 \cdot d \cdot 1 + \frac{1}{EJ} 1 \cdot d \cdot 1 + \frac{1}{GJ_{\text{xoắn}}} 1 \cdot b \cdot 1,$$

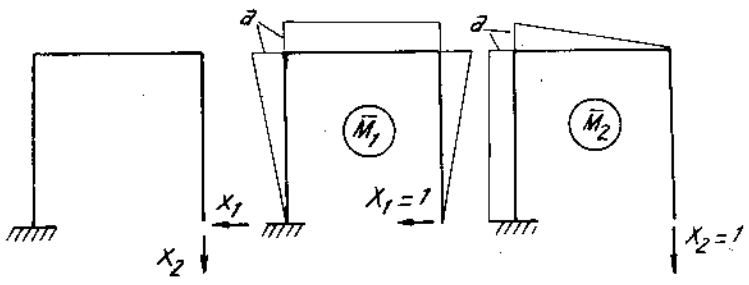
$$\Delta_{1p} = -\frac{1}{EJ_1} Pa \cdot d \cdot 1 - \frac{1}{EJ} \cdot \frac{Pa^2}{2} \cdot 1 - \frac{1}{GJ_{\text{xoắn}}} Pab \cdot 1.$$

Từ đó rút:

$$X_1 = Pa \frac{\frac{d}{EJ_1} + \frac{a}{2EJ} + \frac{b}{GJ_{\text{xoắn}}}}{d \left(\frac{1}{EJ_1} + \frac{1}{EJ} \right) + \frac{b}{GJ_{\text{xoắn}}}}$$



Hình 13-7a



Hình 13-7b

Ví dụ 13-7.

Một khung có độ cứng thay đổi như trên hình 13-7a. Tính các phản lực ở gối khớp khi gối này lún theo phương thẳng đứng một đoạn Δ .

Bài giải

Chọn hệ cơ bản của khung như trên hình 13-7b. Phương trình chính tắc của hệ :

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = 0,$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = \Delta$$

trong đó :

$$\delta_{11} = \frac{1}{2EJ} a^3 + \frac{2}{EJ} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{2}{3} a = \frac{7a^3}{6EJ},$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{a^2}{2} a + \frac{1}{EJ} \cdot \frac{a^2}{2} a = \frac{3a^3}{4EJ}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{2EJ} \frac{a^2}{2} \cdot \frac{2}{3} a + \frac{1}{EJ} a^3 = \frac{7a^3}{6EJ}.$$

Thay vào phương trình trên, rút ra :

$$X_1 = -4,1 \frac{\Delta EJ}{a^3}, \quad X_2 = 6,4 \frac{\Delta EJ}{a^3}.$$

Nội lực của khung xác định theo công thức :

$$M = \bar{M}_1 X_1 + \bar{M}_2 X_2.$$

Ví dụ 13-8.

Một hệ siêu tĩnh chịu tải trọng như trên hình 13-8a. Giải hệ này biết rằng trong quá trình chịu lực, cột khung còn bị lún thẳng đứng một đoạn Δ và nhiệt độ của môi trường có thay đổi. Bé cao mặt cắt ngang khung bằng h .

Bài giải.

Chọn hệ cơ bản như trên hình 13-8b, ta vẽ được biểu đồ nội lực M_p , \bar{M}_1 và \bar{N}_1

Phương trình chính tắc của hệ :

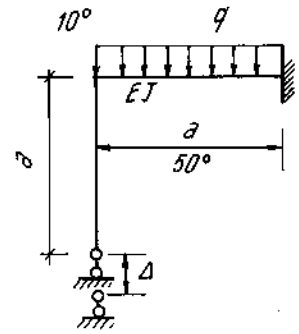
$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1p} + \Delta_{1t} = \Delta.$$

trong đó :

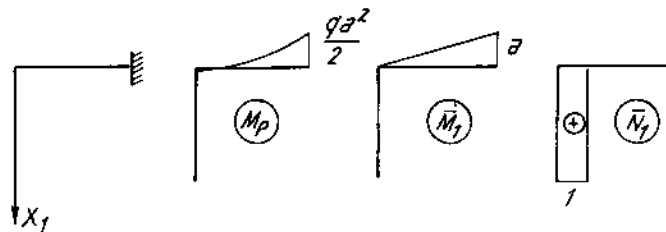
$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \frac{a^2}{2} \cdot \frac{2}{3} a = \frac{a^3}{3EJ}.$$

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EJ} \frac{qa^2}{2} \cdot \frac{1}{3} a \cdot \frac{3}{4} a = \frac{qa^4}{8EJ},$$

$$\Delta_{1t} = \alpha \frac{10-50}{h} \cdot \frac{a^2}{2} + \alpha \frac{50+10}{2} \cdot a \cdot 1 = \alpha a \left(30 - 20 \frac{a}{h} \right)$$



Hình 13-8a



Hình 13-8b

Thay vào phương trình trên ta được :

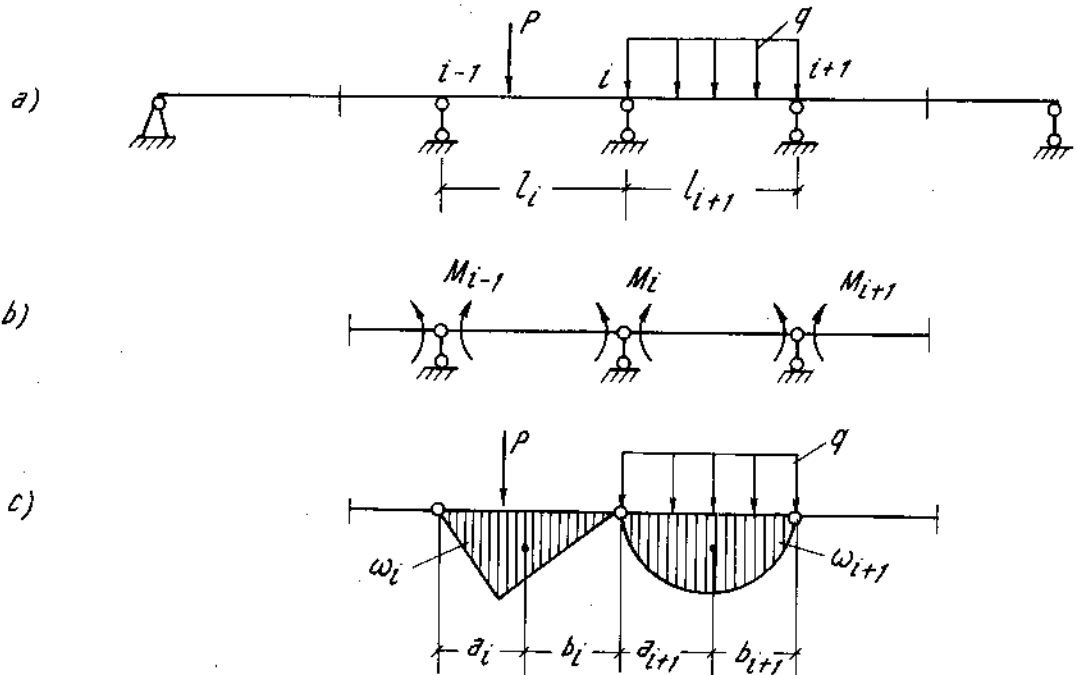
$$X_1 = \frac{3 \Delta EJ}{a^3} - \frac{3}{8} qa - \frac{3 \alpha EJ}{a^2} \left(30 - 20 \frac{a}{h} \right)$$

Mômen uốn của hệ xác định theo công thức chung :

$$M = M_p + X_1 \bar{M}_1$$

4. Dầm liên tục (H. 13-9)

Dầm liên tục là một dầm siêu tĩnh được đặt trên các gối di động trong đó có ít nhất là một gối cố định.



Hình 13-9

Trình tự giải một dầm liên tục theo lý thuyết phương trình ba mômen như sau.

- Xác định bậc siêu tĩnh.
- Đánh số các gối theo thứ tự từ trái sang phải.
- Hệ cơ bản hợp lý đã chọn, các phản lực liên kết được xem là dương như (H. 13-9b).
- Viết phương trình ba mômen tương ứng với các ẩn số ở các gối, số phương trình ba mômen bằng số bậc siêu tĩnh. Hệ phương trình ba mômen chính là hệ phương trình chính tắc của phương pháp lực.

Phương trình ba mômen ứng với điều kiện chuyển vị ở gối tựa thứ i có dạng

Đối với dầm các đoạn có độ cứng khác nhau :

$$\frac{l_{i-1}}{6EJ_i} M_{i-1} + \left(\frac{l_i}{3EJ_i} + \frac{l_{i+1}}{3EJ_{i+1}} \right) M_i + \frac{l_{i+1}}{6EJ_{i+1}} M_{i+1} + \left(\frac{\omega_i a_i}{l_i E J_i} + \frac{\omega_{i+1} b_{i+1}}{l_{i+1} E J_{i+1}} \right) = 0 \quad (13-5)$$

Đối với dầm có độ cứng không đổi :

$$l_i M_{i-1} + 2(l_i + l_{i+1}) M_i + l_{i+1} M_{i+1} + 6 \left(\frac{\omega_i a_i}{l_i} + \frac{\omega_{i+1} b_{i+1}}{l_{i+1}} \right) = 0 \quad (13-6)$$

Trong đó : M_{i-1}, M_i, M_{i+1} - các ẩn số mômen nội lực chưa biết tại gối tựa thứ $i-1, i, i+1$.

l_i, l_{i+1} - chiều dài đoạn trước gối tựa và sau gối tựa thứ i

ω_i, ω_{i+1} - diện tích biểu đồ mômen uốn do tải trọng gây ra trong hệ cơ bản ở đoạn trước và sau gối tựa thứ i .

$a_i, b_i, a_{i+1}, b_{i+1}$ - khoảng cách từ trọng tâm của diện tích ω_i, ω_{i+1} tới các gối tựa trái và phải.

Chú ý. ω_i, ω_{i+1} có trị số dương khi biểu đồ mômen có thể căng ở phía dưới, nếu không phải đặt vào trong biểu thức là dấu (-).

- Giải hệ phương trình ba mômen để tìm các ẩn số M_i ($i = 1 \dots n$) n - số bậc siêu tĩnh. Ẩn số ở đây như thấy là các mômen nội lực tại các gối.

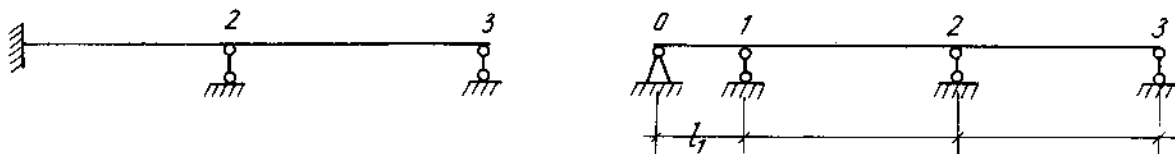
- Vẽ biểu đồ mômen uốn của dầm liên tục. $M = M_p + \bar{M}_1 \cdot M_1 + \dots + \bar{M}_n \cdot M_n$.

- Từ biểu đồ mômen uốn suy ra biểu đồ lực cắt khi cần.

- Từ biểu đồ lực cắt suy ra các phản lực tại các gối khi cần.

- Kiểm tra kết quả vẽ biểu đồ.

Chú ý. Khi dầm có một đầu ngàm, ta thay đầu ngàm bằng một gối cố định và một gối di động cách nhau một đoạn l_1 , ta viết phương trình như trên sau đó cho $l_1 = 0$, và $M_0 = 0$ (H. 13-10).



Hình 13-10

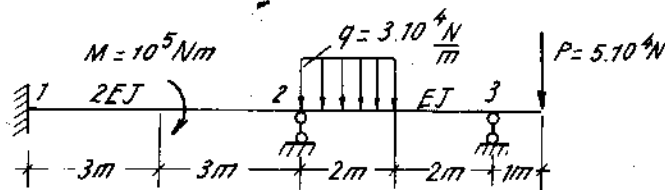
Ví dụ 13-9.

Vẽ biểu đồ mômen uốn, lực cắt và tính phản lực gối của dầm vẽ trên hình 13-11a.

Bài giải.

Dầm siêu tĩnh bậc 2.

Ta đưa dầm về dầm liên tục hai đầu khớp. Ẩn số là các mômen tựa M_1 và M_2 , $M_0 = 0, M_3 = -5 \cdot 10^4 \text{ Nm}$ (H. 13-11b)



H. 13-11a

Hệ phương trình ba mômen là :

$$\frac{l_1 M_0}{J_1} + 2 \left(\frac{l_1}{J_1} + \frac{l_2}{J_2} \right) M_1 + \frac{l_2}{J_2} M_2 = -6 \left(\frac{\omega_1 a_1}{l_1 J_1} + \frac{\omega_2 b_2}{l_2 J_2} \right)$$

$$\frac{l_2 M_1}{J_2} + 2 \left(\frac{l_2}{J_2} + \frac{l_3}{J_3} \right) M_2 + \frac{l_3}{J_3} M_3 = -6 \left(\frac{\omega_2 a_2}{l_2 J_2} + \frac{\omega_3 b_3}{l_3 J_3} \right)$$

Với : $l_1 = 0, l_2 = 6\text{m}, l_3 = 4\text{m}, \omega_1 = 0,$

$$\omega_2 b_2 = -\frac{5 \cdot 3}{2} \cdot 4 + \frac{5 \cdot 3}{2} \cdot 2 = -15,$$

$$\omega_2 a_2 = -\frac{5 \cdot 3}{2} \cdot 2 + \frac{5 \cdot 3}{2} \cdot 4 = 15,$$

$$\omega_3 b_3 = \frac{3 \cdot 4}{2} \cdot 2 + \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 = 18,$$

$J_2 = 2J_1, J_3 = J_1$,
 Phương trình ba mômen rút
 gọn thành :

$$4M_1 + 2M_2 = 5,$$

$$6M_1 + 28M_2 = -29.$$

Giải ra ta được :

$$M_1 = 1,98 \cdot 10^4 \text{Nm},$$

$$M_2 = -1,46 \cdot 10^4 \text{Nm}.$$

Biểu đồ mômen trong các nhịp :

Nhịp 1 ($0 \leq z \leq 3\text{m}$).

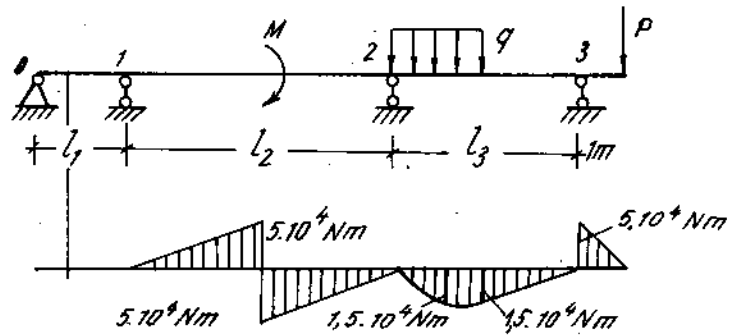
$$\begin{aligned} M(z) &= 1,98 \cdot 10^4 - \frac{5}{3} \cdot 10^4 \cdot z \\ &+ \frac{-1,98 - 1,46}{6} \cdot 10^4 z \\ &= 1,98 \cdot 10^4 - 2,24 \cdot 10^4 z. \end{aligned}$$

tại

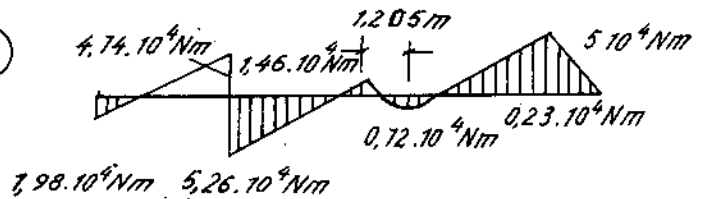
$$z = 0, M = 1,98 \cdot 10^4 \text{Nm};$$

$$\begin{aligned} z = 3\text{m}, M &= 1,98 \cdot 10^4 - \\ &- 2,24 \cdot 3 \cdot 10^4 = -4,74 \cdot 10^4 \text{Nm}. \end{aligned}$$

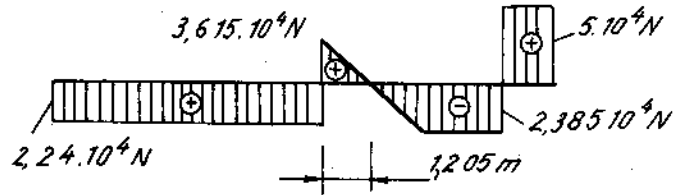
$$(3\text{m} \leq z \leq 6\text{m})$$



(M)



(Q)



Hình 13-11b

$$\begin{aligned} M(z) &= 10 \cdot 10^4 - \frac{5}{3} \cdot 10^4 z + 1,98 \cdot 10^4 + \frac{-1,98 - 1,46}{6} \cdot 10^4 z \\ &= 11,98 \cdot 10^4 - 2,24 \cdot 10^4 z, \end{aligned}$$

tại

$$z = 3\text{m}, M = 11,98 \cdot 10^4 - 2,24 \cdot 3 = 5,26 \cdot 10^4 \text{Nm},$$

$$z = 6\text{m}, M = 11,98 \cdot 10^4 - 2,24 \cdot 6 = -1,46 \cdot 10^4 \text{Nm}.$$

Nhịp 2

$$(0 \leq z \leq 2\text{m})$$

$$\begin{aligned} M(z) &= 4,5 \cdot 10^4 z - \frac{3z^2}{2} \cdot 10^4 - 1,46 \cdot 10^4 - \frac{5 - 1,46}{4} \cdot 10^4 z, \\ &= (-1,46 + 3,615z - 1,5z^2) \cdot 10^4 \end{aligned}$$

tại

$$z = 2\text{m}, M = -1,46 \cdot 10^4 + 3,615 \cdot 10^4 \cdot 2 - 1,5 \cdot 2^2 = -0,23 \cdot 10^4 \text{Nm},$$

$$(2\text{m} \leq z \leq 4\text{m})$$

$$\begin{aligned} M(z) &= 4,5 \cdot 10^4 z - 3 \cdot 2 \cdot 10^4 (z - 1) - 1,46 \cdot 10^4 - \frac{5 - 1,46}{4} \cdot 10^4 z \\ &= (4,54 - 2,385z) \cdot 10^4. \end{aligned}$$

Tại :

$$z = 2\text{m}, M = 4,54 \cdot 10^4 - 2,385 \cdot 10^4 \cdot 2 = -0,23 \cdot 10^4 \text{Nm},$$

$$z = 4\text{m}, M = 4,54 \cdot 10^4 - 2,385 \cdot 10^4 \cdot 4 = -5 \cdot 10^4 \text{Nm}.$$

Biểu thức lực cắt :

Nhịp 1 $Q = -2,24 \cdot 10^4 \text{N},$

Nhịp 2 $Q = 3,615 \cdot 10^4 - 3 \cdot 10^4 z.$

Tại $z = 0\text{m}, Q = 3,615 \cdot 10^4 \text{N},$

$$z = 2\text{m}, Q = 3,615 \cdot 10^4 - 3 \cdot 10^4 \cdot 2 = -2,385 \cdot 10^4 \text{N.}$$

Phản lực ở các gối :

$$\text{Gối 1 : } M = 19,8 \text{kNm,}$$

$$R_1 = -22,4 \text{kN.}$$

$$\text{Gối 2 : } R_2 = 22,4 + 361,5 = 383,9 \text{kN.}$$

$$\text{Gối 3 : } R_3 = 23,85 + 50 = 73,85 \text{kN.}$$

5. Tính chuyển vị trong hệ siêu tĩnh

Ví dụ 13-10.

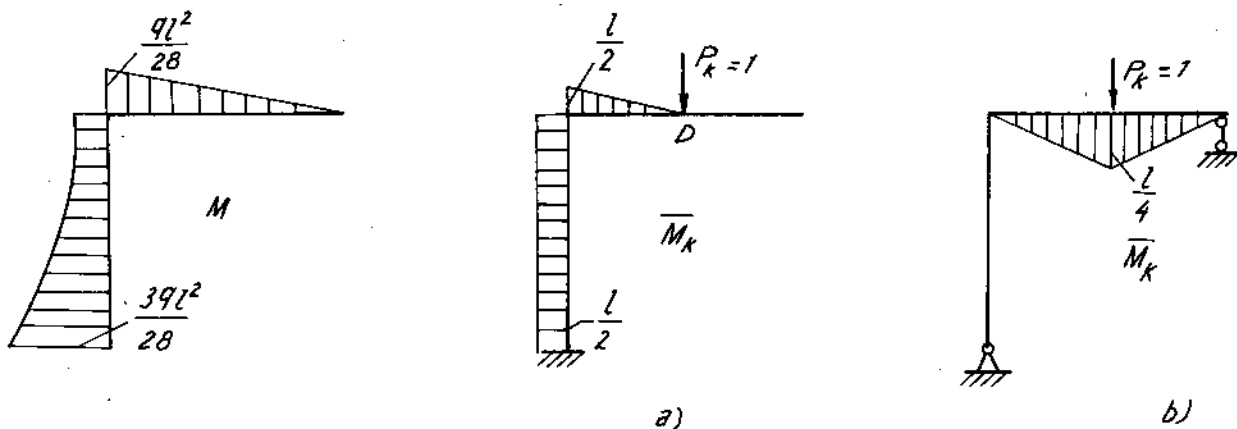
Tìm chuyển vị thẳng đứng tại điểm D trung điểm đoạn AB (H. 13-12A) ở ví dụ (13-2).

Bài giải.

Như đã biết để tìm chuyển vị thẳng đứng tại điểm D ta tạo nên trạng thái "k" do lực $P_k = 1$, đặt tại D, theo phương cần tính chuyển vị trị số.

$$y_D = \Delta_{km} = \sum_{i=1}^n \int_0^l \frac{\bar{M}_k \cdot M_m}{EJ} dz + \dots$$

Trong đó biểu thức nội lực M_m do tải trọng gây ra trong hệ siêu tĩnh hoặc một hệ tĩnh định tương đương nào đó. Vì với bất kì hệ tĩnh định tương đương nào thì trị số M_m cũng không thay đổi, do đó biểu thức \bar{M}_k do lực $P_k = 1$ có thể đặt ở bất kì hệ cơ bản nào suy ra từ hệ siêu tĩnh đã cho, miễn sao phép tính của ta là đơn giản nhất. Ví dụ : đối với hệ cơ bản (13-2a) (13-2b) tương ứng ta có biểu đồ $\bar{M}_k = 1$ (13-12a) (13-12b)



Hình 13-12b

So sánh ta thấy nếu lấy biểu đồ \bar{M}_k ở H. 13-12b để tính chuyển vị, các phép tính sẽ đơn giản hơn. Ta có :

$$y_D = - \frac{1}{EJ_x} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} l \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{ql^2}{28} = - \frac{ql^4}{448EJ_x}$$

dấu trừ (-) chứng tỏ chuyển vị ngược với chiều của P_k đã chọn.

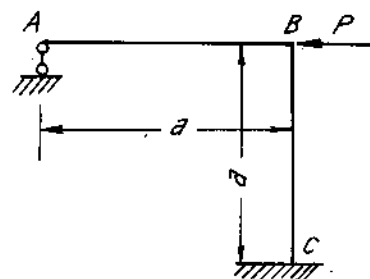
Bài tập

13*1. Vẽ biểu đồ mômen uốn, lực cắt và lực dọc của khung ABC (H. 13-13).

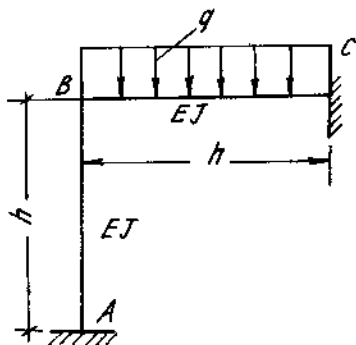
13*2. Vẽ biểu đồ nội lực của khung ABC (H. 13-14).

13*3. Vẽ biểu đồ mômen uốn của khung ABCD cho trên hình 13-15.

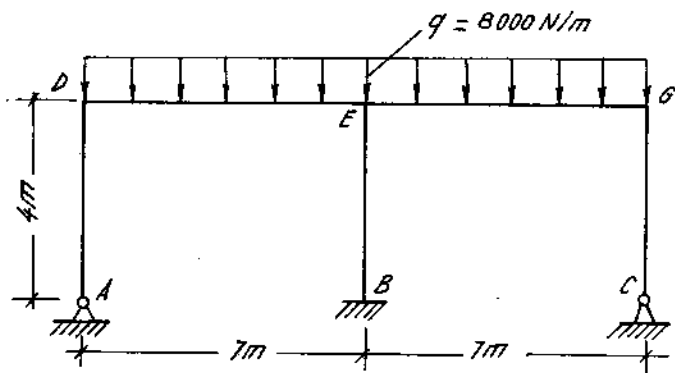
13*4. Vẽ biểu đồ mômen uốn của khung siêu tĩnh đối xứng cho trên hình 13-16. Khung có độ cứng không đổi.



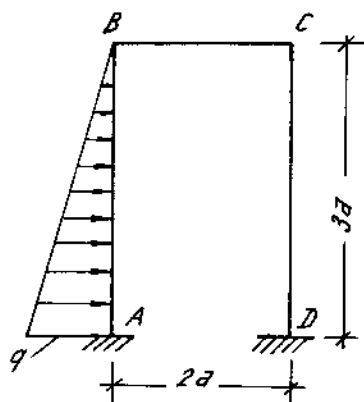
Hình 13-13



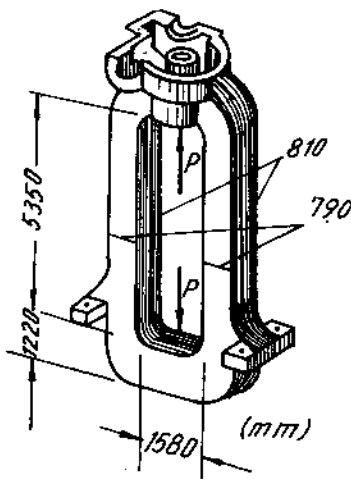
Hình 13-14



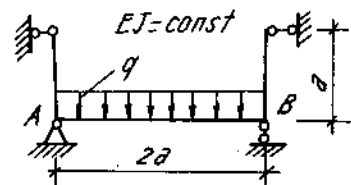
Hình 13-16



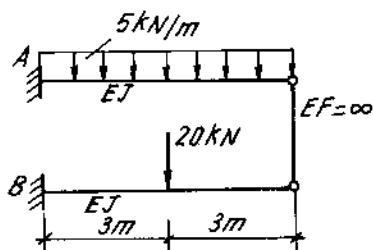
Hình 13-15



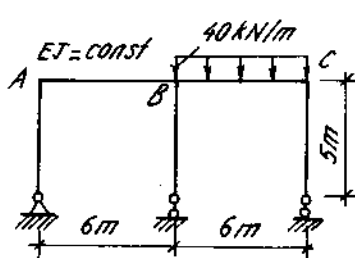
Hình 13-17



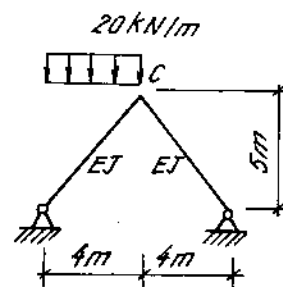
Hình 13-18



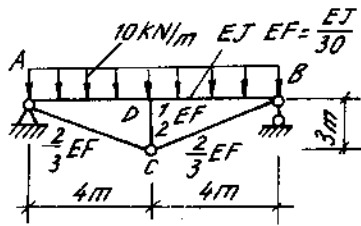
Hình 13-19



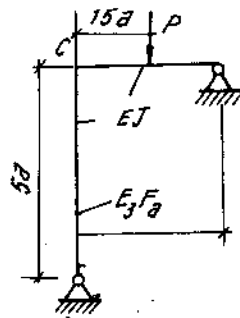
Hình 13-20



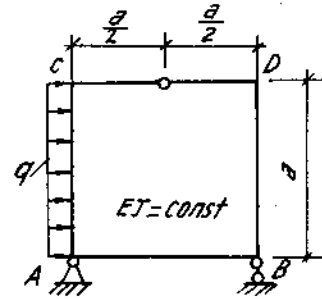
Hình 13-21



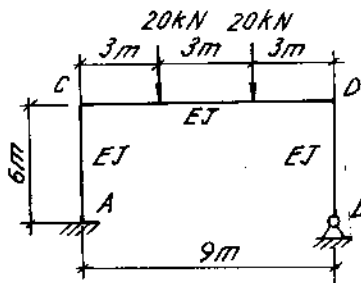
Hình 13-22



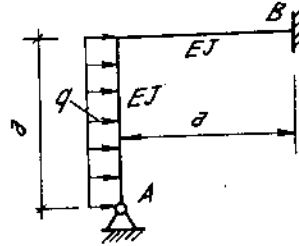
Hình 13-23



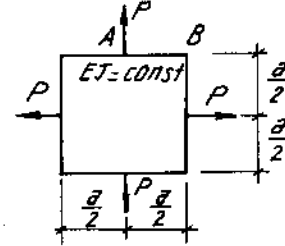
Hình 13-24



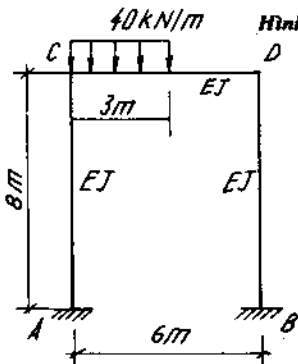
Hình 13-25



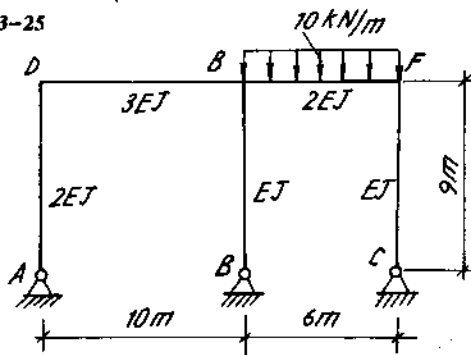
Hình 13-26



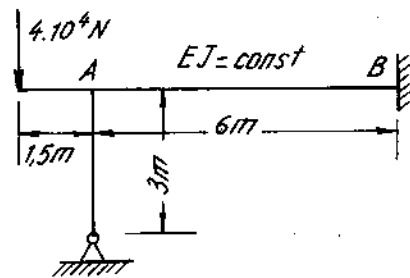
Hình 13-27



Hình 13-28



Hình 13-29

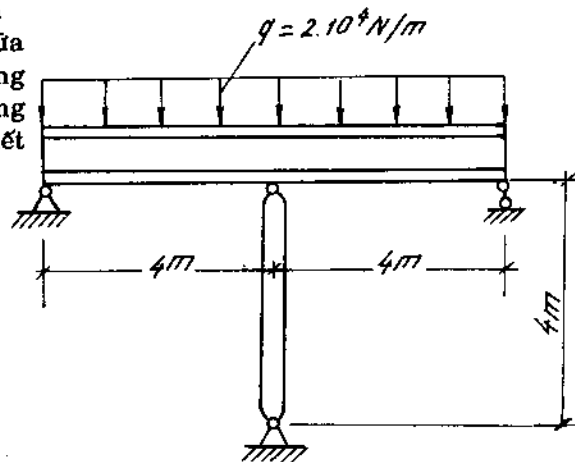


Hình 13-30

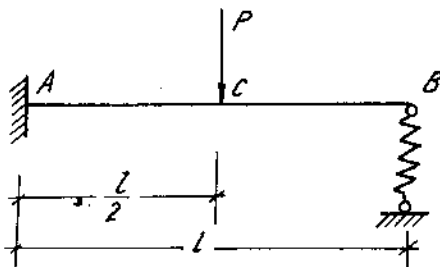
13*5. Giá một máy cán nguội bốn trục cơ cấu tạo như trên hình 13-17. Vẽ biểu đồ nội lực của giá biết $P = 17,5 \cdot 10^3 \text{ kN}$.

13*6-18. Xác định nội lực của các khung siêu tĩnh vẽ trên hình 13-18 + (13-30).

13*19. Một dầm thép có mômen quán tính $J_x = 17310 \text{ cm}^4$, hai đầu tựa lên gối cứng, ở giữa tựa trên một cột gang tròn cao $h = 4 \text{ m}$, đường kính ngoài bằng 20cm, đường kính trong bằng 15cm (H. 13-31). Kiểm tra độ bền của cột biết $[\sigma] = 10 \text{ kN/cm}^2$.



Hình 13-31

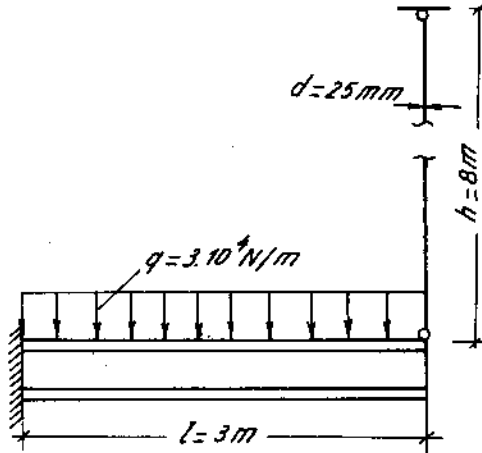


Hình 13-32

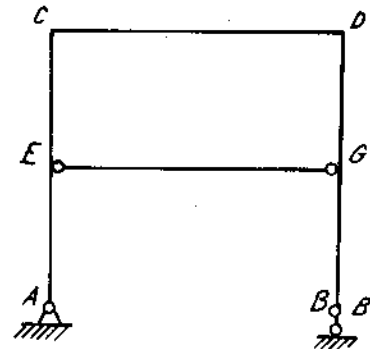
13*20. Vẽ biểu đồ mômen uốn của dầm một đầu ngàm một đầu tì trên gối lò xo (H. 13-32). Biết mômen quán tính của dầm $J = 1660\text{cm}^4$, chiều dài dầm $l = 4\text{m}$, đường kính lò xo $D = 10\text{cm}$, đường kính dây lò xo $d = 2\text{cm}$, số vòng làm việc $n = 10$, $E = 2 \cdot 10^7\text{N/cm}^2$, $G = 8 \cdot 10^6\text{N/cm}^2$, $P = 20\text{kN}$.

13*21. Một dầm bằng thép chữ I số 20a, một đầu chôn vào tường, còn đầu kia treo bằng một thanh thép. Xác định nội lực trong thanh và ứng suất pháp lớn nhất trong dầm. Nếu chiều dài của thanh lớn hơn chiều dài thiết kế 2,5mm thì nội lực và ứng suất trên thay đổi thế nào? (H. 13-33)

13*22. Vẽ biểu đồ nội lực của khung nếu thanh EG bé hơn chiều dài thiết kế một đoạn Δ (H. 13-34).



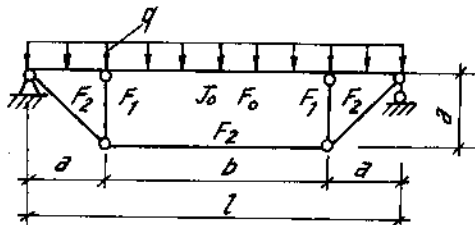
Hình 13-33



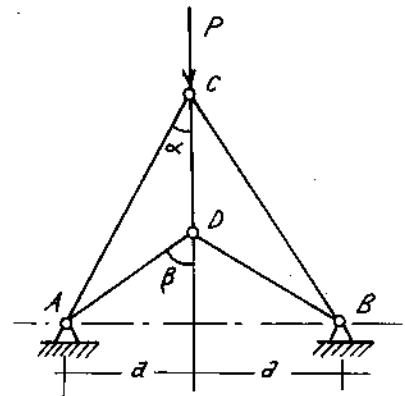
Hình 13-34

13*23. Xác định giá trị lực dọc trong các thanh dầm vẽ trên hình (13-35). Biết $P = 60\text{kN}$, $a = 1\text{m}$, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$. Các thanh có độ cứng như nhau.

13*24. Một dầm có thanh giằng tăng cường chịu lực phân bố đều như trên hình (13-36). Tính mômen uốn của mặt cắt giữa dầm.



Hình 13-36

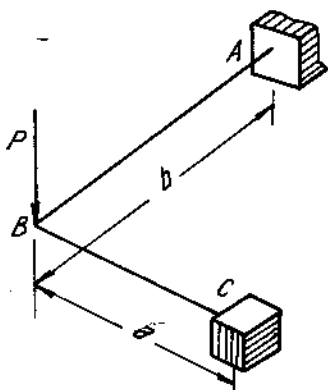


Hình 13-35

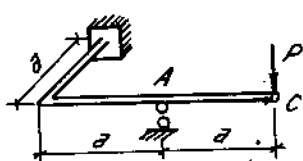
13*25. Vẽ biểu đồ mômen uốn và mômen xoắn của khung bằng thép tròn ABC chịu lực P vuông góc với mặt phẳng khung (H. 13-37).

Biết $b = 2a$, $\mu = 0,25$.

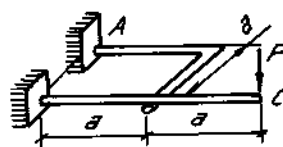
13*26-28. Xác định các thành phần phân lực ở mặt cắt A của hệ. Biết mặt cắt ngang là tròn, $G = 0,4E$. Xác định chuyển vị thẳng đứng của mặt cắt C (H. 13-38, 39, 40).



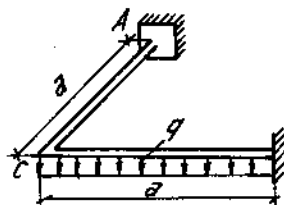
Hình 13-37



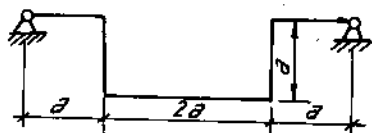
Hình 13-38



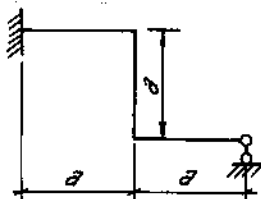
Hình 13-39



Hình 13-40



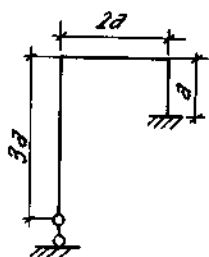
Hình 13-41



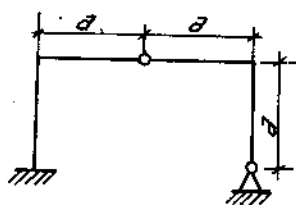
Hình 13-42

13*29-33. Xác định ứng suất pháp lớn nhất xuất hiện trong các thanh của hệ khi tăng nhiệt độ lên $\Delta t^{\circ}\text{C}$ (H. 13-41 ÷ 45).

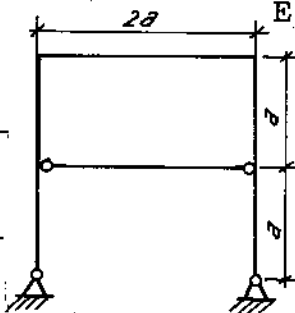
Chỉ tính biến dạng uốn. Mặt cắt đối xứng với chiều cao h , tất cả các thanh của mỗi hệ có E và α như nhau.



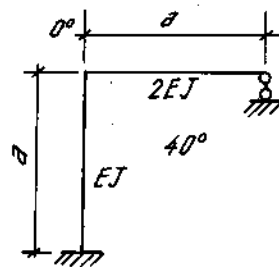
Hình 13-43



Hình 13-44



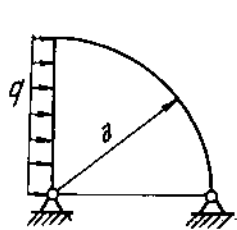
Hình 13-45



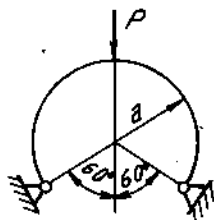
Hình 13-46

13*34. Xác định mômen uốn lớn nhất của hệ khung siêu tĩnh vẽ trên hình 13-46 khi nhiệt độ ở phía trong khung tăng 40° , còn ở phía ngoài nhiệt độ không thay đổi. Chiều cao mặt cắt bằng h .

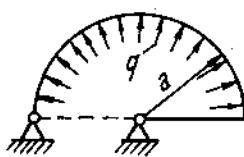
13*35-37. Xác định các thành phần phân lực trong các liên kết ở đầu trái của hệ (H. 13-47, 48, 49).



Hình 13-47



Hình 13-48



Hình 13-49

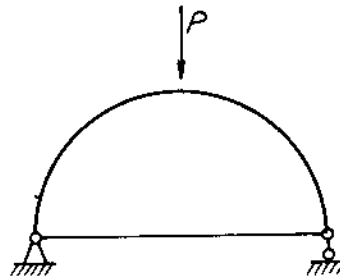
13*38. Vẽ biểu đồ mômen uốn của thanh cong độ cứng EJ bán kính R có thanh giằng độ cứng EF chịu lực P tác dụng ở đỉnh (xem độ cong của thanh là bé) (H. 13-50).

13*39. Vẽ biểu đồ mômen uốn của thanh cong (độ cong bé) chịu tác dụng của ngẫu lực M đặt ở tọa độ góc $\alpha = 45^{\circ}$ kể từ ngàm (H. 13-51).

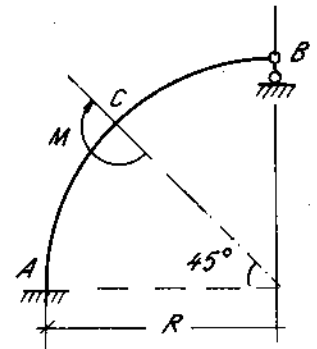
13*40. Một thanh cong tròn kín đường kính trung bình $2R$ có độ cong nhỏ, chịu kéo bởi hai lực xuyên tâm đối P . Độ cứng của thanh không đổi. Xác định M_A, M_B (H. 13-52).

13*41. Một vành mỏng chịu ba lực hướng tâm P của vấu mâm cặp máy tiện.

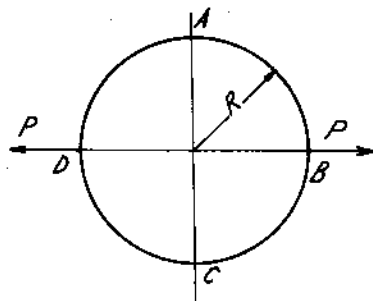
Vẽ biểu đồ mômen uốn của vành (H. 13-53).



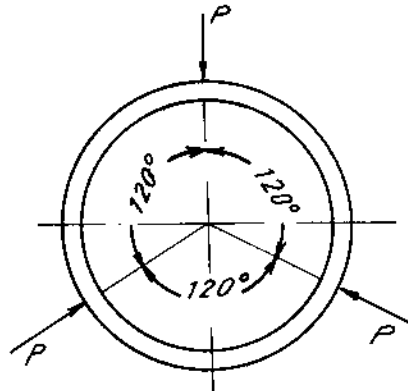
Hình 13-50



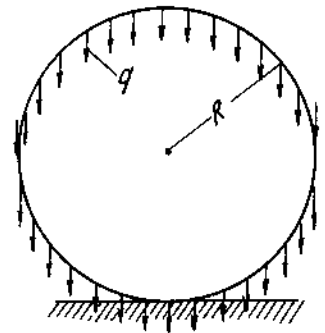
Hình 13-51



Hình 13-52



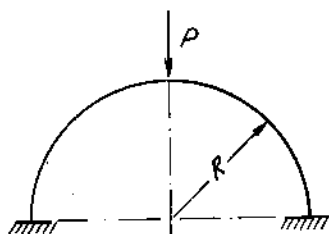
Hình 13-53



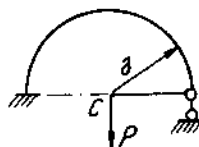
Hình 13-54

13*42. Vẽ biểu đồ mômen uốn của vành tròn đặt lên nền cứng và chịu trọng lượng của bản thân của nó. Vành có độ cứng mặt cắt ngang bằng EJ (H. 13-54).

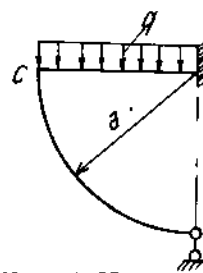
13*43. Viết phương trình mômen uốn, lực cắt và lực dọc của nửa khung tròn ngàm hai đầu. Khung có độ cong nhỏ và độ cứng EJ không đổi (H. 13-55).



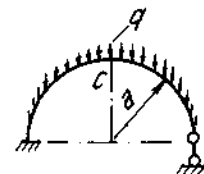
Hình 13-55



Hình 13-56

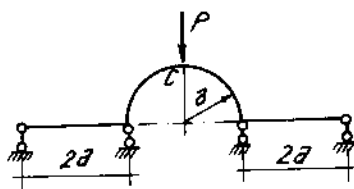


Hình 13-57

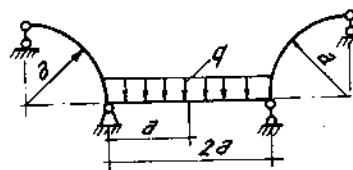


Hình 13-58

13*44-48. Xác định phân lực ở gối khớp bên phải và chuyển vị thẳng đứng δ của mặt cắt C trong các hệ (H. 13-56 ÷ 13-60).



Hình 13-59

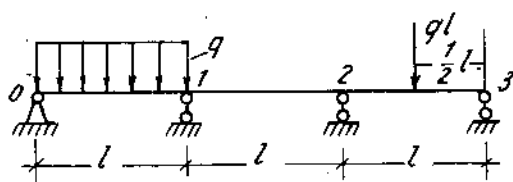


Hình 13-60

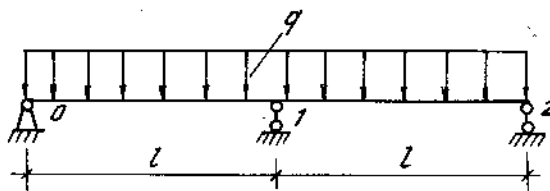
Trong bài hình 13-58 tải trọng q phân bố đều theo đường nằm ngang.

13*49. Vẽ biểu đồ mômen uốn của dầm cho trên hình 13-61.

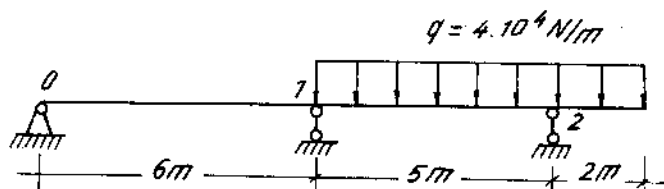
13*50. Vẽ biểu đồ mômen uốn của dầm cho trên hình 13-62.



Hình 13-61



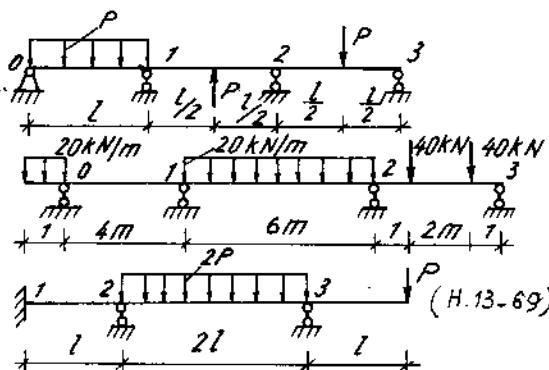
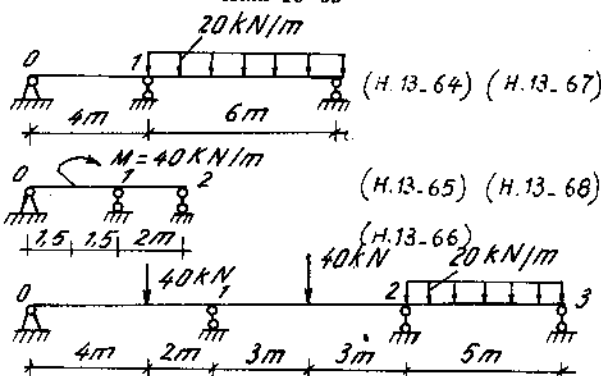
Hình 13-62



Hình 13-63

13*51. Vẽ biểu đồ mômen uốn, tính phản lực ở gối của dầm liên tục hai nhịp có đầu thừa cho trên hình 13-63.

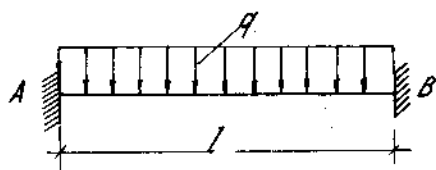
13*52-57. Tính mômen ở gối (hoặc ngàm) của các dầm liên tục cho trên hình 13-64 + 69.



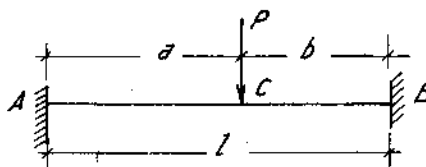
Hình 13-64 + 69

13*58. Tính mômen uốn ở ngàm của dầm cho trên hình 13-70.

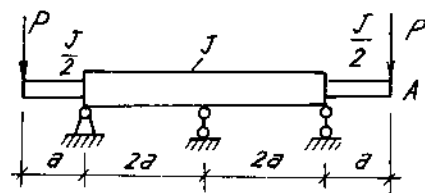
13*59. Tính mômen uốn ở ngàm và ở mặt cắt đặt lực của dầm vẽ trên hình 13-71.



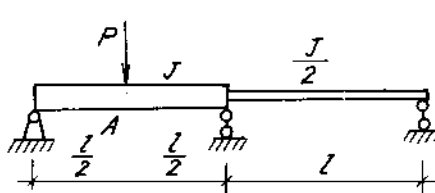
Hình 13-70



Hình 13-71



Hình 13-72

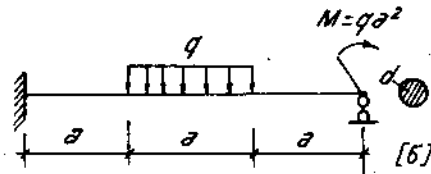


Hình 13-73

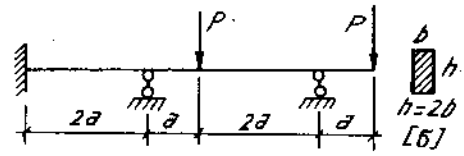
13*60-61. Tính độ võng ở mặt A của dầm hình bậc (H. 13-72, 73).

13*62-65. Chọn kích thước mặt cắt ngang của các dầm liên tục sau (H. 13-74, 75, 76, 77).

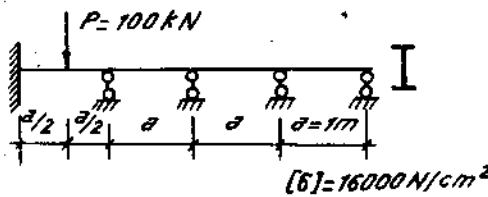
Bài 13*66. Tính độ võng tại C (H. 13-77).



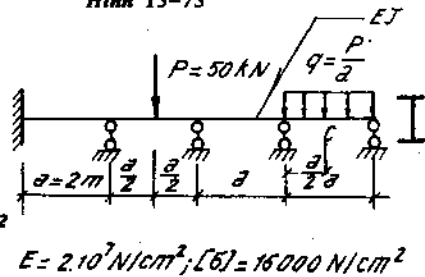
Hình 13-74



Hình 13-75



Hình 13-76



Hình 13-77

Chương 14

TẢI TRỌNG ĐỘNG

1. Tính hệ chuyển động thẳng có gia tốc không đổi

Sử dụng nguyên lý D'alambert "tại thời điểm t , hệ đang xét ở trạng thái cân bằng nếu ta đặt thêm lên hệ các lực quán tính tương ứng".

Nếu vật mang khối lượng tập trung P , lực quán tính có trị số :

$$P_{qt} = -m \cdot \vec{a} = -\frac{P}{g} \vec{a}$$

g - gia tốc trọng trường ; a - gia tốc chuyển động

Nếu kể đến trọng lượng bản thân của các thanh, gọi q là trọng lượng phân bố trên một đơn vị chiều dài, thì lực quán tính phân bố có trị số :

$$q_{qt} = -\frac{q}{g} \vec{a}$$

$\vec{a} > 0$; vật chuyển động nhanh dần đều, lực quán tính có chiều ngược với chiều chuyển động.

$\vec{a} < 0$, vật chuyển động chậm dần đều, lực quán tính cùng chiều với chiều chuyển động.

Chú ý. Khi phương gia tốc \vec{a} của chuyển động đã cho trùng với đường tác dụng của gia tốc trọng trường g ; thì việc tính toán có thể tiến hành như tính toán do tải trọng tĩnh (không có lực quán tính) sau đó nhân thêm kết quả với một hệ số động có trị số :

$$k_d = 1 + \frac{a}{g} \quad (14 - 1)$$

Ví dụ 14 - 1

Một trống quán dây cáp đường kính $D = 120\text{cm}$, trọng lượng $Q = 4\text{kN}$, bán kính quán tính $i = 60\text{cm}$, được gắn vào trục một mô tơ để nâng vật nặng $P = 40\text{kN}$ (H.14 - 1).

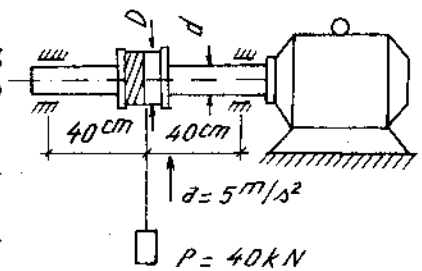
Tính diện tích mặt cắt ngang của dây cáp và đường kính trục mô tơ. Biết gia tốc chuyển động của vật nặng $a = 5\text{m/s}^2$, ứng suất cho phép của dây cáp $[\sigma] = 8\text{kN/cm}^2$, của trục mô tơ $[\sigma] = 16\text{kN/cm}^2$. Khi tính trục dùng sơ đồ dầm đơn giản chịu lực tập trung.

Bài giải

Dây cáp chịu lực căng động :

$$\begin{aligned} P_d &= P_t k_d = P_t \left(1 + \frac{a}{g}\right), \\ &= 40 \left(1 + \frac{5}{9,81}\right) = 60,4\text{kN}. \end{aligned}$$

Diện tích mặt cắt ngang dây cáp :



Hình 14-1

$$F \geq \frac{P_d}{[\sigma]} = \frac{60,4}{8} = 7,55 \text{ cm}^2$$

Các thành phần lực tác dụng vào trục quay :

- mômen uốn M_u do vật nặng P và trọng lượng trục ;
- mômen xoắn M_x^1 do mômen quán tính của trống cấp ;
- mômen xoắn M_x^2 do lực quán tính của trống cấp.

$$M_u = \frac{(P_d + Q) 80}{4} = \frac{(60,4 + 4) 80}{4} = 1288 \text{ kN cm},$$

$$M_x^1 = P_d \frac{D}{2} = 60,4 \cdot \frac{120}{2} = 3623 \text{ kN cm},$$

$$M_x^2 = J\varepsilon = \frac{Q}{g} i^2 \cdot \frac{a}{D} = \frac{4}{9,81} \cdot 60^2 \cdot \frac{500}{60} = 122 \text{ kNcm}$$

Ta có :

$$\text{mômen xoắn : } M_x = M_x^1 + M_x^2 = 2623 + 122 = 3745 \text{ kN cm}.$$

Từ điều kiện bền :

$$\sigma_{tt} = \frac{1}{W_x} \sqrt{M_u^2 + M_x^2} = \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{1288^2 + 3745^2} \leq [\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2.$$

ta rút ra :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32}{3,14 \cdot 16} \sqrt{1288^2 + 3745^2}}$$

$$d \geq 13,6 \text{ cm}.$$

2. Vật quay xung quanh một trục có vận tốc góc không đổi

Trong trường hợp vật quay xung quanh một trục có vận tốc góc không đổi, khi tính toán ngoài ngoại lực tác dụng ta đặt thêm lên hệ các lực li tâm tương ứng.

Đối với khối lượng tập trung m đặt cách trục quay một đoạn e lực li tâm có trị số.

$$P_{tt} = m \cdot e \cdot \omega^2 \quad (14-2)$$

trong đó : ω - vận tốc góc ;

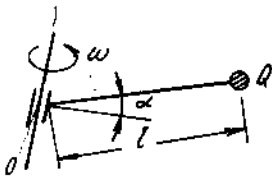
$$\omega = \pi \frac{n}{30} ;$$

n - là số vòng quay trong một phút.

Nếu kể đến trọng lượng bản thân của các thanh, gọi q là trọng lượng phân bố trên một đơn vị chiều dài, cường độ lực li tâm phân bố có giá trị :

$$q_{tt} = \frac{q}{g} \cdot e(z) \cdot \omega^2 \quad (14 - 3)$$

trong đó : e(z) là khoảng cách từ trọng tâm mặt cắt có tọa độ z tới trục quay.

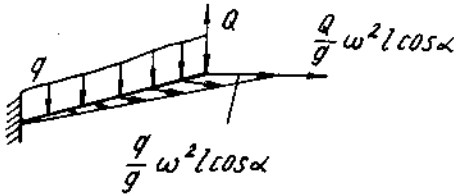


Hình 14-2a

Chiều của các lực li tâm có phương vuông góc với trục quay và hướng ra ngoài.

Ví dụ 14 - 2

Một thanh dài l , đặt nghiêng góc α , mang vật nặng Q ở đầu tự do, quay quanh trục đứng OO với tốc độ góc không đổi ω (H.14 - 2a).



Hình 14-2b

Tính ứng suất động lớn nhất tại mặt cắt nguy hiểm.

Biết trọng lượng đơn vị dài của thanh là q , diện tích mặt cắt ngang F , mômen chống uốn của mặt cắt W .

Bài giải

Đặt lực quán tính li tâm vào hệ (xem hình 14 - 2b). Các lực gây ra mômen uốn tại mặt cắt nguy hiểm (ngàm).

- Trọng lượng bản thân ql :

$$M_1 = \frac{ql^2}{2} \cos \alpha$$

- Trọng lượng vật nặng Q :

$$M_2 = Ql \cos \alpha$$

- Lực li tâm tập trung : $\frac{Q\omega^2 l}{g} \cos \alpha$; $M_3 = \frac{Q\omega^2}{2g} l^2 \sin 2\alpha$

- Lực li tâm phân bố theo luật bậc nhất : $M_4 = \frac{q\omega^2}{6g} l^3 \sin 2\alpha$

Vật nặng Q và trọng lượng bản thân q còn gây ra lực nén :

$$N_1 = -ql \sin \alpha - Q \sin \alpha;$$

Các lực quán tính gây ra lực kéo :

$$N_2 = \frac{Q}{g} \omega^2 l \cos^2 \alpha + \frac{q\omega^2}{2g} l^2 \cos^2 \alpha$$

Nội lực tác dụng tại mặt cắt nguy hiểm:

$$M_d = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = \left(Q + q \frac{1}{2}\right) l \cos \alpha + \left(Q + q \frac{1}{3}\right) \frac{\omega^2 l^2}{2g} \sin 2\alpha$$

$$N_d = N_1 + N_2 = \left(Q + q \frac{1}{2}\right) \frac{\omega^2 l}{g} \cos^2 \alpha - (Q + ql) \sin \alpha$$

Ứng suất lớn nhất :

$$\begin{aligned} \max \sigma &= \frac{N_d}{F} + \frac{M_d}{W} = \frac{1}{F} \left[\left(Q + q \frac{1}{2}\right) \frac{\omega^2 l}{g} \cos^2 \alpha - (Q + ql) \sin \alpha \right] + \\ &+ \frac{1}{W} \left[\left(Q + q \frac{1}{2}\right) l \cos \alpha + \left(Q + q \frac{1}{3}\right) \frac{\omega^2 l^2}{2g} \sin 2\alpha \right] \end{aligned}$$

3. Dao động của hệ đàn hồi một bậc tự do

3-1. *Bậc tự do* là số thông số độc lập cần thiết để xác định vị trí của hệ.

3-2. *Phương trình vi phân dao động tuyến tính* của hệ một bậc tự do khi không xét đến khối lượng bản thân.

a) *Đối với dao động thẳng*

Chuyển động thẳng qua lại ; phương trình vi phân chuyển động có dạng:

$$\ddot{y} + 2\alpha\dot{y} + \omega^2 y = \frac{F(t)}{m} = f(t). \quad (14-4)$$

Trong đó :

$y(t)$ - chuyển vị thẳng ;

\dot{y}, \ddot{y} - đạo hàm hạng một và hạng hai của chuyển vị theo thời gian ;

m - khối lượng của vật dao động ;

α - hệ số cản.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ tần số dao động riêng của hệ.} \quad (14-5)$$

k - độ cứng của hệ tại điểm đặt khối lượng dao động

Gọi δ là chuyển vị do lực đơn vị, đặt tại điểm của khối lượng dao động theo phương dao động thì trị số k là.

$$k = \frac{1}{\delta}. \quad (14-6)$$

Do đó :

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{m \cdot \delta}} \text{ hoặc } \omega = \sqrt{\frac{g}{y_1^{(m)}}} \quad (14-7)$$

g - gia tốc trọng trường ;

$y_1^{(m)}$ - chuyển vị tĩnh tại điểm đặt khối lượng dao động theo phương dao động do m gây nên.

$$\text{Theo định nghĩa, tần số dao động là : } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (14-8)$$

và chu kì dao động là :

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (14-9)$$

$F(t)$ lực kích thích.

Dao động có lực kích thích gọi là dao động cưỡng bức. Dao động sau khi bỏ lực kích thích gọi là dao động tự do hay dao động riêng có lực cản ($\alpha \neq 0$) hoặc dao động tự do không có lực cản ($\alpha = 0$)

Nếu dao động cưỡng bức của hệ có một bậc tự do được gây ra do một lực suy rộng kích thích điều hòa, (ta hiểu lực suy rộng là lực kích thích có thể đặt ở ngoài điểm đặt của khối lượng dao động) có dạng

$$F(t) = F_0 \cdot \sin rt.$$

Trong đó :

F_0 - biên độ của lực kích thích ;

r - tần số của lực kích thích ;

t - thời gian.

Thì biên độ của dao động cưỡng bức bình ổn A được xác định theo công thức :

$$A = k_d \cdot y_1^{(F_0)} \quad (14-10)$$

Trong đó :

$y_1^{(F_0)}$ - chuyển vị tĩnh tại điểm đặt khối lượng dao động gây nên do lực có trị số bằng F_0 , đặt tại điểm đặt lực kích thích, theo phương dao động

k_d - hệ số động có trị số :

$$k_d = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{r^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4\alpha^2 \cdot r^2}{\omega^4}}} \quad (14-11)$$

khi bỏ qua ảnh hưởng của lực cản, trị số k_d có giá trị :

$$k_d = \frac{1}{\left|1 - \frac{r^2}{\omega^2}\right|} \quad (14-12)$$

Hiện tượng cộng hưởng xảy ra khi trị số tần số lực kích thích và tần số dao động riêng trùng nhau hoặc gần trùng nhau ($r \approx \omega$). Khi đó biên độ chuyển vị tăng rất nhanh.

Trong vùng cộng hưởng (khi $0,7 \leq r/\omega \leq 1,3$). Lực kích thích không lớn có thể gây ra biến dạng lớn trong các bộ phận của hệ đàn hồi.

Khi xét đến ảnh hưởng trọng lượng bản thân của các liên kết đàn hồi thì ta phải thêm vào khối lượng dao động một trị số bằng khối lượng của bản thân liên kết đàn hồi nhân với một hệ số gọi là hệ số thu gọn khối lượng.

Kí hiệu m_1 - khối lượng của vật dao động ;

m_2 - khối lượng của các liên kết đàn hồi ;

k_m - hệ số thu gọn khối lượng.

ta có khối lượng dao động m là :

$$m = m_1 + k_m \cdot m_2 \quad (14-13)$$

Hệ số thu gọn khối lượng k_m phụ thuộc vào quy luật thay đổi vận tốc chuyển động của khối lượng m_2 . K_m được thiết lập từ điều kiện cân bằng động năng của một khối lượng tương đương với $k_m \cdot m_2$ và được tính theo biểu thức :

$$K_m = \frac{1}{m_2} \int_v \left(\frac{\delta_z}{\delta}\right)^2 \cdot dm_2 \quad (14-14)$$

trong đó δ và δ_z là chuyển vị của điểm treo vật và điểm bất kì của hệ do tác dụng tĩnh của một lực suy rộng. (lực hoặc mômen) đặt tại điểm treo vật theo phương dao động.

Đối với thanh thẳng có mặt cắt ngang không đổi, có thể xác định hệ số thu gọn theo công thức

$$K_m = \frac{1}{l} \int_0^l \left(\frac{\delta_z}{\delta}\right)^2 \cdot dz \quad (14-15)$$

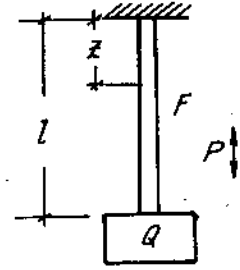
trong đó : dz là phân tố chiều dài thanh, l chiều dài thanh.

Ví dụ 14 -3.

Xác định hệ số thu gọn cho thanh mang khối lượng tại đầu tự do chịu dao động dọc. (H. 14 - 3). Cho Q, P, F, l.

Bài giải.

Gọi δ - chuyển vị tĩnh (dãn dài hay co) tại mặt cắt treo khối lượng : δ_z chuyển vị tĩnh tại mặt cắt có tọa độ z cũng do khối lượng dao động gây nên. Ta có $\frac{\delta_z}{\delta} = \frac{z}{a}$; theo (14-15) hệ số thu gọn k_m có giá trị.



Hình 14-3

$$K_m = \frac{1}{l} \int_0^l \left(\frac{z}{a} \right)^2 \cdot dz = \frac{1}{3}$$

khối lượng thanh $m_2 = \frac{P \cdot F}{g} \cdot l$

Vậy khi kể đến trọng lượng thanh, khối lượng dao động của hệ là :

$$m = \frac{Q}{g} + \frac{1}{3} \frac{P \cdot F}{g} \cdot l$$

b) Dao động xoắn - Chuyển động quay qua lại

Phương trình vi phân dao động có dạng

$$\ddot{\varphi} + 2\alpha\dot{\varphi} + \omega^2 \cdot \varphi = \frac{M(t)}{I} = m(t) \cdot \quad (14-16)$$

Trong đó :

φ góc xoắn - góc quay.

$\dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$ - đạo hàm hạng một và hạng hai của góc xoắn theo thời gian
 α hệ số cản.

$$\omega^2 = \sqrt{\frac{k}{I}} \text{ tần số dao động riêng của hệ} \quad (14-17)$$

k - độ cứng tại điểm đặt khối lượng dao động.

I - mômen quán tính khối lượng

Nếu gọi δ là góc xoắn đơn vị do mômen xoắn đơn vị đặt tại khối lượng dao động gây nên thì

$$k = \frac{1}{\delta} \quad (14-18)$$

M(t) - mômen xoắn kích thích.

Do tính chất tương tự toán học giữa hai phương trình (14 - 4) và (14 - 16) nên các kết quả thu được ở dao động thẳng có thể suy trực tiếp sang dao động xoắn.

3 - 3 Tính toán chuyển vị và ứng suất

Ký hiệu δ_{lf} - chuyển vị toàn phần (chuyển vị thẳng hay góc)

$\delta_t^{(m)}$ chuyển vị do tác dụng tĩnh của khối lượng dao động, trọng lượng bản thân của hệ

$\delta_d = \delta_t^{(F_0)} \cdot k_d \cdot \sin(rt + \psi)$. Chuyển vị gây ra do lực kích thích. $F = F_0 \sin rt$ (hoặc mômen kích thích $M = M_0 \sin rt$) tại một thời điểm t, trong trường hợp tổng quát ta có.

$$\delta_{lf} = \delta_t^{(m)} + \delta_t^{(F_0)} \cdot k_d \cdot \sin(rt + \psi) \quad (14-19)$$

tương tự đối với ứng suất. Ký hiệu p. (ứng suất pháp hay tiếp)

$$P_{if} = P_t^{(m)} + p_t^{(F_o)} \cdot k_d \cdot \sin(rt + \psi) \quad (14-20)$$

Giá trị cực trị của chuyển vị và ứng suất

$$\frac{\max}{\min} \delta_{if} = \delta_t^{(m)} \pm \delta_t^{(F_o)} \cdot k_d \quad (14-21)$$

$$\frac{\max}{\min} P_{if} = P_t^{(m)} \pm P_t^{(F_o)} \cdot k_d \quad (14-22)$$

Trong trường hợp khối lượng dao động không gây nên chuyển vị tĩnh, bỏ qua trọng lượng của hệ đàn hồi ta có.

$$\delta_{if} = \delta_d = \delta_t^{(F_o)} \cdot k_d \quad (14-23)$$

$$P_{if} = P_d = p_t^{(F_o)} \cdot k_d \quad (14-24)$$

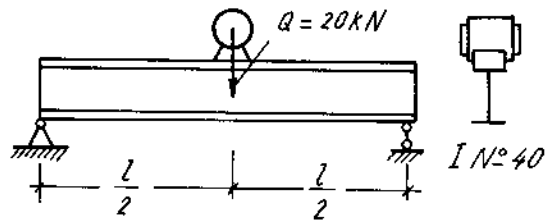
Điều kiện bền trong trường hợp tổng quát có thể viết

$$\max P_{if} \leq [p] \quad (14-25)$$

và điều kiện cứng là : $\max \delta_{if} \leq [\delta] \quad (14-26)$

Ví dụ 14 - 4

* Một mô-tơ có trọng lượng $Q = 48\text{kN}$ đặt giữa dầm chữ I. $N^o = 40$, dầm dài 4m. Tốc độ quay của mô-tơ 510 vòng/phút(H.14 - 4). Do khối lượng lệch tâm nên khi quay mô-tơ tạo ra lực quán tính $P_o = 4,8\text{kN}$. Tính độ võng và ứng suất pháp lớn nhất phát sinh trong dầm. Tìm số vòng quay trong một phút của mô-tơ để phát sinh hiện tượng cộng hưởng. Tính với hai trường hợp :



Hình 14-4

a) Bỏ qua trọng lượng bản thân của dầm và lực cản.

b) Có kể trọng lượng bản thân dầm và lực cản.

Cho biết mô-đun đàn hồi $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$ hệ số tắt dao động $\alpha = 2 \frac{1}{s}$.

Bài giải

Mặt cắt chữ I số 40 có $J_x = 18930 \text{ cm}^4$, $W_x = 947 \text{ cm}^3$.

a) Trường hợp bỏ qua trọng lượng bản thân của dầm và lực cản. Tần số góc của giao động tự do :

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_t}} = \sqrt{\frac{48gEJ_x}{Ql^3}} = \sqrt{\frac{48 \cdot 981 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 18930}{48000 \cdot 400^3}} = 76,42 \text{ 1/s.}$$

Tần số lực kích thích :

$$r = \frac{n\pi}{30} = \frac{510 \cdot 3,14}{30} = 53,38 \text{ 1/s.}$$

Hệ số động :

$$k_d = \frac{1}{1 - \frac{r^2}{\omega^2}} = \frac{1}{1 - \frac{53,38^2}{76,42^2}} = 1,96.$$

Độ võng động lớn nhất :

$$y_{\max} = y_1 + y_{p_0}$$

$$= \frac{Ql^3}{48EJ_x} \left(1 + \frac{k_d P_0}{Q}\right) = \frac{48000 \cdot 400^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 18930} \left(1 + \frac{1,96 \cdot 4800}{48000}\right) = 201 \text{ cm}$$

Ứng suất động lớn nhất :

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 \left(1 + \frac{k_d P_0}{Q}\right) = \frac{48000 \cdot 400}{4 \cdot 947} \left(1 + \frac{1,96 \cdot 4800}{48000}\right) = 6062 \text{ N/cm}^2.$$

Có hiện tượng cộng hưởng khi $r = \omega$ hay :

$$\frac{n\pi}{30} = 76,42$$

hay

$$n = 730 \text{ vg/ph}$$

b) Trường hợp có kể đến trọng lượng dầm và lực cản.

Tần số góc dao động tự do

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_t}} = \sqrt{\frac{48gEJ_x}{\left(Q + \frac{17}{35} Q'\right) l^3}} = \sqrt{\frac{48 \cdot 981 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 18930}{\left(48000 + \frac{17}{35} 4 \cdot 561\right) 400^3}} = 75,5 \text{ 1/s}$$

Hệ số động :

$$k_d = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{r^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4a^2 r^2}{\omega^4}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{53,38^2}{75,5^2}\right)^2 + \frac{4 \cdot 2^2 \cdot 53,38^2}{75,5^4}}} = 1,96$$

Độ võng lớn nhất :

$$y_{\max} = y_Q + y_{Q'} + y_{p_0} = \frac{\left(Q + \frac{5}{8} Q'\right) l^3}{48EJ_x} \left(1 + \frac{k_d P_0}{Q + \frac{5}{8} Q'}\right)$$

$$= \frac{\left(48000 + \frac{5}{8} 4 \cdot 561\right) 400^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 18930} \left(1 + \frac{1,96 \cdot 4800}{48000 + \frac{5}{8} 4 \cdot 561}\right) = 0,207 \text{ cm.}$$

Ứng suất động lớn nhất :

$$\sigma_{\max} = \frac{\left(Q + \frac{Q'}{2}\right) l}{4W_x} \left(1 + \frac{k_d P_0}{Q + \frac{Q'}{2}}\right)$$

$$= \frac{\left(48000 + \frac{4 \cdot 561}{2}\right) \cdot 400}{4 \cdot 947} \left(1 + \frac{1,96 \cdot 4800}{48000 + \frac{4 \cdot 561}{2}}\right) = 6178 \text{ N/cm}^2.$$

Có hiện tượng cộng hưởng khi $r = \omega$ hay

$$\frac{n\pi}{30} = 75,5$$

$$n = \frac{30 \cdot 75,5}{3,14} = 721 \text{ vg/ph}$$

4. Va chạm

Hiện tượng va chạm xuất hiện khi có sự thay đổi đột ngột vận tốc chuyển động của các vật khi chúng chạm nhau. Trong phần này ta chỉ nghiên cứu hai trường hợp đơn giản là va chạm đứng và va chạm ngang của hệ một bậc tự do với các giả thiết:

- Hai vật va chạm xem như tuyệt đối cứng.
- Va chạm là không đàn hồi, tức là trong quá trình va chạm vật va chạm và vật bị va chạm không tách rời nhau.

Để tính ứng suất, chuyển vị trong hệ đàn hồi khi chịu tải trong va chạm, trong kĩ thuật đơn giản người ta xem như hệ chịu một tải trọng động có trị số bằng tải trọng của vật va chạm đặt một cách tĩnh tại điểm va chạm, theo phương va chạm nhân với một hệ số động k_d :

$$P_d = P_t \cdot k_d$$

từ đó ta suy ra ứng suất động σ_d chuyển vị động y_d cũng có dạng :

$$\sigma_d = \sigma_t \cdot k_d \quad (14-27)$$

$$y_d = y_t \cdot k_d \quad (14-28)$$

Trị số của hệ số động được xác định như sau:

4-1. Đối với trường hợp va chạm đứng

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \left(1 + \frac{k_m Q}{P}\right) \cdot P \cdot \delta}} \quad (14-29)$$

Trong đó :

P - trọng lượng của vật va chạm ;

Q - trọng lượng của vật bị va chạm ;

k_m - hệ số tính đối khối lượng của hệ đàn hồi bị va chạm về điểm va chạm (xác định như khi dao động). Nếu bỏ qua trọng lượng bản thân của hệ đàn hồi thì $k_m = 1$;

v - vận tốc tương đối trước khi va chạm ;

g - gia tốc trọng trường ;

δ - chuyển vị đơn vị - chuyển vị do lực bằng đơn vị đặt tại điểm va chạm theo phương va chạm, do đó trị số $P \cdot \delta = y_t^P$ là chuyển vị tĩnh do tải trọng va chạm đặt một cách tĩnh gây ra.

Khi vật va chạm rơi tự do từ độ cao h, công thức tính hệ số động đưa về dạng :

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\left(1 + \frac{k_m Q}{P}\right) P \cdot \delta}} \quad (14-30)$$

h - độ cao của vật va chạm rơi tự do.

Khi đặt đột ngột ta xem h = 0, ta có $k_d = 2$. (14-31)

Khi không tính đến khối lượng của vật bị va chạm Q = 0. Công thức tính hệ số động có dạng :

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{P \cdot \delta_m \cdot g}} \quad (14-32)$$

hoặc :

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{P \cdot \delta}} \quad (14-33)$$

4-2. Va chạm ngang

$$k_d = \sqrt{\frac{v^2}{g \left(1 + \frac{k_m Q}{P}\right) \cdot P \cdot \delta}} \quad (14-34)$$

Trong đó δ là chuyển vị đơn vị - chuyển vị do lực bằng đơn vị đặt tại điểm va chạm theo phương va chạm (phương va chạm ngang) gây nên.

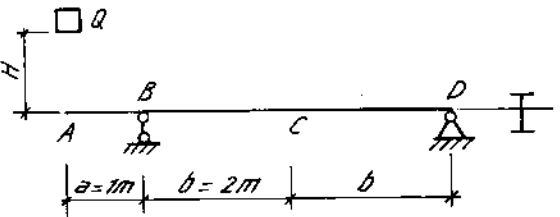
Ví dụ 14-5.

Một vật nặng 10 kN rơi từ độ cao $H = 10\text{cm}$ và chạm lên dầm có mặt cắt ngang chữ I số 20 (xem hình 14-5a).

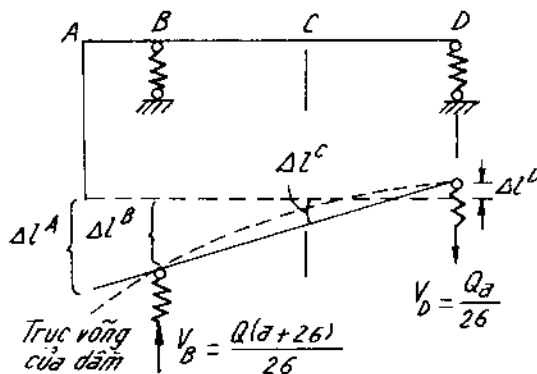
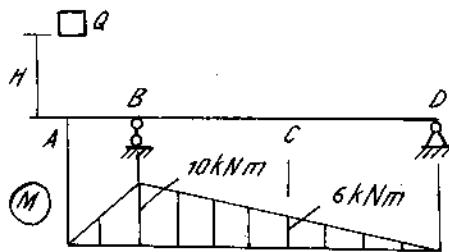
Tính độ võng và ứng suất động tại mặt cắt C.

Tính với hai trường hợp :

1. Gối B và D cứng.
2. Gối B và D tựa trên lò xo có độ cứng $c_B = 2000\text{ N/cm}$, và $c_D = 5000\text{ N/cm}$.



Hình 14-5a



Hình 14-5b

Bài giải.

Dầm I số 20 có $J_x = 1840\text{ cm}^4$
 $W_x = 184\text{ cm}^3$; $E = 2.10^7\text{ N/cm}^2$

Từ công thức $y_d^c = y_t^c \cdot k_d$ và bằng phương pháp đã biết ta tính được độ võng tĩnh tại C và A (H. 14-5b).

$$y_t^c = -0,363\text{ cm}; y_t^A = 0,454\text{ cm}.$$

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{y_t^A}}$$

$$= 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 10}{0,454}} \approx 7,8.$$

Do đó ta có

$$y_d^c = -0,363 \cdot 7,8 = -2,80\text{ cm}$$

$$\sigma_{dmax} = \sigma_{tmax} \cdot k_d = \frac{M_c}{W_x} \cdot k_d =$$

$$= \frac{5 \cdot 10^5}{184} \cdot 7,8 = 21000\text{ N/cm}^2$$

Trường hợp gối B và C tựa trên lò xo. Đặt $\Delta l^A, \Delta l^B, \Delta l^C, \Delta l^D$ là chuyển vị tại A, B, C, D

của dầm thẳng do độ lún của lò xo ở hai bên gối B và D, ta có:

$$\Delta l^B = \frac{V_B}{c_B} = \frac{1 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 10^2}{4 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^3} = 6,25 \text{ cm}$$

$$\Delta l^D = \frac{V_D}{c_D} = \frac{1 \cdot 10^4 \cdot 1 \cdot 10^2}{4 \cdot 10^2 \cdot 5 \cdot 10^3} = 0,5 \text{ cm}$$

Từ hình vẽ suy ra :

$$\Delta l^A = 7,94 \text{ cm} ; \Delta l^C = 2,875 \text{ cm}$$

Độ võng thực tại A, C (có kể đến độ lún hoặc dãn của lò xo) :

$$y_t^A = 0,454 + 7,94 = 8,394 \text{ cm}$$

$$y_t^C = 2,875 - 0,364 = 2,512 \text{ cm}$$

Tính :

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2.10}{8,394}} \approx 2,84$$

Do đó ta có : $y_d^C = 2,512 \cdot 2,84 = 7,13 \text{ cm}$

$$\sigma_{dmax} = \sigma_{tmax} \cdot k_d = \frac{5 \cdot 10^5}{184} \cdot 2,84 = 7725 \text{ N/cm}^2$$

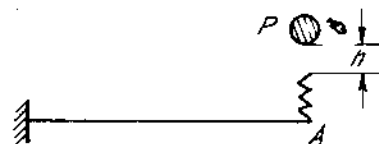
Ví dụ 14-6.

Một vật nặng P để rơi tự do từ độ cao h xuống một lò xo có độ cứng c đặt ở đầu một côngxon có độ cứng

ở đầu A bằng $\frac{c}{50}$ ($\frac{P}{f_A} = \frac{c}{50}$). Tính độ cao cần thiết để

ứng suất động gấp 2,41 lần ứng suất tĩnh ; Nếu muốn ứng suất động gấp ba lần ứng suất tĩnh thì phải thả vật

nặng ở độ cao h với vận tốc ban đầu là bao nhiêu ? (H. 14-6).



Hình 14-6

Bài giải.

$$\text{Độ võng tĩnh } y_t^A = \lambda + f_A = \frac{P}{c} + \frac{50P}{c} = \frac{51P}{c}$$

$$\text{Từ hệ số động bằng 2,41, } k_d = 2,41 = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{y_t^A}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2hc}{51P}}$$

$$\text{ta rút ra : } h = 25,5 \frac{P}{c}$$

Nếu hệ số động bằng 3, ta rút ra :

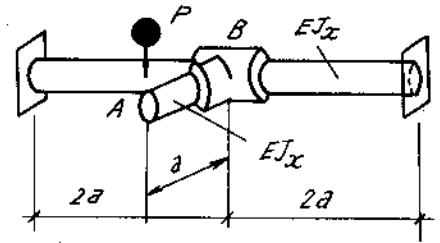
$$h' = 76,5 \frac{P}{c}$$

Nếu để rơi tự do từ độ cao h thì cần vận tốc ban đầu:

$$v = \sqrt{2g(h'-h)} = \sqrt{102 \frac{Pg}{c}}$$

Ví dụ 14-7.

Một trục tròn đặc hai đầu ngàm, ở giữa có gắn một thanh tròn cùng độ cứng chống uốn như trên hình 14-7. Tại A có tác dụng một vật nặng P rơi từ độ cao h.



Hình 14-7

Lập công thức tính hệ số động và công thức kiểm tra độ bền của trục theo lý thuyết bền thứ ba.

Bài giải.

Chuyển vị tĩnh tại A gồm ba thành phần:

1. Độ võng tại B : f_{tB} ,
2. Độ võng tại A (so với B) : f_{tA}
3. Chuyển vị tại A do mặt cắt ở B quay góc φ_{tB} : $\varphi_{tB}a$.

Ta có :

$$f_{tB} = \frac{P(4a)^3}{192EJ_x} = \frac{Pa^3}{3EJ_x}$$

$$f_{tA} = \frac{Pa^3}{3EJ_x}$$

$$\varphi_{tB}a = \frac{Pa^2}{GJ_p}$$

Chuyển vị tĩnh tại A :

$$\Delta_t = f_{tB} + f_{tA} + \varphi_{tB}a = \frac{Pa^3}{3EJ_x} + \frac{Pa^3}{3EJ_x} + \frac{Pa^3}{GJ_p} = \frac{23Pa^3}{12EJ_x}$$

(ở đây $J_p = 2J_x$, $G = 0,4E$)

Hệ số động :

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{24EJ_x h}{23Pa^3}}$$

Ứng suất tĩnh của trục :

$$\sigma_{t3} = \frac{M_{t3}}{W_x} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_z^2}}{W_x}$$

trong đó :

$$M_x = \frac{P \cdot 4a}{8} = \frac{Pa}{2}$$

$$M_z = \frac{Pa}{2}$$

Vậy :

$$\sigma_{t3} = \frac{\sqrt{2}Pa}{2W_x}$$

Ứng suất động :

$$\sigma_{t3d} = k_d \frac{\sqrt{2}Pa}{2W_x}$$

Ví dụ 14-8.

Một vật nặng $Q = 5\text{kN}$ bay với vận tốc đều đến chạm vào đầu mút thừa A của một dầm chữ [$N^0 = 18$ (H. 14-8). Xác định vận tốc tối đa của vật nặng Q. Cho biết $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$.

Bài giải.

Mặt cắt [số 18 có :

$$J_x = 1080 \text{ cm}^4 ; W_x = 120 \text{ cm}^3 ; E = 2.10^7 \text{ N/cm}^2.$$

Từ điều kiện bền :

$$\max \sigma_d = \max \sigma_t \cdot k_d \leq [\sigma],$$

$$\text{hay } \frac{\max M_x}{W_x} \cdot \frac{v}{\sqrt{g\Delta t}} \leq [\sigma],$$

$$\text{hay } \frac{5 \cdot 10^2}{120} \cdot \frac{v}{\sqrt{981 \cdot 0,306}} \leq 16 \text{ kN/cm}^2$$

Ta rút ra :

$$v = \frac{16 \cdot 120 \cdot \sqrt{981 \cdot 0,306}}{5 \cdot 10^2} = 66,5 \text{ cm/s}$$

Ví dụ 14-9.

Một vật nặng chuyển động ngang với vận tốc đều v va chạm vào đầu tự do một cột có độ cứng không đổi như trên hình 14-9. Để giảm tác dụng va chạm, người ta đệm một lò xo ở đầu côngxon theo hai cách a và b. Nghiên cứu trong trường hợp nào ứng suất ở ngàm được nhỏ hơn.

Bài giải.

$$\text{Trường hợp 1: (mắc nối tiếp)} \quad \Delta_t = Q \left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_d} \right),$$

$$\sigma_{d1} = k_d \frac{Ql}{W_x} = \frac{v}{\sqrt{Qg \left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_d} \right)}} \cdot \frac{Ql}{W_x}$$

$$\text{Trường hợp 2 : (mắc song song)} \quad \Delta_t = \frac{Q}{c_1 + c_d},$$

$$\sigma_{d2} = k_d \frac{Q_d l}{W_x} = \frac{v}{\sqrt{\frac{Qg}{c_1 + c_d}}} \cdot \frac{Q_{cd}}{c_1 + c_d} \cdot \frac{l}{W_x}$$

So sánh ứng suất trong hai trường hợp, ta được:

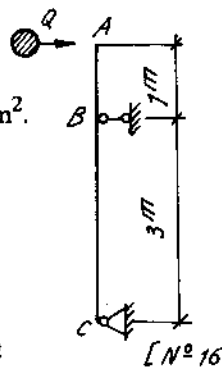
$$\frac{\sigma_{d1}}{\sigma_{d2}} = \sqrt{\frac{c_1}{c_d}}$$

$$\text{Đặt } \alpha = \frac{c_1}{c_d}, \text{ thì } \frac{\sigma_{d1}}{\sigma_{d2}} = \sqrt{\alpha}.$$

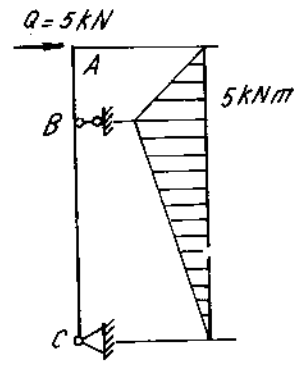
Vậy khi $\alpha = 1$ tức là $c_1 = c_d$, hai trường hợp tương đương.

Khi $\alpha > 1$, $c_1 > c_d$, cách thứ hai lợi hơn.

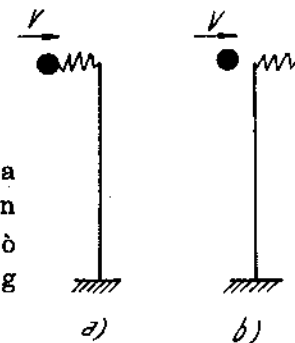
Khi $\alpha < 1$, $c_1 < c_d$ cách thứ nhất lợi hơn.



Hình 14-8a



Hình 14-8b



Hình 14-9

Bài tập

14*1. Một vật nặng P được nâng lên cao bằng ròng rọc di động như trên hình 14-10. Nếu kéo dây cáp với gia tốc đều a , hỏi lực căng trên dây ?

14*2. Một vật nặng P đặt trong một hòm kín với các lò xo có độ cứng c_1 và c_2 như trên hình 14-11. Hòm kín chuyển động lên cao với gia tốc a .

Tính lực tác dụng vào các lò xo.

13*3. Một cơ cấu vận chuyển hàng hóa gồm một thân hình trụ có chiều cao h gắn chặt vào bộ A (H. 14-12).

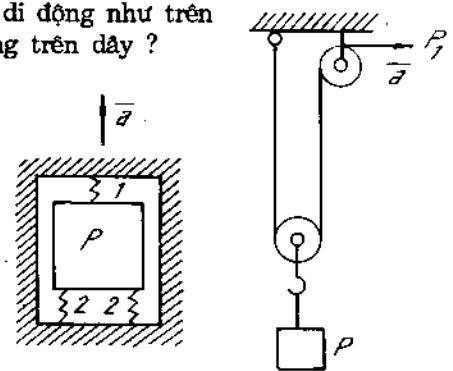
Xác định ứng suất pháp động lớn nhất và bé nhất tại mặt cắt nguy hiểm của trụ khi cơ cấu mang vật nặng Q được kéo trên mặt phẳng nghiêng góc α với gia tốc a . Cho biết diện tích mặt cắt ngang trụ là F , môđun chống uốn W , trọng lượng trên một đơn vị dài của trụ là q .

14*4. Một thanh hình lăng trụ có chiều dài l treo hai vật nặng Q_1 và Q_2 được kéo lên nhanh dần đều, sau thời gian t giây di chuyển được đoạn đường s (H. 14-13).

Tính diện tích mặt cắt ngang của mỗi đoạn thanh và độ giãn toàn bộ thanh. Cho trọng lượng riêng γ , môđun đàn hồi E và ứng suất cho phép $[\sigma]$.

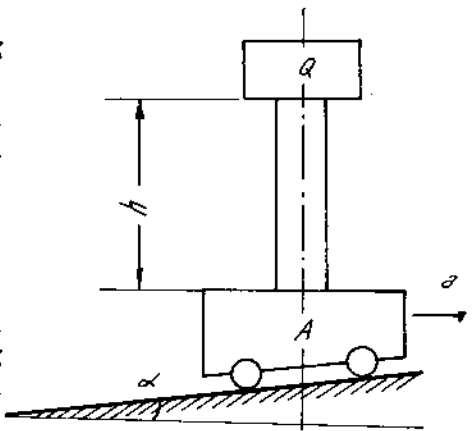
14*5. Một vật nặng $0,3$ tấn được nâng lên nhanh dần đều từ lúc đứng im, sau 2 giây thì chuyển động đều, và lên cao được $3m$. Tính diện tích mặt cắt của dây treo, nếu ứng suất cho phép của dây là $[\sigma] = 60MN/m^2$. Bỏ qua trọng lượng dây.

14*6-8. Xác định ứng suất pháp ở các mặt cắt ngang đã chỉ dẫn của thanh trong hệ do tác dụng đồng thời của trọng lực và lực quán tính. Trên hình 14-14,15,16 hướng chuyển động chỉ bằng mũi tên với dấu hiệu a .

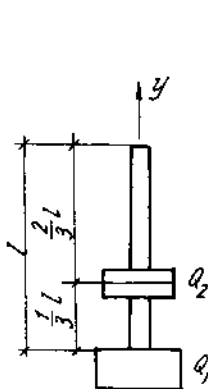


Hình 14-11

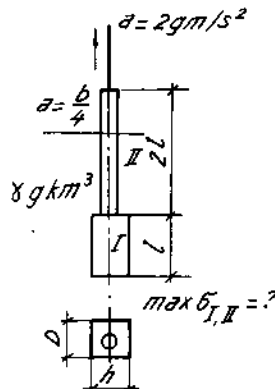
Hình 14-10



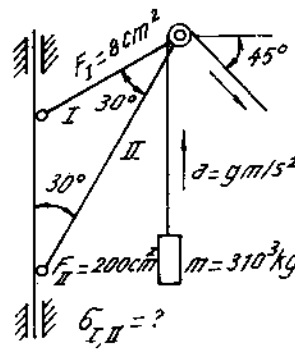
Hình 14-12



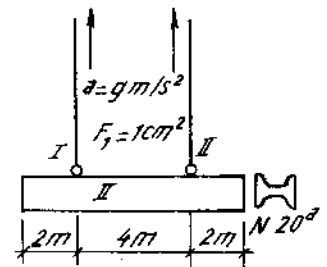
Hình 14-13



Hình 14-14



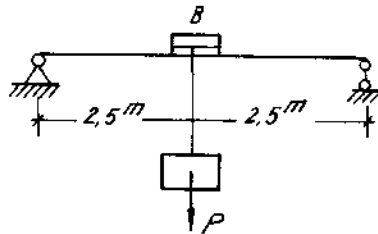
Hình 14-15



Hình 14-16

14*9. Một dầm cầu trục dài $5m$ ghép bằng hai thanh thép chữ I số 30 . Tời B đặt chính giữa dầm có trọng lượng $20kN$ và nâng một vật trọng lượng $P = 60 kN$ (H. 14-17).

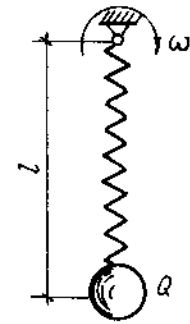
Xác định lực căng trong dây cáp của tời và ứng suất pháp lớn nhất trong dầm. Biết P được nâng lên với gia tốc không đổi và sau giây thứ nhất nó đi được 2,5 m



Hình 14-17

14*10. Lò xo xoắn ốc hình trụ bước ngắn có chiều dài $l = 30$ cm, bán kính vòng $R = 2$ cm, bán kính

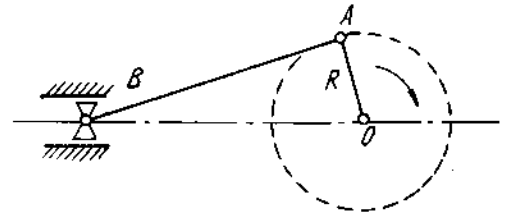
mặt cắt dây $r = 0,2$ cm, số vòng $n_0 = 10$, treo vật nặng $Q = 10$ N và quay trong mặt phẳng thẳng đứng quanh khớp cố định với vận tốc góc $n = 200$ vg/ph (H. 14-18).



Hình 14-18

Xác định ứng suất tiếp động lớn nhất $\max \tau_d$ ở mặt cắt dây của lò xo và chuyển vị lớn nhất Δl của vật Q nếu môđun đàn hồi trượt của vật liệu $G = 8.10^6$ N/cm² và trọng lượng lò xo rất nhỏ so với trọng lượng Q của vật.

14*11. Một biên AB dài 100cm mặt cắt hình chữ nhật ($b : h = 2 : 3$) được gắn với tay quay dài $R = 30$ cm. Tay quay có tốc độ 500 vòng/phút. Ở vị trí biên vuông góc với tay quay lực quán tính giả thiết vuông góc với trục của nó. Tính kích thước mặt cắt biên, biết rằng $[\sigma] = 100$ MN/m². Khi tính bỏ qua trọng lượng của bản thân biên (H. 14-19)



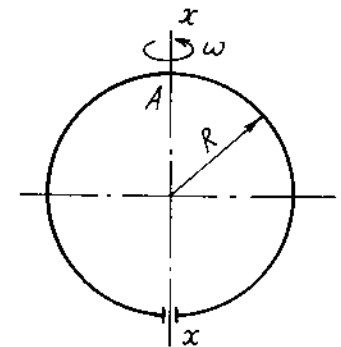
Hình 14-19

14*12. Vận tốc quay của một vô lăng bằng gang thay đổi đều từ 300 đến 315 vòng/phút trong thời gian 0,1 giây. Vành vô lăng nặng 1,2 tấn, bán kính quán tính bằng 50cm. Xác định trị số của mômen xoắn tác dụng trên trục mang vô lăng.

14*13. Một vành tròn mỏng hồ bán kính R và khối lượng riêng γ quay chung quanh trục x với vận tốc góc ω (H. 14-20).

Tính mômen uốn ở mặt cắt A. Tính vận tốc góc cần thiết để mômen ở đó bằng không.

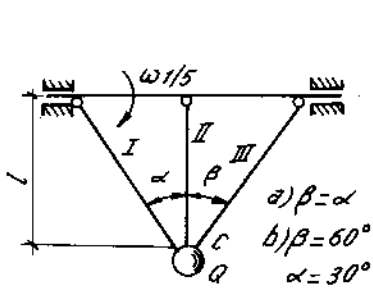
14*14. Xác định vận tốc dài lớn nhất gây ra phá hỏng một vành mỏng làm bằng thép cường độ cao có $\sigma_b = 1100$ MN/m², khi vành quay chung quanh trục của nó. Trọng lượng riêng của thép



Hình 14-20

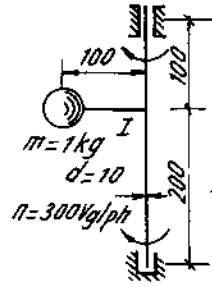
$$\gamma = 7,85 \cdot 10^4 \text{ N/m}^3.$$

14*15-28. Xác định các đại lượng đã chỉ dẫn trong điều kiện của bài toán do tác dụng của lực quán tính khi hệ quay. Trên các hình vẽ, trục quay của hệ chỉ dẫn bằng mũi tên vòng với dấu hiệu ω hay n. Đối với trục quay nếu không cho kích thước mặt cắt ngang và E thì xem như nó cứng tuyệt đối. Các bộ phận cứng tuyệt đối của hệ ngoài trục quay, đều vẽ bằng hai nét. Ở tất cả các bài, trừ bài 14-26, xem như hệ quay đều. Khi xác định lực quán tính không kể đến biến dạng các bộ phận của hệ. Trong các bài 14-21, 14-22 ngoài lực quán tính, còn tính cả trọng lực.

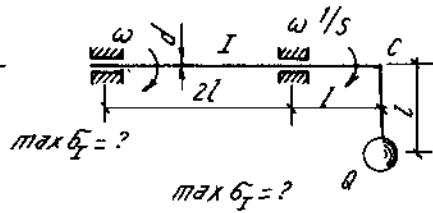


$E_{I,II,III} = E \text{ N/cm}^2$
 $E_{I,II,III} = F \text{ cm}^2, \delta_{I,II,III} = ?$

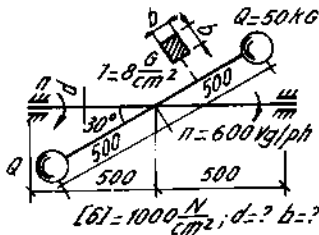
Hinh 14-21.



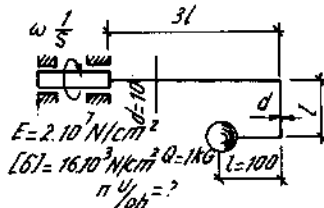
Hinh 14-22



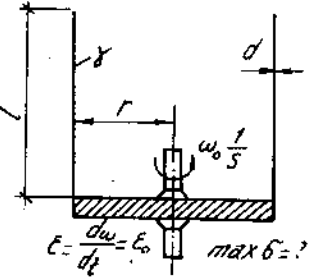
Hinh 14-23



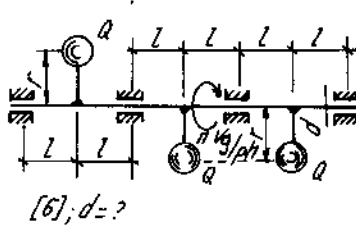
Hinh 14-24



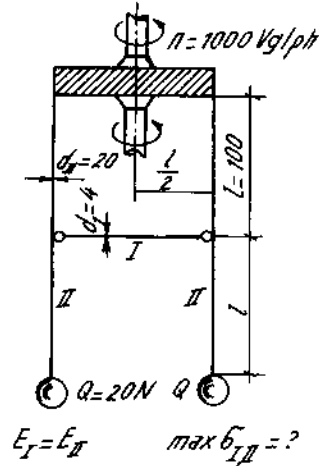
Hinh 14-25



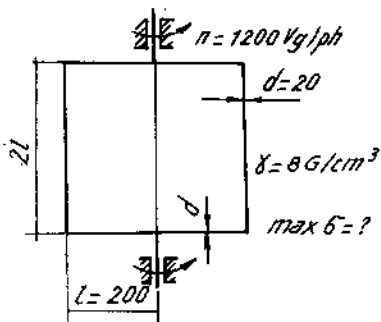
Hinh 14-26



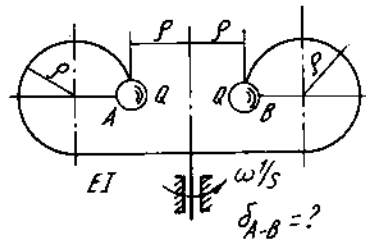
Hinh 14-27



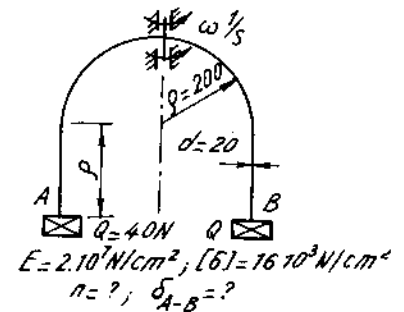
Hinh 14-28



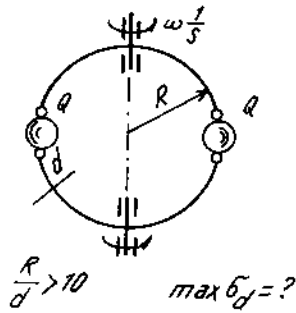
Hinh 14-29



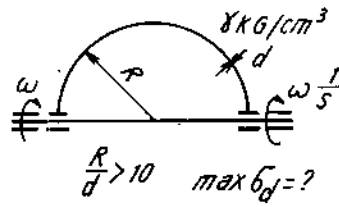
Hinh 14-30



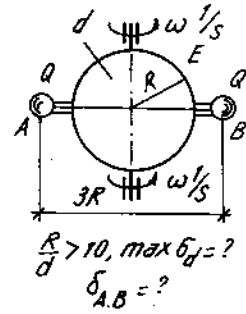
Hinh 14-31



Hình 14-32



Hình 14-33



Hình 14-34

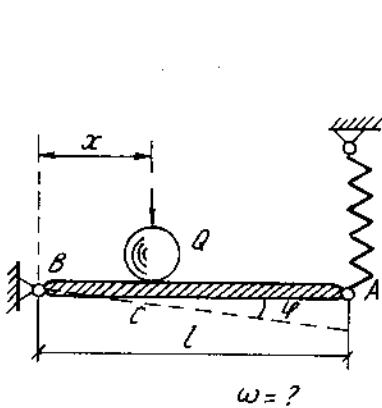
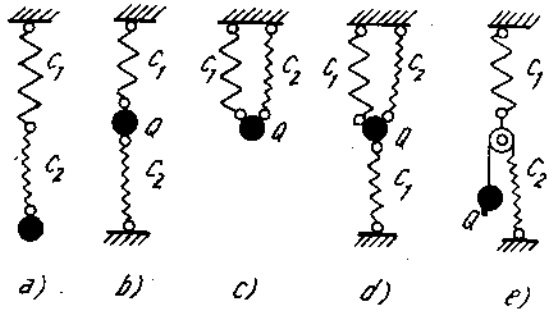
13*29. Một lò xo hình trụ bằng thép có 20 vòng dây, đường kính trung bình $D = 12\text{cm}$, đường kính sợi lò xo $d = 1\text{cm}$. Lò xo treo một vật nặng 250N . Trọng lượng lò xo 50N . Tính chu kỳ dao động dọc trục lò xo khi có kể và không kể khối lượng của lò xo. Cho $G = 8 \cdot 10^6 \text{N/cm}^2$.

14*30. Tính tần số góc và chu kỳ dao động của các hệ vẽ trên hình 14-35; C_1 và C_2 là độ cứng của các lò xo.

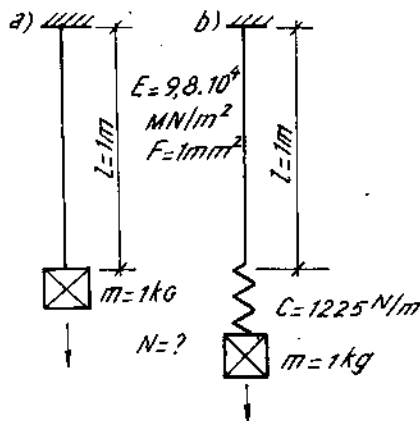
14*31. Tính hệ số thu gọn khối lượng trong trường hợp dao động xoắn do trọng lượng bản thân của trục có mặt cắt không đổi, một đầu ngàm, một đầu tự do.

14*32. Với giả thiết chuyển vị dọc trục của mặt cắt bất kỳ trên một thanh treo thẳng đứng do trọng lượng bản thân là hàm bậc nhất của tọa độ mặt cắt ấy hãy tính hệ số thu gọn khối lượng (μ) khi thu gọn về đầu tự do của thanh.

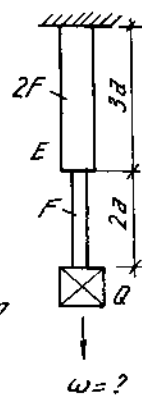
Hình 14-35



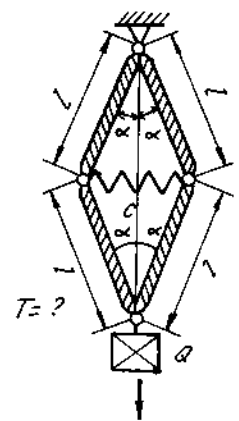
Hình 14-36



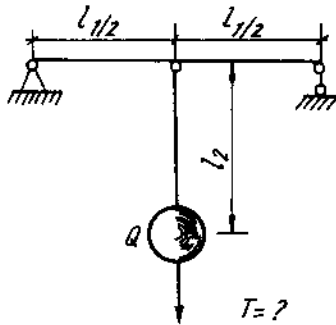
Hình 14-37



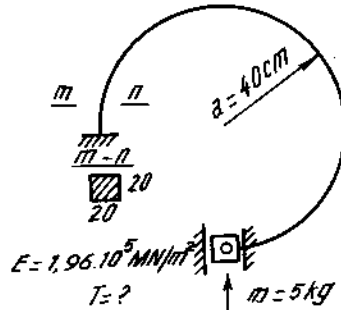
Hình 14-38



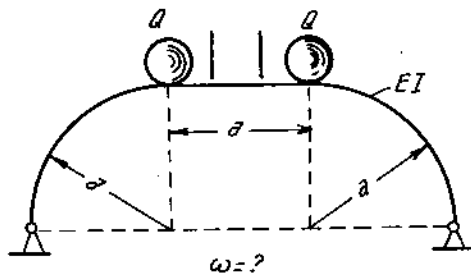
Hình 14-39



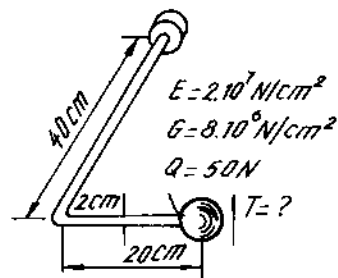
Hình 14-40



Hình 14-41



Hình 14-42



Hình 14-43

14*33. Tính chu kì dao động tự do của côngxon bằng thép mặt cắt hình chữ nhật $b \cdot h = 20 \times 4 \text{ mm}$ dài $l = 500 \text{ mm}$ bằng phương pháp dùng tải trọng thu gọn.

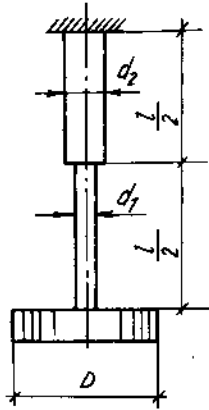
14*34. Một dầm đơn giản mặt cắt hình chữ I số 30 dài 7 m , chịu tải trọng 2 tấn đặt ở giữa nhịp.

Tính tần số riêng f của hệ khi có kể và khi không kể đến trọng lượng dầm.

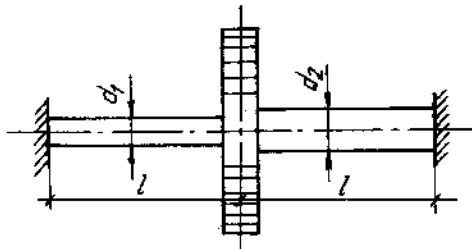
14*35-42. Xác định các đại lượng chỉ dẫn trong điều kiện bài toán cho các hệ dao động. Trên hình vẽ từ 14-36 ÷ 14-43 mũi tên gắn vật chỉ phương dao động.

14*43. Tìm chu kì và tần số riêng của dao động xoắn một thanh thép có đường kính 10 cm , dài $1,2 \text{ cm}$, một đầu ngàm, còn đầu kia mang một võ lăng có mômen quán tính $I = 8 \cdot 10^4 \text{ Ncm}^2$. Bỏ qua trọng lượng thanh.

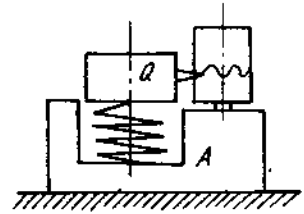
14*44. Một trục tròn dài $l = 1$ m gồm hai đoạn dài bằng nhau có đường kính $d_1 = 2$ cm, $d_2 = 4$ cm. Đầu trên của trục bị ngâm chặt. Đầu tự do có gắn một đĩa cứng đường kính $D = 3$ cm trọng lượng 1 kN. Hãy tính tần số vòng của dao động xoắn trục. Bỏ qua trọng lượng trục và lấy $G = 8 \cdot 10^6$ N/cm² (H. 14-44).



Hình 14-44



Hình 14-45

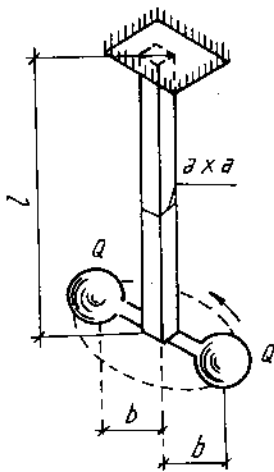


Hình 14-46

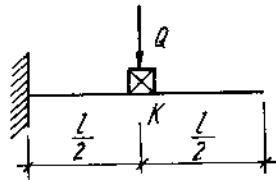
14*46. Một dụng cụ ghi dao động của một bộ phận cứng A đặt lên trên mặt công trình. Một vật nặng Q gắn với bộ bằng một lò xo như trên hình 14-46. Để cho vật nặng đứng im khi công trình dao động (theo phương thẳng đứng) tần số dao động tự do của vật nặng phải nhỏ hơn nhiều so với tần số dao động của công trình.

Hãy tính khối lượng cần thiết của vật nặng khi muốn tần số riêng của nó là $f = 1$ Hz. Cho biết đường kính lò xo $D = 60$ mm sợi lò xo $d = 6$ mm, $n = 10$, $G = 8 \cdot 10^6$ N/cm². Bỏ qua khối lượng của lò xo.

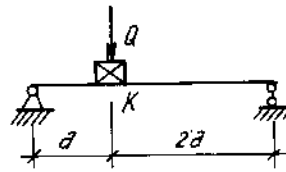
14*47. Cho $m = 20$ kg ; $b = 8$ cm ; $l = 40$ cm ; $N = 20$ dao động/s ; $G = 7 \cdot 10^4$ MN/m² (H. 14-47). Xác định a.



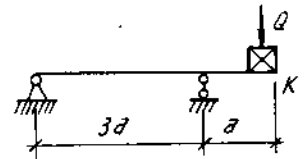
Hình 14-47



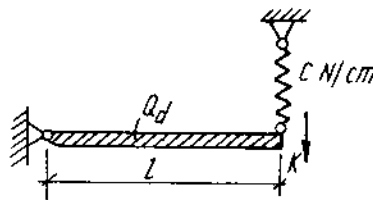
Hình 14-48



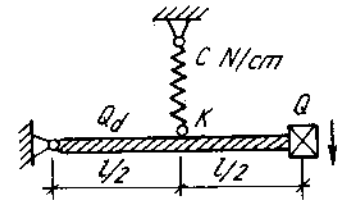
Hình 14-49



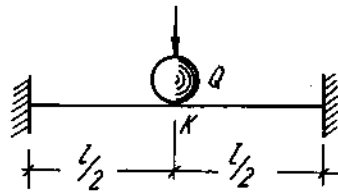
Hình 14-50



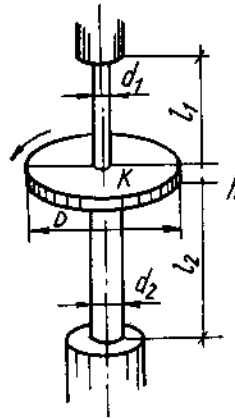
Hình 14-51



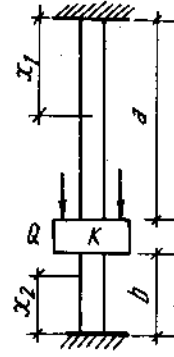
Hình 14-52



Hình 14-53



Hình 14-54

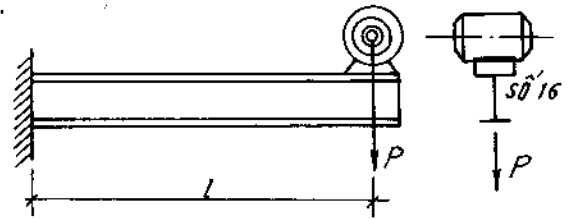


Hình 14-55

14*48-55. Xác định hệ số thu gọn khối lượng k_m của thanh khi đưa khối lượng về mặt cắt K (H. 14-48 + H. 14-55).

14*56. Một motor điện đặt ở đầu tự do của một côngxon chữ I số 16. Khi làm việc motor tạo ra lực li tâm bằng 500 N (H. 14-56).

Tính chiều dài của dầm để có thể gây ra cộng hưởng. Tính ứng suất pháp lớn nhất khi có cộng hưởng. Cho biết trọng lượng của motor là 2500 N, số vòng quay 600 vòng/phút, $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$, hệ số cản của dao động $\alpha = 2^1/\text{sec}$. Bỏ qua trọng lượng của dầm.



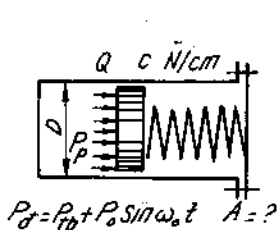
Hình 14-56

14*57. Một động cơ nặng $P = 5000\text{N}$ đặt ở giữa nhịp hai dầm gỗ đặt song song. Mặt cắt mỗi dầm 12.12cm, dài $l = 1,6\text{m}$. Trọng lượng mỗi dầm $Q = 138\text{N}$. Khi động cơ làm việc có phần lệch tâm nặng $Q_1 = 50\text{N}$ quay với bán kính $r = 10\text{cm}$. Động cơ quay với tốc độ $n = 1500\text{vòng/ph}$

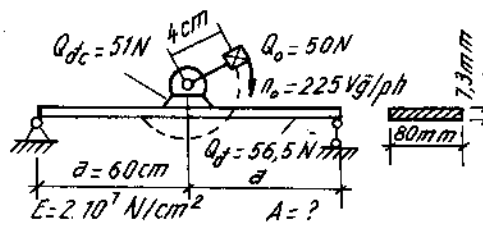
Hỏi tốc độ của động cơ có gây ra nguy hiểm không và kiểm tra độ bền của dầm. Xét lại vấn đề khi chọn mặt cắt mỗi dầm là $15 \times 24 \text{ cm}$. Cho $E = 8 \cdot 10^5 \text{ N/cm}^2$, $[\sigma] = 1000 \text{ N/cm}^2$. Bỏ qua lực cản.

14*58. Xác định biên độ dao động A của pittông máy hơi nước chuyển động không ma sát trong xi lanh đường kính D (H. 14-57) nếu áp suất trên pittông thay đổi theo luật :

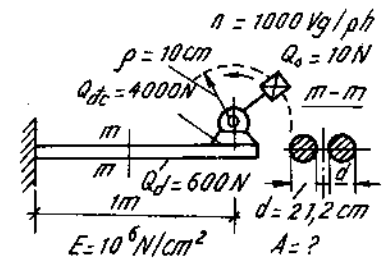
$$P = P_{tb} + P_o \sin \omega_o t.$$



Hình 14-57



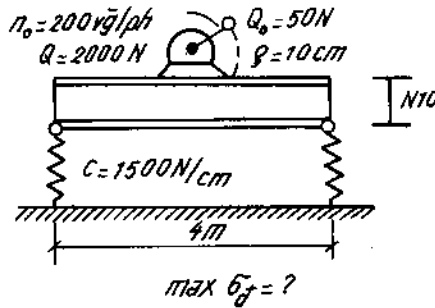
Hình 14-58



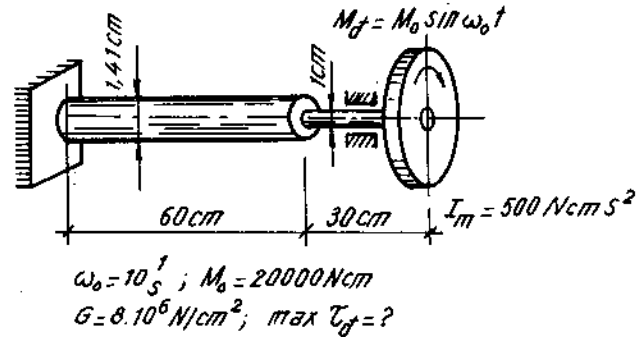
Hình 14-59

14*59-60. Xác định biên độ dao động cưỡng bức A của hệ. Trong các hình 14-58,59 có tính khối lượng dầm.

14*61-62. Xác định ứng suất động lớn nhất trong hệ dao động cưỡng bức của các hình 14-60,61. Trọng lượng Q_0 bao gồm trong trọng lượng Q.

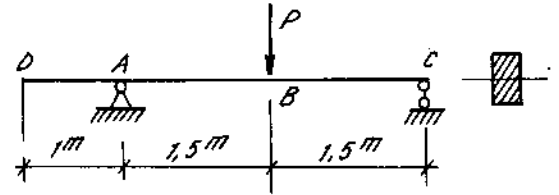


Hình 14-60



Hình 14-61

14*63. Một khối lượng 5 tấn đặt ở đầu tự do của một côngxon gây ra độ võng 2cm ở đầu này. Một khối lượng khác 500kg rơi xuống đầu tự do cũng gây ra độ võng 2cm. Tính chiều cao H của trọng lượng rơi và vận tốc v_0 khi nó va chạm vào dầm.

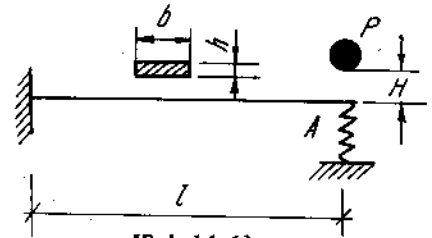


Hình 14-62

14*64. Một dầm gỗ có mút thừa, kích thước mặt cắt là 10.20 cm, chịu tác dụng va chạm uốn do lực $P = 1000N$ ở mặt cắt B. Độ võng lớn nhất ở mặt cắt D khi va chạm là 5mm (H. 14-62).

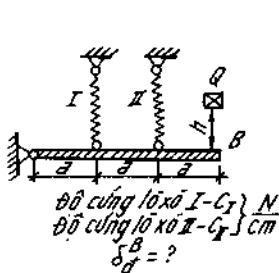
Xác định chiều cao của trọng lượng P khi va chạm và ứng suất pháp lớn nhất trên dầm. Cho biết $E = 1.10^6 N/cm^2$. Bỏ qua trọng lượng của dầm.

14*65. Một trọng lượng $P = 50N$ rơi từ một độ cao $H = 10mm$ xuống đầu A của một dầm hình chữ nhật $b.h = 50.10 mm^2$, dài $l = 500mm$. Đầu A lại có một lò xo đỡ ở dưới. Lò xo có đường kính $D = 100 mm$, đường kính sợi thép $d = 10mm$, số vòng làm việc $n = 10$. Cho môđun đàn hồi $E = 2.10^5 MN/m^2$, $G = 8.10^4 MN/m^2$ (H. 14-63).

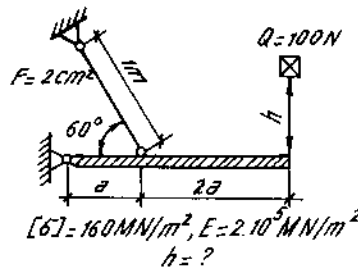


Hình 14-63

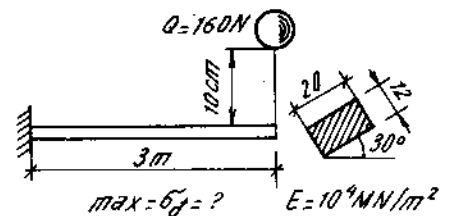
Kiểm tra độ bền của dầm biết rằng $[\sigma] = 100 MN/m^2$.



Hình 14-64

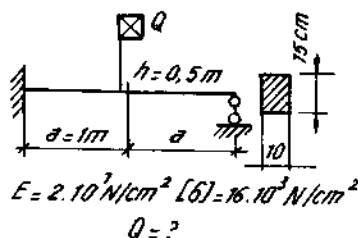


Hình 14-65

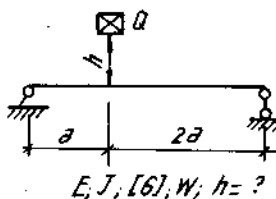


Hình 14-66

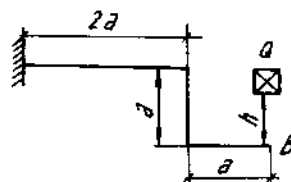
14*66-77. Xác định các đại lượng chỉ trong đầu bài cho hệ chịu tải trọng va chạm. Khi tính bỏ qua khối lượng của bản thân hệ đàn hồi ở các hình 14-64 + 14-75.



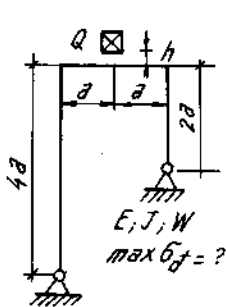
Hình 14-67



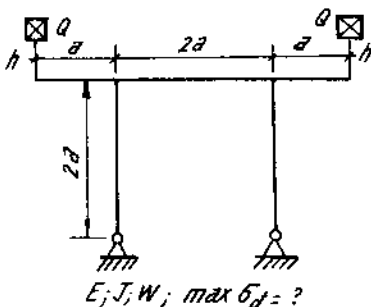
Hình 14-68



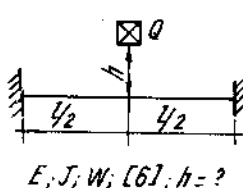
Hình 14-69



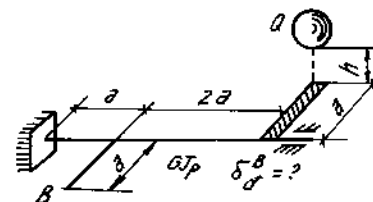
Hình 14-70



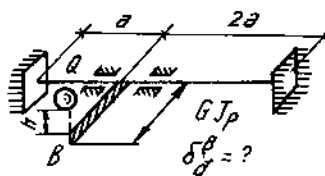
Hình 14-71



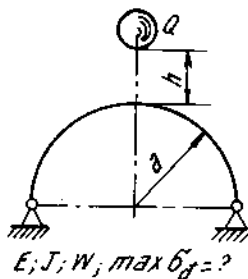
Hình 14-72



Hình 14-73



Hình 14-74

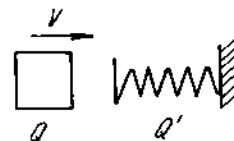


Hình 14-75

14*78. Tính hệ số động trong trường hợp va chạm của một vật cứng có trọng lượng $Q = 30\text{N}$ bay với vận tốc $v = 5\text{ m/s}$ đến một lò xo đường kính $D = 10\text{ cm}$, đường kính sợi lò xo $d = 1\text{ cm}$ số vòng làm việc $n = 10$. Cho $G = 8.10^4\text{ MN/m}^2$. (H. 14-76).

Tính hai trường hợp:

1. Không kể đến trọng lượng lò xo.
2. Có kể đến trọng lượng lò xo (trong trường hợp này có thể coi một cách gần đúng như có một trọng lượng bằng $\frac{1}{3}$ trọng lượng lò xo đặt ở đầu tự do của nó).



Hình 14-76

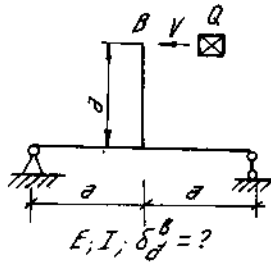
14*79. So sánh hệ số động của một trục tròn bị một vật nặng có vận tốc v va chạm vào tay đòn AB trong hai trường hợp : Trục BC có và không có gối đỡ ở đầu B (H. 14-77).

Xem tay đòn AB cứng tuyệt đối và không kể đến trọng lượng của trục.

14*80. Một vật nặng Q gắn vào đầu một thanh dài l có độ cứng chống uốn EJ_x quay chung quanh trục O với vận tốc n vg/ph (H. 14-78).

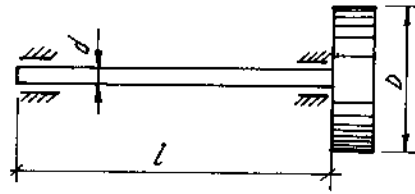
Thanh bị hãm đột ngột bởi hãm A. Tính mômen uốn cực đại trong thanh khi hãm.

14*81. Xác định chuyển vị động của điểm B khi vật bị va chạm ngang (H. 14-79).



Hình 14-79

$E, I, \delta_B^0 = ?$

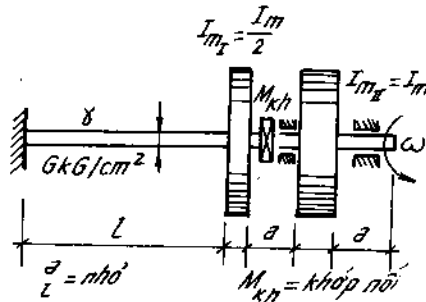


Hình 14-80

14*82. Một vô lăng hình tròn đặc đường kính $D = 20$ cm, nặng $M = 40$ kg gắn vào đầu một trục thép dài $l = 1$ m, đường kính $d = 2$ cm được quay với tốc độ $n = 200$ vg/ph. Tính ứng suất lớn nhất của trục khi vô lăng bị hãm đột ngột (H. 14-80)

Cho $G = 8 \cdot 10^6$ N/cm².

14*83. Xác định $\max \tau_d$ trong trục do va chạm xoắn khi mắc vào khớp nối M_k . Khớp nối để ghép phần trục bên phải quay với phần bên trái cố định. (H. 14-81).



Hình 14-81

$$I_{m_r} = \frac{I_m}{2}$$

$$I_{m_g} = I_m$$

$$\frac{d}{L} = \text{nhỏ}$$

$$M_{k1} = \text{khớp nối}$$

$$I_{m_r} = \frac{I_m}{2}$$

$$I_{m_g} = I_m$$

$$\frac{d}{L} = \text{nhỏ}$$

$$M_{k1} = \text{khớp nối}$$

TÍNH ĐỘ BỀN KHI ỨNG SUẤT THAY ĐỔI THEO THỜI GIAN

1. Giới hạn mới

Hiện tượng vật liệu bị phá hỏng do ứng suất thay đổi tuần hoàn theo thời gian được gọi là hiện tượng mỏi của vật liệu. Giá trị lớn nhất của ứng suất biến đổi tuần hoàn mà vật liệu có thể chịu đựng được trong thời gian không hạn định được gọi là giới hạn bền mới của vật liệu. Trong thực tế thường xác định giới hạn mới quy ước trên cơ sở một số hữu hạn chu trình của ứng suất biến đổi. Ví dụ đối với kim loại đen là $(5 \div 10) \cdot 10^6$ chu trình, đối với kim loại màu là $(50 \div 100) \cdot 10^6$ chu trình v.v. (xem TC.VN).

2. Các đặc trưng cơ bản của chu trình ứng suất

Trị số ứng suất thay đổi từ p_{\max} đến p_{\min} rồi lại từ p_{\min} đến p_{\max} được gọi là một chu trình ứng suất.

Đại lượng

$$p_{tb} = \frac{p_{\max} + p_{\min}}{2} \quad (15-1)$$

được gọi là ứng suất trung bình của chu trình, còn

$$p_{bd} = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{2} \quad (15-2)$$

là ứng suất biên độ của chu trình. Ứng suất biên độ luôn luôn dương.

Tỉ số
$$r = \frac{p_{\min}}{p_{\max}} \quad (15-3)$$

Gọi là hệ số không đối xứng, là một đặc trưng quan trọng của chu trình.

$r = -1$ chu trình là đối xứng

$r = 0$ hoặc $r = \pm \infty$ gọi là chu trình mạch động

$r = 1$ xem như chu trình tĩnh.

Từ hai công thức (15-1) và (15-2) ta suy ra

$$\begin{aligned} p_{\max} &= p_{tb} + p_{bd} \\ p_{\min} &= p_{tb} - p_{bd} \end{aligned} \quad (15-4)$$

chú ý là một chu trình không đối xứng xem như là sự cộng tác dụng của một chu trình đối xứng với $p_{\max} = p_{bd}$ và một chu trình tĩnh với $p_{\max} = p_{\min} = p_{tb}$.

3. Các yếu tố ảnh hưởng tới giới hạn mới

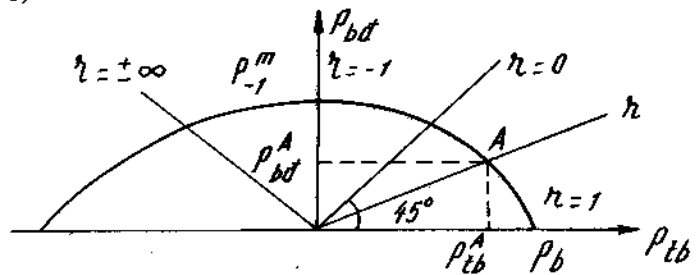
- *Hệ số không đối xứng.* Ứng với các chu trình có hệ số không đối xứng khác nhau ta có các giới hạn mới khác nhau. Trị số của nó được xác định nhờ các đồ thị giới hạn mới.

(H. 15-1) vẽ biểu đồ giới hạn mới của Colây.

- *Sự tập trung ứng suất.* Để đánh giá mức độ ảnh hưởng của sự tập trung ứng suất đối với giới hạn mới ta đưa vào một hệ số gọi là hệ số tập trung ứng suất.

$$K = \frac{p_r^m}{p_{rk}^m} \quad (15-5)$$

Trong đó p_r^m là giới hạn mỏi của chi tiết máy không có nhân tố tập trung ứng suất còn p_{rk}^m là giới hạn mỏi của chi tiết máy cùng loại nhưng có nhân tố tập trung ứng suất. Nếu là ứng suất pháp thì ta kí hiệu K_σ và nếu là ứng suất tiếp ta kí hiệu K_τ .



Hình 15-1

Hệ số K được xác định bằng thực nghiệm với hình dáng của chi tiết máy có những nhân tố tập trung ứng suất khác nhau và loại vật liệu khác nhau. Các hệ số K_σ , K_τ được cho trong các bảng (15-1) - bảng (15-6).

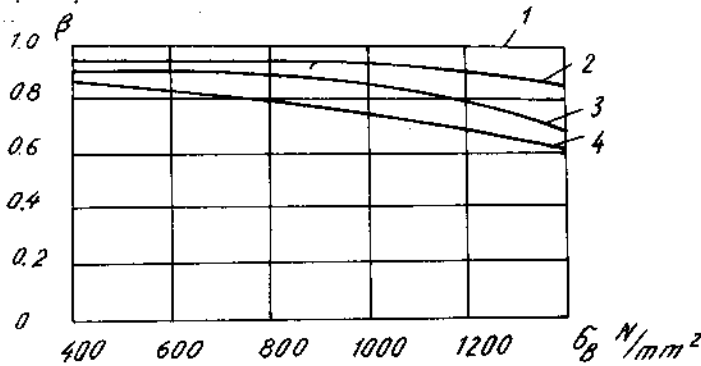
- *Trạng thái bề mặt*

Ảnh hưởng của độ nhẵn bóng bề mặt được đánh giá bởi hệ số trạng thái bề mặt β .

$$\beta = \frac{p_{rn}^m}{p_r^m} \quad (15-6)$$

Trong đó p_{rn}^m là giới hạn mỏi của một chi tiết máy được mài nhẵn bóng theo tiêu chuẩn.

p_{rn}^m là giới hạn mỏi của chi tiết máy đó trong điều kiện gia công thực tế. Hệ số β luôn luôn bé hơn 1. (H.15-2) cho biết trị số β phụ thuộc vào việc gia công và giới hạn bền của vật liệu.



1. mài rất nhẵn.
2. mài thô.
3. phay hay bào với bước ngắn
4. phay hay bào với bước dài

- *Kích thước*. Qua nhiều thí nghiệm chứng tỏ rằng với các chi tiết máy cùng loại biến dạng. Chi tiết có kích thước lớn sẽ có giới hạn mỏi kém hơn. Để đánh giá ảnh hưởng về kích thước ta đưa vào hệ số gọi là hệ số kích thước ϵ :

$$\epsilon = \frac{p_{rd}^m}{p_{rd}^m} \quad (15-7)$$

Trong đó p_{rd}^m là giới hạn mỏi của chi tiết máy có kích thước bé, p_{rd}^m là giới hạn mỏi của chi tiết máy có kích thước lớn. Hệ số ϵ luôn luôn bé hơn 1 và được tra trong bảng (15 - 7) tùy thuộc kích thước d và vật liệu.

Ngoài các ảnh hưởng trên giới hạn mỏi còn phụ thuộc các yếu tố khác như tần số, môi trường... mà ta không xét đến ở đây.

Trong nhiều thí nghiệm người ta đã tìm được quan hệ giữa giới hạn bền và giới hạn mỏi khi uốn đối với chu trình đối xứng gần đúng như sau :

- đối với thép có giới hạn bền từ 30 đến 120 kN/cm².

$$\sigma_{-1}^u = 0,5 \sigma_B$$

- đối với thép có giới hạn bền từ 120 đến 180 kN/cm²

$$\sigma_{-1}^u = 40 + \frac{1}{6} \sigma_B \text{ kN/cm}^2$$

- đối với thép đúc và gang

$$\sigma_{-1}^u = 0,4 \sigma_B$$

- đối với kim loại mầu

$$\sigma_{-1}^u = (0,25 \div 0,5) \sigma_B$$

Nếu chi tiết chịu kéo, nén hay xoắn, thì giới hạn mỏi tương ứng sẽ là

$$\sigma_{-1}^{k,n} = (0,7 \div 0,8) \sigma_{-1}^u$$

$$\tau_{-1}^x = (0,4 \div 0,7) \sigma_{-1}^u$$

Trong đó :

$\sigma_{-1}^{k,n}$ giới hạn mỏi khi kéo, nén đối với chu trình đối xứng ;

τ_{-1}^x giới hạn mỏi khi xoắn đối với chu trình đối xứng ;

σ_{-1}^u giới hạn mỏi khi uốn đối với chu trình đối xứng ;

σ_B giới hạn bền khi kéo của vật liệu.

4. Tính điều kiện bền khi ứng suất thay đổi

4-1. Đối với trạng thái ứng suất đơn và trượt thuần túy

Điều kiện bền an toàn về mỏi là :

$$p_{\max} \leq \frac{(p_r^m)}{[n]} \quad (15-8)$$

Trong đó :

$$(p_r^m) = \frac{\beta \cdot \varepsilon}{k} \cdot p_r^m \quad (15-9)$$

là giới hạn mỏi của một chu trình ứng suất bất kì có hệ số không đối xứng r khi đã kể đến các yếu tố ảnh hưởng.

[n] - hệ số an toàn cho phép, được xác định trước theo các điều kiện kĩ thuật yêu cầu.

Tiến hành kiểm tra bền theo (15-8) khá phức tạp, vì phải xây dựng được biểu đồ giới hạn mỏi và mỗi lần tính phải tìm được trị số (p_r^m) . Trong kĩ thuật để thuận lợi người ta đưa ra phương pháp tính như sau :

Gọi n^m là hệ số an toàn thực tế của chi tiết máy, dựa vào đồ thị môi ta thiết lập được công thức của nó :

$$n^m = \frac{P_{-1}}{\frac{K}{\beta E} P_{bd} + \psi \cdot P_{tb}} \quad (15-10)$$

trong đó :

$$\psi = \frac{2p_{-1} - p_o^m}{p_o^m} \quad (15-11)$$

nếu sử dụng đường cong môi của Xêrăngxen-Kynasôpvili thì :

$$\psi = \frac{p_{-1}}{p_b} \quad (15-12)$$

p_{-1} - giới hạn môi ứng với chu trình đối xứng ;

p_o^m - giới hạn môi ứng với chu trình mạch động ;

p_b - giới hạn bền tĩnh.

Ta biết
$$n^m = \frac{(p_r^m)}{P_{max}} \quad (15-13)$$

Vậy điều kiện bền của chi tiết máy được biểu diễn như sau :

$$n^m \geq [n] \quad (15-14)$$

Kiểm tra theo phương pháp này rõ ràng thuận lợi hơn vì ứng với một vật liệu ta chỉ cần xác định giới hạn môi ứng với chu trình đối xứng p_{-1} và chu trình mạch động p_o^m còn theo (15-12) thì chỉ cần biết p_{-1} (có thể tra trong các sổ tay).

Đối với vật liệu dẻo, từ đồ thị môi ta thấy có hai miền. Một miền giới hạn môi có trị số lớn hơn giới hạn chảy, một miền giới hạn môi có trị số bé hơn giới hạn chảy. Đối với miền trị số giới hạn môi lớn hơn giới hạn chảy thì hệ số an toàn của chu trình ứng suất đang xét đối với giới hạn chảy lớn hơn hệ số an toàn vì môi nên ta phải có điều kiện.

$$n_{ch} = \frac{p_{ch}}{P_{max}} \geq [n] \quad (15-15)$$

Trong tính toán đơn giản ta tìm hệ số an toàn về môi theo (15-10) và hệ số an toàn so với giới hạn chảy theo (15-15). Sau đó lấy hệ số an toàn có trị số bé hơn để so sánh với hệ số an toàn cho phép :

Đối với trạng thái ứng suất đơn ta viết :

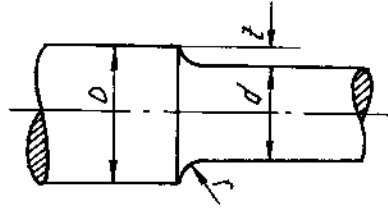
$$n_\sigma \leq [n_\sigma] \quad (15-16)$$

Đối với trạng thái trượt thuần túy ta viết :

$$n_\tau \leq [n_\tau] \quad (15-17)$$

Tương ứng các kí hiệu ta thay P - (σ , τ).

Trị số k_σ và k_T tại góc lượn khi $\frac{D}{d} = 1,25 \div 2$



Hình 15-3

Bảng 15-1

Tỷ số $\frac{r}{d}$	k_σ đối với trục thép có σ_b (N/mm ²)						k_T đối với trục thép có σ_b (N/mm ²)			
	≤ 500	600	700	800	900	≥ 1000	≤ 700	800	900	≥ 1000
0	3,20	3,50	3,85	-	-	-	2,15	2,40	2,60	2,85
0,02	2,40	2,60	2,80	3,0	3,25	3,50	1,80	1,90	2,00	2,10
0,04	2,0	2,10	2,15	2,25	2,35	2,45	1,53	1,60	1,65	1,70
0,06	1,85		1,90		2,00		1,40	1,45	1,50	1,53
0,08	1,66		1,70		1,76		1,30	1,35	1,40	1,42
0,10	1,57		1,61		1,64		1,25	1,28	1,32	1,35
0,15	1,41		1,45		1,49		1,15	1,18	1,20	1,24
0,20	1,32		1,36		1,40		1,10	1,14	1,16	1,20

Chú thích :

Nếu $\frac{D}{d} < 1,25$; k_σ và k_T được tính theo các công thức

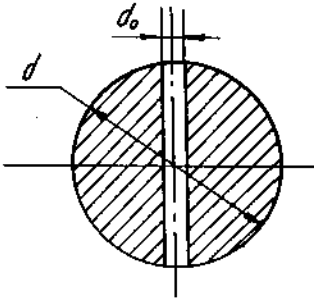
$$k_\sigma = (2,28 \frac{D}{d} - 1,90)(k_{\sigma\text{bảng}} - 1) + 1$$

$$k_T = (2,28 \frac{D}{d} - 2,12)(k_{T\text{bảng}} - 1) + 1$$

$k_{\sigma\text{bảng}}$ và $k_{T\text{bảng}}$ tra theo bảng 15-1, ($\frac{D}{d} = 1,25 \div 2$).

Bảng 15-2

Trị số k_σ và k_τ tại lỗ xuyên

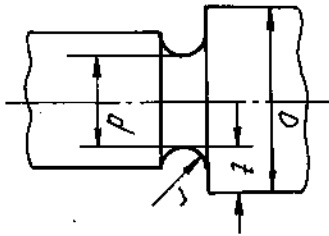


Hình 15-4

Giới hạn bền σ_b (N/mm ²)	d_0 / d		
	0,05 ÷ 0,1	0,15 ÷ 0,25	0,05 ÷ 0,25
	k_σ		k_τ
≤ 700	2,00	1,8	1,75
900	2,15	1,9	1,90
≥ 1000	2,35	2,1	2,00

Bảng 15-3a

Trị số k_σ tại chỗ rãnh vòng của trục

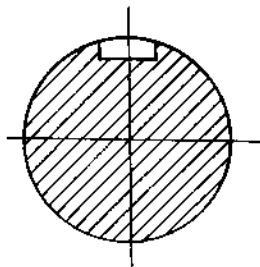


Hình 15-5

Tỉ số		k_σ đối với trục thép có σ_b (N/mm ²)				
r/d	r/D	≤ 650	700	800	900	≥ 1000
$0,6 \leq \frac{r}{D}$	0	1,96	2,11	2,26	2,40	2,50
	0,02	1,82	1,92	2,06	2,21	2,30
	0,04	1,77	1,82	1,96	2,06	2,16
	0,06	1,72	1,77	1,87	1,92	1,96
	0,08	1,68	1,72	1,77	1,87	1,92
	0,10	1,63	1,68	1,72	1,77	1,82
	0,15	1,53	1,55	1,58	1,63	1,68
$1 \leq \frac{r}{D}$	0	2,00	2,15	2,30	2,45	2,55
	0,02	1,85	1,95	2,10	2,25	2,35
	0,04	1,80	1,85	2,00	2,10	2,20
	0,06	1,75	1,80	1,90	1,95	2,00
	0,08	1,70	1,75	1,80	1,90	1,96
	0,10	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85
	0,15	1,55	1,57	1,60	1,65	1,70
$1,5 \leq \frac{r}{D}$	0	2,05	2,20	2,36	2,52	2,62
	0,02	1,89	1,99	2,15	2,31	2,21
	0,04	1,84	1,89	2,05	2,15	2,26
	0,06	1,78	1,84	1,94	1,99	2,05
	0,08	1,73	1,78	1,84	1,94	1,99
	0,10	1,68	1,73	1,78	1,84	1,89
	0,15	1,58	1,60	1,63	1,68	1,73
$0,4 \leq \frac{r}{D} < 0,6$	0	2,09	2,25	2,43	2,58	2,69
	0,02	1,93	2,04	2,20	2,37	2,47
	0,04	1,87	1,93	2,09	2,20	2,31
	0,06	1,82	1,87	1,98	2,04	2,09
	0,08	1,76	1,82	1,87	1,98	2,04
	0,10	1,71	1,76	1,82	1,87	1,93
	0,15	1,60	1,62	1,66	1,71	1,76

Trị số k_r tại chỗ rãnh vòng của trục

Tỷ số		kr đối với trục thép có σ_b (N/mm ²)				
$\frac{D}{d}$	$\frac{r}{d}$	≤ 650	700	800	900	≥ 1000
$1,02 < \frac{D}{d} \leq 1,1$	0,02	1,29	1,32	1,39	1,46	1,50
	0,04	1,27	1,30	1,37	1,43	1,48
	0,06	1,25	1,29	1,36	1,41	1,46
	0,08	1,21	1,25	1,32	1,39	1,43
	0,10	1,18	1,21	1,29	1,32	1,37
	0,15	1,14	1,18	1,21	1,25	1,29
$1,1 < \frac{D}{d} \leq 1,2$	0,02	1,37	1,41	1,50	1,59	1,65
	0,04	1,35	1,38	1,47	1,55	1,62
	0,06	1,32	1,37	1,46	1,52	1,59
	0,08	1,27	1,32	1,41	1,50	1,55
	0,10	1,23	1,27	1,37	1,41	1,47
	0,15	1,18	1,23	1,27	1,37	1,37
$1,2 < \frac{D}{d} \leq 1,4$	0,02	1,40	1,45	1,55	1,65	1,70
	0,04	1,38	1,42	1,52	1,60	1,68
	0,06	1,35	1,40	1,50	1,57	1,65
	0,08	1,30	1,35	1,45	1,55	1,60
	0,10	1,25	1,30	1,40	1,45	1,52
	0,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40



Hình 15-6

Trị số k_σ và k_r tại rãnh then

Bảng 15-4

Hệ số tập trung ứng suất	Giới hạn bền τ_b N/mm ²				
	500	600	700	800	1000
k_σ	1,6	1,75	1,9	2,0	2,3
k_r	1,4	1,50	1,7	1,9	2,2

Hệ số kích thước $\epsilon_\sigma, \epsilon_r$

Bảng 15-5

Loại vật liệu	Đường kính trục d (mm)							
	15	20	30	40	50	70	100	200
ϵ_σ của thép cacbon	0,95	0,92	0,88	0,85	0,81	0,76	0,70	0,61
ϵ_σ của thép hợp kim và ϵ_r của tất cả các loại thép	0,87	0,83	0,77	0,73	0,70	0,65	0,59	0,52

Ví dụ 15-1. Xác định hệ số an toàn mỗi của một cột chịu lực dọc trục tập trung P ở đầu thay đổi từ -150kN (nén) đến +150kN (kéo), đường kính cột d = 40mm.

Hệ số an toàn sẽ thay đổi là bao nhiêu nếu tải trọng P thay đổi từ 0 đến +150kN.

Cột bằng thép 45 : $\sigma_{ch} = 360 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{-1}^r = 200 \text{ N/mm}^2$;

$$\psi = 0,11 ; \quad \alpha_r = \frac{k}{\beta E} = 1,5$$

Khi tính không xét đến sự mất ổn định.

Bài giải

Trường hợp thứ nhất : Tải trọng P thay đổi từ -150kN đến +150kN. Thanh chịu ứng suất thay đổi theo chu trình đối xứng :

$$\sigma_{\min} = - \frac{150 \cdot 10^3}{\frac{3,1440^2}{4}} = -119 \text{ N/mm}^2.$$

$$\sigma_{\max} = 119 \text{ N/mm}^2;$$

$$\sigma_{tb} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = 0; \quad \sigma_{bd} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = 119 \text{ N/mm}^2.$$

Hệ số an toàn mỗi bằng :

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\psi \sigma_{tb} + \alpha_r \sigma_{bd}} = \frac{200}{1,5 \cdot 119} = 1,12.$$

Hệ số an toàn tính theo giới hạn chảy:

$$n_{ch} = \frac{\sigma_{ch}}{\sigma_{\max}} = \frac{360}{119} = 2,72.$$

Trong trường hợp này : $n_{\sigma} < n_{ch}$.

Trường hợp thứ hai : Tải trọng P thay đổi từ 0 đến +150kN. Thanh chịu ứng suất thay đổi theo chu trình mạch động:

$$\sigma_{\min} = 0, \quad \sigma_{\max} = 119 \text{ N/mm}^2;$$

$$\sigma_{tb} = \sigma_{bd} = \frac{\sigma_{\max}}{2} = \frac{119}{2} = 59,5 \text{ N/mm}^2$$

Hệ số an toàn mỗi bằng : $n_{\sigma} = \frac{200}{0,11 \cdot 59,5 + 1,5 \cdot 59,5} = 2,09$

Ví dụ 15-2

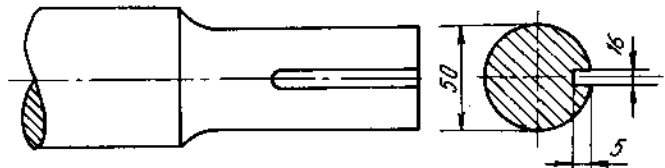
Trên hình 15-7 biểu diễn một đầu trục có rãnh then, chịu mômen xoắn thay đổi từ 0 đến 110kNcm.

Xác định hệ số an toàn mỗi tại mặt cắt ngang có rãnh then. Trục bằng thép 60 có các đặc trưng sau:

$$\sigma_b = 750 \text{ N/mm}^2,$$

$$\tau_{-1} = 190 \text{ N/mm}^2, \quad \beta = 0$$

Khi tính lấy $\alpha_m = 1$.



Hình 15-7

Cho mômen chống xoắn của trục $W_\rho = 23,4 \text{ cm}^3$

Bài giải

Trục chịu ứng suất thay đổi theo chu trình mạch động

$$\tau_{\min} = 0,$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_{z(\max)}}{W_\rho} = \frac{110 \cdot 10^3}{23,4} = 4700 \text{ N/cm}^2 = 47 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{\text{bđ}} = \tau_{\text{tb}} = \frac{\tau_{\max}}{2} = \frac{47}{2} = 23,5 \text{ N/mm}^2.$$

Tra bảng, có : $k_{tt} = 1,80$; $\varepsilon = 0,70$

Vậy hệ số an toàn mỗi bằng

$$n_\tau = \frac{190}{\frac{1,8}{0,7} \cdot 23,5} = 3,1$$

4-2. Đối với trạng thái ứng suất phẳng có dạng (H.15-8)

Ta thừa nhận công thức kinh nghiệm sau :

- Vật liệu thép

$$n^m = \frac{n_\sigma \cdot n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} \quad (15-18)$$

- Vật liệu gang

$$\left(\frac{n^m}{n_\sigma}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} - 1\right) + \frac{n^m}{n_\sigma} \left(2 - \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right) + \left(\frac{n^m}{n_\tau}\right)^2 = 1 \quad (10-19)$$

Để tính hệ số an toàn với điều kiện chảy ta có biểu thức

$$n_{\text{ch}} = \frac{\sigma_{\text{ch}}}{\sigma_{\text{id}}} \quad (15-20)$$

trong đó ứng suất tương đương phân tố được tính tùy theo một thuyết bền nào đó. Ví dụ, theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất $\sigma_{\text{id}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$

Ví dụ 15-3

Một trục có rãnh vòng vừa chịu uốn, vừa chịu xoắn (H.15-9), mômen uốn và xoắn thay đổi trong những giới hạn sau :

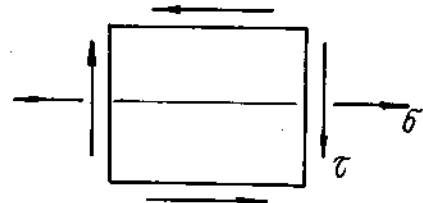
$$M_{u(\max)} = 5 \text{ kNm} ; M_{u(\min)} = 1 \text{ kNm} ;$$

$$M_{z(\max)} = 10 \text{ kNm} ; M_{z(\min)} = 2 \text{ kNm}$$

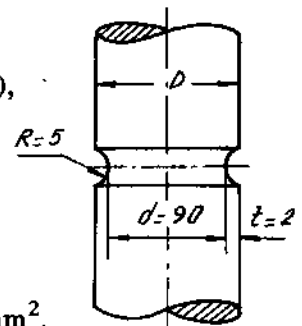
trục bằng thép 45 có các đặc trưng sau :

$$\sigma_b = 650 \text{ N/mm}^2 ; \sigma_{\text{ch}} = 430 \text{ N/mm}^2 ; \sigma_{-1} = 275 \text{ N/mm}^2.$$

$$\tau_{\text{ch}} = 220 \text{ N/mm}^2 ; \tau_{-1} = 150 \text{ N/mm}^2 ; \psi_\sigma = 0,17$$



Hình 15-8



Hình 15-9

$k_r = 0$, lấy $\beta_m = 1$, $[n] = 1,8$. Kiểm tra bền.

Bài giải

$$W_x = 0,1d^3 = 0,1 \cdot 90^3 = 72,9 \cdot 10^3 \text{ mm}^3.$$

$$W_p = 2 \cdot W_x = 145,8 \cdot 10^3 \text{ mm}^3.$$

$$\frac{t}{r} = \frac{2}{5} = 0,4; \quad \frac{r}{d} = \frac{5}{90} = 0,055.$$

$$\frac{D}{d} = \frac{90 + 2 \cdot 2}{90} = \frac{94}{90} = 1,04.$$

Tra bảng được :

$$k_\sigma = 1,75; \quad k_r = 1,26;$$

$$\varepsilon_\sigma = 0,72; \quad \varepsilon_r = 0,61.$$

1. Tính theo uốn :

$$\sigma_{\max} = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{72,9 \cdot 10^3} = 68,6 \text{ N/mm}^2,$$

$$\sigma_{\min} = \frac{1 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{72,9 \cdot 10^3} = 13,7 \text{ N/mm}^2;$$

$$\sigma_{tb} = \frac{68,6 + 13,7}{2} = 41,15 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{bd} = \frac{68,6 - 13,7}{2} = 27,45 \text{ N/mm}^2$$

Từ đó :

$$n_\sigma = \frac{275}{0,17 \times 41,15 + \frac{1,75}{0,72} \times 27,45} = 3,72.$$

2. Tính theo xoắn :

$$\tau_{\max} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{145,8 \cdot 10^3} = 82,4 \text{ N/mm}^2,$$

$$\tau_{\min} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{145,8 \cdot 10^3} = 13,7 \text{ N/mm}^2;$$

$$\tau_{tb} = \frac{82,4 + 13,7}{2} = 48,05 \text{ N/mm}^2,$$

$$\tau_{bd} = \frac{82,4 - 13,7}{2} = 34,35 \text{ N/mm}^2.$$

Từ đó

$$n_r = \frac{150}{\frac{1,26}{0,61} \cdot 34,35} = 2,12$$

với $\psi_r = 0$

Hệ số an toàn mới của trục :

$$n = \frac{n_o \cdot n_r}{\sqrt{n_o^2 + n_r^2}} = \frac{3,72 \cdot 2,12}{\sqrt{3,72^2 + 2,12^2}} = 1,85$$

$$n = 1,85 > [n].$$

Bài tập

15*1 Một thanh thép tròn, đường kính $d = 40\text{mm}$ chịu kéo đúng tâm hai đầu bởi lực P thay đổi từ O đến P . Xác định giá trị cho phép của lực P sao cho hệ số an toàn mới cho phép $[n] = 2$.

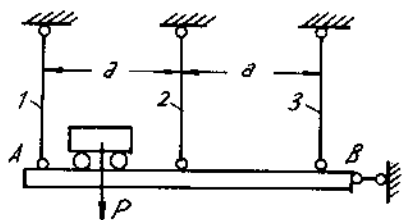
Thanh bằng thép 60 có:

$$\sigma_{-1}^r = 230 \text{ N/mm}^2, \quad \alpha_r = \frac{k}{\varepsilon \beta} = 1,5 ; \quad \psi = 0,12$$

15*2. Xác định hệ số an toàn của một đỉnh ốc, đường kính $d = 20\text{mm}$, chịu lực dọc trục thay đổi từ 5kN đến 15kN . Đinh ốc bằng thép 25 có các đặc trưng sau:

$$\tau_{ch} = 250 \text{ N/mm}^2, \quad \sigma_{-1}^r = 135 \text{ N/mm}^2, \quad \psi = 0,08$$

Khi tính lấy $k_{tt} = 3, \quad \varepsilon_{kt} = 0,83, \quad \beta_m = 1$



Hình 15-10

15*3. Tải trọng P chạy đi chạy lại trên dầm tuyệt đối cứng AB ... Xác định giá trị cho phép của tải trọng P theo điều kiện bền của các thanh treo (H.15-10)

Các thanh treo 1, 2, 3 có cùng đường kính $d = 40\text{mm}$ cùng chiều dài và được làm bằng thép 25.

$\sigma_{ch} = 250 \text{ N/mm}^2, \quad \sigma_{-1k} = 135 \text{ N/mm}^2$. Hệ số an toàn cho phép $[n] = 1,5$.

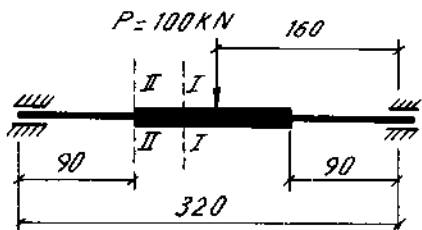
Khi tính lấy $k_r = 2,5 ; \quad \psi = 0,08$.

15*4. Một trục cơ hai bậc, đường kính $D = 120\text{mm}$, $d = 60\text{mm}$ và bán kính lượn $r = 3\text{mm}$, chịu mômen xoắn thay đổi từ $1,2 \text{ kNm}$ đến 4kNm . Tính hệ số an toàn. Trục bằng thép 60 có các đặc trưng sau :

$$\sigma_b = 750 \text{ N/mm}^2, \quad \tau_{ch} = 260 \text{ N/mm}^2, \quad \tau_{-1} = 190 \text{ N/mm}^2.$$

$\psi = 0$. Khi tính lấy $\beta_m = 1$.

15*5. Một trục hình bậc có sơ đồ như trên hình 15-11. Khi trục quay, phương và độ lớn của lực P không đổi.



Hình 15-11

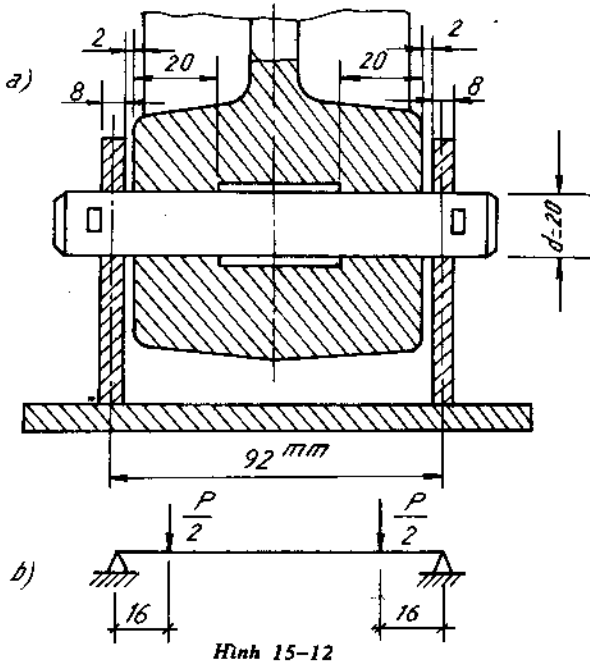
Đường kính phần giữa $D = 115\text{mm}$, đường kính phần bên $d = 90\text{mm}$. Bán kính lượn giữa hai phần $r = 4\text{mm}$, phần giữa có rãnh then rộng $b = 36\text{mm}$, sâu $t = 12\text{mm}$.

Trục bằng thép 60 có $\sigma_{-1} = 325 \text{ N/mm}^2, \quad \sigma_b = 750 \text{ N/mm}^2$

Tính hệ số an toàn ở mặt cắt I-I và II-II. Khi tính lấy $\beta_m = 1$.

15*6. Kiểm tra độ bền mỏi của trục phanh dòn, vẽ trên hình 15-12. Tải trọng tác dụng vào trục là

$P = 16\text{kN}$. Trục bằng thép 45 có $\sigma_{-1} = 275\text{ N/mm}^2$,
 $\psi = 0,17$. Sơ đồ tính trục được biểu thị trên hình 15-12b. Trục chịu ứng suất thay
 đổi theo chu trình mạch động.



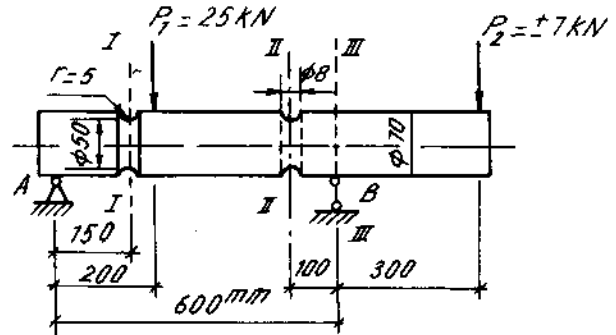
Hình 15-12

Khi tính lấy :

$$k_{tt} = 1 ; \epsilon_{kt} = 0,92 ;$$

$$\beta = 0,85$$

Hệ số an toàn cho phép $[n] = 2$.



Hình 15-13

15*7. Kiểm tra độ bền mỏi ở các mặt cắt I-I, II-II và III-III của trục bằng thép 45
 ($\sigma_{-1} = 275\text{ N/mm}^2$, $\psi = 0,17$)

Ở mặt cắt I-I có rãnh vòng và ở II-II có lỗ xuyên đường kính $\Phi = 8\text{mm}$. Trong
 điều kiện làm việc bình thường $[n] = 1,5$. Khi tính lấy $\beta = 1$ (H.15 - 13).

15*8. Một trục mang bánh răng trụ nhận được từ động cơ điện một công suất
 $N = 29,4\text{ kW}$ khi quay với tốc độ $n = 800\text{ vg/ph}$. (H.15 - 14)

Xác định hệ số an toàn mỏi ở mặt cắt ngang giữa nhịp có rãnh then với kích
 thước : rộng $b = 14\text{mm}$, sâu $t = 4\text{mm}$. Trục bằng thép 45 (xem bài trên). Khi
 tính lấy $\beta_m = 1$.

15*9. Tính hệ số an toàn của
 lò xo hình trụ có đường kính
 $D = 20\text{cm}$, đường kính dây lò
 xo $d = 2\text{cm}$, số vòng $n = 10$. Độ
 cao của lò xo thay đổi trong giới
 hạn từ $\lambda_{\min} = 2\text{cm}$ đến $\lambda_{\max} = 10\text{cm}$.
 Vật liệu của lò xo có các đặc
 trưng :

$$\sigma_b = 1500\text{ N/mm}^2,$$

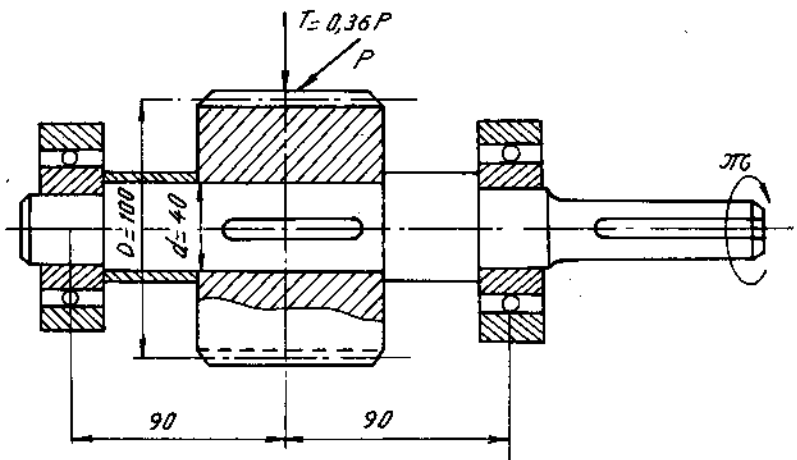
$$\tau_{ch} = 600\text{ N/mm}^2,$$

$$\tau_{-1} = 300\text{ N/mm}^2,$$

$$\tau = 450\text{ N/mm}^2,$$

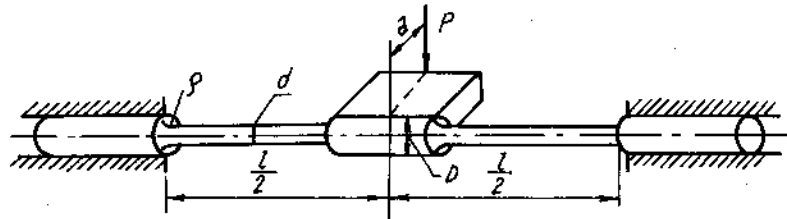
$$G = 8,2 \cdot 10^4\text{ N/mm}^2.$$

Hệ số bề mặt β lấy bằng 1.



Hình 15-14

15*10. Thanh hình trụ bằng thép, mặt cắt tròn, đường kính $d = 30\text{mm}$ được ngành ở các đầu. Trên phần nhô ra của thanh tác dụng một lực P thay đổi theo chu trình đối xứng. Xác định trị số lực lớn nhất P_{\max} , nếu biết mác của thép là 40XH ; có $\sigma_b = 900 \text{ MN/m}^2$; $\sigma_{-1} = 400 \text{ MN/m}^2$; $\tau_{-1} = 240 \text{ MN/m}^2$. Đường kính phần giữa của thanh $D = 60\text{mm}$; $\rho/d = 0,1$; $l = 32\text{cm}$; $a = 10\text{cm}$; $[n] = 1,6$ (H.15-15).



Hình 15-15

15*11. Trục bạc bằng thép mặt cắt tròn, đường kính $D = 60\text{mm}$, $d = 50 \text{ mm}$ và bán kính góc lượn chuyển tiếp $\rho = 5\text{mm}$ chịu tác động của uốn và xoắn thay đổi.

Xác định xem, nếu ở tiết diện chuyển tiếp nguy hiểm do uốn $M_{\max} = 3\text{kNm}$; $M_{\min} = 1,5\text{kNm}$; do xoắn $\max M_x = 2\text{kNm}$; $\min M_x = -0,5\text{kNm}$, trục sẽ làm việc với hệ số an toàn bằng bao nhiêu ? Trục làm bằng thép 40XH, có $\sigma_b = 900\text{MN/m}^2$; $\sigma_{ch} = 750\text{MN/m}^2$; $\sigma_{-1} = 400\text{MN/m}^2$; $\tau_{ch} = 390\text{MN/m}^2$; $\tau_{-1} = 240\text{MN/m}^2$.

Chương 16

DÂY MỀM

Dây mềm là loại kết cấu có biến dạng hình học rất lớn không chịu nén, khả năng chống uốn và xoắn rất bé xem như không có. Nếu có khả năng chống uốn và xoắn đôi chút ta gọi là dây cứng.

Gọi : f là mũi tên của dây - độ võng ở giữa nhịp ;

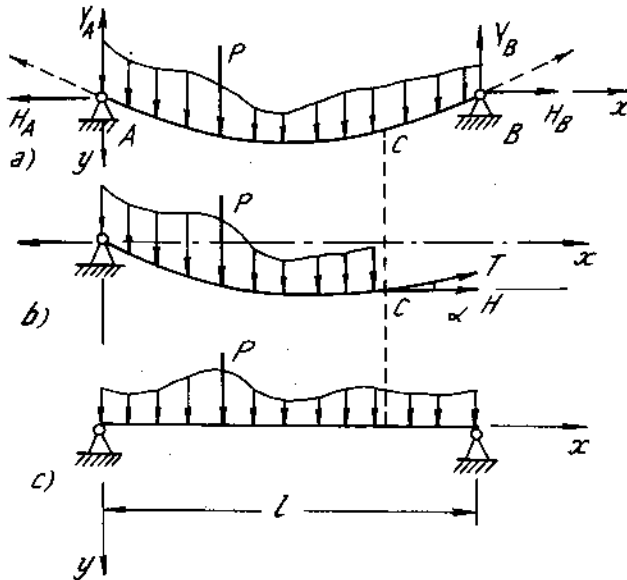
l - chiều dài nhịp.

Qui ước : $\frac{f}{l} > \frac{1}{10} + \frac{1}{20}$ gọi dây có độ võng lớn

$\frac{f}{l} < \frac{1}{10} + \frac{1}{20}$ - gọi là dây có độ võng nhỏ hay là dây thoải.

Trong chương này chỉ nghiên cứu loại dây mềm và thoải, có nghĩa trên mặt cắt ngang dây chỉ có thành phần lực kéo và $\frac{f}{l} < \frac{1}{10} + \frac{1}{20}$

1. Dây treo trên hai gối cùng mức (H.16-1)



Các kí hiệu :

l - chiều dài nhịp.

T - lực căng.

H - thành phần ngang của lực căng dây - gọi là lực căng ngang của dây.

Dầm cứng tương ứng của dây mềm là dầm cứng hai đầu khớp có chiều dài l (bằng khoảng cách hai gối tựa) chịu tải trọng thẳng đứng giống như tải trọng đã đặt lên dây (H.16-1c).

Các công thức cơ bản :

$$T = \frac{H}{\cos \alpha} \quad (16-1)$$

Lực căng ngang của dây không đổi trên chiều dài dây :

$$y(x) = \frac{M(x)}{H} \quad (16-2)$$

Độ võng của dây tại một điểm bằng mômen uốn của dầm cứng tương ứng tại điểm tương ứng chia cho lực căng ngang.

Hình 16-1

Chiều dài của dây chịu tải trọng thẳng đứng bất kì được tính theo công thức:

$$L = \int_1 ds < 1 + \frac{D}{2H^2} \quad (16-3)$$

Trong đó : $D = \int_1 Q^2(x) \cdot dx \quad (16-4)$

$Q(x)$ là biểu thức lực cắt của dầm cứng tương ứng tại điểm có hoành độ x .

Ví dụ 16-1 :

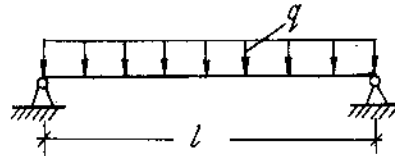
Dây chịu tải trọng phân bố đều có cường độ q (H.16-2).

Bài giải

Ta có :

$$Q(x) = \frac{ql}{2} - qx$$

do đó : $D = \int_0^l \left(\frac{ql}{2} - qx \right) dx = \frac{q^2 l^3}{12}$



Hình 16-2

$$H = \frac{ql^2}{8f}$$

f - độ võng lớn nhất tại giữa nhịp.

khi đó:

$$L = 1 + \frac{q^2 l^3 \cdot 8^2 \cdot f^2}{12 \cdot 2 \cdot q^2 \cdot l^4} = \frac{8}{3} \frac{f^2}{l} + 1. \quad (16-5)$$

2. Tính lực căng của dây khi tải trọng và nhiệt độ thay đổi

Gọi H_0 , L_0 là sức căng ngang và chiều dài của dây có nhịp là 1.

H_1 , L_1 là sức căng ngang và chiều dài của dây khi chịu thêm tải trọng và nhiệt độ thay đổi, giá trị của nó được tính theo các biểu thức:

Tính H_1 nhờ giải phương trình bậc 3:

$$H_1^3 + \left[\frac{EFD_0}{2lH_0} - H_0 + \frac{\bar{\alpha}(t_1 - t_0)L_0EF}{1} - \frac{D_0}{lH_0} \right] H_1^2 + \frac{D_1}{1} H_1 - \frac{EFD_1}{2l} = 0 \quad (16-6)$$

Khi hiệu $\frac{D_1}{1} H_1 - \frac{D_0}{lH_0} H_1^2$ nhỏ ta có thể bỏ qua và xem $\frac{L_0}{1} \approx 1$.

Công thức (16-6) đưa về dạng :

$$H_1^3 + \left[\frac{EFD_0}{2lH_0^2} - H_0 + \bar{\alpha}(t_1 - t_0)EF \right] H_1^2 - \frac{EFD_1}{2l} = 0 \quad (16-7)$$

Độ dãn dài của dây : $\Delta l = L_1 - L_0 = \frac{D_1}{2H_1^2} - \frac{D_0}{2H_0^2} \quad (16-8)$

hoặc : $\Delta l = \frac{H_1}{EF} \left(1 + \frac{D_1}{H_1^2} \right) - \frac{H_0}{EF} \left(1 + \frac{D_0}{H_0^2} \right) + \bar{\alpha}(t_1 - t_0)L_0 \quad (16-9)$

Trong đó : $D_0 = \int_1 Q_0^2 dx$

$$D_1 = \int_1 Q_1^2 dx$$

Q_0, Q_1 là biểu thức của lực cắt của dầm cứng tương ứng ;

$\bar{\alpha}$ - hệ số đàn dãi do nhiệt độ của dây ;

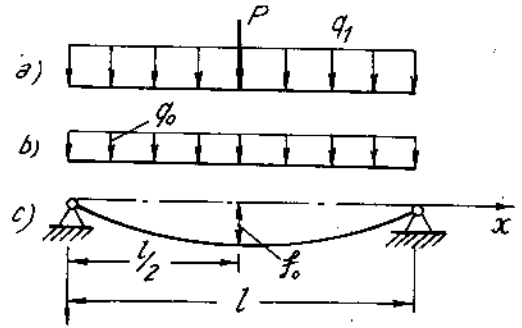
t_0, t_1 - nhiệt độ trong trường hợp đầu và trường hợp sau ;

EF - độ cứng của dây.

Ví dụ 16-2.

Một kết cấu dây cáp có khẩu độ $l = 100\text{mm}$, đặt trên hai gối ngang nhau, ban đầu chịu tải trọng phân bố đều $q_0 = 0,1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$; và có mũi tên $f_0 = 1\text{m}$. (H.16-3 b,c).

Sau đó dây chịu thêm một tải trọng phụ phân bố đều $q_1 = 0,4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$, và một tải trọng tập trung $P = 10\text{kN}$ ở giữa nhịp. Tìm sức căng và độ võng của dây ở giữa nhịp trong trường hợp chịu thêm tải phụ. Nếu nhiệt độ tăng thêm $+30^\circ\text{C}$ hay giảm đi -30°C , thì sức căng và độ võng thay đổi ra sao ? Dây cáp có diện tích mặt cắt $F = 4 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$ môđun đàn hồi $E = 1 \cdot 10^8 \text{kN/m}^2$, hệ số đàn dãi nhiệt $\bar{\alpha} = 125 \cdot 10^{-7}$



Hình 16-3

Bài giải

- Trường hợp nhiệt độ không đổi:

$$\text{sức căng ban đầu} \quad H_0 = \frac{q_0 l^2}{8f_0} = \frac{0,1 \cdot 100^2}{8 \cdot 1} = 125 \text{kN}$$

$$\text{Tính các trị số :} \quad D_0 = \int_1 Q_0^2 dx = \frac{q_0^2 l^3}{12} = \frac{(0,1)^2 \cdot 100^3}{12} = 833 (\text{kN})^2 \text{m}$$

$$D_1 = \int_1 Q_1^2 dx = \frac{(q_0 + q_1)^2 \cdot l^3}{12} + \frac{P^2 \cdot l}{4} + \frac{(q_0 + q_1) l^2 \cdot P}{4}$$

$$= \frac{(0,5)^2 \cdot 100^3}{12} + \frac{10^2 \cdot 100}{4} + \frac{0,5 \cdot 10^2 \cdot 10}{4} = 35.825 (\text{kN})^2 \cdot \text{m}$$

- Viết phương trình tính H_1 với $EF = 1 \cdot 10^8 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 4 \cdot 10^5 \text{ kN}$ thay vào (16-6) ta được :

$$H_1^3 + \left[\frac{4 \cdot 10^5 \cdot 833}{2 \cdot 100(125)^2} - 125 \right] H_1^2 - \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 35825}{2 \cdot 100} = 0$$

$$\text{hay} \quad H_1^3 - 18,4 H_1^2 - 7165 \cdot 10^4 = 0$$

Giải phương trình trên bằng phương pháp lập ta được

$$H_1 = 421,6 \text{ kN}$$

Tính độ võng giữa nhịp, dùng công thức (16-2) ta được :

$$y = \frac{M}{H_1}$$

trong đó : M là mômen uốn của dầm cứng tương ứng ở giữa nhịp.

$$M\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{(q_0 + q_1) \cdot l^2}{8} + \frac{pl}{4} = \frac{0,5 \cdot 100^2}{8} + \frac{10 \cdot 100}{4} = 875 \text{ kNm}$$

vậy :

$$y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{875}{421,6} = 2,07\text{m.}$$

Trường hợp nhiệt độ tăng +30°C, từ (16-7) ta có phương trình xác định H_1 .

$$H_1^3 + \left[\frac{4 \cdot 10^5 \cdot 833}{2 \cdot 100 \cdot (125)^2} - 125 + 125 \cdot 10^{-7} \cdot 30 \cdot 4 \cdot 10^5 \right] H_1^2 - \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 35825}{2 \cdot 100} = 0$$

hay

$$H_1^3 - 131,6H_1^2 - 7165 \cdot 10^4 = 0$$

Giải ra ta được

$$H_1 = 375,5 \text{ kN}$$

Độ võng giữa nhịp là

$$y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{875}{375,5} = 2,41\text{m.}$$

Ta thấy khi nhiệt độ tăng, sức căng giảm xuống, độ võng tăng lên.

Trường hợp nhiệt độ giảm -30°C. Theo (16-7) phương trình xác định H_1 .

$$H_1^3 + \left[\frac{4 \cdot 10^5 \cdot 833}{2 \cdot 100 \cdot (125)^2} - 125 - 125 \cdot 10^{-7} \cdot 30 \cdot 4 \cdot 10^5 \right] H_1^2 - \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 35825}{2 \cdot 100} = 0$$

hay :

$$H_1^3 - 168,4H_1^2 - 7165 \cdot 10^4 = 0$$

Giải ra ta được :

$$H_1 = 479,7\text{kN}$$

Độ võng giữa nhịp :

$$y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{M}{H_1} = \frac{875}{479,7} = 1,82$$

Ta thấy nhiệt độ giảm, sức căng tăng lên, độ võng giảm đi.

3. Dây có gối không cùng mức

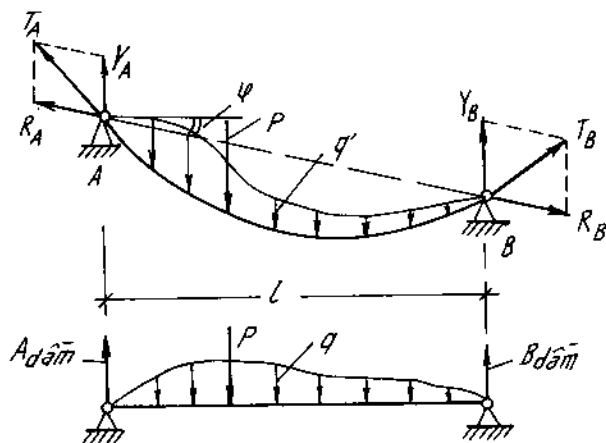
(H. 16-4)

Các kí hiệu

φ - góc giữa đường AB với đường nằm ngang.

l - khoảng cách ngang giữa hai gối - chiều dài nhịp

q' - cường độ tải trọng phân bố theo chiều dài dây ; vì dây thoải ta xem q' cường độ tải trọng phân bố theo phương xiên AB.



Hình 16-4

q - cường độ tải trọng phân bố trên dầm cứng tương ứng ta có:

$$q = \frac{q'}{\cos \varphi} \quad (16-10)$$

y_1 - khoảng cách từ một điểm xuống đường AB.

y_2 - khoảng cách theo phương thẳng đứng từ một điểm xuống đường thẳng AB (H.16-5)

ta có :

$$y_2 = \frac{y_1}{\cos \varphi} \quad (16-11)$$

Lực căng ngang tại một điểm bất kì được xác định theo công thức :

$$H = \frac{M(x)}{y_2}$$

Trong đó M là mômen uốn của dầm cứng tương ứng tại điểm tính toán, có khoảng cách y_2 (H.16-5).

Phương trình dây trong trường hợp chênh gối là

$$y = y_2 + x \operatorname{tg} \varphi = \frac{M(x)}{H} + x \operatorname{tg} \varphi \quad (16-12)$$

trong đó $\operatorname{tg} \varphi = \frac{h}{l}$; h - độ cao chênh lệch giữa hai gối

Ví dụ : dây chịu tải trọng phân bố đều q' ta có :

$$M(x) = \frac{qx(1-x)}{2} \text{ với } q = \frac{q'}{\cos \varphi}$$

và

$$y = \frac{qx(1-x)}{2H} + x \operatorname{tg} \varphi$$

Hệ số góc của tiếp tuyến $y' = \operatorname{tg} \alpha = \frac{q}{2H} (1-2x) + \operatorname{tg} \varphi$.

tại $x = \frac{1}{2}$ (giữa nhịp) thì tiếp tuyến song song với dây cung AB vì $y' = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi$.

Tọa độ đỉnh (x_0, y_0) ; $x_0 = \frac{1}{2} + \frac{H \operatorname{tg} \varphi}{q}$ (16-13)

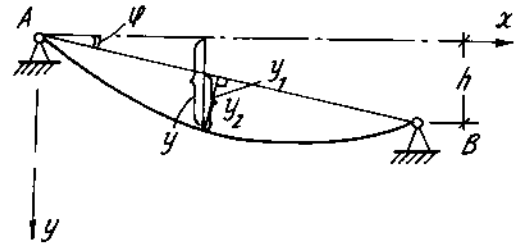
$$y_0 = \frac{ql^2}{8H} + \frac{l \operatorname{tg} \varphi}{2} + \frac{H \operatorname{tg}^2 \varphi}{2q}$$

Độ võng lớn nhất theo phương thẳng đứng.

$$f_{\max} = y_2 \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{ql^2}{8H} \quad (16-14)$$

- Phương trình tính chiều dài dây.

$$L = \int_0^l \sqrt{1+y'^2} \cdot dx \quad (16-15)$$



Hình 16-5

Sau khi tính với độ chính xác đủ dùng :

$$L = \frac{1}{\cos \varphi} + \frac{\cos^3 \varphi \cdot D}{2H^2} - \frac{\cos^4 \varphi \cdot \sin \varphi \cdot D'}{2H^3} \quad (16-16)$$

Trong đó :

$$D = \int_0^l Q^2 \cdot dx ; D' = \int_0^l Q^3 \cdot dx. \quad (16-17)$$

Khi φ bé ta bỏ qua số hạng cuối cùng ta có :

$$L = \frac{1}{\cos \varphi} + \frac{\cos^3 \varphi \cdot D}{2H^2} \quad (16-18)$$

Tính sức căng của dây khi tải trọng và nhiệt độ thay đổi

- Gọi H_0, t_0 là lực căng ngang và nhiệt độ ở trạng thái đầu

- H_1, t_1 là lực căng ngang và nhiệt độ ở trạng thái sau.

Phương trình để xác định H_1 là :

$$H_1^4 + \left[\frac{EF \cos^5 \varphi \cdot D_0}{2lH_0} - H_0 + \bar{\alpha} (t_1 - t_0) EF \frac{L_0 \cdot \cos^2 \varphi}{1} - \frac{D_0 \cos^2 \varphi}{lH_0} - \frac{\cos^6 \varphi \sin \varphi EF D'_0}{2lH_0^3} \right] H_1^3 + \frac{\cos^2 \varphi \cdot D_1}{1} H_1^2 - \frac{\cos^5 \varphi \cdot EF D_1}{2l} H_1 + \frac{\cos^6 \varphi \sin \varphi D'_1}{2l} = 0 \quad (16-19)$$

Trường hợp φ nhỏ, hay tải trọng đối xứng qua điểm giữa nhịp, ta có thể bỏ qua số hạng chứa D'_1, D'_0 và nếu thay $\frac{L_0}{1} \approx \frac{1}{\cos \varphi}$ thì (16-19) có dạng :

$$H_1^3 + \left[\frac{EF \cos \varphi D_0}{2lH_0^2} - H_0 + \bar{\alpha} (t_1 - t_0) EF \cos \varphi - \frac{D_0 \cos^2 \varphi}{lH_0} \right] H_1^2 + \frac{\cos^2 \varphi \cdot D_1}{1} H_1 - \frac{\cos^5 \varphi \cdot EF D_1}{2l} = 0 \quad (16-20)$$

Trường hợp các bài toán tính của dây, hiệu $\frac{\cos^2 \varphi D_1}{1} H_1 - \frac{\cos^2 \varphi D_0}{lH_0} H_1^2$ nhỏ ta có thể bỏ qua, khi đó (16-20) trở thành :

$$H_1^3 + \left[\frac{EF \cos^5 \varphi \cdot D_0}{2lH_0^2} - H_0 + \bar{\alpha} (t_1 - t_0) EF \cos \varphi \right] H_1^2 - \frac{\cos^5 \varphi EF D_1}{2l} = 0 \quad (16-21)$$

Tính độ dãn dài của dây khi tải trọng và nhiệt độ thay đổi

- Độ dãn do tải trọng thay đổi :

$$\Delta'L = \frac{(H_1 - H_0)l}{EF \cos \varphi} + \frac{1}{EF} \left(\frac{D_1}{H_1} - \frac{D_0}{H_0} \right) \quad (16-22)$$

- Độ dãn do nhiệt độ thay đổi :

$$\Delta''L = \bar{\alpha} (t_1 - t_0) L_0 \quad (16-23)$$

- Độ dãn toàn phần :

$$\Delta L = \Delta'L + \Delta''L = \frac{(H_1 - H_0)l}{EF \cos \varphi} + \bar{\alpha} (t_1 - t_0) L_0 + \frac{1}{EF} \left(\frac{D_1}{H_1} - \frac{D_0}{H_0} \right) \quad (16-24)$$

Ví dụ 16-3.

Cho một dây có độ chênh gối $\varphi = 30^\circ$, nhịp dài $l = 100\text{m}$, mũi tên theo phương thẳng đứng $f_0 = 5\text{m}$. Chịu tải trọng phân bố đều $q' = 0,5 \text{ kN/m}$. Tính sức căng H_0 và các phản lực của gối tựa. Sau đó dây chịu thêm tải trọng tập trung $P = 10\text{KN}$ ở điểm C cách gối cao 10m , theo chiều ngang, nhiệt độ lại giảm đi 30°C . Tính sức căng ngang H_1 , độ võng theo phương thẳng đứng ở điểm C, các phản lực ở các gối tựa trong trường hợp sau. Dây có diện tích mặt cắt $F = 4.10^{-3}\text{m}^2$, môđun đàn hồi $E = 1.10^8 \text{ kN/m}^2$, hệ số dãn dài nhiệt $\bar{\alpha} = 12.10^{-7}$.

Bài giải. Vì $\frac{f}{l} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$ nhỏ

• Tính tải trọng phân bố đều trên dầm cứng tương ứng :

$$q = \frac{q'}{\cos 30^\circ} = \frac{0,5 \cdot 2}{\sqrt{3}} = 0,58 \text{ kN/m.}$$

• Tính lực căng H_0 :

$$H_0 = \frac{ql^2}{8f_0} = \frac{0,58 \cdot 100^2}{8 \cdot 5} = 145 \text{ kN}$$

• Tính phản lực ở các gối cao thấp :

$$V_A = A_{\text{dầm}} + H_0 \text{tg}\varphi = \frac{ql}{2} + H_0 \text{tg}\varphi = \frac{0,58 \cdot 100}{2} + 145 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 112,3 \text{ kN}$$

$$V_B = B_{\text{dầm}} - H_0 \text{tg}\varphi = \frac{ql}{2} - H_0 \text{tg}\varphi = \frac{0,58 \cdot 100}{2} - 145 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = -54,3 \text{ kN}$$

Dấu âm có nghĩa là gối này có khuynh hướng bị nhô lên, đó là một đặc điểm của dây có gối chênh nhau, gối thấp có thể bị nhô lên.

• Tính H_1 theo (16-21)

$$\begin{aligned} \text{Trong đó } D_0 &= \frac{q^2 l^3}{12} = \frac{(0,58)^2 \cdot 100^3}{12} = 28,033 \text{ (kN)}^2 \cdot \text{m} \\ D_1 &= \frac{q^2 l^3}{12} + \frac{P^2 \cdot ab}{l} + q \cdot P \cdot ab \\ &= \frac{(0,58)^2 \cdot 100^3}{12} + \frac{10^2 \cdot 10 \cdot 90}{100} + 0,58 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 90 \\ &= 28033 + 900 + 5220 = 34.153 \text{ (kN)}^2 \cdot \text{m} \\ EF &= 1.10^8 \cdot 4 \cdot 10^5 \text{ kN} \\ t_1 - t_0 &= -30^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Thay vào (16-21) ta được :

$$H_1^3 + \left[\frac{4 \cdot 10^5 \cdot (\sqrt{3})^5 \cdot 28033}{2 \cdot 100 \cdot 2^5 \cdot (145)^2} - 145 - 30 \cdot 125 \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 10^5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right] H_1^2 - \frac{(\sqrt{3})^5 \cdot 4 \cdot 10^5 \cdot 34153}{2^5 \cdot 100 \cdot 2} = 0$$

hay

$$H_1^3 + 1024,1 H_1^2 - 33273,6 \cdot 10^3 = 0$$

Giải ta được

$$H_1 = 167,1 \text{ kN}$$

• Tính phản lực ở gối tựa dầm cứng :

$$A_{\text{dầm}} = \frac{ql}{2} + P \cdot \frac{b}{l} = \frac{0,58 \cdot 100}{2} + 10 \cdot \frac{90}{100} = 38 \text{ kN}$$

$$B_{\text{dầm}} = \frac{ql}{2} + \frac{P \cdot a}{l} = \frac{0,58 \cdot 100}{2} + 10 \cdot \frac{10}{100} = 30 \text{ kN}$$

• Tính phản lực tại các gối tựa :

$$V_A = A_{\text{dầm}} + H_1 \operatorname{tg} \varphi = 38 + 167,1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 134,5 \text{ kN.}$$

$$V_B = B_{\text{dầm}} - H_1 \operatorname{tg} \varphi = 30 - 167,1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = -66,48 \text{ kN.}$$

• Tính độ võng của dây tại điểm C :

$$y = \frac{M}{H_1}$$

Trong đó M là mômen uốn của dầm ứng tại điểm đặt lực tập trung (C).

$$M = A_{\text{dầm}} \cdot a - qa \cdot \frac{a}{2} = 38 \cdot 10 - 0,58 \cdot \frac{10^2}{2} = 351 \text{ kNm.}$$

Vậy độ võng tại điểm C là :

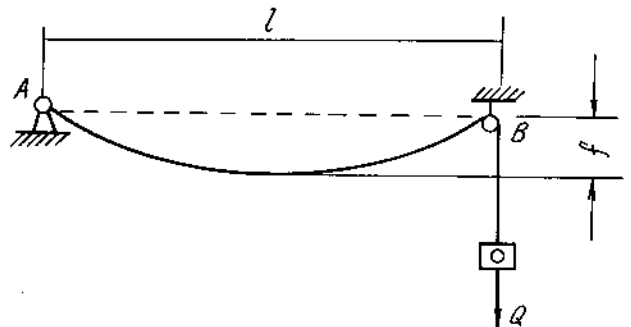
$$y_c = \frac{M}{H_1} = \frac{351}{167,1} = 2,10 \text{ m}$$

Bài tập

16*1. Một dây mềm nặng 1 kg/m treo trên hai gối cùng độ cao ; khoảng cách hai gối là 40m và độ võng của dây là 1m.

Hãy xác định lực căng trong dây.

16*2. Một dây mềm bằng thép, diện tích mặt cắt ngang $F = 0,5 \text{ cm}^2$, buộc vào gối A cố định, và vắt qua ròng rọc B. Trọng lượng căng dây là $Q = 3,5 \text{ kN}$ (xem hình 16.6). Khoảng cách $AB = 80 \text{ m}$. Hãy xác định độ võng của dây (bỏ qua ma sát tại ròng rọc).



Hình 16-6

16*3. Một dây cáp mềm đặt trên hai gối cùng độ cao. Thép có trọng lượng riêng $0,08 \text{ N/cm}^3$ và ứng suất cho phép 30 kN/cm^2 .

Hãy xác định giá trị giới hạn của nhịp khi :

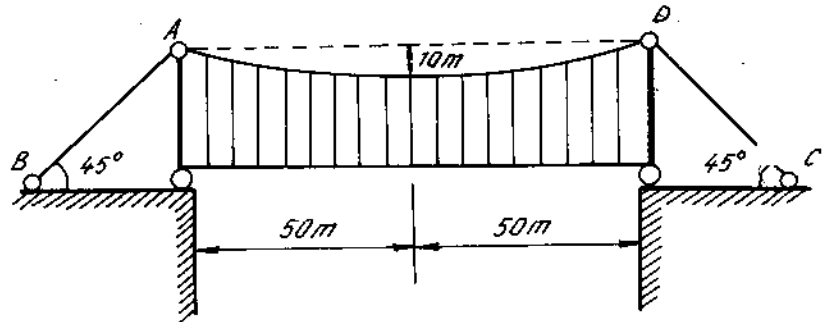
$$\frac{f}{l} = \frac{1}{100} \text{ và } \frac{1}{10}$$

Khi tính coi dây bị căng đều bởi lực căng tại mặt cắt thấp nhất.

16*4. Một cầu treo có hai dây cáp nhịp $l = 120\text{m}$ và độ võng $f = 10\text{m}$. Tải trọng rải đều trên cầu là 60kN/m . Hãy xác định diện tích mặt cắt ngang dây cáp, cho biết $[\sigma] = 40\text{kN/cm}^2$.

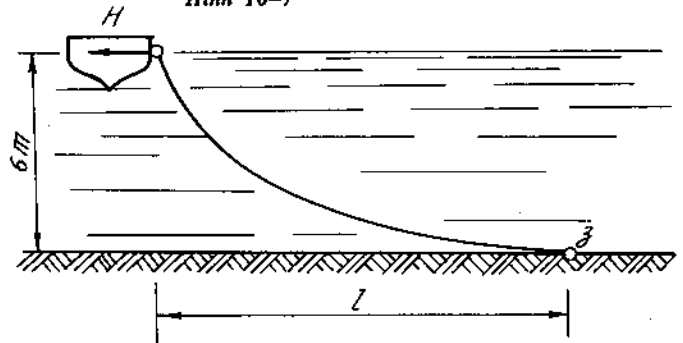
16*5. Một cầu treo có sơ đồ tính như trên hình 16-7. Tải trọng tác dụng lên dây bằng 50kN/m . Xác định diện tích mặt cắt ngang của dây giằng AB và CD, biết rằng ứng suất cho phép :

$$[\sigma] = 30 \text{ kN/cm}^2$$



Hình 16-7

16*6. Một dây cáp neo tàu có diện tích mặt cắt ngang $F = 5 \text{ cm}^2$. Tại điểm tiếp xúc với đất dây nằm ngang. Xác định khoảng cách l , biết lực kéo nằm ngang tác dụng vào tàu là 1 kN (H. 16-8).



Hình 16-8

16*7. Một dây cáp bến bằng sợi nhôm có lõi thép, đặt trên hai gối cùng độ cao, nhịp l và mũi tên f .

Tính lực căng trong từng loại vật liệu.

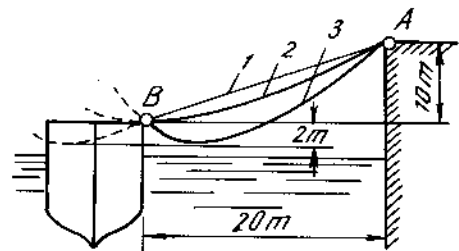
16*8. Một dây cáp treo trên hai gối có độ cao chênh lệch là 30cm . Điểm thấp nhất của dây còn thấp hơn gối thấp là 90cm . Khoảng cách nằm ngang giữa hai gối $l = 37\text{m}$. Dây có diện tích mặt cắt ngang $F = 1 \text{ cm}^2$ và khối lượng riêng $\gamma = 8 \text{ g/cm}^3$.

Tính lực căng tại điểm thấp nhất và hoành độ của điểm này.

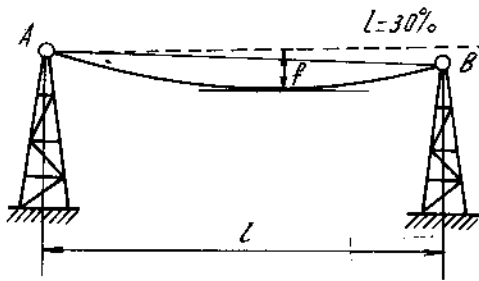
16*9. Một dây neo tàu có trọng lượng riêng $q = 30 \text{ kN/m}$ (H 16-9). Tính lực căng nằm ngang của dây theo ba trường hợp :

1. Điểm thấp nhất ở bên trái điểm B.
2. Điểm thấp nhất trùng với điểm B.
3. Điểm thấp nhất ở bên phải điểm B.

16*10. Một dây điện đặt trên hai gối cách nhau $l = 75\text{m}$. Độ dốc của đường dây $i = 30\%$. Tải trọng tác dụng lên dây phân bố đều $q = 16 \text{ N/m}$ (H.16-10).



Hình 16-9



Hình 16-10

Biết điểm thấp nhất của dây cách gối cao $f = 3\text{m}$, tính thành phần nằm ngang của lực căng dây.

16*11. Một dây chuyển tải đặt trên hai gối cách nhau 20m về chiều cao, nhịp 80m , có diện tích mặt ngang $0,8\text{ cm}^2$ và mũi tên $f = 4\text{m}$. Trọng lượng riêng của dây 8N/m , môđun đàn hồi $E = 1,6 \cdot 10^7\text{ N/cm}^2$.

Tính lực căng ngang khi có tải trọng $P = 2\text{ kN}$ đặt tại điểm C cách gối thấp nhất 20m theo phương nằm ngang.

16*12. Một dây đồng có diện tích mặt cắt ngang 80 mm^2 đặt trên hai gối ngang mức nhau, nhịp $l = 120\text{ m}$, và mũi tên võng $f = 6\text{ m}$.

Tìm độ tăng ứng suất khi nhiệt độ giảm 25° , biết trọng lượng riêng của dây $q = 8,62\text{N/m}$, hệ số dẫn vì nhiệt $\alpha = 167 \cdot 10^{-7}$ môđun đàn hồi của dây $E = 12 \cdot 10^6\text{ N/cm}^2$.

16*13. Một dây cáp nhôm có diện tích mặt cắt ngang 95mm^2 đặt trên hai gối cùng độ cao, nhịp 100m , mũi tên 4 m . Tìm độ tăng hay giảm ứng suất trong dây khi nhiệt độ thay đổi 40° (tăng hay giảm). Cho trọng lượng riêng của dây bằng $2,6\text{N/m}$, hệ số dẫn nở $\alpha = 23 \cdot 10^{-6}$, môđun đàn hồi $E = 6,3 \cdot 10^6\text{ N/cm}^2$.

16*14. Một dây cáp treo trên hai gối cùng độ cao, nhịp $l = 30\text{m}$. Nhiệt độ khi treo dây là 37° . Hỏi mũi tên võng lúc ban đầu bé nhất là bao nhiêu, để khi nhiệt độ xuống đến 7° thì ứng suất trong dây không vượt quá 30kN/cm^2 . Dây chỉ chịu trọng lượng bản thân. Cho :

$$E = 2 \cdot 10^7\text{ N/cm}^2, \alpha = 125 \cdot 10^{-7}, \gamma = 7,8 \cdot 10^{-3}\text{ kg/cm}^3.$$

DẦM TRÊN NỀN ĐÀN HỒI

1. Dầm đặt trực tiếp trên nền được gọi là dầm trên nền đàn hồi. Do dầm đặt trực tiếp trên nền, nên phản lực của nền là lực phân bố theo chiều dài dầm, quy luật phân bố của phản lực nền là chưa biết. Trong phần này ta chỉ nêu phương pháp tính dầm trên nền đàn hồi theo giả thuyết của Vinkle về quy luật phân bố của phản lực là : Cường độ phản lực của nền tại một điểm tỉ lệ với độ lún của nền tại điểm đó". Giả thuyết được biểu thị bằng công thức

$$P_o = k_o y. \quad (17-1)$$

trong đó :

P_o - cường độ phản lực của nền tính bằng $\frac{N}{m^2}$;

y - độ lún của nền tính bằng mét ;

k_o - hệ số - đó là một đặc trưng cơ học của nền, với mỗi loại nền, k_o có trị số khác nhau, nên người ta còn gọi k_o là hệ số nền, giá trị của nó được xác định bằng thực nghiệm. Thứ nguyên của k_o là $\frac{\text{lực}}{[\text{chiều dài}]^3}$, đơn vị thường dùng là N/cm^3 ; N/cm^3

Nếu bề rộng b của dầm bé so với chiều dài thì ta có thể coi phản lực của nền phân bố đều theo bề rộng. Lúc đó phản lực của nền phân bố theo chiều dài của dầm và có cường độ là

$$p = b p_o = k_o b y \quad (17-2)$$

Đặt $k = k_o b$ ta có :

$$p = k y. \quad (17-3)$$

Trong đó p tính bằng $\frac{N}{m}$, b , y tính bằng mét. Khi chiều rộng $b = 1$ thì $k = k_o$.

2. Phương trình vi phân của đường đàn hồi.

Phương trình vi phân của đường đàn hồi của dầm trên nền đàn hồi khi độ cứng không đổi có dạng

$$y''''(z) + 4m^4 y(z) = -\frac{q(Z)}{EJ} \quad (17-4)$$

Trong đó :

oz - trục của dầm ;

oy - độ võng của dầm (độ lún của nền)

$m = \sqrt[4]{\frac{k}{4EJ}}$ là một đặc trưng của dầm trên nền đàn hồi, nó phụ thuộc vào độ cứng của dầm (EJ) và tính đàn hồi của nền k . Thứ nguyên của m là

$$m = \frac{1}{[\text{chiều dài}]} ; \text{ hệ số } k \text{ tính theo (17-3)} \quad (17-5)$$

$q(z)$ - cường độ tải trong phân bố tác dụng lên dầm là hàm của tọa độ z .

Trường hợp m là hằng số, $q(z)$ là hàm bậc nhất hoặc hằng số phương trình đường đàn hồi có dạng :

$$y = e^{mz} (C_1 \cos mz + C_2 \sin mz) + e^{-mz} (C_3 \cos mz + C_4 \sin mz) - \frac{q}{k} \quad (17-6)$$

Các hằng số tích phân C_1, C_2, C_3, C_4 được xác định theo các điều kiện biên của mỗi bài toán.

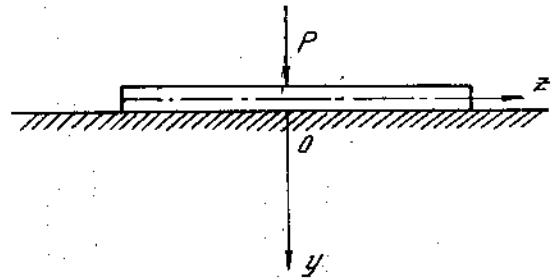
Biết độ võng $y(z)$, bằng cách đạo hàm liên tiếp ta được phương trình góc xoay, mômen uốn và lực cắt.

Để minh họa việc xác định các hằng số tích phân, ta hãy nghiên cứu ba bài toán sau :

3. Dầm dài vô hạn

Ví dụ 17-1.

Xét trường hợp đơn giản dầm dài vô hạn đặt trên nền đàn hồi, chịu một lực tập trung P (H. 17-1).



Hình 17-1

Bài giải.

Các điều kiện biên là tại $z = \infty$, độ võng của dầm bằng không. Suy ra $C_1 = C_2 = 0$ tại $z = 0$; góc xoay của mặt cắt bằng không.

$$(\theta)_{z=0} = 0$$

và lực cắt :

$$[Q]_{z=0} = -\frac{P}{2}$$

từ hai điều kiện sau ta suy ra : $C_3 = C_4 = \frac{P}{8EJm^3} = \frac{P.m}{2k}$

$$\begin{aligned} \text{Kí hiệu} \quad \eta &= e^{-mz} (\cos mz + \sin mz) \\ \eta_1 &= e^{-mz} (\cos mz - \sin mz) \\ \eta_2 &= e^{-mz} \cos mz \\ \eta_3 &= e^{-mz} \sin mz \end{aligned}$$

Sau khi tính toán ta có phương trình độ võng y , góc xoay θ , mômen uốn M và lực cắt Q là :

$$y = \frac{P \cdot m}{2k} \eta ;$$

$$\theta = - \frac{P \cdot m^2}{k} \cdot \eta_3$$

$$M = \frac{P}{4m} \eta_1 ;$$

$$Q = - \frac{P}{2} \eta_2$$

Chú thích : biên độ của các hàm trên giảm rất nhanh khi z tăng. Thực tế khi dầm hữu hạn có khoảng cách từ hai đầu mút đến điểm đặt lực P lớn hơn $\frac{2\pi}{m}$ ta có thể xem là dầm dài vô hạn để tính.

• Các trị số $\eta, \eta_1, \eta_2, \eta_3$ được ghi ở bảng (17-1) phụ lục.

4. Dầm dài nửa vô hạn

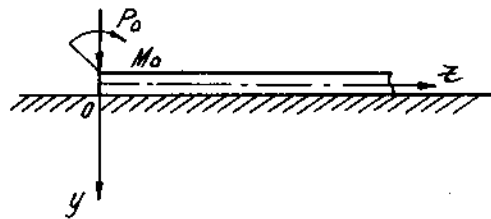
Ví dụ 17-2.

Xét một dầm trên nền đàn hồi chịu tác dụng của một lực P_0 và một mômen M_0 ở đầu trái, còn đầu kia dài vô hạn chọn hệ trục tọa độ Oyz (H. 17-2).

Bài giải :

Các điều kiện biên là :

tại $z = \infty$, độ võng của dầm bằng không, suy ra $C_1 = C_2 = 0$



Hình 17-2

tại $z = 0$; ta có : $(M)_{z=0} = M_0 ;$

$(Q)_{z=0} = - P_0.$

Từ hai điều kiện đó ta có :

$$C_3 = \frac{P - mM_0}{2EJm^3} ;$$

$$C_4 = \frac{M_0}{2EJm^2}.$$

Các phương trình đường đàn hồi, góc xoay, mômen uốn và lực cắt là :

$$y = \frac{2m}{k} (P_0 \cdot \eta_2 - mM_0 \eta_2)$$

$$\theta = \frac{2m^2}{k} (- P_0 \eta + 2mM_0 \eta_2)$$

$$M = \frac{1}{m} (- P_0 \eta_3 + mM_0 \eta)$$

$$Q = - (P_0 \eta + 2mM_0 \eta_3).$$

Các hàm η ở đây vẫn có kí hiệu như ở dầm dài vô hạn :

5. Dầm dài hữu hạn

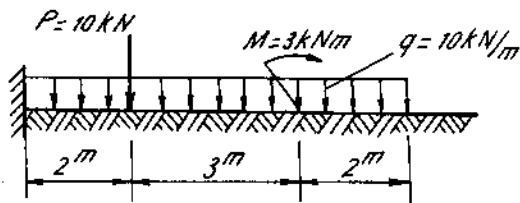
Ví dụ 17-3.

Lập phương trình lực cắt, mômen uốn, góc quay và độ võng của dầm thẳng đặt trên nền đàn hồi. Vẽ biểu đồ (H. 17 - 3a). Cho hệ số

$$\text{nền } k = 0,21 \frac{1}{\text{m}}$$

Bài giải.

Theo lý thuyết phương trình đường đàn hồi, góc xoay, mômen uốn và lực cắt ở đoạn thứ $n + 1$ có dạng :



Biểu đồ 17 - 3a

$$y_{n+1} = y_n + \left(\Delta y_a + \frac{\Delta q_a}{k} \right) A_{m(z-a)} + \left(\frac{\Delta \theta_a}{m} + \frac{\Delta q'_a}{mk} \right) B_{m(z-a)} - \frac{\Delta M_a}{EJm^2} C_{m(z-a)} - \frac{\Delta Q_a}{EJm^3} D_{m(z-a)} - \frac{1}{k} [\Delta q_a + \Delta q'_a(z-a)]$$

$$\theta_{n+1} = y'_{n+1} = \theta_n + \left(\Delta \theta_a + \frac{\Delta q'_a}{k} \right) A_{m(z-a)} - \frac{\Delta M_a}{EJm} B_{m(z-a)} - \frac{\Delta Q_a}{EJm^2} C_{m(z-a)} - 4m \left(\Delta y_a + \frac{\Delta q_a}{k} \right) D_{m(z-a)} - \frac{\Delta q'_a}{k}$$

$$M_{n+1} = -EJy''_{n+1} = M_n + \Delta M_a \cdot A_{m(z-a)} + \frac{\Delta Q_a}{m} B_{m(z-a)} + \frac{1}{m^2} (k\Delta y_a + \Delta q_a) \cdot C_{m(z-a)} + \frac{1}{m^3} (k\Delta \theta_a + \Delta q'_a) \cdot D_{m(z-a)}$$

$$Q_{n+1} = -EJy'''_{n+1} = Q_n + \Delta Q_a \cdot A_{m(z-a)} + \frac{1}{m} (k\Delta y_a + \Delta q_a) B_{m(z-a)} + \frac{1}{m^2} (k\Delta \theta_a + \Delta q'_a) C_{m(z-a)} - 4m\Delta M_a D_{m(z-a)}$$

Trong đó y_n , θ_n , M_n , Q_n phương trình đường đàn hồi, góc xoay, mômen uốn, lực cắt ở đoạn thứ n .

Δy_a , $\Delta \theta_a$, ΔM_a , ΔQ_a là bước nhảy của biểu đồ độ võng, góc xoay, mômen uốn, lực cắt tại mặt cắt $z = a$, đó là điểm đầu của đoạn thứ $n + 1$ cách đầu mút trái của dầm.

Δq_a , $\Delta q'_a$ là bước nhảy của cường độ tải trọng phân bố và đạo hàm bậc nhất của nó tại $z = a$.

$$A_{mz} = \text{Ch}mz \cdot \text{cos}mz$$

$$B_{mz} = \frac{1}{2} (\text{cos}mz \cdot \text{Sh}mz + \text{sin}mz \cdot \text{Ch}mz)$$

$$C_{mz} = \frac{1}{2} \cdot \text{Sh}mz \cdot \text{sin}mz$$

$$D_{mz} = \frac{1}{4} (\text{sin}mz \cdot \text{Ch}mz - \text{cos}mz \cdot \text{Sh}mz)$$

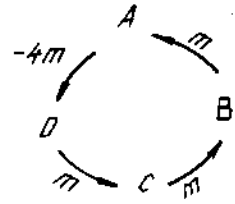
Các hàm A_{mz} , B_{mz} , C_{mz} , D_{mz} gọi là các hàm Crulốp, trị số các hàm Crulốp được ghi ở bảng (17 - 2) phụ lục

Các đạo hàm của các hàm Crulốp có tính chất hoán vị vòng quanh theo sơ đồ dưới đây.

$$\begin{aligned} A' &= -4mD, & D' &= m.C \\ C' &= mB, & B' &= mA \end{aligned}$$

Từ phương trình của đoạn $n + 1$ bất kì ta suy ra được phương trình của đoạn thứ nhất y_1 .

Kí hiệu : y_o , θ_o , M_o , Q_o , q_o , q'_o là trị số độ võng, góc xoay, mômen uốn, lực cắt, cường độ tải trọng phân bố và đạo hàm bậc nhất của nó tại đầu mút trái của dầm ta có các thông số ban đầu.



$\Delta y_a = y_o$; $\Delta \theta_a = \theta_o$; $\Delta M_a = M_o$; $\Delta Q_a = Q_o$; $\Delta q_a = q_o$; $\Delta q'_a = q'_o$ thay vào ta được :

$$y_1 = \left(y_o + \frac{q_o}{k} \right) A_{mz} + \left(\frac{\theta_o}{m} + \frac{q'_o}{mk} \right) B_{mz} - \frac{M_o}{EJm^2} \cdot C_{mz} - \frac{Q_o}{EJm^3} D_{mz} - \frac{q_o + q'_o z}{k}$$

$$\theta_1 = \left(\theta_o + \frac{q'_o}{k} \right) A_{mz} - \frac{M_o}{EJm} B_{mz} - \frac{Q_o}{EJm^2} C_{mz} - 4m \left(y_o + \frac{q_o}{k} \right) D_{mz} - \frac{q'_o}{k}$$

$$M_1 = M_o \cdot A_{mz} + \frac{Q_o}{m} \cdot B_{mz} + \frac{1}{m^2} (ky_o + q_o) C_{mz} + \frac{1}{m^3} (k\theta_o + q'_o) D_{mz}$$

$$Q_1 = Q_o \cdot A_{mz} + \frac{1}{m} (ky_o + q_o) B_{mz} + \frac{1}{m^2} (k\theta_o + q'_o) C_{mz} - 4m M_o D_{mz}$$

Chiều dương của độ võng, góc xoay, mômen uốn, lực cắt được quy ước như trong chương uốn.

Áp dụng giải theo phương pháp thông số ban đầu theo trình tự sau :

- chia đoạn : chia làm ba đoạn.

- lập bảng các thông số ban đầu ở mỗi đoạn :

Các thông số ở đầu mỗi đoạn ghi ở bảng dưới :

	Đoạn 1	Đoạn 2	Đoạn 3
Δy	0	0	0
$\Delta \theta$	0	0	0
ΔM	$M_o(?)$	0	$M = 3\text{kNm}$
ΔQ	$Q_o(?)$	$P = 30\text{kN}$	0
Δq	$q_o = q = 10\text{kN/m}$	0	0

- Viết phương trình độ võng, góc quay, mômen uốn và lực cắt ở các đoạn :

Đoạn 1 ($0 \leq z \leq 2\text{m}$)

$$EJy_1 = \frac{q}{4m^4}A_{mz} + \frac{M_o}{m^2}C_{mz} + \frac{Q_o}{m^3}D_{mz} - \frac{q}{4m^4}$$

$$EJ\theta_1 = -\frac{q}{m^3}D_{mz} + \frac{M_o}{m}B_{mz} + \frac{Q_o}{m^2}C_{mz}$$

$$M_1 = -\frac{q}{m^2}C_{mz} + M_oA_{mz} + \frac{Q_o}{m}B_{mz}$$

$$Q_1 = -\frac{q}{m}B_{mz} - 4mM_oD_{mz} + Q_oA_{mz}$$

Đoạn 2 : ($2m \leq z \leq 5m$)

$$EJy_2 = EJy_1 - \frac{P}{m^3}D_{m(z-2)}$$

$$EJ\theta_2 = EJ\theta_1 - \frac{P}{m^2}C_{m(z-2)}$$

$$M_2 = M_1 - \frac{P}{m}B_{m(z-2)}$$

$$Q_2 = Q_1 - PA_{m(z-2)}$$

Đoạn 3 : ($5m \leq z \leq 7m$)

$$EJy_3 = EJy_2 + \frac{M}{m^2}C_{m(z-5)}$$

$$EJ\theta_3 = EJ\theta_2 + \frac{M}{m}B_{m(z-5)}$$

$$M_3 = M_2 + MA_{m(z-5)}$$

$$Q_3 = Q_2 - 4mMD_{m(z-5)}$$

- Xác định các thông số ban đầu chưa biết nhờ các điều kiện biên ở đầu phải.

Để xác định hai thông số chưa biết, có hai điều kiện biên :

Khi $x = 7m$, $M_3 = Q_3 = 0$

hay

$$M_3(z=7) = -\frac{q}{m^2}C_{7m} + M_oA_{7m} + \frac{Q_o}{m}B_{7m} - \frac{P}{m}B_{5m} + MA_{2m} = 0,$$

$$Q_3(z=7) = -\frac{q}{m}B_{7m} - 4mM_oD_{7m} + Q_oA_{7m} - PA_{5m} - 4mMD_{2m} = 0.$$

Thay giá trị của q , P , M và giá trị bằng số của các hàm A , B , C , D , ta được hai phương trình :

$$0,2304M_o + 5,917Q_o = 373,41,$$

$$-0,4349M_o + 0,2304Q_o = 83,144.$$

Giải hệ này được :

$$Q_o = 69,113\text{kN},$$

$$M_o = -154,56\text{kNm}.$$

- Viết lại các phương trình trên khi đã biết đầy đủ các thông số ban đầu

Thế vào biểu thức ở các đoạn, được :

Đoạn 1 : ($0 \leq z \leq 2m$)

$$EJy_1 = 1290 A_{mz} - 3505 C_{mz} + 7464 D_{mz} - 1290,$$

$$EJ\theta_1 = -1080 D_{mz} - 736 B_{mz} + 1567 C_{mz},$$

$$M_1 = -226,8 C_{mz} - 1546 A_{mz} + 329,2 B_{mz},$$

$$Q_1 = -47,62 B_{mz} + 129,8 D_{mz} + 69,12 A_{mz}.$$

Đoạn 2 : ($2m \leq z \leq 5m$)

$$EJy_2 = EJy_1 - 3239 D_{m(z-2)},$$

$$EJ\theta_2 = EJ\theta_1 - 680,3 C_{m(z-2)},$$

$$M_2 = M_1 - 143,8 B_{m(z-2)},$$

$$Q_2 = Q_1 - 30 A_{m(z-2)}.$$

Đoạn 3 : ($5m \leq z \leq 7m$)

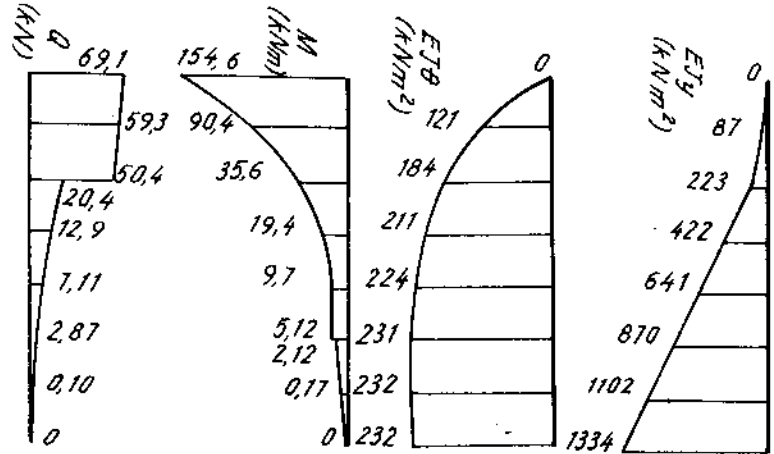
$$EJy_3 = EJy_2 + 68,02 C_{m(z-5)},$$

$$EJ\theta_3 = EJ\theta_2 + 14,29 B_{m(z-5)},$$

$$M_3 = M_2 + 3 A_{m(z-5)},$$

$$Q_3 = Q_2 - 2,52 D_{m(z-5)}$$

- Vẽ các đồ thị (H. 17 - 3b)



Hình 17.3b

Dựa vào bảng giá trị các hàm A_{mz} , B_{mz} , C_{mz} ,

D_{mz} ta tính được độ võng góc quay, mômen uốn và lực cắt ở những điểm cách nhau một mét một và vẽ thành biểu đồ như trên hình vẽ.

Bài tập

17*1. Hai dầm chữ I số 30

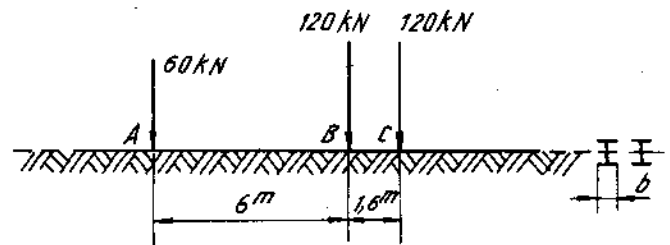
($J_x = 7080cm^4$, $b = 13,5cm$) đặt trên nền đất chặt có hệ số nền $k_0 = 100MN/cm^2$ chịu tác dụng của xe ô tô. Tải trọng của xe tác dụng lên dầm ghi trên hình (17 - 4).

Tính độ võng và mômen uốn của dầm ở các mặt cắt dưới trục bánh. Dầm coi như dài vô hạn.

17*2. Với dấu để như bài trên, tính lực cắt ở mặt cắt B của dầm.

17*3. Chứng minh rằng trong trường hợp tải trọng phân bố đều tác dụng lên dầm dài vô tận thì mômen uốn tính theo công thức $M = \frac{q}{4m^2} \eta_3$.

Áp dụng công thức này tính mômen uốn của dầm ở điểm giữa đoạn tải trọng xe xích phân bố đều $q = 60kN/m$, dài 5m. Cho hệ số m đặc trưng của dầm trên nền đàn hồi bằng 1,0.

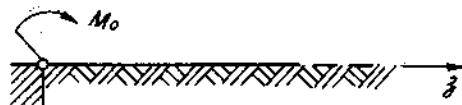


Hình 17 - 4

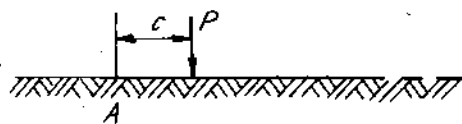
17*4. Lập biểu thức tính mômen uốn của dầm dài vô hạn khi tải trọng tác dụng lên dầm là một ngẫu lực tập trung M_0 .

17*5. Viết hàm chuyển vị và nội lực của một dầm dài nửa vô hạn đặt trên nền đàn hồi và đầu mút đặt trên gối tựa cứng chịu tác dụng của mômen M_0 (H. 17 - 5).

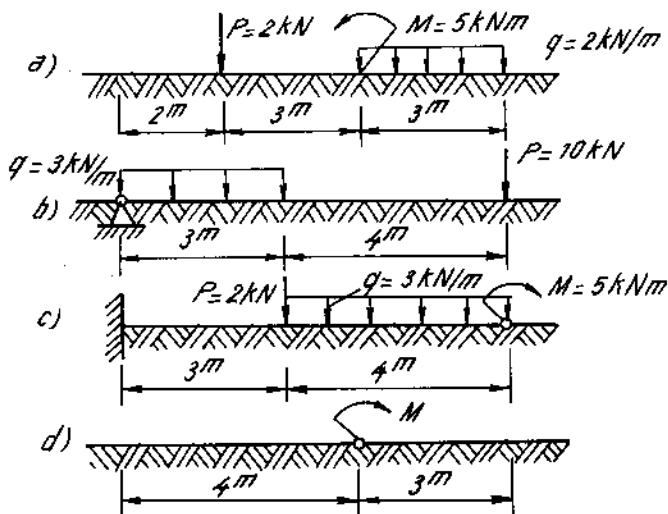
17*6. Viết phương trình độ võng của dầm nửa vô hạn đặt trên nền đàn hồi, chịu tác dụng của lực P đặt cách đầu mút A một khoảng cách c (H. 17 - 6).



Hình 17 - 5

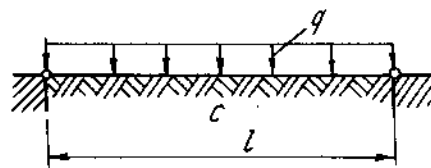


Hình 17 - 6



Hình 17 - 7

17*7. Viết các thông số ban đầu của các dầm đặt trên nền đàn hồi cho trên hình 17 - 7. Viết các điều kiện biên để xác định các thông số ban đầu chưa biết.



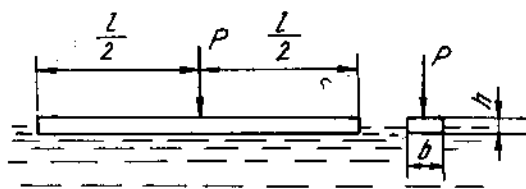
Hình 17 - 8

17*8. Viết biểu thức độ võng và mômen uốn ở điểm giữa của một dầm có gối cứng ở hai đầu, đặt trên nền đàn hồi và chịu tải trọng phân bố đều (H. 17 - 8).

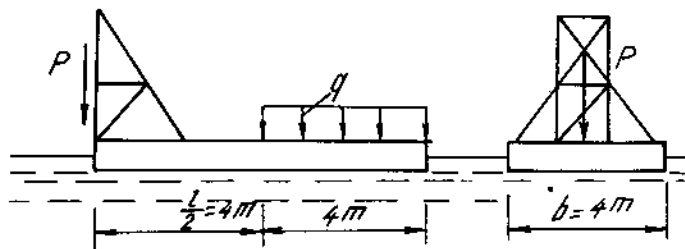
17*9. Một thanh gỗ có mặt cắt chữ nhật chịu một lực P được thả nổi trên mặt nước. Tính ứng suất và độ võng tại mặt cắt có đặt lực, biết :

$$P = 500 \text{ N}, l = 10\text{m}, b = 20\text{cm}, h = 10\text{cm}.$$

Gỗ có môđun đàn hồi $E = 1 \cdot 10^6 \text{N/cm}^2$ (H. 17 - 9).



Hình 17 - 9



Hình 17 - 10

17*10 Một hệ phao có bề rộng $b = 4\text{m}$ và bề dài $l = 8\text{m}$ được ghép theo bề dài bởi các dầm chữ I có mômen quán tính tổng cộng là 35400cm^4 . Phao mang một giá búa có trọng lượng $P = 50\text{kN}$ như trên hình 17 - 10.

Tính đối trọng q cần thiết để giá búa không bị nghiêng.

Chương 18

XOẢN - UỐN THANH THÀNH MỎNG MẶT CẮT HỒ

- Gọi δ : bề dày của thành mỏng
- a : kích thước một cạnh nào đó
- l : chiều dài của thanh.

Thanh gọi là thành mỏng khi : $\frac{\delta}{a} \leq 0,1$; $\frac{a}{l} \leq 0,1$

- Xoắn tự do là trường hợp mặt cắt ngang của thanh khi xoắn có thể vênh tự do, trên mặt cắt ngang chỉ có ứng suất tiếp, không có ứng suất pháp. Các công thức tính ứng suất, và biến dạng được tính như đã biết ở chương xoắn thuần túy.

- Xoắn kiểm chế là trường hợp các mặt cắt ngang cạnh nhau có độ vênh khác nhau, làm cho các mặt cắt này không được vênh tự do như thanh bị ngàm hai đầu, trên thanh có đặt nhiều ngẫu lực xoắn, mặt cắt ngang của thanh thay đổi.

Khi thanh thành mỏng hồ chịu xoắn kiểm chế ngoài ứng suất tiếp do xoắn thuần túy trên mặt cắt ngang còn xuất hiện ứng suất pháp gọi là ứng suất pháp xoắn - uốn và ứng suất tiếp gọi là ứng suất tiếp uốn - xoắn.

1. Các đặc trưng quạt của mặt cắt ngang thanh thành mỏng hồ

1-1. Tọa độ quạt (H. 18-1 ; 18-2).

Cực A là một điểm bất kì trên mặt phẳng của mặt cắt ngang.

M - một điểm trên đường trung gian gọi là điểm gốc. Xét một điểm M_1 có tọa độ là x, y nằm trên đường trung gian ta gọi hai lần diện tích của hình quạt AMM_1 là tọa độ quạt của điểm M_1 với cực là A, gốc là M kí hiệu :

$$\omega = 2dt. AMM_1. \quad (18 - 1)$$

xem hình (18 - 1).

Hoặc tọa độ quạt của điểm M_1 được xác định bởi tích phân sau (H. 18 - 2) :

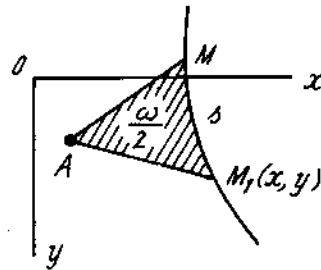
$$\omega = \int_0^s d\omega \quad (18 - 2)$$

hay
$$\omega = \int_0^s hds \quad (18 - 3)$$

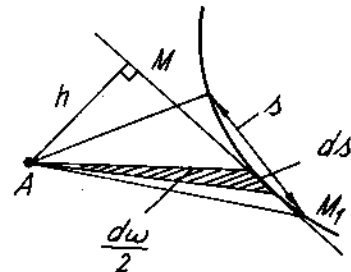
Thứ nguyên của tọa độ quạt là [chiều dài]², đơn vị thường dùng là m² hay cm².

Dấu của tọa độ quạt được quy ước như sau :

Tọa độ quạt được coi là dương khi ta quay bán kính vectơ AM từ điểm gốc đến AM_1 theo chiều thuận kim đồng hồ, ngược lại là âm.



Hình 18 - 1



Hình 18 - 2

- Biểu đồ tọa độ quạt biểu diễn trị số của tọa độ quạt của từng điểm trên đường trung gian.

1-2. Các đặc trưng quạt

- Mômen tĩnh quạt là biểu thức được xác định bởi tích phân :

$$S_{\omega} = \int_F \omega dF \text{ thứ nguyên } [L^4] \quad (18-4)$$

- Mômen tĩnh quạt đường :

$$J_{\omega x} = \int_F \omega y dF \text{ thứ nguyên } [L^5]$$

$$J_{\omega y} = \int_F \omega x dF \text{ thứ nguyên } [L^5] \quad (18-5)$$

- Mômen quán tính quạt :

$$J_{\omega} = \int_F \omega^2 dF \text{ thứ nguyên } [L^4] \quad (18-6)$$

Các đặc trưng trên phụ thuộc vào cách chọn cực và gốc.

1-3. Cực chính và gốc chính.

Nếu $J_{\omega y} = J_{\omega x} = 0$ thì cực A tương ứng được gọi là cực chính nếu $S_{\omega} = 0$ thì gốc tương ứng được gọi là gốc chính hay gọi là điểm không của mặt cắt.

Biểu đồ tọa độ quạt vẽ ứng với cực chính và gốc chính gọi là biểu đồ tọa độ quạt chính. Mômen quán tính quạt tính với tọa độ quạt chính gọi là mômen quán tính quạt chính.

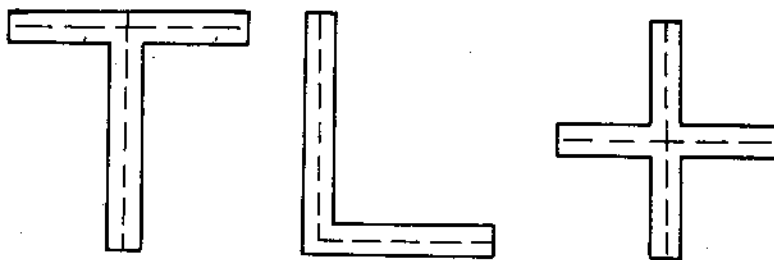
1 - 4. Cực quạt chính và điểm không chính của một số hình đặc biệt.

- Hình có một trục đối xứng : điểm không chính, cực chính nằm trên trục đối xứng đó.

- Hình có hai trục đối xứng : Cực chính và điểm không chính trùng với trọng tâm của mặt cắt (giao điểm của hai trục đối xứng)

- Hình có tâm đối xứng (Ví dụ mặt cắt hình chữ Z) cực chính và điểm không chính trùng với trọng tâm của mặt cắt.

- Đối với mặt cắt hình sao. (Ví dụ hình chữ T, thép góc...) : Cực chính là giao điểm của các tia (H.18 - 3)



Hình 18-3

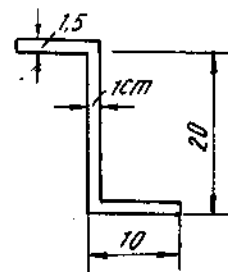
- Cực chính là tâm uốn của mặt cắt.

Ví dụ 18 - 1

Xác định các điểm không chính của mặt cắt hình chữ Z, từ đó tính mômen quán tính quạt của hình (H. 18 - 4a).

Bài giải

Vì lí do đối xứng, cực chính ở trọng tâm A của mặt cắt. Chọn một điểm bất kì trên bản bụng, ta vẽ được biểu đồ tọa độ quạt tạm thời (hình 18-4b, a).



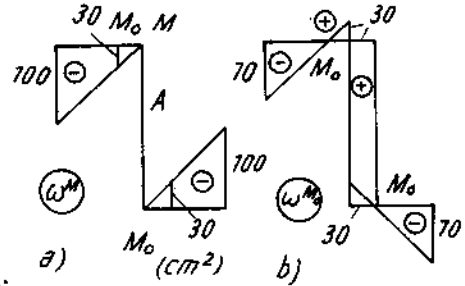
Hình 18-4a

Điểm không chính M_o xác định bằng công thức :

$$\omega_{M_o}^M = \frac{\int \omega^M dF}{F}$$

Vậy

$$\omega_{M_o}^M = -\frac{2 \cdot 1,5 \cdot \frac{100 \cdot 10}{2}}{2 \cdot 10 \cdot 1,5 + 1 \cdot 20} = -30 \text{ cm}^2.$$



Hình 18-4b

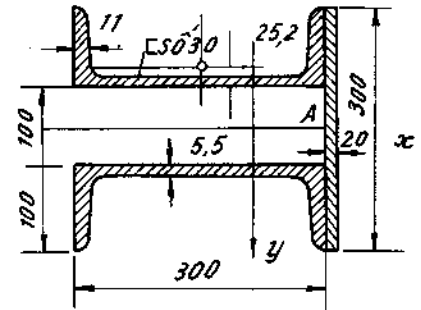
Từ đó vẽ được biểu đồ tọa độ quạt đối với điểm không chính (hình 18 - 4b). Mômen quán tính quạt chính :

$$J_{\omega} = 2 \cdot 1,5 \cdot \frac{70 \cdot 7}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 70 + 2 \cdot 1,5 \cdot \frac{30 \cdot 3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 30 + 1 \cdot 30 \cdot 20 \cdot 30.$$

Vậy : $J_{\omega} = 55000 \text{ cm}^4.$

Ví dụ 18-2.

Xác định tâm uốn và tính mômen quán tính quạt của hình ghép gồm hai thanh chữ [và một bản thép hình chữ nhật (H. 18 - 5a).



Hình 18-5a

Bài giải.

Chọn A trên bản thép làm cực tạm thời, ta vẽ được biểu đồ tọa độ quạt ω_A . Biểu đồ tọa độ y vẽ trên hình 18 - 5b.

Nhân biểu đồ, ta được :

$$J_{\omega x} = 2 \left[0,65 \cdot \frac{162 \cdot 30,45}{2} \cdot 5,32 + 1,1 \left(\frac{162 \cdot 5,32}{2} \cdot 7,11 - \frac{133 \cdot 4,36}{2} \cdot 12,09 \right) \right] = 16032 \text{ cm}^5.$$

Mômen quán tính đối với trục x :

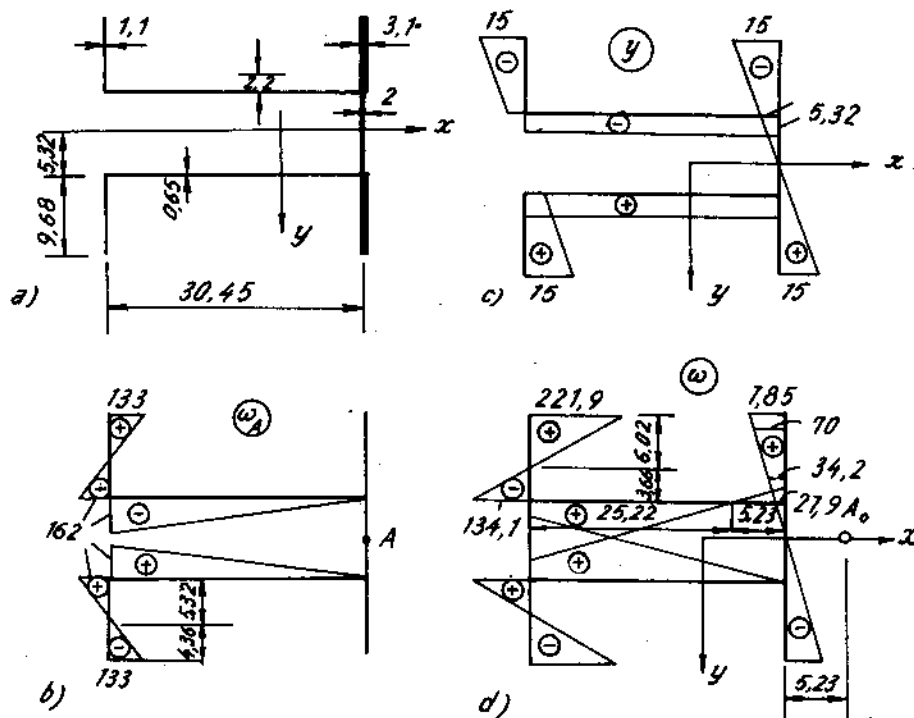
$$J_x = \frac{2 \cdot 30^3}{12} + 2(327 + 7,52^2 \cdot 40,5) = 3057 \text{ cm}^4.$$

$$\alpha_x = \frac{J_{\omega x}}{J_x} = \frac{16032}{3057} = 5,23 \text{ cm}.$$

Biểu đồ ω vẽ ở hình d.

Mômen quán tính quạt chính :

$$J_{\omega} = 2 \left(2 \cdot \frac{27,9 \cdot 532}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 27,9 + 3,1 \cdot \frac{27,9 \cdot 9,68}{2} \cdot 34,2 + 3,1 \cdot \frac{78,5 \cdot 9,68}{2} \cdot 70 + \right. \\ \left. + 0,65 \frac{27,9 \cdot 5,23}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 27,9 + 0,65 \frac{134,1 \cdot 25,22}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 134,1 + \right. \\ \left. + 1,1 \frac{134,1 \cdot 3,66}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 134,1 + 1,1 \cdot \frac{221,9 \cdot 6,02}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 221,9 \right) = J_{\omega} = 662900 \text{ cm}^6.$$



Hình 18 - 5b

2. Nội lực và ứng suất của thanh chịu xoắn kiềm chế mặt cắt hở

2-1. Ứng suất pháp xoắn - uốn và Bimômen xoắn - uốn.

Ứng suất pháp xoắn - uốn kí hiệu σ_ω được tính theo công thức,

$$\sigma_\omega = \frac{B}{J_\omega} \cdot \omega \quad (18-7)$$

Trong đó.

J_ω - mômen quán tính quạt chính.

ω - tọa độ quạt chính.

B - Bimômen xoắn - uốn.

Bimômen xoắn - uốn là một nội lực suy rộng có thứ nguyên [lực]. [chiều dài]². Ở mỗi mặt cắt của thanh bị xoắn uốn bimômen có một giá trị xác định, được tính theo công thức.

$$B = -E_1 \cdot J_\omega \cdot \theta'' \quad (18-8)$$

trong đó

$$E_1 = \frac{E}{1 - \mu^2} \quad (18-9)$$

E - môđun đàn hồi khi kéo - nén

μ - hệ số Poát - xông ;

θ - góc quay của mặt cắt ngang quanh tâm xoắn, θ được coi là dương khi mặt cắt quay thuận chiều kim đồng hồ ;

θ'' - đạo hàm hai lần của θ theo z . (oz - trục của thanh đi qua tâm xoắn) theo định nghĩa :

$$B = \int_F \omega \cdot \sigma_{\omega} \cdot dF \quad (18-10)$$

Dấu của bimômen B được quy ước như sau :

Bimômen xoắn - uốn được coi là dương, khi trên mặt cắt có pháp tuyến ngoài dương (pháp tuyến hướng theo chiều dương của trục z). Bi mômen gây ra ứng suất kéo tại những điểm có tọa độ quạt dương.

2-2. Ứng suất tiếp xoắn - uốn và mômen xoắn-uốn.

Ứng suất tiếp xoắn uốn kí hiệu τ_{ω} được phân bố đều theo bề dày và được tính bởi công thức :

$$\tau_{\omega} = \frac{M_{\omega} \cdot S_{\omega}^c}{J_{\omega} \cdot \delta} \quad (18-11)$$

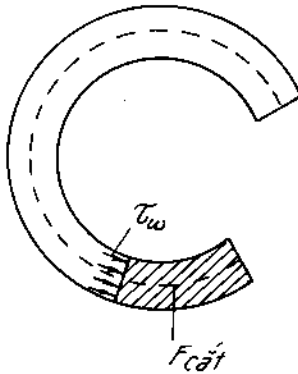
Trong đó.

J_{ω} - mômen quán tính quạt chính ;

δ - bề dày của thành mỏng ;

$S_{\omega}^c = \int_{F_{cắt}} \omega \cdot dF$ - mômen tĩnh quạt của phần diện tích kể từ điểm tính ứng suất tiếp đến mép của mặt cắt (H.18-6)

$$(18-12)$$



Hình 18-6

$$M_{\omega} = \int_F \tau_{\omega} \cdot \delta \cdot d\omega - \text{mômen xoắn uốn}$$

$$(18-13)$$

hoặc viết theo góc xoay :

$$M_{\omega} = -E_1 \cdot J_{\omega} \cdot \theta''' \quad (18-14)$$

θ''' - đạo hàm ba lần góc xoay theo biến số z (oz - trục của thanh đi qua tâm xoắn).

Dấu của M_{ω} được quy ước là dương khi nhìn vào mặt cắt mômen này quay thuận chiều kim đồng hồ.

Giữa mômen xoắn uốn và bimômen xoắn uốn có sự liên hệ vi phân sau :

$$\frac{dB}{dz} = M_{\omega} \quad (18-15)$$

3. Tính biến dạng của thanh chịu xoắn kiềm chế

3-1. Xác định góc xoắn nhờ tìm nghiệm của phương trình vi phân góc xoắn.

Dựa vào sự liên hệ vi phân giữa mômen xoắn tổng quát và tải trọng có liên hệ :

$$\frac{dM_z}{dz} = m(z). \quad (18-16)$$

Trong đó :

$m(z)$: cường độ của mômen xoắn ngoại lực phân bố trên thanh M_z mômen xoắn tổng quát nội lực có giá trị :

$$M_z = M_{x_0} + M_{\omega} \quad (18-17)$$

M_{x_0} - mômen xoắn thuần túy có liên hệ với góc xoắn theo biểu thức :

$$M_{x_0} = GJ_{x_0} \cdot \theta' \quad (18-18)$$

M_{ω} - mômen xoắn uốn có liên hệ với góc xoắn theo công thức (18-14) :

$$M_{\omega} = -E_1 J_{\omega} \cdot \theta'''$$

Ta có phương trình vi phân góc xoắn sau :

$$- E_1 \cdot J_{\omega} \cdot \theta^{IV} + G J_{x_0} \cdot \theta'' = m(z)$$

hay :
$$\theta^{IV} - k^2 \theta'' = - \frac{m(z)}{E_1 J_{\omega}} \quad (18-19)$$

Trong đó :

$k = \sqrt{\frac{G \cdot J_{x_0}}{E_1 J_{\omega}}}$ gọi là đặc trưng xoắn uốn của mặt cắt có thứ nguyên. $\left[\frac{1}{\text{chiều dài}} \right]$

đơn vị thường dùng $\frac{1}{m}$; $\frac{1}{cm}$(18-20)

Nghiệm tổng quát của (18-19) là :

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 \quad (18-21)$$

Trong đó : $\theta_1 = C_1 + C_2 Z + C_3 e^{kz} + C_4 e^{-kz} \quad (18-22)$

hay :

$$\theta_1 = D_1 + D_2 Z + D_3 \text{Sh}kz + D_4 \text{ch}kz \quad (18-23)$$

là nghiệm tổng quát của phương trình thuần nhất, D_1, D_2, D_3, D_4 là các hằng số tích phân được xác định từ các điều kiện biên và liên tục của bài toán.

θ_2 - nghiệm riêng của phương trình không thuần nhất.

Ví dụ. mômen xoắn phân bố đều, $m = \text{const}$ ta có nghiệm riêng :

$$\theta_2 = \frac{m}{k^2 E_1 J_{\omega}} \cdot \frac{Z^2}{2}$$

Góc xoắn được coi là dương như đã quy ước ở mục (2-1).

Các điều kiện biên :

a) Đầu thanh tự do. $M_z = 0$; $B = 0$;

$$\theta \neq 0$$
 ; $\theta' \neq 0$

b) Đầu thanh ngàm : $\theta = 0$; $\theta' = 0$

$$B \neq 0$$
 ; $M_z \neq 0$

c) Đầu tựa trên gối khớp : $\theta = 0$; $B = 0$

$$\theta' \neq 0$$
 ; $M_z \neq 0$.

3-2. Xác định góc xoắn θ bằng phương pháp thông số ban đầu.

Xuất phát từ các phương trình góc xoắn, đạo hàm bậc nhất của góc xoắn mômen xoắn, bimômen xoắn uốn và mômen xoắn uốn của đoạn thứ $n + 1$ tính theo đoạn thứ n , suy ra các phương trình ở đoạn thứ nhất tính theo các thông số ban đầu $\theta_0, \theta'_0, B_0, M_0$ là góc xoắn, đạo hàm bậc nhất của góc xoắn, bimômen, mômen xoắn tập trung ở đầu trái của thanh (tại $z = 0$). Ta có các phương trình sau để tính toán : Tại đoạn thứ $n + 1$. Ta có :

$$\begin{aligned} \theta_{n+1} &= \theta_n + \Delta\theta_a + \frac{\Delta\theta'_a}{k} \operatorname{shk}(z-a) - \frac{\Delta B_a}{GJ_{xo}} [\operatorname{chk}(z-a) - 1] + \frac{\Delta M_a}{GJ_{xo}} [(z-a) - \\ &\quad - \frac{1}{k} \operatorname{shk}(z-a)] + \frac{\Delta m_a}{GJ_{xo}} \left[\frac{(z-a)^2}{2} - \frac{\operatorname{chk}(z-a) - 1}{k^2} \right]; \\ \theta'_{n+1} &= \theta'_n + \Delta\theta'_a \operatorname{chk}(z-a) - \frac{\Delta B_a}{GJ_{xo}} k \operatorname{shk}(z-a) + \frac{\Delta M_a}{GJ_{xo}} [1 - \operatorname{chk}(z-a)] \\ &\quad + \frac{\Delta m_a}{GJ_{xo}} \left[(z-a) - \frac{\operatorname{shk}(z-a)}{k} \right]; \\ M_{xo}^{n+1} &= M_{xo}^n + GJ_{xo} \Delta\theta'_a \operatorname{ch} \cdot k(z-a) - \Delta B_a \cdot k \cdot \operatorname{sh} \cdot k(z-a) + \\ &\quad + \Delta M_a [1 - \operatorname{ch} \cdot k(z-a)] + \Delta m_a \left[(z-a) - \frac{\operatorname{shk}(z-a)}{k} \right]; \\ B^{n+1} &= B^n - E_1 J_\omega \Delta\theta'_a \cdot k \cdot \operatorname{shk}(z-a) + \Delta B_a \operatorname{ch} \cdot k(z-a) + \\ &\quad + \Delta M_a \cdot \frac{\operatorname{sh} \cdot k(z-a)}{k} - \Delta m_a \left[\frac{1 - \operatorname{ch} \cdot k(z-a)}{k^2} \right]; \\ M_\omega^{n+1} &= M_\omega^n - GJ_{xo} \Delta\theta'_a \operatorname{chk}(z-a) + \Delta B_a k \operatorname{shk}(z-a) + \\ &\quad + \Delta M_a \operatorname{chk}(z-a) + \Delta m_a \frac{\operatorname{shk}(z-a)}{k}; \end{aligned} \quad (18-24)$$

Tại đoạn thứ nhất các phương trình là :

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \theta_0 + \frac{\theta'_0}{k} \operatorname{shkz} - \frac{B_0}{GJ_{xo}} (\operatorname{chkz} - 1) + \frac{M_0}{GJ_{xo}} \left(Z - \frac{1}{k} \operatorname{shkz} \right) + \\ &\quad + \frac{m_1}{GJ_{xo}} \left(\frac{Z^2}{2} - \frac{\operatorname{chkz} - 1}{k^2} \right); \\ \theta'_1 &= \theta'_0 \operatorname{chkz} - \frac{B_0}{GJ_{xo}} k \operatorname{shkz} + \frac{M_0}{GJ_{xo}} (1 - \operatorname{chkz}) + \frac{m_1}{GJ_{xo}} \left(z - \frac{\operatorname{shkz}}{k} \right); \\ M_{xo}^1 &= GJ_{xo} \theta'_0 \operatorname{chkz} - B_0 k \operatorname{shkz} + M_0 (1 - \operatorname{chkz}) + m_1 \left(Z - \frac{\operatorname{shkz}}{k} \right); \\ B^1 &= -E_1 J_\omega \theta'_0 k \operatorname{shkz} + B_0 \operatorname{chkz} + M_0 \frac{\operatorname{shkz}}{k} - m_1 \frac{1 - \operatorname{chkz}}{k^2}; \end{aligned}$$

$$M_{\omega}^1 = -GJ_{x_0} \theta'_0 \operatorname{ch} kz + B_0 \operatorname{ksh} kz + M_0 \operatorname{ch} kz + m_1 \frac{\operatorname{sh} kz}{k} \quad (18-25)$$

Trong đó :

$$\Delta\theta_a = \Delta\theta(z-a)|_{z=a}$$

$$\Delta\theta'_a = \Delta\theta'(z-a)|_{z=a}$$

là bước nhảy của biểu đồ góc xoắn và đạo hàm bậc nhất của góc xoắn tại ranh giới giữa đoạn n và $n+1$ ($z=a$). Bước nhảy $\Delta\theta_a$, $\Delta\theta'_a$ mang dấu dương khi bước nhảy của nó có chiều thuận chiều kim đồng hồ. Nếu thanh là một thanh liên tục, vì điều kiện liên tục của thanh tại $z=a$, các bước nhảy này luôn luôn bằng không.

$$\Delta M_a = \Delta M_{x_0, a} + \Delta M_{\omega, a} = GJ_{x_0} \Delta\theta'(z-a)|_{z=a} - E_1 J_{\omega} \Delta\theta'''(z-a)|_{z=a}$$

$$\text{và } \Delta B_a = -E_1 J_{\omega} \Delta\theta''(z-a)|_{z=a}$$

là bước nhảy của mômen xoắn tổng quát và bimômen tại mặt cắt $z=a$.

- Bước nhảy của mômen xoắn tổng quát ΔM_a mang dấu dương khi nhìn từ mũi tên của trục z dọc theo trục thanh, ta thấy mômen tập trung M quay ngược chiều kim đồng hồ.

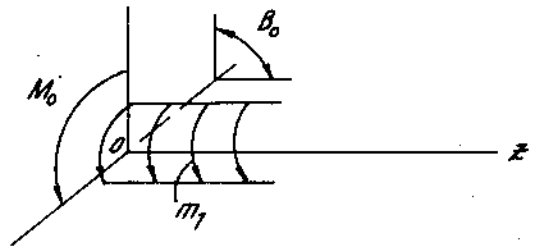
- Bước nhảy của bimômen ΔB_a mang dấu dương khi nhìn từ tâm xoắn đến ngẫu lực xa tâm xoắn nhất của bimômen, ta thấy ngẫu lực quay ngược chiều kim đồng hồ (hay vectơ mômen của ngẫu lực hướng vào tâm xoắn).

- $\Delta m_a = m_{n+1} - m_n|_{z=a}$ là gia số của cường độ mômen xoắn phân bố giữa hai đoạn tại $z=a$.

Cường độ của mômen xoắn phân bố m mang dấu dương khi nhìn từ mũi tên của trục z dọc theo trục thanh, thấy mômen m quay ngược chiều kim đồng hồ.

- m_1 là cường độ của mômen xoắn phân bố ở đoạn thứ nhất chiều dương của B_0 , M_0 và m_1 cho trên hình 18-7.

Khi tính thanh thành mỏng bằng phương pháp thông số ban đầu trước tiên viết phương trình biến dạng và nội lực ở đoạn thứ nhất, rồi tính bước nhảy ở các đoạn tiếp theo để viết phương trình ở đoạn thứ hai lần lượt đến đoạn cuối. Những thông số ban đầu chưa biết được xác định bằng điều kiện biên ở đầu mút phải của thanh.



Hình 18-7

4. Tính thanh thành mỏng mặt cắt hở chịu lực phức tạp

4-1. Ứng suất pháp tại một điểm nào đó trên mặt cắt theo nguyên lý cộng tác dụng được tính theo công thức :

$$\sigma_z = \pm \frac{|N|}{F} \pm \frac{|M_x|}{J_x} |y| \pm \frac{|M_y|}{J_y} |x| \pm \frac{|B|}{J_{\omega}} \cdot |\omega| \quad (18-26)$$

Dấu (+) ứng với ứng suất kéo, dấu (-) ứng với ứng suất nén

4-2. Ứng suất tiếp trên mặt cắt chia làm hai loại : ứng suất tiếp lưỡng kí hiệu τ_1 ứng suất này do các thành phần nội lực Q_x, Q_y và mômen xoắn uốn M_ω gây ra, phân bố đều trên bề dày của mặt cắt và có hướng song song với đường trung gian, được tính theo các công thức.

$$\tau_{zx} = \frac{Q_x \cdot S_y^c}{J_y \cdot \delta}; \quad \tau_{zy} = \frac{Q_y \cdot S_x^c}{J_x \cdot \delta}; \quad \tau_\omega = \frac{M_\omega \cdot S_\omega^c}{J_\omega \cdot \delta}$$

Loại ứng suất tiếp thứ hai do mômen xoắn gây ra, ứng suất này phân bố xem như theo hình tam giác. Trị số của nó được tính theo công thức ở chương xoắn thuần túy.

$$\tau_{x0} = \frac{M_{x0}}{J_{x0}} \cdot \delta$$

4-3. Ứng suất tiếp lớn nhất ở mép cùng chiều với τ_1 và τ_{x0}

4-4. Điều kiện bền.

Việc kiểm tra bền được tiến hành tương tự như các chương trên. Trước hết ta hãy tìm điểm nguy hiểm trên mặt cắt nguy hiểm. Vì phân bố ở trạng thái ứng suất phẳng, nên điểm nguy hiểm là điểm có ứng suất tính toán theo một thuyết bền nào đó thích hợp có trị số lớn nhất. Điều kiện bền có dạng :

$$\sigma_{td} = [\sigma]. \quad (18-27)$$

5. Phương pháp phân tích ngoại lực tác dụng lên thanh thành mỏng

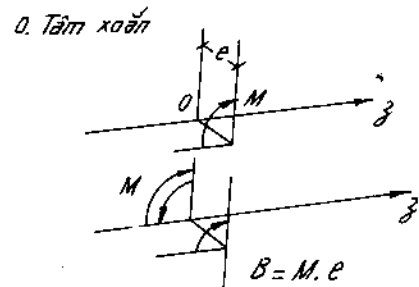
Khi tính một thanh thành mỏng chịu tác dụng của tải trọng, ta phải dời tải trọng đó về trục z , là trục đi qua tâm xoắn của mặt cắt ngang của thanh. Lúc đó ta có thể gặp các trường hợp sau :

5-1. Tại mặt cắt nào đó có đặt một lực tập trung P vuông góc với trục thanh và cách tâm xoắn khoảng cách e . Dời lực P đến tâm xoắn ta được một lực có trị số bằng P và một ngẫu lực có trị số $M = P \cdot e$. Như vậy thanh bị uốn do lực P và bị xoắn uốn do ngẫu lực M .

Nếu tải trọng ngang là tải trọng phân bố có cường độ là q . Phân tích tương tự như trên. Như vậy thanh chịu uốn do tải trọng q và chịu xoắn uốn do mômen phân bố $m = qe$.

5-2. Ngẫu lực M đặt trong mặt phẳng song song với trục z và cách tâm xoắn khoảng cách e . Tại mặt phẳng chứa trục z ta đặt hai ngẫu lực M có chiều ngược nhau. Kết quả ta được một ngẫu lực M và một bimômen $B = Me$. (H.18-8) như vậy thanh bị uốn do M và bị xoắn uốn do B .

5-3. Tại đầu thanh có tác dụng một lực tập trung P song song với trục thanh, đặt tại điểm N có tọa độ quạt khác không. Dời lực P về điểm không chính M_0 ta được một lực và



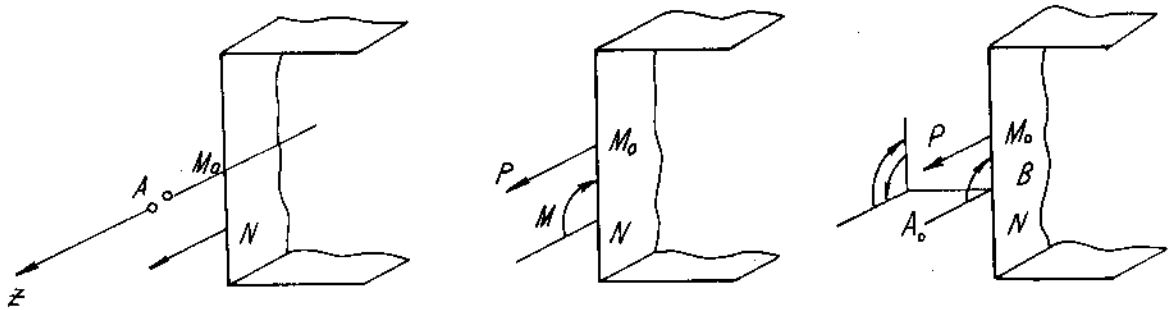
Hình 18-8

một ngẫu lực M nằm trong mặt phẳng song song với trục Z . Ngẫu lực M này phân tích tương tự như trường hợp (5-2) làm thanh chịu uốn do M và xoắn uốn do B .

$$\text{Trị số } M = P \cdot \overline{M_0 N}.$$

Trị số $B = P \cdot \omega_N$; ω_N là tọa độ quạt chính của điểm đặt lực P . (H. 18-9)

Nếu P là lực kéo đặt trên mặt cắt có pháp tuyến ngoài dương. Bimômen mang dấu dương khi $\omega_N > 0$, và nếu lực P đặt trên mặt cắt có pháp tuyến ngoài âm, bimômen mang dấu dương khi $\omega_N < 0$.



Hình 18-9

6. Trình tự giải bài toán trong trường hợp tổng quát

6-1. Xác định các đặc trưng hình học của mặt cắt gồm có :

- Vị trí trọng tâm của mặt cắt.
- Vị trí hệ trục quán tính chính trung tâm.
- Tính giá trị mômen quán tính chính trung tâm J_x, J_y .
- Tính giá trị mômen quán tính chống xoắn J_{x_0} .
- Vị trí tâm xoắn (cực chính), điểm không chính, vẽ biểu đồ tọa độ quạt chính, tính giá trị mômen quán tính quạt chính J_ω .

6-2. Phân tích ngoại lực tác dụng lên thanh thành mỏng.

6-3. Chia thanh thành từng đoạn theo tải trọng tác dụng lên thanh.

6-4. Xác định phương trình góc xoắn $\theta(z)$.

Nếu dùng phương pháp thông số ban đầu thì :

- Lập bảng các thông số ban đầu $\theta_0, \theta'_0, M_0, B_0, m_1$ và bước nhảy $\Delta\theta_a, \Delta\theta'_a, \Delta M_a, \Delta B_a, \Delta m_a$.
- Viết điều kiện biên của thanh
- Xác định các thông số ban đầu chưa biết bằng các điều kiện biên bên phải.
- Viết phương trình biến dạng và nội lực ở từng đoạn.

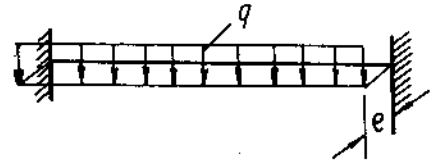
6-5. Vẽ các biểu đồ nội lực (lực dọc N_z), mômen uốn M_x, M_y , lực cắt Q_x, Q_y , bimômen B , mômen xoắn uốn M_ω , mômen xoắn thuần túy M_{x_0} .

6-6. Chọn mặt cắt nguy hiểm, hoặc nghi ngờ nguy hiểm.

- Xác định trị số, chiều của các nội lực đó trên mặt cắt nguy hiểm.
- Vẽ biểu đồ phân bố ứng suất trên mặt cắt nguy hiểm do từng nội lực gây ra.
- Căn cứ vào biểu đồ phân bố ứng suất, chọn điểm nguy hiểm và tiến hành kiểm tra bền.

Ví dụ 18-3.

Lập biểu thức Bimômen xoắn - uốn, mômen xoắn thuần túy và mô men xoắn - uốn của dầm thành mỏng hai đầu ngàm chịu lực phân bố đều đặt cách trục qua tâm uốn mặt cắt một khoảng là e (H.18-10a)



Hình 18-10a

Bài giải.

Đưa tải trọng về mặt phẳng chứa trục qua tâm uốn của mặt cắt, ta được hai biến dạng đồng thời: biến dạng uốn phẳng với tải trọng phân bố đều q và biến dạng xoắn - uốn với mômen xoắn phân bố $m = qe$ (H.18-10B).

Vì các nội lực xoắn và xoắn - uốn chỉ phụ thuộc m nên ở đây ta không xét tới thành phần tải trọng q .

Ở đầu ngàm (gốc tọa độ) ta có $\theta_0 = \theta'_0 = 0$. Các phương trình có dạng:

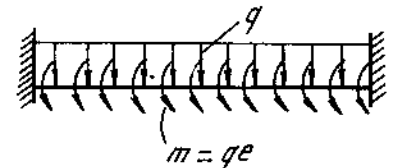
$$\theta = -\frac{B_0}{GJ_{x_0}} (\text{chkz} - 1) + \frac{M_0}{GJ_{x_0}} \left(z - \frac{1}{k} \text{shkz} \right) + \frac{m}{GJ_{x_0}} \left(\frac{z^2}{2} - \frac{\text{chkz} - 1}{k^2} \right),$$

$$\theta' = -\frac{B_0}{GJ_{x_0}} k \text{shkz} + \frac{M_0}{GJ_{x_0}} (1 - \text{chkz}) + \frac{m}{GJ_{x_0}} \left(z - \frac{\text{shkz}}{k} \right),$$

$$M_{x_0} = -B_0 k \text{shkz} + M_0 (1 - \text{chkz}) + m \left(z - \frac{\text{shkz}}{k} \right),$$

$$B = B_0 \text{chkz} + M_0 \frac{\text{shkz}}{k} - m \frac{1 - \text{chkz}}{k^2},$$

$$M_\omega = B_0 k \text{shkz} + M_0 \text{chkz} + m \frac{\text{shkz}}{k}.$$



Hình 18-10b

Để xác định B_0 và M_0 ta có các điều kiện biên:

$$z = l, \quad \theta = 0, \quad \theta' = 0.$$

Thế điều kiện này vào hai phương trình đầu, ta được:

$$-B_0 (\text{chkl} - 1) + M_0 \left(1 - \frac{1}{k} \text{shkl} \right) + m \left(\frac{l^2}{2} - \frac{\text{chkl} - 1}{k^2} \right) = 0$$

$$-B_0 k \text{shkl} + M_0 (1 - \text{chkl}) + m \left(1 - \frac{\text{shkl}}{k} \right) = 0.$$

Giải hai phương trình này, rút ra:

$$B_0 = \frac{\frac{m}{k^2} \left(kl \text{ch} \frac{kl}{2} - 2 \text{sh} \frac{k}{2} \right)}{2 \text{sh} \frac{kl}{2}}$$

$$M_0 = -\frac{ml}{2}.$$

Thay vào biểu thức của B, M_ω ta rút ra :

$$B = \frac{m}{s^2} \left[-1 + \frac{klch\left(\frac{1}{2} - z\right)}{2sh \frac{kl}{2}} \right]$$

$$M_\omega = -\frac{ml}{2} \cdot \frac{sh\left(\frac{1}{2} - z\right)}{sh \frac{kl}{2}}$$

$$M = -m \left(\frac{1}{2} - z \right)$$

nên
$$M_{x_0} = M - M_\omega = -m \left[\left(\frac{1}{2} - z \right) - \frac{lsh\left(\frac{1}{2} - z\right)}{2sh \frac{kl}{2}} \right]$$

Ví dụ 18 - 4.

Vẽ biểu đồ bimômen xoắn - uốn và biểu đồ mômen xoắn tổng quát của thanh AB. Đầu A của thanh ngàm vào tường nhưng mặt cắt ở đây có thể vênh tự do (H.18-11a).

Bài giải.

Chọn trục z như trên hình 18-11b ta viết được phương trình tính bimômen và góc xoắn ở hai đoạn.

Đoạn 1

$$(B_0 = 0, \theta_0 = 0)$$

$$B_1 = -E_1 J_\omega \theta'_0 kshkz + M_0 \frac{shkz}{k},$$

$$\theta_1 = \frac{\theta'_0}{k} shkz + \frac{m_0}{GJ_{x_0}} \left(z - \frac{1}{k} shkz \right)$$

Đoạn 2 :
$$B_2 = -E_1 J_\omega \theta'_0 kshkz + M_0 \frac{shkz}{k} + M \frac{shk\left(z - \frac{1}{2}\right)}{k},$$

$$\theta_2 = \frac{\theta'_0}{k} shkz + \frac{M_0}{GJ_{x_0}} \left(z - \frac{1}{k} shkz \right) + \frac{m}{GJ_{x_0}} \left[z - \frac{1}{2} - \frac{1}{k} shk \left(z - \frac{1}{2} \right) \right]$$

Ta có các điều kiện biên :

khi $z = l, M_{z2} = 0$ và $B_2 = 0$.

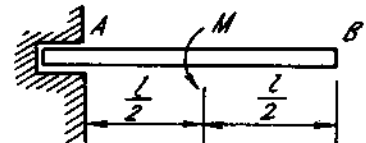
Điều kiện thứ nhất cho

$$M_{z2} = M_0 + M = 0,$$

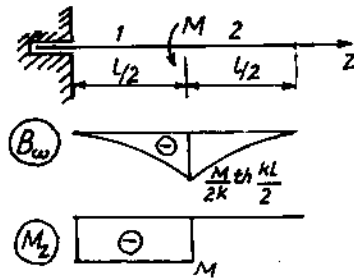
hay $M_0 = -M$.

Điều kiện thứ hai cho :

$$-GJ_{x_0} \theta'_0 shkl - M shkl + M sh \frac{kl}{2} = 0,$$



Hình 18-11a



Hình 18-11b

hay

$$E_1 J_w \theta''_0 = \frac{M \left(1 - 2 \operatorname{ch} \frac{kl}{2} \right)}{2k^2 \operatorname{ch} \frac{kl}{2}}$$

Thay vào các phương trình trên ta được:

$$B_1 = \frac{M \operatorname{shkz}}{2k \operatorname{ch} \frac{kl}{2}},$$

$$B_2 = -\frac{M}{2k} \left[\frac{\operatorname{shkz}}{\operatorname{ch} \frac{kl}{2}} - 2 \operatorname{shk} \left(z - \frac{l}{2} \right) \right],$$

$$M_{z1} = M_0 = -M,$$

$$M_{z2} = M_0 + M = -M + M = 0.$$

Bimômen max bằng :

$$B_1 \left(z = \frac{l}{2} \right) = B_{\max} = -\frac{M}{2k} \operatorname{th} \frac{kl}{2}.$$

Ví dụ 18-5.

Tính ứng suất pháp trên mặt cắt ngang của thanh mỏng hình chữ [số 14 vẽ trên hình 18-12a. Cho $P = 20 \text{ kN}$.

Bài giải.

Các số liệu về mặt cắt chữ [số 14 (H. 18-12B).

$$F = 15,7 \text{ cm}^2, J_x = 489 \text{ cm}^4, W_x = 69,8 \text{ cm}^3,$$

$$J_y = 45,1 \text{ cm}^4, W_y = 10,9 \text{ cm}^3, z_0 = 1,66 \text{ cm},$$

$$J_w = 1780 \text{ cm}^6 \text{ (xem bài tập số 20-4)}.$$

Nội lực gây nên ứng suất pháp trên mặt cắt:

$$N = P = 20 \text{ kN}.$$

$$M_x = P \frac{h-t}{2} = 20 \cdot 6,6 = 132 \text{ kNcm}.$$

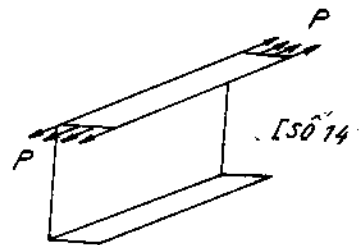
$$\begin{aligned} M_y &= p \left(\frac{b}{2} + \frac{\delta}{4} - z_0 \right) \\ &= 20 \left(\frac{5,8}{2} + \frac{0,5}{4} - 1,66 \right) = 26,8 \text{ kNcm}. \end{aligned}$$

Lực phân bố tác dụng lên bản cánh :

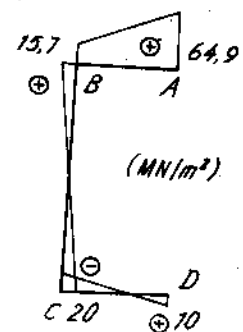
$$q = \frac{P}{b - \frac{\delta}{2}} = \frac{20}{5,8 - \frac{0,5}{2}} = 3,47 \text{ kN/cm}.$$

Bimômen trên mặt cắt :

$$B = \int_F q \omega ds = q \int_F \omega ds = 3,47 \left(-\frac{2,37 \cdot 15,65}{2} + \frac{3,40 \cdot 22,6}{2} \right) = 69 \text{ kNcm}^2.$$



Hình 18-12a



Hình 18-12b

Ứng suất pháp tại các điểm của mặt cắt tính theo công thức tổng quát:

$$\sigma = \frac{N}{F} \pm \frac{|M_x|}{J_x} |y| \pm \frac{|M_y|}{J_y} |x| \pm \frac{|B|}{J_\omega} |\omega|.$$

Ứng suất ở bốn góc :

$$\sigma_A = \frac{20}{15,7} + \frac{132}{489} \cdot 7 + \frac{26,8}{45,1} \cdot 4,14 + \frac{69}{1780} \cdot 22,6 = 6,490 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_A = 64,9 \text{ MN/m}^2.$$

$$\sigma_B = \frac{20}{15,7} + \frac{132}{489} \cdot 7 - \frac{26,8}{45,1} \cdot 1,66 - \frac{69}{1780} \cdot 15,65 = 1,570 \text{ kN/cm}^2.$$

$$\sigma_B = 15,70 \text{ MN/cm}^2.$$

$$\sigma_C = \frac{20}{15,7} - \frac{132}{489} \cdot 7 - \frac{26,8}{45,1} \cdot 1,66 + \frac{69}{1780} \cdot 15,65 = -2 \text{ kN/cm}^2 = -20 \text{ MN/m}^2.$$

$$\sigma_D = -\frac{20}{15,5} - \frac{132}{489} \cdot 7 + \frac{26,8}{45,1} \cdot 4,14 - \frac{69}{1780} \cdot 22,6 = 1 \text{ kN/cm}^2,$$

$$\sigma_D = 10 \text{ MN/m}^2.$$

Như vậy,

$$\sigma_{\max} = \sigma_A = 64,9 \text{ MN/m}^2,$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_C = -20 \text{ MN/m}^2.$$

Bài tập

18*1. Chứng minh rằng mômen quán tính quạt chính của mặt cắt chữ I cánh đều có thể tính bằng công thức

$$I_\omega = \frac{J_{ly} h^2}{2},$$
 trong đó J_{ly} là mômen quán tính của bản cánh đối với trục y của toàn mặt cắt và h là chiều cao của mặt cắt.

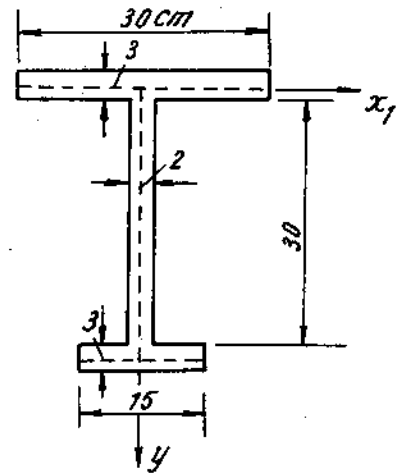
Tính mômen quán tính quạt của hình chữ I số 20.

Hướng dẫn : Lập biểu thức tổng quát của J_ω rồi thu gọn lại thì được kết quả trên.

18*2. Xác định vị trí tâm uốn. Vẽ biểu đồ tọa độ quạt ω , tính mômen quán tính quạt J_ω của mặt cắt hình chữ I vẽ ở hình 18-13.

18*3. Cho hình chữ I thành mỏng hai cánh không bằng nhau (H.18 - 14). Chứng minh rằng :

$$\alpha_y = \frac{J_{3y} h}{J_y} ; \quad I_\omega = \frac{J_{ly} J_{3y} h^2}{J_y}$$



Hình 18-13

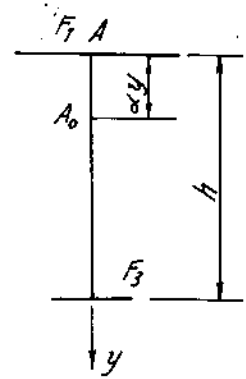
trong đó J_{ly} , J_{3y} là mômen quán tính của hình thành phần 1 và 3 đối với trục y ; J_y mômen quán tính của toàn hình đối với trục y (Trục y là trục chính trung tâm của toàn mặt cắt).

18*4. Xác định tâm uốn và tính mômen quán tính quạt của hình chữ [số 14.

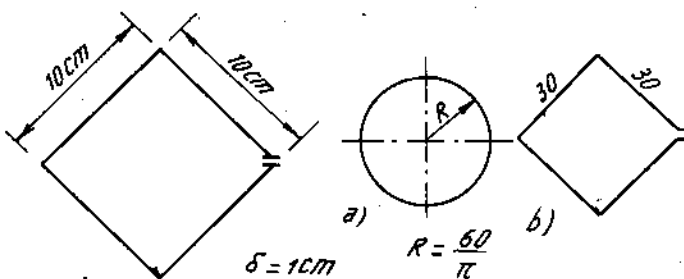
18*5. Xác định cực quạt chính, vẽ biểu đồ tọa độ quạt chính và tính mômen quán tính quạt của hình vuông mỏng hở (H. 8 - 15).

18*6. Tính mômen quán tính quạt của hình tròn hở bán kính R .

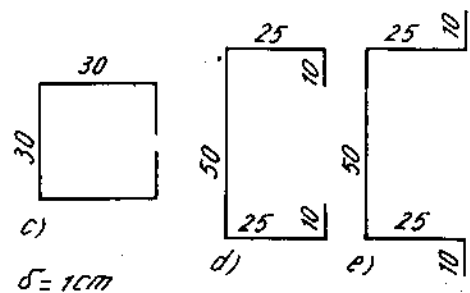
18*7. Tính mômen quán tính quạt của năm hình có bề dày như nhau và cùng chiều dài đường trung gian. So sánh (H.18-16).



Hình 18-14



Hình 18-15

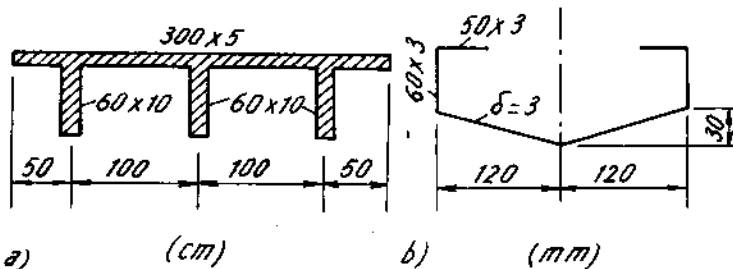


Hình 18-16

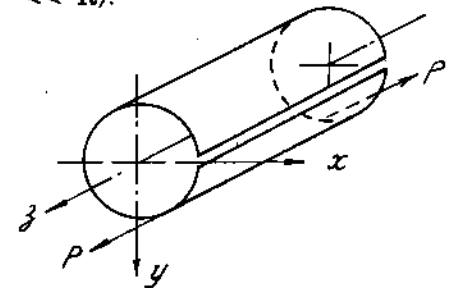
18*8. Tính mômen quán tính quạt của những mặt cắt vẽ ở hình 18-17.

18*9. Lập công thức tính ứng suất pháp trên mặt cắt ngang của một thanh tròn mỏng hở chịu lực tập trung tác dụng lệch tâm (H.18-18).

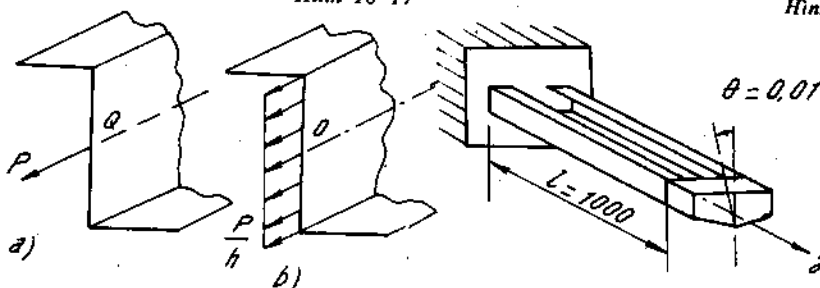
Thanh có đường kính trung bình R và bề dày δ ($\delta \ll R$).



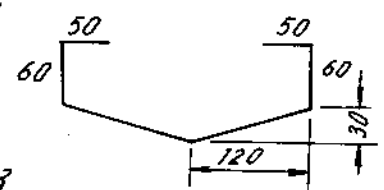
Hình 18-17



Hình 18-18



Hình 18-19



Hình 18-20

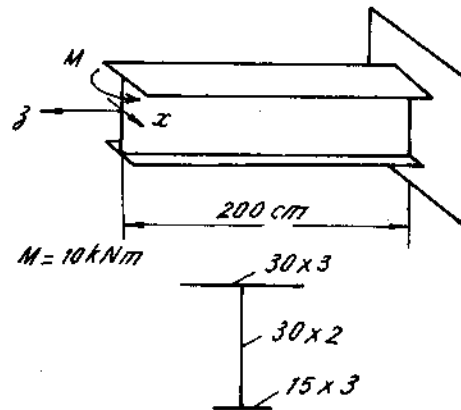
18*10. Có thanh phẳng mặt cắt hình Z kích thước ghi trên hình 18 - 19 chịu một lực kéo P. Tính ứng suất trên mặt cắt ngang trong trường hợp lực P đặt tập trung ở trọng tâm mặt cắt. Nếu lực P đặt phân bố đều trên bản bụng thì ứng suất có thay đổi gì không ?

18*11. Một đoạn thanh thành mỏng dài $l = 100\text{mm}$ mặt cắt có dạng như hình (18-20). Hai đầu đó liên kết hạn chế không cho mặt cắt vênh bị xoắn một góc bằng $0,01\text{ rad}$. Viết biểu góc xoắn và Bimômen. Vẽ biểu đồ ứng suất pháp ở mặt cắt đầu thanh.

Cho $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MN/m}^2$, $\mu = 0,3$.

18*12. Một thanh thành mỏng hở dài l bị ngàm ở đầu tự do có ngẫu lực M nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục thanh tác dụng. Tính góc xoắn ở đầu tự do.

18*13. Một côngxôn mặt cắt hình chữ I cánh không đều chịu một ngẫu lực đặt ở đầu như ở hình 18-21. Vẽ biểu đồ ứng suất pháp ở đầu tự do và ở ngàm.



Hình 18-21

ỨNG SUẤT TIẾP XÚC

Ứng suất tiếp xúc là ứng suất phát sinh tại miền tiếp xúc giữa hai vật thể khi tiếp xúc nhau. Miền tiếp xúc có thể là điểm gọi là tiếp xúc điểm, có thể là đường hoặc diện tích nhỏ gọi là tiếp xúc đường hoặc diện tích. Đặc điểm chung là ứng suất có trị số rất lớn tại miền tiếp xúc, nhưng giảm đi nhanh xa miền tiếp xúc.

1. Độ dịch gần, hình dáng diện tích tiếp xúc, cường độ của áp suất tại một điểm trong diện tích tiếp xúc

1-1. Tiếp xúc điểm

Hình dáng, diện tích tiếp xúc là một hình elíp, phương trình đường chu vi của diện tích tiếp xúc là

$$Ax^2 + By^2 = \alpha \quad (19-1)$$

α là độ dịch gần tương đối giữa hai điểm cùng nằm trên đường song song với pháp tuyến chung.

A, B là các hằng số phụ thuộc vào các độ cong trong các mặt pháp tuyến chính của hai mặt và vị trí tương đối giữa chúng.

Luật phân bố của cường độ áp suất q là một bán cầu elipxôit. Với cường độ lớn nhất p_0 tại tâm của diện tích tiếp xúc (H.19 - 1a).

$$P = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2}, \quad a, b \text{ là bán trục dài và ngắn của elíp.}$$

1-2. Tiếp xúc đường

Diện tích tiếp xúc là một giải hình chữ nhật, chu vi được giới hạn bởi hai đường thẳng song song với trục x. Phương trình của các đường đó là

$$\alpha - By^2 = 0 \quad (19-2)$$

α - độ dịch gần tương đối giữa hai điểm cùng nằm trên đường song song với pháp tuyến chung.

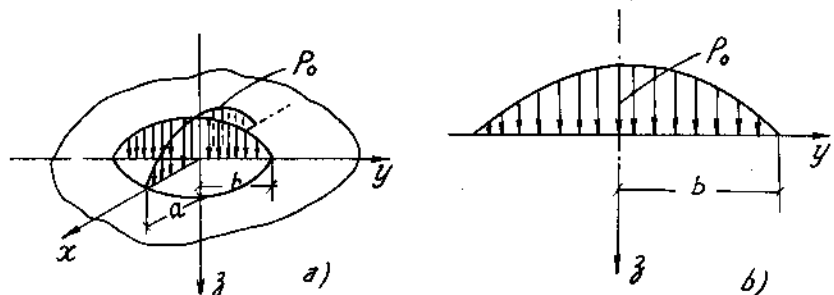
B - Hằng số phụ thuộc vào các độ cong chính.

Luật phân bố của cường độ áp suất q theo phương ngang của diện tích tiếp xúc là một nửa hình elíp (H.19 - 1b) và dọc theo chiều dài là một bán trụ eliptic.

Kí hiệu :

K_{11} , K_{12} và K_{21} , K_{22} là các độ cong chính của bề mặt của mỗi vật thể tại

gốc tọa độ, trị số các độ cong được coi là dương nếu tâm cong tương ứng ở bên trong vật thể thì trị số



Hình 19-1

$$A = \frac{1}{4} (K_{11} + K_{12}) + (K_{21} + K_{22}) - \sqrt{(K_{11} - K_{12})^2 + (K_{21} - K_{22})^2 + 2(K_{11} - K_{12})(K_{21} - K_{22})\cos 2\omega}$$

$$B = \frac{1}{4} (K_{11} + K_{12}) + (K_{21} + K_{22}) + \sqrt{(K_{11} - K_{12})^2 + (K_{21} - K_{22})^2 + 2(K_{11} - K_{12})(K_{21} - K_{22})\cos 2\omega}$$

(19-3)

Trong đó :

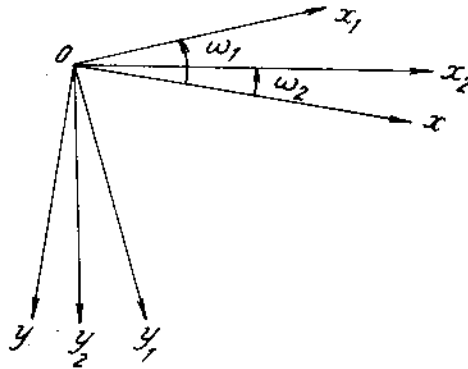
Ox_1y_1 hệ trục tọa độ nằm trong vật 1 chọn theo các độ cong chính, Ox_2y_2 hệ trục tọa độ nằm trong vật 2. Chọn theo các độ cong chính Oxy hệ trục tọa độ nằm trong mặt phẳng tiếp xúc chọn để tính toán. Khi đó tổng quát.

$$\omega = \omega_1 - \omega_2$$

Bảng (19-1) cho biểu thức tính độ dịch gần α một số trường hợp

ω_1 - góc giữa x_1 và x ;

ω_2 - góc giữa x_2 và x



Hình 19-2

Bảng 19-1

Hình thức tiếp xúc	Trị số của α
Hai khối cầu bán kính R_1, R_2 tiếp xúc với nhau	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{9}{2} \theta^2 \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \cdot P^2}$
Một khối cầu bán kính R tiếp xúc với mặt phẳng	$\frac{1}{3} \sqrt{\frac{9}{2} \theta^2 \cdot \frac{1}{R} \cdot P^2}$
Một khối cầu bán kính R_1 tiếp xúc bên trong với một mặt cầu khác bán kính R_2 .	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{9}{2} \theta^2 \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \cdot P^2}$
Hai hình trụ tiếp xúc dọc theo đường sinh có chiều dài l .	$\frac{2P}{\pi l} \left[\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} \left(\ln \frac{2R_1}{l} + 0,407 \right) + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \left(\ln \frac{2R_2}{l} + 0,407 \right) \right]$

Trong đó :





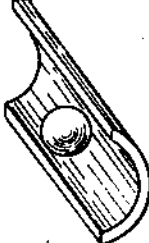
P - lực ép giữa các vật thể ;

$$\theta = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}$$

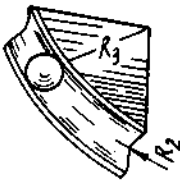
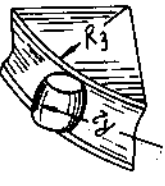

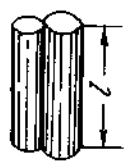
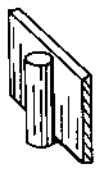
E_1, E_2, μ_1, μ_2 là môđun đàn hồi và hệ số Poátxông của vật 1 và 2.

Bảng (19-2) cho trị số A, B, a, b, α và p_0 khi hai vật thể tiếp xúc cùng có môđun đàn hồi E như nhau và có trị số $\mu = 0,3$.

Bảng 19-2

Hình thức tiếp xúc	A	B	p_0	a	α
 Hai khối cầu có bán kính R_1, R_2	$\frac{R + R}{2R_1R_2}$	$\frac{R + R}{2R_1R_2}$	$0,388 \sqrt[3]{PE^2 \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1R_2} \right)^2}$	$1,109 \sqrt[3]{\frac{PR_1R_2}{E(R_1 + R_2)}}$	$1,23 \sqrt[3]{\frac{P^2 R_1 + R_2}{E^2 R_1R_2}}$
 Khối cầu có bán kính R_1 và mặt cầu có bán kính R_2	$\frac{R_2 - R_1}{2R_1R_2}$	$\frac{R_2 - R_1}{2R_1R_2}$	$0,388 \sqrt[3]{PE^2 \left(\frac{R_2 - R_1}{R_1R_2} \right)^2}$	$1,109 \sqrt[3]{\frac{PR_1R_2}{E(R_2 - R_1)}}$	$1,23 \sqrt[3]{\frac{P^2(R_2 - R_1)}{E^2 R_1R_2}}$
 Khối cầu có bán kính R tiếp xúc với mặt phẳng	$\frac{1}{2R}$	$\frac{1}{2R}$	$0,388 \sqrt[3]{PE^2 \cdot \frac{1}{R^2}}$	$1,109 \sqrt[3]{\frac{PR}{E}}$	$1,23 \sqrt[3]{\frac{R^2}{E^2 R}}$
 Khối cầu có bán kính R_1 và khối trụ có bán kính $R_2, R_2 > R_1$.	$\frac{1}{2R_1}$	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$	$\sqrt[3]{\frac{PE^2}{R_1^2}}$	$\sqrt[3]{\frac{PR_1}{E}}$	$\sqrt[3]{\frac{P^2}{E^2 R_1}}$
 Khối cầu có bán kính R_1 và rãnh trụ có bán kính $R_2, R_2 > R_1$	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$	$\frac{1}{2R_1}$	$\sqrt[3]{\frac{PE^2(R_2 - R_1)^2}{(R_1R_2)^2}}$	$\sqrt[3]{\frac{PR_1R_2}{E(R_2 - R_1)}}$	$\sqrt[3]{\frac{P^2(R_2 - R_1)}{E^2 R_1R_2}}$

Bảng 19-2 tiếp

Hình thức tiếp xúc	A	B	P ₀	a	α
 <p>Khối cầu có bán kính R₁, rãnh tròn có bán kính rãnh là R₂ và đường cong có bán kính R₃</p>	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right)$	$\sqrt[3]{\frac{PE^2(R_2 - R_1)^2}{(R_1R_2)^2}}$	$m_a \sqrt[3]{\frac{PR_1R_2}{E(R_2 - R_1)}}$	$m_\alpha \sqrt[3]{\frac{P^2(R_2 - R_1)}{E^2R_1R_2}}$
 <p>Bì hình trụ có bán kính R₁ và R₂. Rãnh tròn có bán kính R₃, R₄.</p>	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_4} \right)$	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right)$	$\sqrt[3]{\frac{PE^2(R_4 - R_2)^2}{(R_2R_4)^2}}$	$m_a \sqrt[3]{\frac{PR_2R_4}{E(R_4 - R_2)}}$	$m_\alpha \sqrt[3]{\frac{P^2(R_4 - R_2)}{E^2R_1R_2}}$
 <p>Hai hình trụ tiếp xúc vuông góc với nhau có bán kính R₁ và R₂ (R₂ > R₁)</p>	$\frac{1}{2R_2}$	$\frac{1}{2R_1}$	$\sqrt[3]{\frac{PE^2}{R_2^2}}$	$m_a \sqrt[3]{\frac{PR_2}{E}}$	$m_\alpha \sqrt[3]{\frac{P^2}{E^2R_1}}$
 <p>Hai hình trụ tiếp xúc dọc theo đường sinh có bán kính R₁ và R₂</p>		$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$	$0,418 \sqrt[2]{\frac{PE(R_1 + R_2)}{1 - R_1R_2}}$	$b = 1,52 \sqrt{\frac{P}{IE(R_1 + R_2)}}$	$\frac{1,82 P}{\pi E I} \left(1 - 2 \ln \frac{b}{a} \right)$
 <p>Hình trụ có bán kính R tiếp xúc với mặt phẳng</p>		$\frac{1}{2R}$	$0,418 \sqrt[2]{\frac{PE}{IR}}$	$b = 1,52 \sqrt{\frac{P}{E I}}$	$\frac{1,82 P}{\pi E I} \left(1 - 2 \ln \frac{b}{a} \right)$

2. Điều kiện bền

Trước đây người ta cho rằng điểm nguy hiểm nằm trên mặt phẳng tiếp xúc Oxy ; Ox hướng theo bán trục lớn.

Tại tâm elip trạng thái ứng suất là khối : ứng suất tương đương có giá trị. Ví dụ theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất

$$\sigma_{td} = |\sigma_z - \sigma_x| = \frac{1-2\mu}{1+\beta} P_0 = \eta_1 P_0 \quad (19-4)$$

Tại các điểm trên chu vi diện tích tiếp xúc là trạng thái trượt thuần túy, điểm nguy hiểm tại cuối bán trục lớn ($x = a$; $y = 0$) ứng suất tương đương có giá trị. Ví dụ theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất :

$$\sigma_{td} = |\sigma_x + \sigma_y| = \frac{(1-2\mu) \cdot 2\beta}{l^3} (\text{arthe} - e) q_0 = \eta_2 P_0 \quad (19-5)$$

trong đó : $\beta = \frac{b}{a}$

e - tâm sai của elip.

hệ số η_1, η_2 có thể tra bảng tùy thuộc tỉ số $\frac{A}{B}$.

Khi $\frac{A}{B} > 0,3$ thì trị số $\eta_2 > \eta_1$. Nghĩa là điểm nguy hiểm ở cuối bán trục lớn ;

$\frac{A}{B} < 0,3$ thì điểm nguy hiểm là tâm elip. Điều kiện bền theo cách tính này là :

$$\eta_1 P_0 \leq [\sigma] \quad (19-6)$$

hay $\eta_2 P_0 \leq [\sigma]$.

Trong những năm gần đây người ta đã chứng minh được bằng lí thuyết và thực nghiệm là điểm nguy hiểm không phải là các điểm nằm trên mặt tiếp xúc mà tùy hình dáng diện tích tiếp xúc, nó nằm ở một độ sâu z nào đó.

Ví dụ : Diện tích tiếp xúc là elip có $\frac{b}{a} = 0,5$ thì nó ở độ sâu $z = 0,319$,

$$\text{và } \sigma_{td} = \sigma_z - \sigma_y = 0,65 P_0 \quad (19-7)$$

diện tích tiếp xúc là hình tròn thì điểm nguy hiểm

tại $z = 0,48a$

$$\text{và } \sigma_{td} = \sigma_1 - \sigma_3 = 0,62 P_0 \quad (19-8)$$

diện tích tiếp xúc là đường ; điểm nguy hiểm nằm trên trục z có độ sâu $0,78b$ và $\sigma_{td} = 0,608 P_0$ (19-9).

Do đó điều kiện bền có thể viết là :

- Với diện tích tiếp xúc là elip. $\sigma_{td} = 0,65 P_0 \leq [\sigma] \quad (19-10)$

- Với diện tích tiếp xúc là đường tròn $\sigma_{td} = 0,62 P_0 \leq [\sigma] \quad (19-11)$

- Diện tích tiếp xúc dài chữ nhật. $\sigma_{td} = 0,608 P_0 \leq [\sigma] \quad (19-12)$

$[\sigma]$ - ứng suất cho phép khi kéo nén.

Trong kĩ thuật còn sử dụng biểu thức sau để kiểm tra bền theo điều kiện tiếp xúc :

$$P_0 \leq [\sigma]_{tx}$$

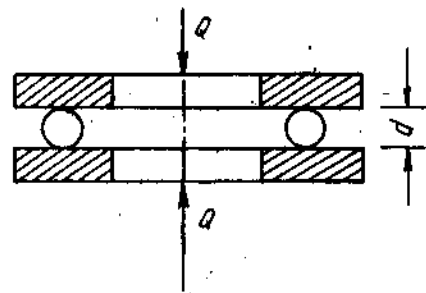
$[\sigma]_{tx}$ - ứng suất cho phép tiếp xúc.

Ví dụ 19-1.

Trên hình 19-3 biểu diễn một ổ bi chặn với những vòng bi phẳng không rãnh. Xác định:

1. Lực nén cho phép Q theo chiều trục.
2. Kích thước của diện tích tiếp xúc.
3. Độ dịch gần giữa hai vòng bi.

Biết rằng : số bi $i = 20$, đường kính viên bi $d = 1\text{cm}$, Bi và vòng bi được làm bằng thép-crôm chịu được áp suất lớn nhất cho phép $[p] = 350\text{kN/cm}^2$ và $E = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$.



Hình 19-3

Chú thích. Vì tải trọng Q không truyền đều lên mỗi viên bi, nên lực tác dụng lên mỗi viên bi tính bằng $P = \frac{Q}{0,8i}$.

Bài giải.

Đây là bài toán tiếp xúc giữa hình cầu và mặt phẳng. Áp suất lớn nhất tác dụng lên diện tích tiếp xúc bằng :

$$\begin{aligned} P_0 &= 0,3880 \sqrt[3]{P \cdot E^2 \left(\frac{2}{d}\right)^2}, \\ &= 0,3880 \sqrt[3]{\frac{4PE^2}{d^2}}. \end{aligned}$$

P là lực tác dụng lên mỗi viên bi:

$$P = \frac{Q}{0,8i},$$

trong đó 0,8 là hệ số quy định trong tính toán khi xét đến sự phân bố không đều của tải trọng lên từng viên bi.

Vậy :

$$p_0 = 0,3880 \sqrt[3]{\frac{4QE^2}{0,8id^2}}$$

Rút ra:

$$Q = 3,42 \frac{p_0^3 id^2}{E^2}.$$

Nếu thay p_0 bằng giá trị cho phép $[p]$ thì ta sẽ được giá trị cho phép của tải trọng Q :

$$[Q] = 3,42 \frac{(350)^3 \cdot 20 \cdot 1^2}{(2,1 \cdot 10^4)^2} = 6,53 \text{ kN}.$$

Lực tác dụng lên từng viên bi bằng:

$$P = \frac{Q}{0,8i} = \frac{6,53}{0,8 \cdot 20} = 0,408 \text{ kN}.$$

Kích thước của diện tích tiếp xúc được tính theo công thức sau :

$$a = b = 1,109 \sqrt[3]{\frac{P}{E} \frac{d}{2}} = 1,109 \sqrt[3]{\frac{0,408}{2,1 \cdot 10^4} \cdot \frac{1}{2}} = 0,024 \text{ cm}.$$

Độ dịch dẫn giữa hai vòng bi và viên bi :

$$\alpha = 1,23 \sqrt[3]{\left(\frac{P}{E}\right) \cdot \frac{2}{d}} = 1,23 \sqrt[3]{\left(\frac{0,408}{2,1 \cdot 10^4}\right)^2 \cdot \frac{2}{1}} = 0,0011 \text{ cm}$$

Vậy, khi bị biến dạng, hai vòng bi đã xích gần lại :

$$2\alpha = 2,0,0011 = 0,0022 \text{ cm.}$$

Thí dụ 19 - 2.

Một ổ bi trụ, kích thước ngoài $120 \times 260 \times 86 \text{ mm}$, chịu lực $Q = 4500 \text{ N}$. Kích thước của viên bi trụ : $d_o = 36 \text{ mm}$, $l = 58 \text{ mm}$, số viên bi, $i = 13$. Rãnh tra dầu $C = 4 \text{ mm}$. Đường kính lớn nhất của vòng bi trong $D = 154 \text{ mm}$.

Xác định kích thước của diện tích tiếp xúc giữa viên bi và vòng bi trong và áp suất lớn nhất tác dụng lên diện tích đó.

Lấy $E = 2,12 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$; $\mu = 0,30$

Chú thích : Vì tải trọng Q không chuyển đều xuống mỗi viên bi, nên viên bi ở vị trí bất lợi nhất sẽ chịu một lực là $P = 4,6 \cdot \frac{Q}{i}$

Bài giải

Lực tác dụng lên mỗi viên bi. $P = 4,6 \cdot \frac{Q}{i} = 4,6 \cdot \frac{45000}{13} = 15900 \text{ N}$.

Chiều dài tiếp xúc : $l = L - 2C = 58 - 2 \cdot 4 = 50 \text{ mm}$.

Cường độ tải trọng phân bố: $q = \frac{P}{l} = \frac{15900}{5} = 3180 \text{ N/cm}$.

Nửa chiều rộng của giải diện tích tiếp xúc:

$$b = 1,52 \sqrt{\frac{q}{E} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$= 1,52 \sqrt{\frac{3180}{2,12 \cdot 10^7} \cdot \frac{1,8 \cdot 7,7}{1,8 + 7,7}} = 0,0225 \text{ cm.}$$

Vậy chiều rộng của giải diện tích tiếp xúc : $2b = 0,45 \text{ mm}$.

Áp suất :

$$P_o = 0,418 \sqrt{qE \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}}$$

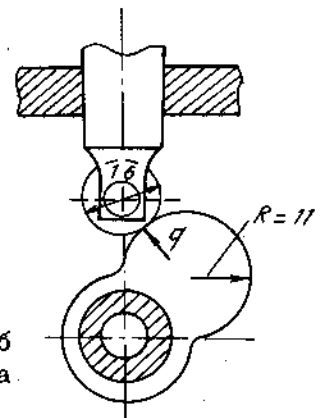
$$= 0,418 \sqrt{3180 \cdot 2,12 \cdot 10^7 \cdot \frac{1,8 + 7,7}{1,8 \cdot 7,7}}$$

$$= 89900 \text{ N/cm}^2.$$

Thí dụ 19 - 3.

Xác định cường độ cho phép trên đơn vị dài của lực phân bố tác dụng lên diện tích tiếp xúc giữa cơ cấu cam và con lăn của cần đẩy. Con lăn và cần đẩy bằng thép:

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2 ; [\sigma]_{\text{tx}} = 150000 \text{ N/cm}^2 \text{ (H19-4).}$$



Hình 19-4

Bài giải

Đây là bài toán tiếp xúc giữa hai hình trụ có trục song song :

$$p_o = 0,418 \sqrt{qE \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}} \ll [\sigma]_{tx}$$

$$\begin{aligned} \text{Từ đây rút ra : } [q] &= \frac{1}{E} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \left(\frac{[\sigma]_{tx}}{0,418} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2 \cdot 10^5} \frac{0,8 \cdot 1,1}{0,8 + 1,1} \left(\frac{1500}{0,418} \right)^2 = 30 \text{ N/mm.} \end{aligned}$$

Thí dụ 19 - 4.

Gối tựa di động của một kết cấu gồm 2 con lăn hình trụ, đường kính $d = 100\text{mm}$, dài 300mm và chịu lực nén $Q = 1000 \text{ kN}$ (H.19-5).

Xác định kích thước của diện tích tiếp xúc giữa con lăn và nền phẳng.

Bài giải

Ta coi các con lăn chịu áp lực như nhau, vậy áp lực tác dụng lên mỗi con lăn bằng :

$$P = \frac{Q}{2} = \frac{1000}{2} = 500 \text{ kN.}$$

Cường độ tải trọng phân bố : $q = \frac{P}{l} = \frac{500}{30} = 16,7 \text{ kN/cm.}$

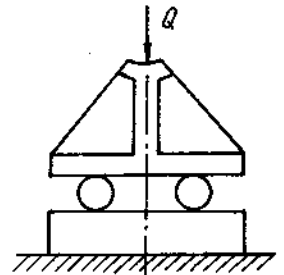
Đây là bài toán tiếp xúc giữa hình trụ và mặt phẳng, nên diện tích tiếp xúc là một giải chữ nhật dài 300 mm và nửa chiều rộng là :

$$b = 1,52 \sqrt{\frac{q}{E} \cdot R} = 1,52 \sqrt{\frac{16,7}{2 \cdot 10^4} \cdot 5} = 0,098 \text{ cm.}$$

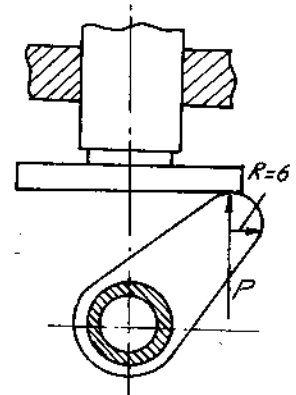
Chiều rộng của giải tiếp xúc : $2b = 2 \cdot 0,098 = 0,196\text{cm.}$

Áp suất lớn nhất :

$$p_o = 0,418 \sqrt{qE \cdot \frac{1}{R}} = 0,418 \sqrt{\frac{16,7 \cdot 2 \cdot 10^4}{5}} = 108 \text{ kN/cm}^2.$$



Hình 19-5



Hình 19-6

Bài tập

19*1. Xác định lực cho phép P của cơ cấu cam tác dụng vào mặt phẳng của cần đẩy. Bề dày của cam $l = 12\text{mm}$.

Cơ cấu cam và cần đẩy đều bằng thép có $E = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$;

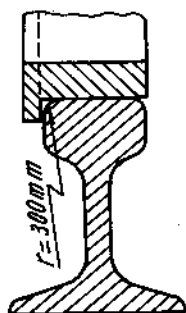
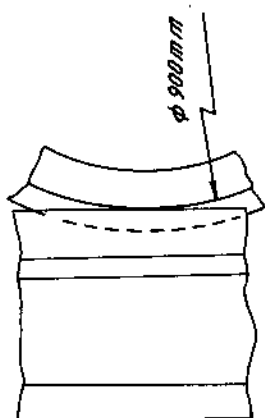
$$[\sigma]_{tx} = 1500 \text{ N/mm}^2$$

Với lực P cho phép, tính kích thước của diện tích tiếp xúc (H.19-6).

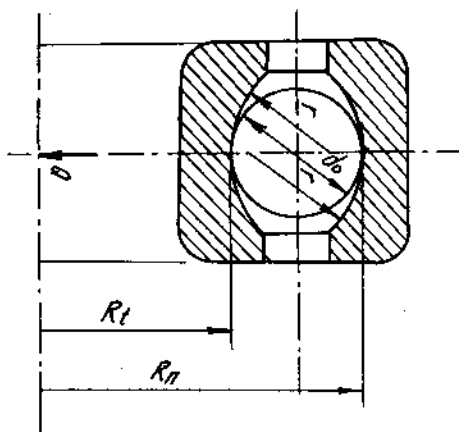
19*2. Xác định kích thước của diện tích tiếp xúc và áp suất lớn nhất giữa đường ray và bánh xe hỏa (H.19-7). Toa xe có 8 bánh và có trọng lượng $Q = 600\text{kN}$. Đường kính bánh xe $D = 900\text{ mm}$ và bán kính nùm ray $r = 300\text{mm}$. Lấy $E = 2.10^7\text{ N/cm}^2$; $\mu = 0,30$.

19*3. Trên hình 19-8 biểu diễn một ổ bi đơn. Xác định:

1. Kích thước của diện tích tiếp xúc giữa viên bi với vòng bi.
2. Áp suất lớn nhất p_0 tác dụng lên các diện tích tiếp xúc.



Hình 19-7



Hình 19-8

Kích thước ổ bi : rộng 28mm bán kính ngoài 75mm bán kính trong 42,5mm

Bán kính ngoài nhỏ nhất của vòng bi trong : $R_t = 48,83\text{mm}$

Bán kính trong lớn nhất của vòng bi ngoài : $R_n = 68,67\text{mm}$

Bán kính rãnh của vòng bi trong và ngoài : $r = 10,23\text{mm}$

Đường kính viên bi : $d_0 = 19,84\text{mm}$

Số viên bi $i = 10$

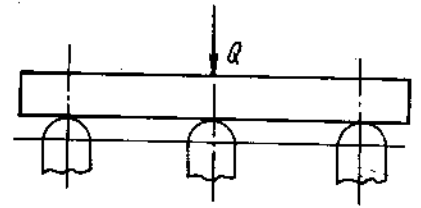
Lực tác dụng lên ổ bi $Q = 3400\text{N}$

Môduyn đàn hồi $E = 21,2.10^6\text{ N/cm}^2$

Hệ số Poatxông $\mu = 0,30$

Chú thích : Vì tải trọng Q không chuyển đều xuống mỗi viên bi, nên viên bi ở vị trí bất lợi nhất sẽ chịu một lực là $P = 5 \cdot \frac{Q}{i}$

19*4. Một tấm toàn bằng thép chịu lực $Q = 7,5\text{kN}$ ở tâm và được đặt trên ba cột thép có đầu mút nửa hình cầu bán kính $R = 15\text{mm}$. Ba cột này được bố trí theo hình tam giác đều, do đó lực Q phân đều lên các cột (H.19-9).



Hình 19-9

Tính kích thước diện tích tiếp xúc, áp suất lớn nhất giữa tấm và đầu cột và độ dịch gấn.

Nếu tấm bằng gang thì các đại lượng này sẽ thay đổi như thế nào ? Cho biết:

- Đối với thép : $E_{th} = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$; $\mu_{th} = 0,28$

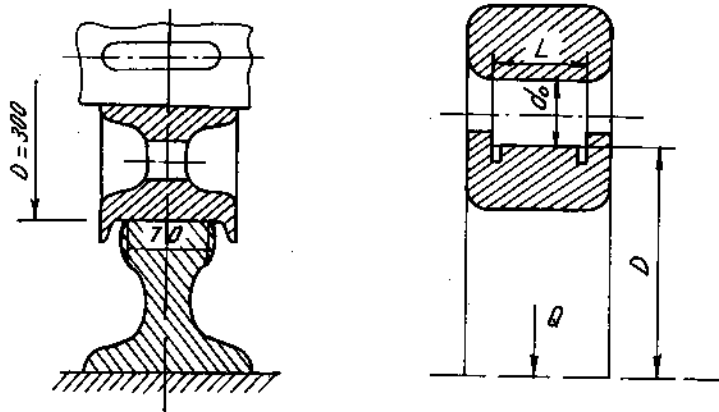
- Đối với gang : $E_g = 1,2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$; $\mu_g = 0,25$.

19*5. Xác định tải trọng cho phép tác dụng lên bánh xe của một cầu trục. Mũ ray là phẳng. Bánh xe và ray đều bằng thép có :

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2;$$

$$[\sigma]_{ix} = 600 \text{ N/mm}^2.$$

Sau đó tính kích thước của diện tích tiếp xúc (H.19-10).



Hình 19-10

TÍNH ỐNG DÀY

1. Ống hình trụ

1-1. Ứng suất.

Đối với ống không đáy, chịu tác dụng của áp lực hướng tâm phân bố đều ở bên trong p_a và ở bên ngoài p_b (H.20-1). Ứng suất pháp vòng (tiếp tuyến) σ_t và hướng tâm σ_r tại điểm bất kì của thành ống có khoảng cách r đến tâm được xác định theo công thức

$$\sigma_t = \frac{P_a \cdot a^2 \left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right) - p_b \cdot b^2 \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)}{b^2 - a^2} \quad (20 - 1)$$

$$\sigma_r = \frac{P_a \cdot a^2 \left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right) - p_b \cdot b^2 \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)}{b^2 - a^2} \quad (10 - 2)$$

trong đó : a - bán kính trong ;

b - bán kính ngoài của ống.

Ứng suất $\sigma_r < 0$ với các giá trị bất kì của p_a và p_b . Còn σ_t có thể lớn hơn hay bé hơn không tùy thuộc vào tương quan của p_a và p_b .

- Nếu $p_a > \frac{p_b}{2} \left(\frac{b^2}{a^2} + 1\right)$

thì $\sigma_t > 0$. Trong trường hợp này các biểu đồ σ_r, σ_t theo chiều dày thành ống có dạng như trên (H. 20-2).

Nếu $p_a = \frac{p_b}{2} \left(\frac{b^2}{a^2} + 1\right)$ thì $\min \sigma_t = 0$.

Ở các điểm nguy hiểm tại mặt trong ống (H. 20-3). Điều kiện bền được viết như sau:

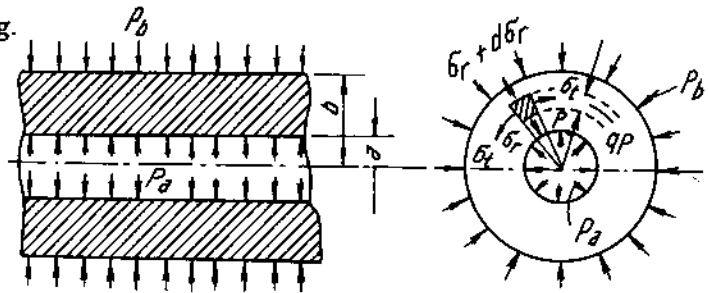
Với vật liệu giòn, theo thuyết bền Mo :

$$\max \sigma_t - \alpha \min \sigma_r \leq [\sigma_k]$$

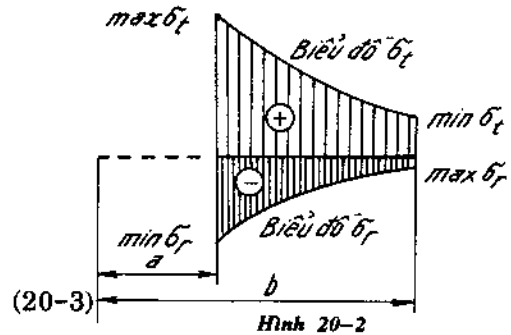
từ đó suy ra tỉ số :

$$\frac{b}{a} = \sqrt{\frac{[\sigma_k] + (1 - \alpha) \cdot p_a}{[\sigma_k] - (1 + \alpha)p_a + 2p_b}} \quad (20-4)$$

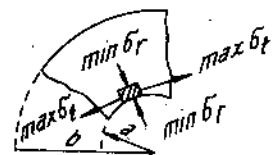
trong đó : $\alpha = \frac{[\sigma_k]}{[\sigma_n]}$ (20-5)



Hình 20 - 1



Hình 20-2



Hình 20-3

Đối với vật liệu dẻo có $[\sigma_k] = [\sigma_n] = [\sigma]$; $\alpha = 1$. Từ (20-4) ta suy ra :

$$\frac{b}{a} = \sqrt{\frac{[\sigma]}{[\sigma] - 2p_a + 2p_b}} \quad (20-6)$$

- Nếu $p_a < \frac{2p_b}{1 + \frac{a^2}{b^2}}$ thì $\sigma_t < 0$. Trong trường hợp đó biểu đồ σ_r, σ_t có dạng như

trên (H. 20-4).

Nếu : $p_a = \frac{2p_b}{1 + \frac{a^2}{b^2}}$ thì $\max \sigma_t = 0$. (20-7)

Ở các điểm nguy hiểm tại mặt trong ống (H. 20-5). Điều kiện bền được viết như sau :

Với vật liệu giòn : $-\alpha \min \sigma_t \leq [\sigma_k]$. (20-8)

Từ đó suy ra tỉ số :

$$\frac{b}{a} = \sqrt{\frac{[\sigma_n] - p_a}{[\sigma_n] + p_a - 2p_b}} \quad (20-9)$$

Khi tỉ số áp lực trong phạm vi :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{b^2}{a^2} + 1 \right) < \frac{p_a}{p_b} < \frac{1}{2} \left(\frac{b^2}{a^2} + 1 \right)$$

thì theo chiều dày thành ống có dấu khác nhau. Do đó muốn kiểm tra bền ta phải tìm được điểm nguy hiểm. Đó là điểm có σ_{td} lớn nhất. Nếu $p_a = p_b = p$ thì $\sigma_r = \sigma_t = -p$.

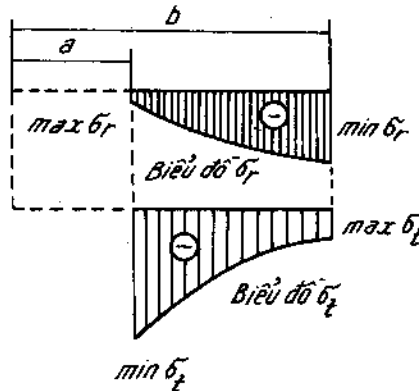
Chú ý là biểu thức σ_r, σ_t không phụ thuộc vào trường hợp trong ống có thành phần σ_z hay không. Nhưng khi viết điều kiện bền thì ta phải chú ý điểm

nguy hiểm lúc này là trạng thái ứng suất khối. Do đó phải tính chính xác trị số $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ để viết điều kiện bền cho đúng.

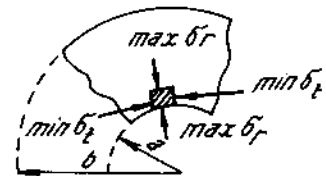
Trường hợp ống chỉ chịu áp lực bên trong ($p_b = 0$) hoặc ống chỉ chịu áp lực bên ngoài ($p_a = 0$). Khi tính ứng suất σ_r, σ_t ta vẫn sử dụng công thức (20-1) (20-2) với các trị số p_b hoặc p_a cho bằng không.

Trong cả hai trường hợp này khi $\sigma_z = 0$; điểm nguy hiểm đều nằm ở mép trong (tức $r = a$).

Điều kiện bền đều có dạng (theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất) :



Hình 20-4



Hình 20-5

$$\sigma_{td} = \sigma_1 - \sigma_2 = p \cdot \frac{2b^2}{b^2 - a^2} \ll [\sigma] \quad (20-10)$$

p - áp suất bên trong hoặc bên ngoài

1-2. Tính chuyển vị

Chuyển vị hướng tâm U của điểm bất kì trên thành ống được xác định theo công thức :

$$U = \varepsilon_t \cdot r \quad (20-11)$$

Khi $\sigma_z = 0$.

$$U = \frac{1 - \mu}{E} \cdot \frac{p_a \cdot a^2 - p_b \cdot b^2}{b^2 - a^2} \cdot r + \frac{1 + \mu}{E} \cdot \frac{a^2 \cdot b^2}{r} \cdot \frac{p_a - p_b}{b^2 - a^2} \quad (20-12)$$

Khi $\sigma_z \neq 0$

$$U = \frac{1 - \mu}{E} \cdot \frac{p_a \cdot a^2 - p_b \cdot b^2}{b^2 - a^2} \cdot r + \frac{1 + \mu}{E} \cdot \frac{a^2 - b^2}{r} \cdot \frac{p_a - p_b}{b^2 - a^2} - \frac{\mu}{E} \cdot \sigma_z \cdot r \quad (20-13)$$

Ta thấy ứng suất pháp dọc trục σ_z có ảnh hưởng tới chuyển vị U .

Ví dụ 20-1

Một ống dày bằng thép, hai đầu bị kín, chịu áp suất phân bố đều bên trong bằng 40MN/m^2 .

Kiểm tra độ bền của ống theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng, biết rằng : $[\sigma] = 160\text{MN/m}^2$. Đường kính trong của ống $2a = 150\text{mm}$. Đường kính ngoài của ống $2b = 200\text{mm}$.

Bài giải

Ống dày bị kéo dọc trục bởi lực :

$$P = p_a \pi a^2.$$

Vậy ứng suất pháp dọc trục sẽ là :

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{P}{\pi(b^2 - a^2)} = \frac{p_a \pi a^2}{\pi(b^2 - a^2)} = \frac{p_a a^2}{b^2 - a^2}, \\ &= \frac{40 \cdot (0,075)^2}{(0,1)^2 - (0,075)^2} = \frac{40 \cdot 0,005625}{0,01 - 0,005625}, \\ &= \frac{40 \cdot 0,005625}{0,004375} = 51,5 \text{ MN/m}^2. \end{aligned}$$

Tại mép trong của ống dày, các ứng suất pháp theo phương bán kính và tiếp tuyến sẽ là :

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -p_a = -40 \text{ MN/m}^2, \\ \sigma_t &= \frac{40 \cdot (0,075)^2}{(0,1)^2 - (0,075)^2} + \frac{(0,075)^2 \cdot (0,1)^2}{(0,075)^2} \cdot \frac{40}{(0,1)^2 - (0,075)^2}, \\ &= 51,5 + 91,5 = 143\text{MN/m}^2. \end{aligned}$$

Do đó, các ứng suất chính ở mép trong là :

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_t = 143\text{MN/m}^2, \\ \sigma_2 &= \sigma_z = 51,5\text{MN/m}^2, \\ \sigma_r &= \sigma_3 = -40\text{MN/m}^2. \end{aligned}$$

Ứng suất tính theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng :

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1},$$

$$\sigma_{td} = \sqrt{143^2 + 51,5^2 + (-40)^2 - 143 \cdot 51,5 - 51,5(-40) - (-40) \cdot 143} \\ \approx 159 \text{ MN/m}^2 < [\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2$$

2. Ống ghép

Các kí hiệu :

a- bán kính trong ống trong ;

b- bán kính ngoài ống ngoài ;

c- bán kính tiếp xúc giữa hai ống ghép ;

p_c - áp lực sinh ra do sự ghép ;

Δ - độ dôi trước khi lắp ghép bằng bán kính trong ống ngoài trừ đi bán kính ngoài ống trong ;

$E_a - \mu_a$ môđun đàn hồi khi kéo, hệ số Poátxông của vật liệu ống trong ;

$E_b, -\mu_b$ môđun đàn hồi khi kéo, hệ số Poátxông của vật liệu ống ngoài.

Biểu thức áp lực sinh ra do sự ghép được tính theo công thức :

$$p_c = \frac{\Delta \cdot C}{\frac{1}{E_a} \left(\frac{c^2 + a^2}{c^2 - a^2} - \mu_a \right) + \frac{1}{E_b} \left(\frac{b^2 + c^2}{b^2 - c^2} + \mu_b \right)} \quad (20-14)$$

Trường hợp ghép hai ống ghép cùng vật liệu : $E_a = E_b = E.$

$$\mu_a = \mu_b = \mu.$$

Biểu thức (20 - 14) đưa về dạng :

$$p_c = \frac{E \cdot \Delta}{2 \cdot C^3} \cdot \frac{(c^2 - a^2)(b^2 - c^2)}{b^2 - a^2} \quad (20-15)$$

Để tính ứng suất trong các ống sau khi ghép ta xem ống ngoài chịu áp lực bên trong p_c và ống trong chịu áp lực bên ngoài p_c , để tính toán theo (20-1) và (20-2). Nếu sau khi ghép, ống ghép chịu áp lực bên trong hoặc cả bên trong và bên ngoài thì ta xem ống ghép đã là một ống nguyên có bán kính trong là a, bán kính ngoài là b để tính toán. Ứng suất tổng hợp bằng ứng suất do ghép ống ban đầu và ứng suất chịu áp lực khi ghép ống.

Ví dụ 20-2

Trên một trục thép, đường kính $d = 60 \text{ mm}$, có gắn một bánh đà bằng gang, đường kính $D = 140 \text{ mm}$ và dày $b = 60 \text{ mm}$.

Tính độ dôi khi ghép căng sao cho chỗ ghép chịu được mômen xoắn $\mathcal{M} = 2 \text{ kNm}$, biết rằng hệ số ma sát giữa thép và gang $f = 0,1$.

$$\text{Đối với thép : } E_{th} = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2 ; \mu_{th} = 0,28$$

$$\text{Đối với gang : } E_g = 1.10^4 \text{ kN/cm}^2 ; \mu_g = 0,25.$$

Bài giải.

Đây là một bài toán ghép căng hai ống dày bằng vật liệu khác nhau, nên áp suất tiếp xúc giữa hai ống do ghép có độ dôi sinh ra được tính theo (20-14).

$$\text{Với } a = 0 ; c = \frac{d}{2} ; b = \frac{D}{2} ,$$

áp suất giữa trục và bánh đà bằng :

$$p_c = \frac{\Delta}{\frac{d}{2} \left[\frac{1 - \mu_{th}}{E_{th}} + \frac{1}{E_g} \left(\frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} + \mu_g \right) \right]}$$

Mômen xoắn do lực ma sát giữa trục và bánh đà :

$$\mathcal{M} = f p_c \pi d b \cdot \frac{d}{2}$$

Thay p_c vào đây ta rút ra :

$$\Delta = \frac{\mathcal{M}}{f \pi d b} \left[\frac{1 - \mu_{th}}{E_{th}} + \frac{1}{E_g} \left(\frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} + \mu_g \right) \right] ,$$

hay

$$\Delta = \frac{2 \cdot 10^2}{0,1 \cdot 3,14 \cdot 6,6} \left[\frac{1 - 0,28}{2 \cdot 10^4} + \frac{1}{1 \cdot 10^4} \left(\frac{14^2 + 6^2}{14^2 - 6^2} + 0,25 \right) \right] ,$$

$$\Delta = 0,00335 \text{cm} .$$

Bài tập

20*1. Một ống thép đường kính ngoài bằng 5cm, thành dày 5mm, chịu áp suất phân bố đều bên trong.

Dựa vào thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất, tính giá trị cho phép lớn nhất của áp suất biết rằng thép có $[\sigma] = 160 \text{MN/m}^2$.

20*2. Một ống dày bằng thép, đường kính trong bằng 20mm, chịu áp suất bên trong $p_a = 25 \text{kN/cm}^2$.

Xác định bề dày ống theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng, biết rằng : $\sigma_{ch} = 65 \text{kN/cm}^2$, hệ số an toàn $n = 1,3$ và $\mu = 0,3$.

20*3. Một ống dày chịu áp suất bên trong p_a và bên ngoài $p_b = 0,1 \text{kN/cm}^2$ (với giả thiết $p_a > p_b$).

Xác định p_a , độ biến dạng dài của bán kính trong và ngoài. Ống dày có bán kính trong bằng 4cm, bán kính ngoài bằng 8cm. Ống làm bằng vật liệu có các đặc trưng cơ học sau đây :

- Ứng suất cho phép khi kéo $[\sigma]_k = 3 \text{kN/cm}^2$

- Ứng suất cho phép khi nén $[\sigma]_n = 12 \text{kN/cm}^2$

$$E = 1,2 \cdot 10^4 \text{kN/cm}^2 ; \mu = 0,24 .$$

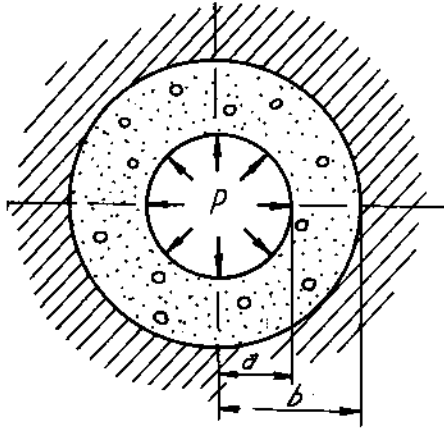
20*4. Một ống dày bằng bê tông đặt vừa khít trong lòng đá (được coi là tuyệt đối cứng). Ống chịu áp suất phân bố đều $p = 0,86 \text{MN/m}^2$ (H.20-6).

Tính áp suất tiếp xúc p' giữa ống và đá ; sau đó kiểm tra độ bền của ống theo thuyết bền Mo.

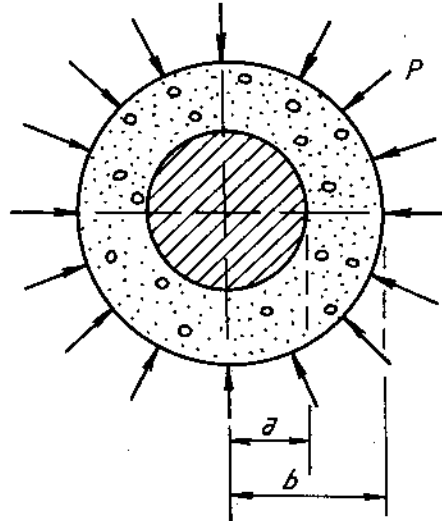
Biết rằng : $\frac{a}{b} = 0,5$ bê tông có các đặc trưng sau :

$$E = 2.10^4 \text{ MN/m}^2 ; \mu = 0,16 ; [\sigma]_k = 0,5 \text{ M/m}^2 ; [\sigma]_n = 2 \text{ MN/m}^2.$$

20*5. Một lõi thép tuyệt đối cứng đặt vừa khít vào bên trong một ống dày bằng bê tông (H.20-7)



Hình 20-6



Hình 20-7

Dựa vào thuyết bền Mo, xác định cường độ lớn nhất của áp suất có thể tác dụng trên mặt ngoài của ống và cường độ của áp suất tiếp xúc giữa ống và lõi.

Cho biết : $\frac{a}{b} = 0,5$; bê tông có các đặc trưng sau :

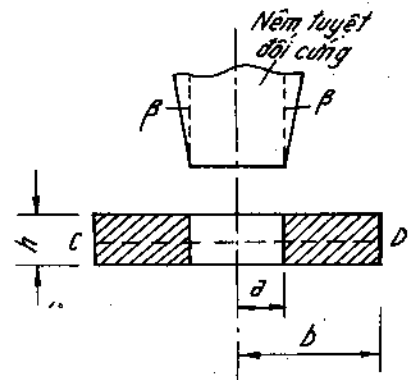
$$E = 2.10^4 \text{ MN/m}^2 ; \mu = 0,16 ;$$

$$[\sigma]_k = 0,4 \text{ MN/m}^2 ; [\sigma]_n = 2 \text{ MN/m}^2.$$

20*6. Tính góc β (coi như rất nhỏ) sao cho khi đóng nắp nệm hình nón cắt tuyệt đối cứng vào vành tròn thì bán kính ngoài của vành tròn sẽ tăng lên một lượng u (Tính ở mặt trung gian CD của vành) (H.20-8)

Vành có môđun đàn hồi E và hệ số poátxông μ .

20*7. Một ống dày bán kính trong $a_1 = 40 \text{ mm}$, chịu áp suất phân bố đều bên trong $p_a = 17 \text{ MN/m}^2$ và bên ngoài $p_b = 1 \text{ MN/m}^2$.



Hình 20-8

Xác định bán kính ngoài b của ống và độ biến dạng dài của các bán kính.

Ống bằng vật liệu có các đặc trưng cơ học như sau :

$$[\sigma]_k = 30 \text{ MN/m}^2 ; [\sigma]_n = 120 \text{ MN/m}^2.$$

$$E = 12.10^{10} \text{ N/m}^2 ; \mu = 0,24.$$

20*8. Người ta ghép căng một ống thép có đường kính trong $2a = 20 \text{ mm}$ và đường kính ngoài $2b = 30 \text{ mm}$ với một ống thép khác có đường kính ngoài $2c = 40 \text{ mm}$. Cả ống ghép chịu áp suất bên trong $p = 25 \text{ kN/cm}^2$.

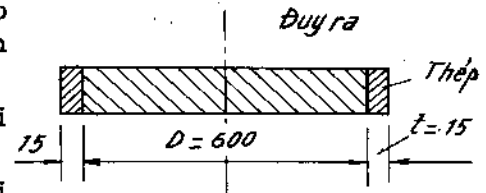
Tính độ dôi Δ giữa bán kính trong của ống ngoài và bán kính ngoài của ống trong sao cho ứng suất σ_1 ở mép trong của ống ghép khi ghép căng giảm đi 30% so với ứng suất σ_1 ở mép trong của ống không ghép có cùng kích thước.

Lấy môđun đàn hồi E của thép bằng 2.10^4 kN/cm^2 .

20*9. Người ta ghép một vành thép dày 15mm vào một đĩa tròn bằng dũa có đường kính $D = 600\text{mm}$ với độ dôi $\Delta = 0,3\text{mm}$.

Xác định áp suất tiếp xúc p' giữa vành và đĩa khi ghép, ứng suất pháp trong vành và đĩa.

Các ứng suất pháp trong vành và đĩa sẽ thay đổi là bao nhiêu nếu nhiệt độ của toàn bộ vành và đĩa tăng lên 55°C (H.20-9)



Hình 20-9

Cho biết :

- Đối với dũa : $E_d = 0,7.10^4 \text{ kN/cm}^2$; $\mu_d = 0,32$ hệ số giãn nở vì nhiệt $\alpha_d = 22.10^{-6}$

- Đối với thép : $E_{th} = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$; $\mu_{th} = 0,30$ hệ số giãn nở vì nhiệt $\alpha_{th} = 12.10^{-6}$.

20*10. Hai ống dày làm bằng những vật liệu khác nhau, được lồng vào nhau với độ dôi Δ .

Tính áp suất tiếp xúc giữa hai ống, biết rằng bán kính trong của ống trong bằng a , bán kính ngoài của ống ngoài bằng b và bán kính ghép (bán kính tiếp xúc giữa hai ống) bằng c .

Vật liệu của hai ống có đặc trưng sau :

- Đối với ống trong : E_a và μ_a

- Đối với ống ngoài : E_b và μ_b .

20*11. Một bánh răng được chế tạo bằng cách ghép căng một bánh xe bằng gang với một vành răng bằng thép (H.20-10)

Xác định giá trị lớn nhất của mômen xoắn có thể truyền được vào chi tiết.

Cho biết : Hệ số ma sát $f = 0,10$, độ dôi

$$\Delta = 0,1\text{mm}$$

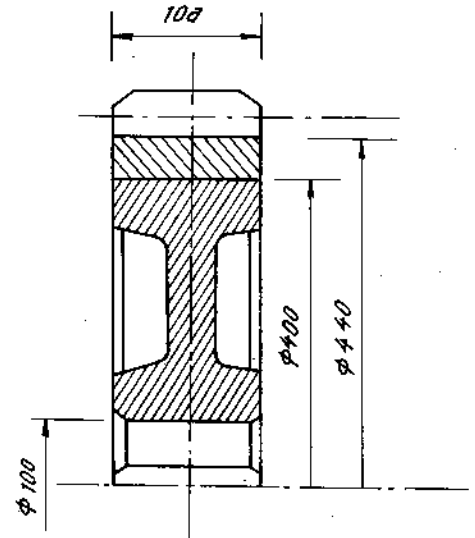
Đối với thép : $E_{th} = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$; $\mu_{th} = 0,28$

Đối với gang : $E_g = 1.10^4 \text{ kN/cm}^2$; $\mu_g = 0,25$

Sau đó kiểm tra độ bền (theo lý thuyết thứ ba) của bánh răng khi lắp ghép, biết rằng :

Đối với gang $[\sigma]_k = 30\text{MN/m}^2$; $[\sigma]_n = 120\text{MN/m}^2$

Đối với thép $[\sigma] = 160\text{MN/m}^2$



Hình 20-10

20*12. Hai ống cùng vật liệu được lồng vào nhau với độ dôi $\Delta = 0,12\text{mm}$. Ống ghép chịu áp suất bên trong phân bố đều.

Tính cường độ lớn nhất của áp suất bên trong theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất. Vật liệu có ứng suất cho phép :

$$[\sigma] = 160\text{MN/m}^2 ; E = 2.10^5 \text{ MN/m}^2$$

Kích thước của ống :

- bán kính trong $a = 50\text{mm}$
- bán kính ghép $c = 70\text{mm}$
- bán kính ngoài $b = 100\text{mm}$.

20*13. Tính giá trị lớn nhất của áp suất tiếp xúc khi ghép căng theo điều kiện ống ghép có độ bền đều (ứng suất tương đương ở mép trong bằng ứng suất tương đương ở chỗ tiếp xúc) và giá trị cho phép của áp suất bên trong.

Khi tính dùng thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng. Ứng suất cho phép của ống : $[\sigma] = 50\text{kN/cm}^2$.

Kích thước của ống :

- đường kính trong : $2a = 80\text{mm}$
- đường kính chỗ ghép : $2c = 114\text{mm}$
- đường kính ngoài : $2b = 146\text{mm}$.

20*14. Một ống đồng bán kính trong $a = 10\text{cm}$ và bán kính ngoài $c = 20\text{cm}$, được đặt vào trong một ống thép có bán kính ngoài $b = 40\text{cm}$ (H.20-11).

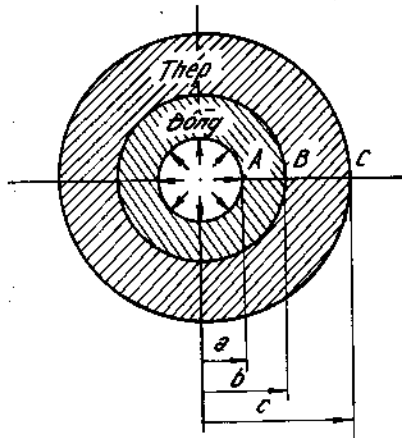
Tính ứng suất pháp tại các điểm A, B, C theo ba trường hợp sau :

1. Hai ống được lồng vừa khít vào nhau và chịu áp suất bên trong $p = 20\text{kN/cm}^2$.
2. Hai ống được ghép vào nhau với độ dôi $\Delta = 0,2\text{mm}$ và cùng chịu áp suất bên trong $p = 20\text{kN/cm}^2$.
3. Hai ống được ghép vào nhau với độ dôi $\Delta = 0,2\text{mm}$ nhưng không chịu áp suất bên trong mà toàn bộ bị đốt nóng lên $\Delta t = 100^\circ\text{C}$.

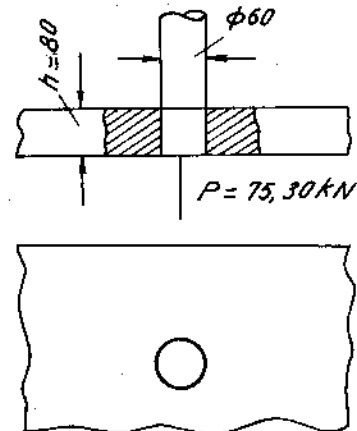
Đối với đồng : $E_d = 1.10^4\text{kN/cm}^2$; $\mu_d = 0,34$; $\alpha_d = 16,5.10^{-6}$

Đối với thép : $E_{th} = 2.10^4\text{kN/cm}^2$; $\mu_{th} = 0,3$; $\alpha_{th} = 12,5.10^{-6}$.

20*15. Một thanh thép tròn $\phi 60$ đã được ghép căng vào một tấm thép rất lớn. Để lấy thanh thép đó ra khỏi tấm, người ta phải ép vào thanh thép một lực $P = 75,3\text{kN}$. (H.20-12).



Hình 20-11



Hình 20-12

Tính độ dôi Δ khi ghép thanh vào tấm, biết rằng tấm dày $h = 80\text{mm}$ và hệ số ma sát ở chỗ tiếp xúc là $f = 0,15$.

$$F_h = 2.10^4\text{kN/cm}^2.$$

TẤM VÀ VỎ MỎNG

- Vỏ mỏng là một vật thể lăng trụ giới hạn bởi hai mặt cong cách nhau một khoảng gọi là bề dày của vỏ. Mặt trung gian là mặt chia đôi bề dày của vỏ. Mặt đàn hồi là mặt trung gian bị uốn cong dưới tác dụng của ngoại lực.

- Tấm là trường hợp đặc biệt khi mặt trung gian là một mặt phẳng. Tùy theo hình dáng hình học của vỏ, tấm, bề dày của vỏ hoặc tấm có thay đổi hoặc không thay đổi ta có các tên gọi thích hợp như : Vỏ mỏng thoải, hình trụ, tròn xoay, tấm tròn, tấm chữ nhật. Trong phạm vi giáo trình này ta chỉ nghiên cứu hai lớp bài toán.

- Tấm tròn mỏng có bề dày không đổi chịu tải trọng đối xứng.

- Vỏ mỏng tròn xoay chịu tải trọng đối xứng, tính theo lý thuyết không mômen.

1. Tấm tròn mỏng

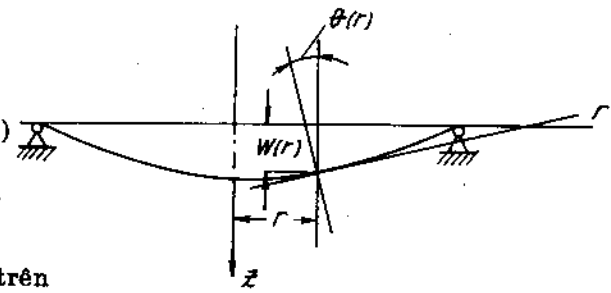
Gọi W là độ võng, h là bề dày của tấm.

Tấm tròn được gọi là mỏng khi nó thỏa mãn điều kiện $\frac{W}{h} < \frac{1}{5}$.

Các kí hiệu. θ - góc xoay (H.21-1)

W - độ võng.

ta có liên hệ $\theta = - \frac{dW}{dr}$. (21-1)



Hình 21-1

σ_r - ứng suất pháp theo hướng kính

σ_t - ứng suất pháp theo tiếp tuyến

M_r - mômen gây ra do σ_r phân bố trên một đơn vị chiều dài

M_t - mômen gây ra do σ_t phân bố trên một đơn vị chiều dài

Q - lực cắt gây ra do ứng suất tiếp τ_{rz} phân bố trên một đơn vị chiều dài

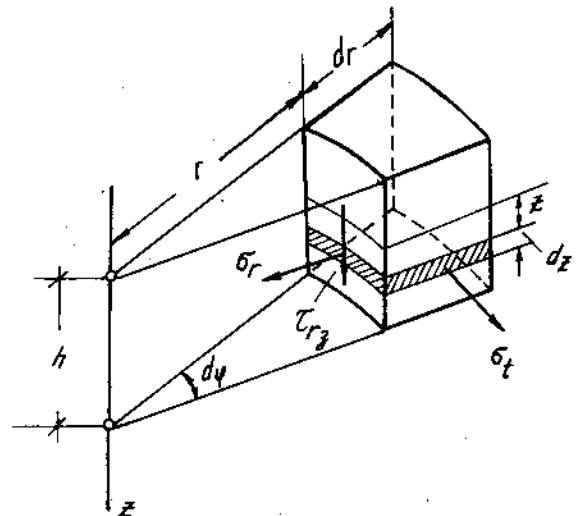
(H. 21 - 2)

Các biểu thức có liên quan đến tính toán.

Xét trong hệ tọa độ trục $ozr\theta$ các biểu thức của ứng suất liên hệ với góc quay là :

$$\sigma_r = \frac{Ez}{1 - \mu^2} \left(\frac{d\theta}{dr} + \mu \frac{\theta}{r} \right) \quad (21-2)$$

$$\sigma_t = \frac{Ez}{1 - \mu^2} \left(\frac{\theta}{r} + \mu \frac{d\theta}{dr} \right) \quad (21-3)$$



Hình 21-2

Các biểu thức của mômen phân bố liên hệ với ứng suất

$$M_r = D \left(\frac{d\theta}{dr} + \mu \frac{\theta}{r} \right) \quad (21-4)$$

$$M_t = D \left(\frac{\theta}{r} + \mu \frac{d\theta}{dr} \right) \quad (21-5)$$

Trong đó : $D = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)}$. gọi độ cứng trụ (21-6)

E - môđun đàn hồi khi kéo - nén

μ - hệ số Poát - xông

Ứng suất pháp lớn nhất và bé nhất nằm ở mép trên và mép dưới tấm tại $z = \pm \frac{h}{2}$.

$$\sigma_r^{\max} = \frac{6M_r}{h^2}; \quad \sigma_r^{\min} = -\frac{6M_r}{h^2} \quad (21-7)$$

$$\sigma_t^{\max} = \frac{6M_t}{h^2}; \quad \sigma_t^{\min} = -\frac{6M_t}{h^2} \quad (21-8)$$

Phương trình vi phân để xác định góc xoay có dạng :

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\theta}{dr} - \frac{\theta}{r^2} = -\frac{Q_r}{D} \quad (21-9)$$

hay $\frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} (\theta \cdot r) \right) = -\frac{Q_r}{D} \quad (21-10)$

Trong đó trị số lực cắt Q_r phân bố được xét từ điều kiện cân bằng của phần tấm có bán kính r bé hơn bán kính của tấm R ($r < R$). Khi xác định được θ từ (21-1) ta xác định được độ võng W , tương tự từ (21-2) (21-3) xác định được σ_r , σ_t , từ (21-4) (21-5) xác định được M_r , M_t .

Các hằng số tích phân khi giải (21-10) được xác định từ các điều kiện biên hoặc liên tục.

Ví dụ 21-1.

Tính độ võng ở tâm của một tấm tròn chịu tải trọng phân bố đều trên một diện tích hình tròn, bán kính b , đồng tâm với tấm (H.21-3a)

Bài giải

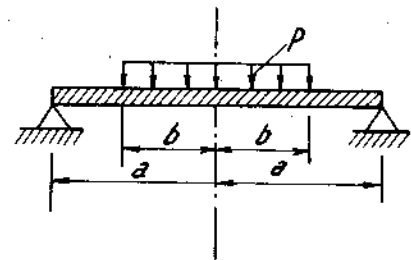
1) Đối với vùng chịu tải trọng ($0 \leq r \leq b$)

$$Q_{r(1)} = \frac{pr}{2}$$

Vậy, phương trình của góc xoay và đạo hàm của nó :

$$\theta_1 = C_1 r + \frac{C_2}{r} - \frac{pr^3}{16D} \quad (a)$$

$$\theta_1' = C_1 - \frac{C_2}{r^2} - \frac{3pr^2}{16D} \quad (b)$$



Hình 21-3a

2) Đối với vùng không chịu tải trọng ($b \leq r \leq a$) :

$$Q_{r(2)} 2\pi r = p\pi b^2,$$

hay

$$Q_{r(2)} = \frac{pb^2}{2} \cdot \frac{1}{r}$$

Vậy :

$$\theta_2 = C'_1 r + \frac{C'_2}{r} - \frac{pb^2}{8D} r(2\ln r - 1), \quad (c)$$

$$\theta'_2 = C'_1 - \frac{C'_2}{r^2} - \frac{pb^2}{8D} (2\ln r + 1), \quad (d)$$

$$M_{r(2)} = D \left(\theta'_2 + \frac{\mu\theta_2}{r} \right) = DC'_1 (1 + \mu) - DC'_2 (1 - \mu) \cdot \frac{1}{r^2} - \frac{(1 + \mu)pb^2}{4} \ln r - \frac{(1 - \mu)pb^2}{8} \quad (e)$$

3) Xác định các hằng số tích phân :

- Khi $r = 0$ thì $(\theta_1)_{r=0} = 0$ (do tính chất đối xứng),

rút ra :

$$C_2 = 0$$

- Khi $r = b$ thì $(\theta_1)_{r=b} = (\theta_2)_{r=b}$,

$$(\theta'_1)_{r=b} = (\theta'_2)_{r=b}$$

$$\text{hay } C_1 b - \frac{pb^3}{16D} = C'_1 b + \frac{C'_2}{b} - \frac{pb^3}{8D} (2\ln b - 1) \quad (g)$$

$$C_1 - \frac{3pb^2}{16D} = C'_1 - \frac{C'_2}{b^2} - \frac{pb^2}{8D} (2\ln b + 1) \quad (h)$$

- Khi $r = a$, $[M_{r(2)}]_{r=a} = 0$

hay

$$DC'_1(1 + \mu) - DC'_2(1 - \mu) \cdot \frac{1}{a^2} - \frac{(1 + \mu)pb^2}{4} \ln a - \frac{(1 - \mu)pb^2}{8} = 0 \quad (i)$$

$$\text{Giải hệ ba phương trình (g), (h), (i), ta được : } C_2 = -\frac{pb^4}{16D}, \quad (k)$$

$$C'_1 = \frac{pb^2}{4D} \ln a - \frac{pb^2}{16D} \frac{1 - \mu}{1 + \mu} \left(\frac{b^2}{a^2} - 2 \right) \quad (l)$$

$$C_1 = \frac{pb^2}{16D} \left(2 + 4\ln \frac{a}{b} + \frac{1 - \mu}{1 + \mu} \cdot \frac{2a^2 - b^2}{a^2} \right) \quad (m)$$

4) Độ võng :

$$\begin{aligned} W_1 &= C_3 - \int \theta_1 dr = C_3 - \int \left(C_1 r - \frac{pr^3}{16D} \right) dr, \\ &= C_3 - C_1 \frac{r^2}{2} + \frac{pr^4}{64D} \end{aligned} \quad (n)$$

$$W_2 = C_3 - C_1' \cdot \frac{r^2}{2} - C_2' \ln r + \frac{pb^2}{8D} r^2 (\ln r - 1). \quad (o)$$

Khi $r = 0$ thì $(W_1)_{r=0} = C_3$ (độ võng ở tâm của tấm);

Khi $r = a$, $(W_2)_{r=a} = 0$, hay

$$C_3 - C_1' \cdot \frac{a^2}{2} - C_2' \ln a + \frac{pb^2 a^2}{8D} (\ln a - 1) = 0 \quad (p)$$

Khi $r = b$, $(W_1)_{r=b} = (W_2)_{r=b}$

hay

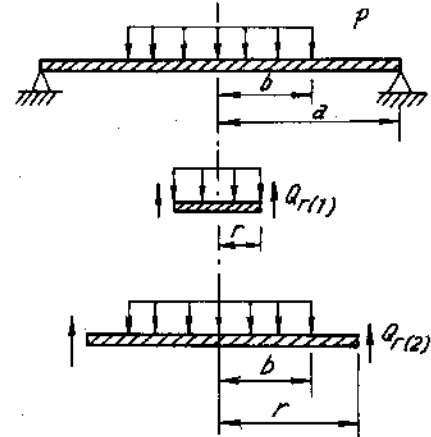
$$C_3 - C_1 \cdot \frac{b^2}{2} + \frac{pb^4}{64D} = C_3 - C_1' \cdot \frac{b^2}{2} + C_2' \ln b + \frac{pb^4}{8D} (\ln b - 1). \quad (q)$$

Giải hai phương trình (p) và (q), ta được

$$\begin{aligned} C_3 &= C_1 \frac{b^2}{2} - \frac{pb^4}{64D} + C_1' \cdot \frac{a^2}{2} + C_2' \ln a - \\ &- \frac{pb^2 a^2}{8D} (\ln a - 1) - C_1' \frac{b^2}{2} - C_2' \ln b + \frac{pb^4}{8D} (\ln b - 1) \end{aligned}$$

Mang (k), (l), (m) vào đây, ta được độ võng ở tâm :

$$\begin{aligned} C_3 &= (W_1)_{r=0} = \frac{pb^2}{16D} \left[\frac{3 + \mu}{1 + \mu} a^2 - \right. \\ &- \left. \frac{4(1 + \mu)}{4(1 + \mu)} b^2 - b^2 \ln \frac{a}{b} \right] \end{aligned}$$



Hình 21-3B

2. Vỏ mỏng tròn xoay chịu tải trọng phân bố đối xứng tính theo lí thuyết không mômen

Các kí hiệu

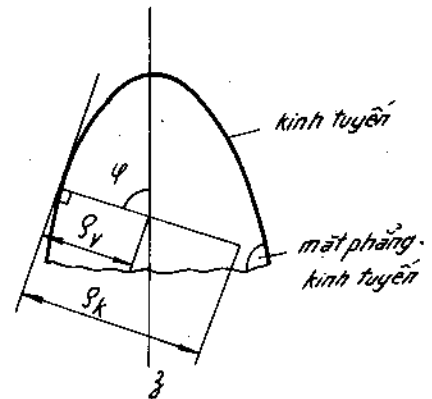
ρ_v - bán kính cong của đường tròn vuông góc với kinh tuyến

ρ_k - bán kính cong của kinh tuyến

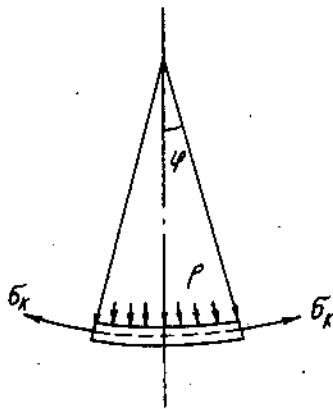
σ_k - ứng suất pháp theo hướng kinh tuyến

σ_v - ứng suất pháp vòng - phân bố theo đường tròn song song. (H.21-4) và (H.21-5)

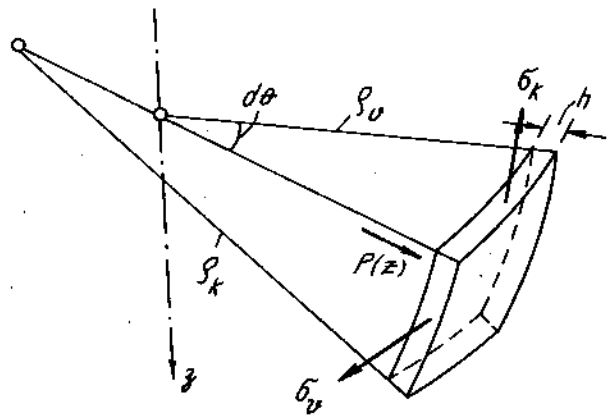
- Trị số ứng suất pháp σ_k được tính từ điều kiện cân bằng của một phần tử xướng phương của trục quay (H.21-6).



Hình 21-4



Hình 21-5



Hình 21-6

- Trị số ứng suất pháp σ_v được xác định từ phương trình Laplace có dạng :

$$\frac{\sigma_k}{\rho_k} + \frac{\sigma_v}{\rho_v} = \frac{p(z)}{h} \quad (21-11)$$

h - bề dày của vỏ.

3. Tính toán độ bền

Tính toán độ bền được tiến hành theo phương pháp chung .

- Xác định điểm nguy hiểm, sau đó dựa vào một thuyết bền thích ứng để kiểm tra, điều kiện bền là :

$$\sigma_{td} \leq [\sigma] \quad (21-12)$$

Ví dụ 21-2.

Một nồi hơi, thân hình trụ tròn và nắp là nửa hình elipxôit tròn xoay, chịu áp suất không đổi p (H.21-7a)

Xác định các ứng suất chính trong thân và nắp của nồi hơi.

Bài giải

1) Ở thân vỏ mỏng :

$$\rho_k = \infty ; \rho_v = a$$

Theo phương trình Laplace : $\frac{\sigma_k}{\infty} = \frac{\sigma_v}{a} = \frac{p}{h}$

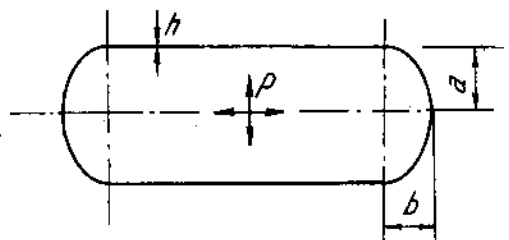
Ta rút ra : $\sigma_v = \frac{pa}{h}$

Từ phương trình cân bằng đối với một phần vỏ mỏng ; $p\pi a^2 = \sigma_k 2\pi ah$

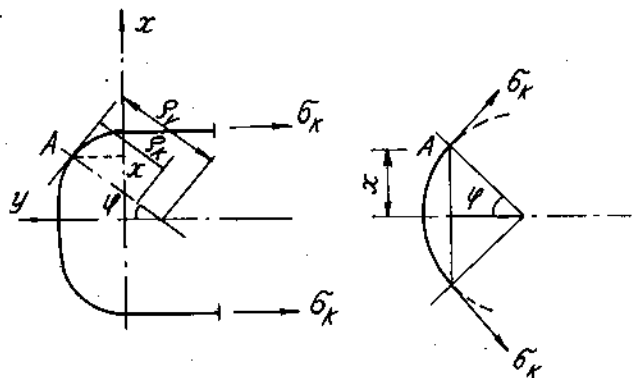
Ta rút ra :

$$\sigma_k = \frac{pa}{2h}$$

2) Ở nắp vỏ mỏng (H.21-7b)



Hình 21-7a



Hình 21-7b

$$\text{Phương trình của kinh tuyến (elíp)} : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a)$$

$$\text{Vậy (về giá trị tuyệt đối)} : \operatorname{tg} \varphi = |y'| = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x}{y}$$

$$\text{Nhưng} : \quad x = \rho_v \sin \varphi \quad (b)$$

$$\text{nên} \quad y = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{b^2}{a^2} \rho_v \cos \varphi \quad (c)$$

$$\text{Mang (b) và (c) vào (a) ta được} : r_v = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}} \quad (d)$$

$$\text{Bán kính } \rho_k, \text{ được tính theo công thức} : \rho_k = \frac{[1 + (y')^2]^{3/2}}{y''}$$

trong đó y' và y'' là đạo hàm bậc nhất và bậc hai của y theo x . Ta được :

$$\rho_k = \frac{a^2 b^2}{(a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)^{3/2}} \quad (e)$$

Giả sử tính ứng suất ở điểm A :

Từ phương trình cân bằng của phần vỏ nắp cát ở A :

$$\sigma_k \cdot h \cdot 2\pi x \sin \varphi = p \pi x^2,$$

$$\text{rút ra} : \quad \sigma_k = \frac{p}{2h} \cdot \frac{x}{\sin \varphi} = \frac{p}{2\delta} \cdot \rho_v,$$

$$\text{hay} : \quad \sigma_k = \frac{pa^2}{2h} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}} \quad (g)$$

Từ phương trình laplace, ta được :

$$\sigma_v = \frac{p}{h} \rho_v - \frac{\sigma_k}{\rho_k} \rho_v = \frac{p}{2h} \cdot \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{b^2 - (a^2 - b^2) \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}} \quad (h)$$

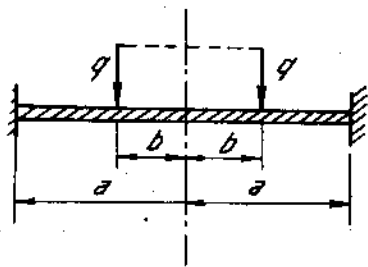
Bài tập

21*1. Vẽ biểu đồ nội lực và độ võng trong tấm tròn bị ngâm ở chu vi và chịu tải trọng phân bố đều dọc theo chu vi đường tròn bán kính b , đồng tâm với tấm. Tính độ võng ở tâm (H.21-8).

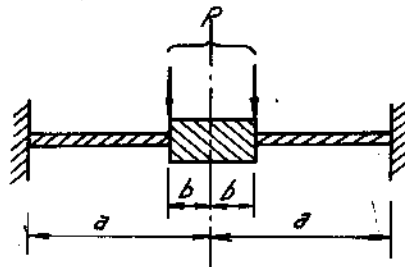
$$\text{Biết} : \quad \mu = \frac{1}{6}; \quad E = 1,9 \cdot 10^6 \text{N/cm}^2$$

$$\text{bề dày} : \quad \delta = 12 \text{cm}; \quad a = 140 \text{cm}; \quad b = 70 \text{cm}; \quad q = 200 \text{N/cm}.$$

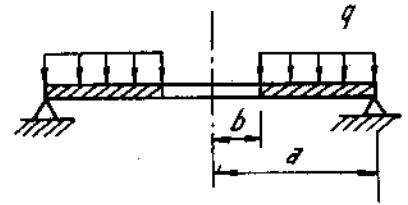
21*2. Một tấm tròn bị ngâm ở chu vi ngoài. Ở chu vi trong có gắn một lõi tròn tuyệt đối cứng. Tấm chịu tải trọng phân bố đều dọc theo chu vi trong mà hợp lực bằng P (H. 21-9). Tính độ võng lớn nhất.



Hình 21-8



Hình 21-9

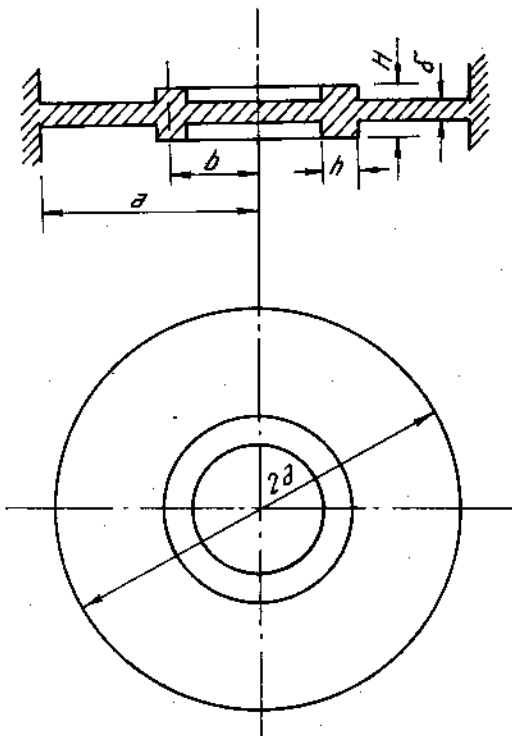


Hình 21-10

21*3. Tính ứng suất pháp lớn nhất ở chu vi trong của tấm hình vành khăn chịu tải trọng phân bố đều trên mặt (H.21-10).

21*4. Viết phương trình mômen uốn và độ võng của tấm cố gán đồng tâm ở phần giữa và chịu tải trọng phân bố đều p trên cả bề mặt của tấm (H. 21-11).

21*5. Vẽ biểu đồ của độ võng và nội lực trong tấm tròn chịu tải trọng phân bố bậc nhất (H.21-12).



Hình 21-11

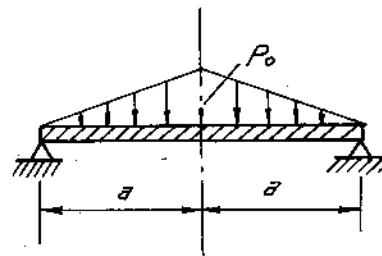
Tính ứng suất pháp lớn nhất.

Biết : Bề dày của tấm $\delta = 3\text{cm}$,

Bán kính của tấm : $a = 80\text{cm}$

Môđun đàn hồi $E = 2,1 \cdot 10^4 \text{kN/cm}^2$,

Hệ số Poaxông $\mu = \frac{1}{3}$, $p_0 = 20 \text{N/cm}^2$.



Hình 21-12

21*6. Đáy của một thùng chịu áp suất $p = 2 \cdot 10^6 \text{N/m}^2$ là một tấm tròn (H.21-13).

Xác định bề dày của tấm đáy và độ võng lớn nhất, biết rằng ứng suất cho phép :

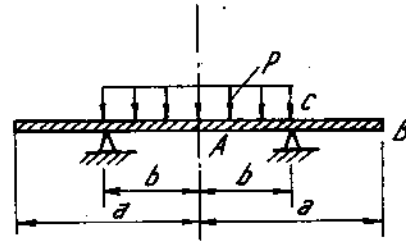
$$[\sigma]_k = 15 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 ; \alpha = \frac{\sigma_{gh}^k}{\sigma_{gh}^n} = 0,8$$

$$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2 ; \mu = 0,28 ; R = 0,20 \text{ m}$$

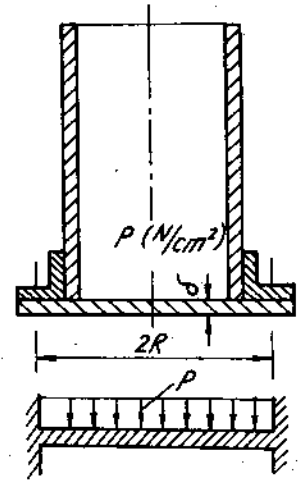
Bỏ qua sự uốn của thành.

21*7. Tính các mômen uốn ở C và độ võng ở A và B của tấm tròn vẽ trên hình 21-14.

Bề dày của tấm $\delta = 2,5 \text{ cm}$;
 các số liệu khác : $a = 100 \text{ cm}$;
 $b = 50 \text{ cm}$; $E = 2,1 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$;
 $m = \frac{1}{3}$; $p = 40 \text{ N/cm}^2$.



Hình 21-14



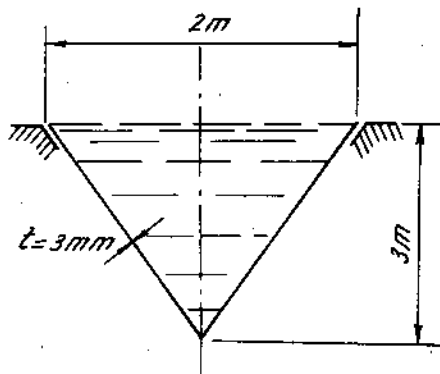
Hình 21-13

21*8. Tính bề dày cần thiết của một vỏ nối hơi hình trụ tròn đường kính $D = 1 \text{ m}$, chịu áp lực hơi $p = 400 \text{ N/cm}^2$, ứng suất cho phép $[\sigma] = 90 \text{ MN/m}^2$. Tính độ bền theo lý thuyết thứ tư.

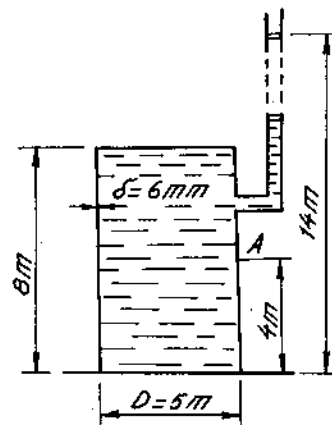
21*9. Một bình chứa nước hình nón có kích thước như trên hình 21-15 chứa đầy nước. Tính các ứng suất chính của thành bình.

21*10. Tính biến dạng ϵ_{\max} và ϵ_{\min} ở điểm A trên thành thùng chứa chất lỏng hình trụ tròn (H.21-16).

Trọng lượng riêng của chất lỏng $\gamma = 10 \text{ kN/m}^3$, thành bằng vật liệu có $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ và $\mu = 0,3$.



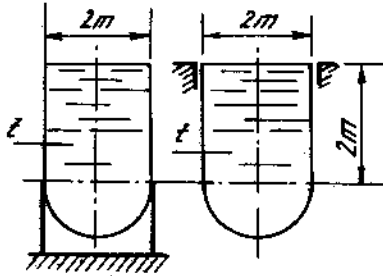
Hình 21-15



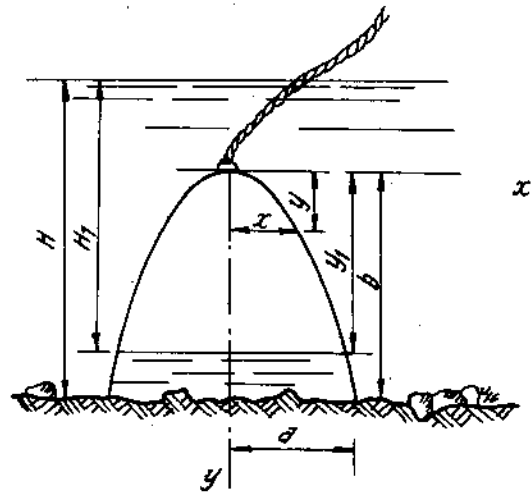
Hình 21-16

21*11. Một bể chứa nước gồm một thân hình trụ tròn và đáy hình bán cầu như trên hình 21-17. Bề dày thành bình $t = 3 \text{ mm}$. Tính ứng suất ở thân bình và ở đáy bình theo hai phương án :

1. Bình đặt trên gối tựa ở phía dưới thân hình trụ.
2. Bình được treo ở phía trên thân hình trụ.



Hình 21-17

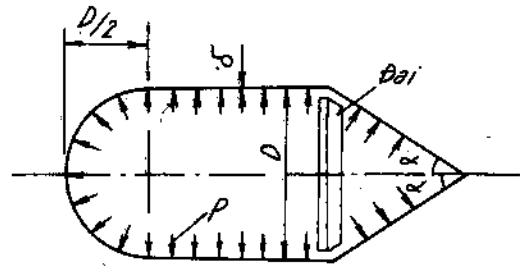


Hình 21-18

21*12. Một vỏ mỏng hình parabolôit tròn xoay được thả dưới nước ở độ sâu $H = 7\text{m}$ (H.21-18).

Vẽ biểu đồ ứng suất chính trong thành vỏ. Cho $a = 1\text{m}$; $b = 2\text{m}$; bề dày của thành $\delta = 3\text{mm}$.

21*13. Xác định bề dày của vỏ mỏng chịu áp suất p của chất khí theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất, biết rằng ứng suất cho phép của vật liệu là $[\sigma]$. Tính diện tích F của đai. (H.21-19).



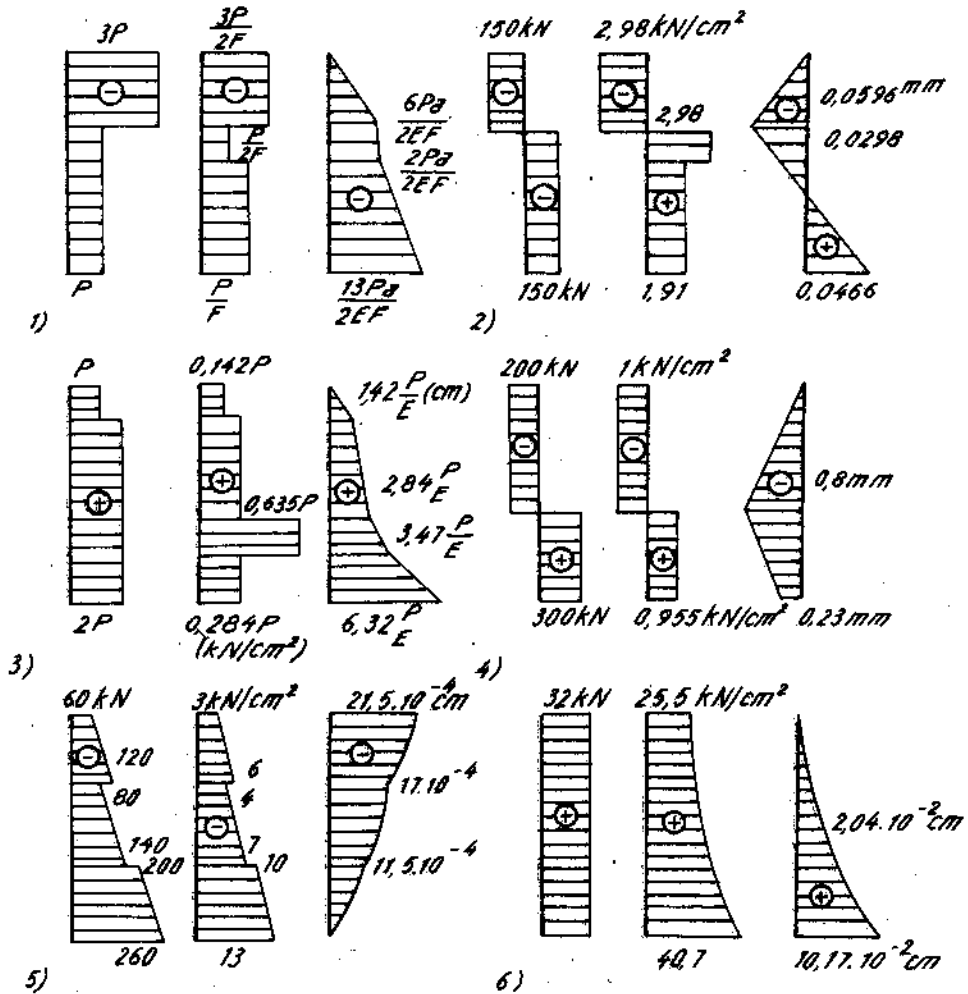
Hình 21-19

21*14. Kiểm tra độ bền một bể chứa hình cầu chịu áp lực hơi bên trong $p = 15at$. Đường kính trung bình của bể $D = 1\text{m}$, bề dày $t = 5\text{mm}$, ứng suất cho phép $[\sigma] = 100\text{MN/m}^2$.

DÁP SỐ

Chương 1 - Kéo nén đúng tâm

1.1.6. Xem hình đáp số 1-1+ 1-6



Hình Đs. 1-1+6

1.7. $\sigma = 15,3\text{ kN/cm}^2$

$\Delta l = 0,054\text{ cm}$

1.8. $\sigma_{\text{cột}} = 0,064\text{ kN/cm}^2$

$\sigma_{\text{cáp}} = \text{k}'\text{N/cm}^2$

1.9. $n_{AB} = 1,57$

$n_{CD} = 1,58$

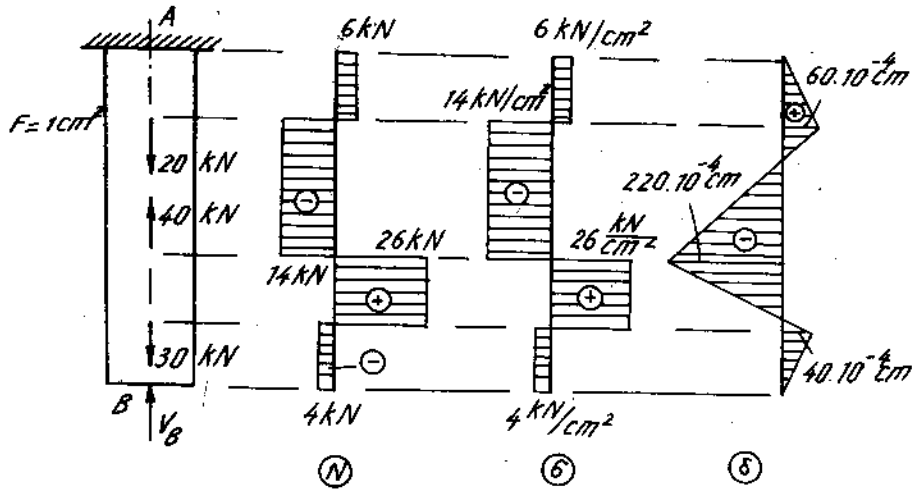
1.10. $n = 5,42$; hệ số an toàn nhỏ nhất : 3,35

- 1.11. $P/(\sqrt{3} \cdot [\sigma])$; $P/(2\sqrt{3} \cdot [\sigma])$; $P/2 [\sigma]$.
- 1.12. $P/[\sigma]$
- 1.13. $3P/(2 \cdot [\sigma])$; $P/[\sigma]$
- 1.14. $79a/2 [\sigma]$; $7\sqrt{29}a/4 [\sigma]$
- 1.15. 5cm^2
- 1.16. $4,9\text{cm}^2$; 8cm^2
- 1.17. $F_1 = F_2 = \frac{7}{8} \cdot \frac{P}{[\sigma]}$; $F_3 = \frac{7}{4} \cdot \frac{P}{[\sigma]}$
- 1.18a. L 90 . 90 . 9 hay L 100 . 100 . 8 ; I số 14
- 1.18b. thanh 1 : [số 12 ; thanh 2 : L 25 . 25 . 4 hay L 32 . 32 . 3 ;
thanh 3 : [số 8
- 1.19. $F = \frac{5}{6} \cdot \frac{P}{[\sigma]}$
- 1.20. $d_o = 80\text{mm}$.
- 1.21. $P = 89\text{kN}$
- 1.22. $h = 2,87\text{m}$
- 1.23. $P = 130\text{kN}$
- 1.24. $P = 1,765\text{kN}$
- 1.25. 9 kN
- 1.26. 64kN
- 1.27. 8940 N/cm²
- 1.28. $N_1 = P \frac{5-x}{5}$; $N_2 = \frac{P \cdot x}{5}$; $\varphi = 0,968 \cdot 10^{-4} \text{rad} \approx 20''$
 $x = 3,46\text{cm}$ đó thị biểu diễn biến thiên lực dọc là đường bậc nhất.
- 1.29. $x = 0,3\text{m}$;
- 1.30. $V_A = 0,144\text{cm}$
- 1.31. $V_A = 0,246\text{cm}$
- 1.32. $\delta_y = \frac{PG}{8EF} (1 + 3\sqrt{3})$; $\delta_x = \frac{Pa}{8EF} (3 - \sqrt{3})$; $\sigma_I = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{P}{F}$; $\sigma_{II} = \frac{P}{2F}$
- 1.33. $\delta_y = 1,36\text{mm}$; $\delta_x = 0,53\text{mm}$; $\sigma_I = 4400\text{N/cm}^2$; $\sigma_{II} = 4700\text{N/cm}^2$
- 1.34. $(2P + \sqrt{2} \cdot qa) \cdot a/EF$; $(P + \sqrt{2} \cdot qa)/\sqrt{2} \cdot F$; $P/(\sqrt{2} \cdot F)$
- 1.35. $\frac{P \cdot a}{EF \cos^2 \beta} (\sin^2 \beta + 2)$; $\frac{P}{F} \cdot \text{tg} \beta$; $P/(F \cos \beta)$.
- 1.36. $\delta_x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{Pa}{EF}$; $\delta_y = \frac{Pa}{2EF} (2 + \sqrt{2})$; $P/\sqrt{2} F$; P/F ;
- 1.37. $\delta_x = \frac{3}{2} \frac{Pa}{EF_1}$; $\delta_y = 3Pa/EF_1$; P/F_1 ; $\frac{3}{2} \frac{P}{F_1}$
- 1.38. $10 Pa/E_1 F_1$; $2P/F_1$; $4P/F_1$.
- 1.39. $\delta_x = 5,4\text{mm}$; $\delta_y = 1,8\text{mm}$; $\sigma_I = 9000\text{N/cm}^2$; $\sigma_{II} = 18.000\text{N/cm}^2$; $\sigma_{III} = 12000\text{N/cm}^2$
- 1.40. $E_{th} = 2.10^5 \text{ N/mm}^2$; $E_d = 1.10^5 \text{ N/mm}^2$; $E_{dma} = 0,7.10^5 \text{ N/mm}^2$

1.41. $E_d = 1.10^7 \text{N/cm}^2$.

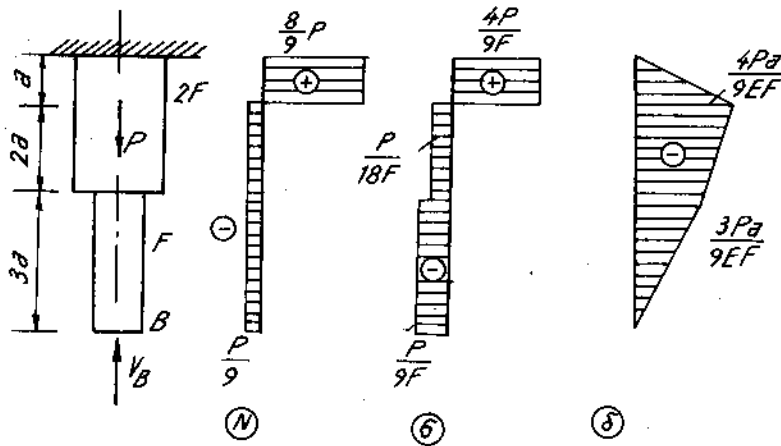
1.42. $\mu = 0,32$

1.43. Hình đáp số 1-43



Hình Đs. 1-43

1.44. Xem hình đáp số hình 1-44



Hình Đs.1-44

1.45. $N_{\text{dura}} = N_{\text{th}} = 14 \text{kN}$; $\sigma_{\text{dura}} = 4,67 \text{kN/cm}^2$; $\sigma_{\text{th}} = 14 \text{kN/cm}^2$
 $\Delta l_{\text{th}} = 0,035 \text{cm}$.

1.46. $q = 84 \text{kN/m}$

1.47. $M = 275 \text{kN.m}$

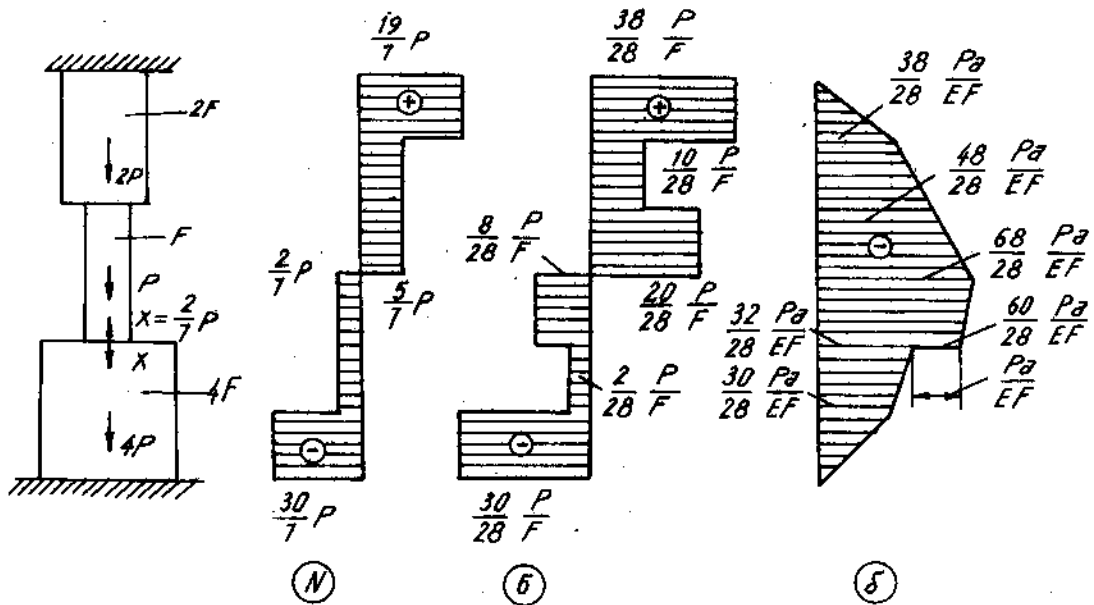
1.48. $N_1 = \frac{\sqrt{2} - 1}{2} \cdot P$; $N_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} P$; $N_3 = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} P$

1.49. $P = 95 \text{kN}$

1.50. $V_A = 1,12 \cdot \frac{\text{Pa}}{\text{EF}}$

1.51. $N_1 = N_3 = \frac{P \cdot \cos 30^\circ}{1 + 2\cos^3 30^\circ}$; $N_2 = \frac{P}{1 + 2\cos^3 30^\circ}$

1.52. Xem hình đáp số 1-52



Hình Đs.1-52

1.53. $N_1 = 0,1875.P$; $N_2 = 0,125.P$; $N_3 = 0,3125P$; $N_4 = 0,375P$.

1.54. 120 MN/m^2 .

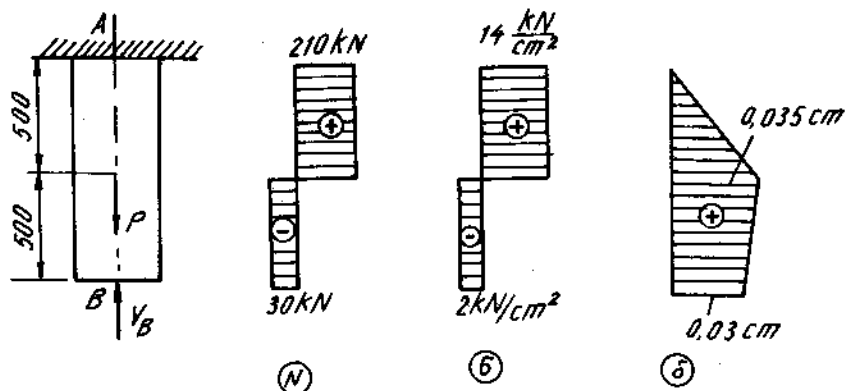
1.55. 10 MN/m^2 ; $7,1 \text{ MN/m}^2$

1.56. $d = 1,69 \text{ cm}$

1.57. $N_o = 1,12 [P] = 28 \text{ kN}$

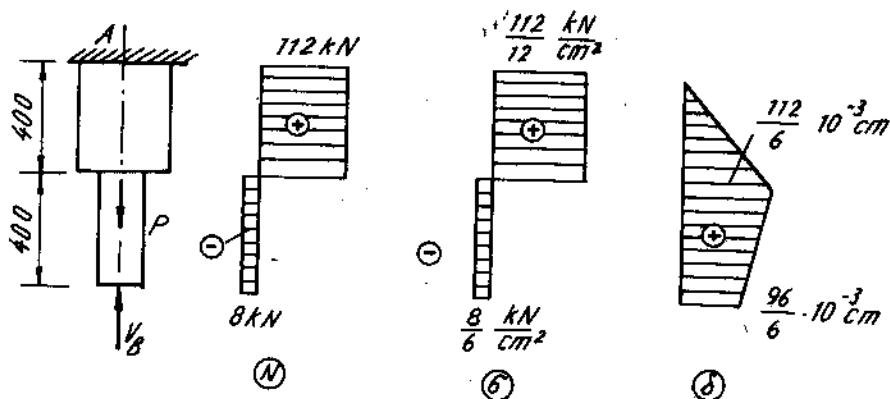
1.58. $0,074 \text{ cm}$

1.59. Xem H.DS. 1-59



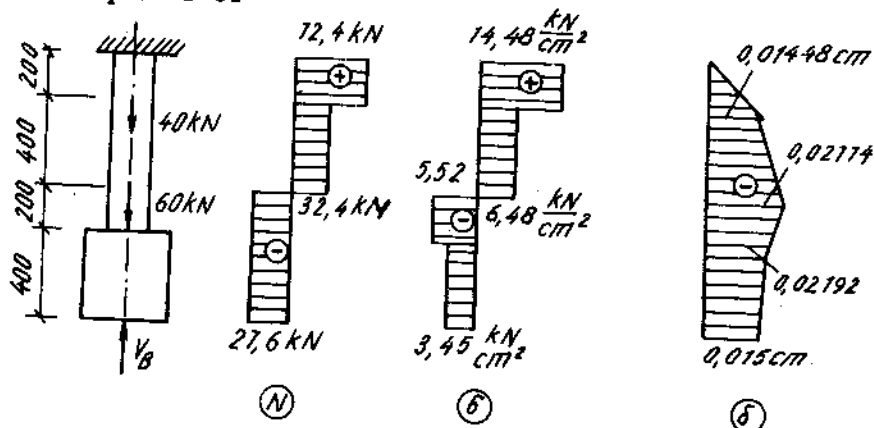
Hình Đs.1-59

1.60. Xem H.DS. 1-60



Hình Ds.1-60

1.61. Xem hình đáp số 1-61



Hình Ds.1-61

1.62. $P = 80 \text{ kN}$

1.63. $\sigma_{(1)} = \sigma_{(2)} = \sigma_{(3)} = 3,6 \text{ kN/cm}^2$

1.64. $[\delta] = \frac{1+2}{2} \cdot \frac{a[\sigma]}{E}$

1.65. $[\delta] = \frac{9l}{4E}$

1.66. $\sigma_I = 7930$; $\sigma_{II} = 2610 \text{ N/cm}^2$.

1.67. 3000 ; 2000 N/cm^2 .

1.68. 10910 ; 5450 N/cm^2 .

1.69. $\frac{\Delta E}{5a} \sin\beta$; $\frac{2\Delta E}{5a} \sin\beta$

1.70. 164 ; 154 ; $\sigma_{III} = 164 \text{ MN/m}^2$

1.71. 20 ; 40 ; 60 MN/m^2 .

1.72. $[a] \approx \frac{3(3\sqrt{3} - 5)}{2} \cdot \frac{E \cdot \delta}{[\sigma]}$

1.73. $\sigma = E\alpha\Delta t$ (nén)

1.74. $\sigma_{(1)} = \frac{3}{2} E\alpha\Delta t$ (nén) ; $\sigma_{(2)} = \frac{3}{4} E\alpha\Delta t$ (nén)

1.75. $\sigma_{\text{dura}} = -4,1 \text{ kN/cm}^2$; $\sigma_{\text{th}} = 8,2 \text{ kN/cm}^2$.

1.76. $N_1 = -25,25 \cdot 10^{-2}$; $N_2 = 10,1 \cdot 10^{-2} \text{ kN}$;

1.77. $N_1 = -1,6 \cdot 10^{-2}$; $N_2 = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ kN}$;

1.78. $N_1 = 0,203EF$; $N_2 = -0,193EF \text{ kN}$

1.79. $N_1 = 0,385 EF$; $N_2 = -0,285 EF \text{ kN}$

1.80. $N_1 = 3,32 \cdot 10^{-2}$; $N_2 = -4,7 \cdot 10^{-2} \text{ kN}$;

1.81.
$$N_d = \frac{P \cdot \cos^2\alpha + Q \left(\cos^2\alpha - \frac{1}{n} \right) - \frac{\delta}{l} \cdot E_t \cdot F_t \cdot \cos^2\alpha}{m + 2\cos^3\alpha}$$

$$N_t = \frac{m \cdot P - 2Q\cos\alpha \left(\cos^2\alpha - \frac{1}{n} \right) + 2\frac{\delta}{l} E_t F_t \cos^3\alpha}{m + 2\cos^3\alpha}$$

Trong đó

$$m = \frac{E_t \cdot F_t}{E_d \cdot F_d} ; n = \frac{\alpha_t \cdot \Delta t_t}{\alpha_d \cdot \Delta t_d} ; Q = E_t \cdot F_t \cdot \alpha_t \cdot \Delta t_t ;$$

1.82. $\sigma_{bl} = 11620 \text{ N/cm}^2$ (kéo) ; $\sigma_{dl} = 5100 \text{ N/cm}^2$ (nén)

1.83. $N_o = 6000 \text{ N}$; $\sigma_{bl} = 13,7 \text{ kN/cm}^2 < [\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$ đủ bền.

Chương 2 - Tính mối ghép

2.1. $\tau = 60 \text{ MN/m}^2$; $\sigma_d = 91 \text{ MN/cm}^2$; $\sigma_{\text{tám}} = 43 \text{ MN/m}^2$

2.2. $n = 3$; $\sigma_{\text{tám}} = 83,5 \text{ MN/m}^2$

2.3. $n = 4$; $\sigma_{\text{tám}} = 132 \text{ MN/m}^2$.

2.4. $n = 5$; $\sigma_{\text{tám}} = 134 \text{ MN/m}^2$.

2.5. $\tau_d = 52 \text{ MN/m}^2$; $\sigma_d = 238 \text{ MN/m}^2$; $\sigma_{\text{tám}} = 128 \text{ MN/m}^2$

2.6. Phương án a là hợp lí ; $[P] = 94,2 \text{ kN}$

2.7. $\sigma = 196 \text{ MN/m}^2$; $h = 7,7 \text{ mm}$

2.8. $\tau = 27,8 \text{ MN/m}^2$; $\sigma_d = 83,5 \text{ MN/m}^2$

2.9. $P = 212 \text{ kN}$; $\Delta\% = 33,8\%$

2.10. $l \approx 100 \text{ mm}$

2.11. $l_1 \approx 260 \text{ mm}$; $l_2 = 110 \text{ mm}$

2.12. $a \geq 0,25 \text{ mm}$; $c \geq 0,07 \text{ m}$; $\sigma = 9,25 \text{ MN/m}^2$

2.13. $\sigma_{\text{dixà}} = 4,94 \text{ MN/m}^2$; $\sigma_{\text{xà}} = 2,05 \text{ MN/m}^2$; $\tau = 0,79 \text{ MN/m}^2$.

2.14. $\sigma_d = 2,36 \text{ MN/m}^2$; $\tau = 0,354 \text{ MN/m}^2$

Chương 3 - Trạng thái ứng suất, biến dạng, định luật Húc

- 3.1. a) $\sigma_1 = 2$; $\sigma_2 = \sigma_3 = -1$; b) $\sigma_1 = 4$; $\sigma_2 = \sigma_3 = 1$ kN/cm²
 3.2. $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$; $\sigma_3 = 3\tau$; kN/cm² $l = m = n = 1/\sqrt{3}$.
 3.3. $\sigma_1 = 20$ kN/cm² ; $\sigma_2 = 123$ kN/cm² ; $\sigma_3 = 216$ kN/cm²
 3.4. $\sigma_n = -70/9$ kN/cm²
 3.5. $\alpha = 14^\circ$; $\sigma_{30^\circ} = 6$ kN/cm² ; $\tau_{30^\circ} = 3,46$ kN/cm²
 3.6. $\sigma_{45^\circ} = 2798$ N/cm² ; $\tau_{45^\circ} = 1298$ N/cm² ; $\sigma_{\max} = 3278$ N/cm²
 3.7. $N_{AB} = -4,8$ kN ; $H_{AB} = -1,4$ kN
 3.8. $\sigma_{\max} = 6,2$ kN/cm² ; $\alpha_1 = 76^\circ 54'$; $\sigma_{\min} = 1,6$ kN/cm² ; $\alpha_2 = 166^\circ 54'$
 3.9. $\sigma_{\max} = 22,24$ kN/cm² ; $\alpha_1 = 30^\circ$; $\sigma_{\min} = 6$ kN/cm² ; $\alpha_2 = 120^\circ$
 3.10. $\sigma_{\max} = 24,9$ kN/cm² ; $\alpha_1 = -19^\circ 30'$; $\sigma_{\min} = -39,9$ kN/cm² ; $\alpha_2 = 70^\circ 30'$

	α	σ_u (kN/cm ²)	τ_{uv} (kN/cm ²)
3 - 11	30°	-0,24	5,32
3 - 12	30°	2,54	5,46
3 - 13	150°	-4,03	6,33
3 - 14	30°	4,33	-2,5
3 - 15	135°	6	-2
3 - 16	30°	-6,25	-6,5
3 - 17	bất kì	-7	0
3 - 18	bất kì	8	0
3 - 19	150°	1	-1
3 - 20	135°	2	2
3 - 21	150°	-2	3,46

	σ_1 (kN/cm ²)	σ_2 hoặc σ_3 (kN/cm ²)	α_1	α_2
3-22	4,4	1,6	-25°	65°
3-23	5	1	45°	-45°
3-24	2,82	-2,82	-65°	25°
3-25	0	-3	-35°45'	54°45'
3-26	1,12	-7,12	52°	-38°
3-27	5,7	0,7	-19°30'	70°30'
3-28	7,23	-1,23	-65°	25°
3-29	0,82	-4,82	-65°	25°
3-30	2	-2	45°	-45°

- 3.31. $\epsilon_x = 3,82 \cdot 10^{-4}$; $\epsilon_y = 5,96 \cdot 10^{-4}$; $\epsilon_u = 7,61 \cdot 10^{-4}$
 3.32. $\sigma_x = 8$ kN/cm² ; $\sigma_y = 0$
 3.33. $\Delta_{mn} = 0,093$ mm
 3.34. $\Delta_v = 99$ mm³
 3.35. $\Delta a = 1,5 \cdot 10^{-4}$ cm ; $\Delta b = -55,4 \cdot 10^{-4}$ cm ; $\Delta c = 11,2 \cdot 10^{-4}$ cm
 $P_1 = 300$ kN. $\tau_{\max} = 33,75$ kN/cm².
 3.36. $p = -1,8$ kN/cm² ; $\Delta h = -0,026$ mm ; $\Delta v = -33,3$ mm³

- 3.37. $\sigma_x = 46,5 \text{ kN/cm}^2$; $\sigma_y = 34,2 \text{ kN/cm}^2$;
 $\tau_{xy} = 160 \text{ kN/cm}^2$; $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$
 $\sigma_1 = 200,5 \text{ kN/cm}^2$; $\sigma_2 = 54,2 \text{ kN/cm}^2$; $\sigma_3 = -119,8 \text{ kN/cm}^2$.
- 3.38. $p_x = -0,36 \text{ kN/cm}^2$; $\Delta v = -60 \text{ mm}^3$
- 3.39. a) $\varepsilon_y = -4,64 \cdot 10^{-3}$; $\theta = -4,64 \cdot 10^{-3}$.
 b) $\varepsilon_y = -5,12 \cdot 10^{-3}$; $\theta = -4,12 \cdot 10^{-3}$
 c) $\varepsilon_y = -5,89 \cdot 10^{-3}$; $\theta = -3,74 \cdot 10^{-3}$.
- 3.40. $\sigma_3 = -160 \text{ kN/cm}^2$.
- 3.41. $N = \sigma_z \cdot a \cdot b = \frac{\mu}{\delta} (P \cdot a - Q \cdot b)$ với điều kiện $N \leq 0$

$$\theta = \frac{(1 - 2\mu)(1 + \mu)}{E\delta} \left(\frac{P}{b} - \frac{Q}{a} \right)$$

Chương 4 - Thuyết bền

4.1.

Trường hợp	Theo lí thuyết		
	3	4	M ₀
a	140	125	132
b	90	85,5	110
c	145	132,3	181
d	70	67,6	102
đ	190	173,4	250
e	230	204	258

(đơn vị : MN/m²)

4.2.

Trường hợp	Theo lí thuyết	
	3	4
a	169	147
b	134	131
c	434,5	379
d	240	208
đ	100	100

(đơn vị : MN/m²)

4.3. $p = 10,5 \text{ N/mm}^2$

4.4. $\sigma_{13} = 120 \text{ MN/m}^2$; $\sigma_{14} = 113 \text{ MN/m}^2$

Chương 5 - Đặc trưng hình học của mặt cắt ngang

5.1. $x_c = 0,366a$; $y_c = 0,424h$.

5.2. $x_2 = y_c \approx 0,76R$.

5.3. $x_c = 1,5a$; $y_c = 4a$.

- 5.4. $x_c = 2a$; $y_c = 3,9a$.
- 5.5. $x_c = 2a$; $y_c = 3,71a$
- 5.6. $x_c = 0,5a$; $y_c = \frac{(\pi - \alpha - \frac{2}{3}\sin\alpha)a}{\pi - \alpha}$
- 5.7. $x_c = 0,5a$; $y_c = 0,6b$.
- 5.8. $x_c = 17,79\text{cm}$; $y_c = 11,88\text{cm}$
- 5.9. $y_c = \frac{4}{9}b$; $J_x = \frac{13}{108}b^4$
- 5.10. $J_x = \frac{bh^3}{36}$
- 5.11. $J_x = 10,67\text{cm}^4$; $J_y = 5,33\text{cm}^4$
- 5.12. $y_c = 1,27\text{cm}$; $J_x = 0,24\text{cm}^4$; $J_y = 1,25\text{cm}^4$
- 5.13. $y_c = 1,86\text{cm}$; $J_x = 24,28\text{cm}^4$; $J_y = 8,61\text{cm}^4$
- 5.14. $\alpha_1 = -30^\circ 28'$; $\alpha_2 = 59^\circ 32'$; $J_{\max} = 378\text{cm}^4$; $J_{\min} = 38,5\text{cm}^4$
- 5.15. $h : b = 2$; $J_{\max} = \frac{2}{3}b^4$
 J_{\min}
- 5.16. $J_u = J_v = J_x = J_y = 270\text{cm}^4$.
- 5.17. $J_x = 351\text{cm}^4$; $J_y = 108\text{cm}^4$
- 5.18. $J_x = 1000\text{cm}^4$; $J_y = 965\text{cm}^4$
- 5.19. $J_x = 1664\text{cm}^4$; $J_y = 6463\text{cm}^4$
- 5.20. $J_x = 18048\text{cm}^4$; $J_y = 11100\text{cm}^4$; $y_c = 11\text{cm}$
- 5.21. $J_{x.\text{ng}} = 1640000\text{cm}^4$; $J_{xk} = 1416300\text{cm}^4$; $\Delta\% = 13,7\%$
- 5.22. a) 320cm^4 ; b) 213cm^4 ; c) 500cm^4 ; d) 306cm^4
e) 1860cm^4 ; g) 5060cm^4 ; h) 13380cm^4 ; i) 5800cm^4
- So sánh :
- a) 1 ; b) 0,665 ; c) 1,56 ; d) 0,96
e) 5,8 ; g) 15,8 ; h) 41,7 ; i) 18,1
- 5.23. $C = 38,18\text{cm}$
- 5.24. $C = 28,26\text{cm}$
- 5.25. $y_c = 21,7\text{cm}$; $J_x = 107400\text{cm}^4$; $J_y = 117800\text{cm}^4$.
- 5.26. $y_c = 10,3\text{cm}$; $J_x = 3920\text{cm}^4$; $J_y = 2340\text{cm}^4$
- 5.27. $y_c = 10,4\text{cm}$; $J_x = 182000\text{cm}^4$; $J_y = 28260\text{cm}^4$
- 5.28. $J_x = 144440\text{cm}^4$
- 5.29. $x = 787700\text{cm}^4$
- 5.30. $J_{\max} = 1679\text{cm}^4$; $J_{\min} = 257\text{cm}^4$; $\alpha_1 = 8^\circ 57'$; $\alpha_2 = 98^\circ 57'$
- 5.31. $J_{\max} = 7698\text{cm}^4$; $J_{\min} = 3098\text{cm}^4$; $\alpha_1 = -33^\circ 38'$; $\alpha_2 = 56^\circ 52'$
- 5.32. $J_{\max} = 38,64 \cdot 10^4\text{cm}^4$; $J_{\min} = 10,4 \cdot 10^4\text{cm}^4$; $\alpha_1 = -29^\circ$; $\alpha_2 = 61^\circ$

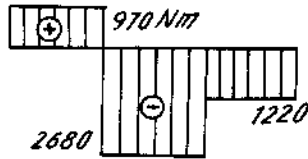
Chương 6 - Xoắn thanh thẳng thuần túy

6.1. $\tau_{max} = 3,901 \text{ kN/cm}^2$; $\varphi = -0,0119 \text{ rad.}$

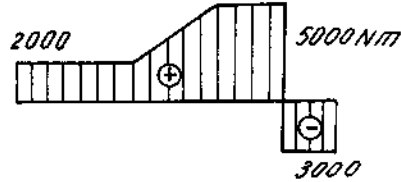
6.2. $m = 5000 \text{ Nm/m}$; $\tau_{max} = 2878 \text{ N/cm}^2.$

Biểu đồ M_z trên hình DS.6-3

Biểu đồ M_z trên hình DS.6-2



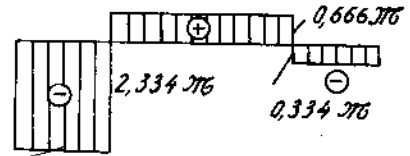
Hình Ds. 6-3



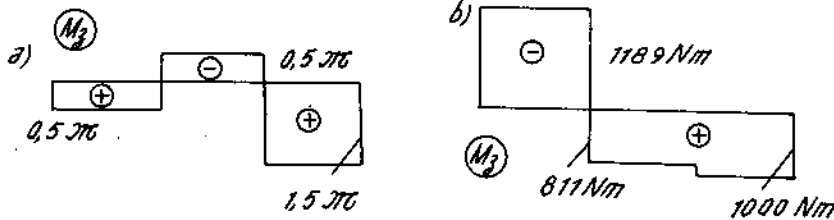
Hình Ds. 6-2

- 6.3. $\tau_{max(AB)} = 2000 \text{ N/cm}^2$; $\tau_{max(BC)} = 2930 \text{ N/cm}^2.$
 $\theta_{max} = 21,1/\text{m}$; $\varphi_B = 4,375 \cdot 10^{-3} \text{ Rad}$; $\varphi_c = 5,9 \cdot 10^{-3} \text{ Rad.}$
- 6.4. $\tau_{max} = 1655 \text{ N/cm}^2$; $\theta_{max} = 0,394 \text{ }^\circ/\text{m.}$
- 6.5. $\tau_{max} = 1775 \text{ N/cm}^2$; $\varphi = 0,34^\circ = 21'$
- 6.6. $G = 2,72 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$; $\varphi = 6'.52''$
- 6.7. a) $= 24900 \text{ Ncm}$; b) $\mathcal{K} = 616000 \text{ Ncm}$
- 6.8. $M_z^r/M_z^d = 1,7$; Trục rỗng giảm được 29,6%
- 6.9. $\tau_{max}^d : \tau_{max}^r = 2,35$
- 6.10. $\tau_{max} = 5970 \text{ N/cm}^2$
- 6.11. $D = 21\text{cm}$; $d = 12,6\text{cm}$; $Q_d : Q_r = 1,42.$
- 6.12. $d = 5,45$; $\varphi = 1^\circ 39'$
- 6.13. $D_d = 5,7\text{cm}$; $D = 5,8\text{cm}$; $d = 2,9\text{cm}$
- 6.14. $D = 15\text{cm}$; $d = 13,7\text{cm}$; $Q_d : Q_r = 2,68.$
- 6.15. $d_1 = 4,5\text{cm}$; $d_2 = 4,7\text{cm}$
- 6.16. $d_a = 6,4\text{cm}$; $d_b = 5,3\text{cm}$; Đường kính giảm 1,21 lần.
- 6.17. $N = 63,5 \text{ kW}$
- 6.18. $n = 10$ đỉnh
- 6.19. $\tau_{max} = 3160 \text{ N/cm}^2.$
- 7.20. $t = 2,3\text{mm}$; $\theta = 0,00453 \text{ Rad.}$
- 7.21. $d = 4\text{mm}$; bước đỉnh $c = 0,68\text{cm}$ chọn hai hàng khoảng cách giữa hai hàng $= 1,4\text{cm}$; bước đỉnh không thay đổi.
- 6.22. hình tròn, $d = 0,6 \text{ cm}$, bước đỉnh tán $c = 2,2 \text{ cm}$, số đỉnh $n = 35$ đỉnh.
- 6.23. tỉ số độ bền $= 39$; tỉ số độ cứng $= 507$
- 6.24. $d = 6,3\text{cm}$
- 6.25. $\tau_{max} = 3460 \text{ N/cm}^2$ (trên đoạn có đường kính lớn) (H : DS.6-25)

- 6.26. $Z_o = 0,675l$ (trên đoạn trục mặt cắt vuông)
 $\tau_{\max} = 6380 \text{ N/cm}^2$ trục không đủ bền.
 6.27. $D = 20\text{cm}$
 6.28. $\tau_{\text{th}} = 2600 \text{ N/cm}^2$; $\tau_d = 1180 \text{ N/cm}^2$.
 6.29. Xem hình đáp số 6-29



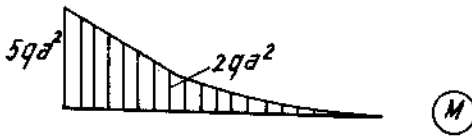
Hình Ds.6-25



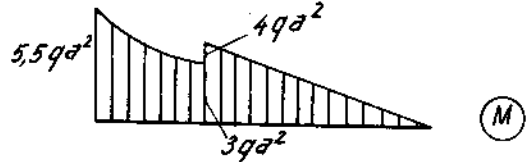
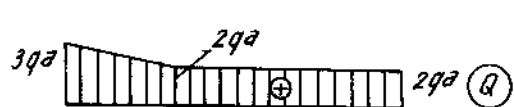
Hình Ds.6-29

- 6.30. $\tau_{\max} = 3060 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_{\text{II}} = 3180 \text{ N/cm}^2$
 6.31. $\tau_{\max} = 7500 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_{\text{II}} = 370 \text{ N/cm}^2$; $\varphi_{\text{AB}}^{\circ} = 1,14^{\circ}$.
 6.32. $\tau_{\max} = 10000 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_{\text{II}} = 1000 \text{ N/cm}^2$;
 6.33. $\tau_{\max} = 0,052 \cdot \frac{M}{\pi d^3}$; $\sigma_{\text{I}} = 3,3 \frac{M}{\pi d^3}$; $\sigma_{\text{II}} = 0,45 \frac{M}{\pi d^3}$;
 $\varphi_{\text{AB}} = 0,57 \frac{M \cdot Q}{G \pi d^4}$
 6.34. $\tau_{\max} = 4020 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_{\text{I}} = 1340 \text{ N/cm}^2$; $\varphi_{\text{CD}}^{\circ} = 0,213^{\circ}$.
 6.35. $\tau_{\max} = 4680 \text{ N/cm}^2$; $\tau_{\max_{\text{II}}} = 7420 \text{ N/cm}^2$; $\tau_{\max_{\text{III}}} = 8830 \text{ N/cm}^2$.
 $\varphi_{\text{EF}}^{\circ} = 2,5^{\circ}$; $\varphi_{\text{KL}}^{\circ} = 2,13^{\circ}$.
 6.36. $\lambda = 2,3 \text{ cm}$; $\tau_{\max} = 45 \text{ kN/cm}^2$.
 6.37. $d = 2,4\text{cm}$ chọn $d = 2,5\text{cm}$, số vòng $n = 19$ vòng.
 6.38. $\tau_1 = 1630 \text{ N/cm}^2$; $\tau_2 = 5240 \text{ N/cm}^2$
 6.39. $D = 3\text{cm}$; $d = 0,5\text{cm}$; $n = 7$.
 6.40. $d_i = \sqrt{\frac{40 \cdot P_i}{K[\tau]}}$; $P_1 = \frac{P}{12}$; $P_2 = \frac{P}{3}$; $P_3 = \frac{3}{4} P$
 6.41. $P = 715 \text{ N}$; $\tau = 685 \text{ MN/m}^2$
 6.42. $\max \tau_1 / \max \tau_2 = 0,74$; $\lambda_1 / \lambda_2 = 0,88$
 6.43. $\tau_{\max} = 47600 \text{ N/cm}^2$; $n = 15$; $\lambda_o = 8,1\text{cm}$
 6.44. $\tau_1 = 33300 \text{ N/cm}^2$; $\tau_2 = 52200 \text{ N/cm}^2$ hơn $[\tau]$ 4,4%
 6.45. $\frac{[P_1]}{[P_2]} = 1,34$; $\frac{C_1}{C_2} = 1,17$.

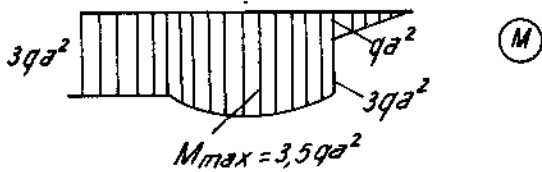
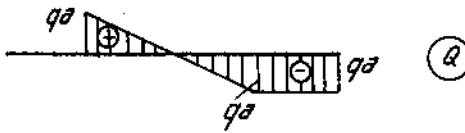
Chương 7 - Uốn ngang phẳng



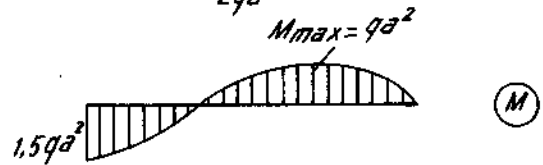
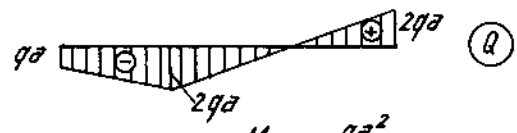
Hình Ds.7-1



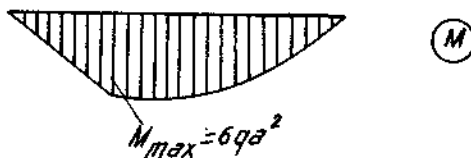
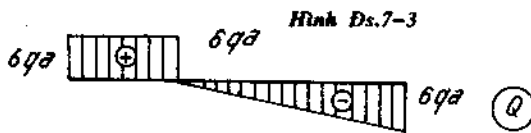
Hình Ds.7-2



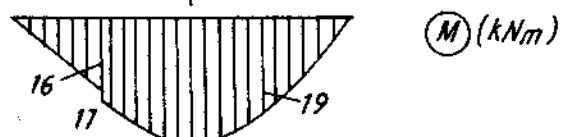
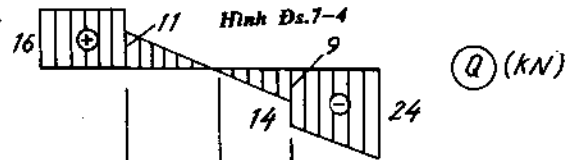
$M_{max} = 3.5qa^2$



$M_{max} = qa^2$

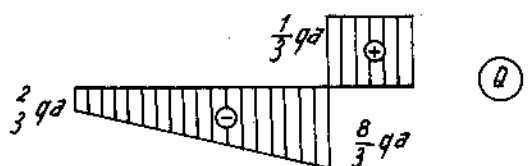


H.ĐS.7-5

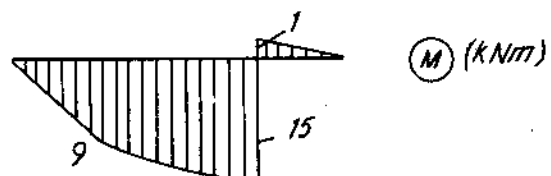


$M_{max} = 23.05$

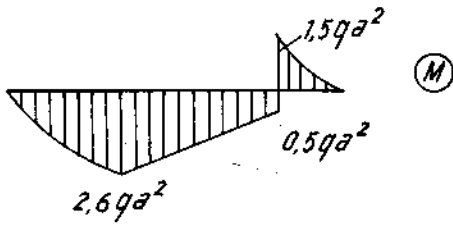
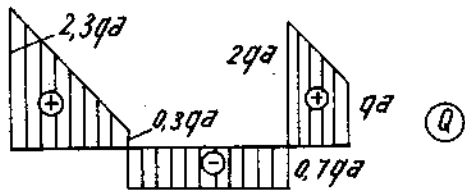
H.ĐS.7-6



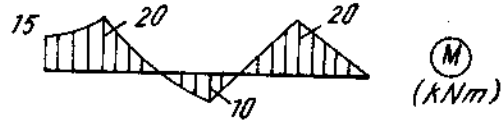
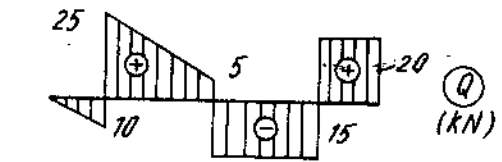
Hình Ds.7-7



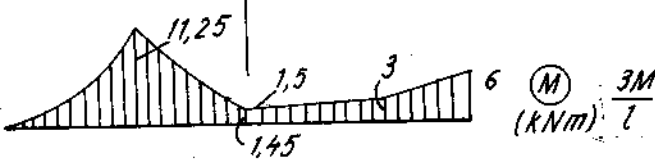
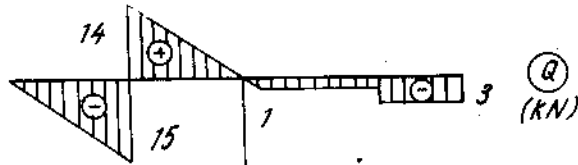
Hình Ds.7-8



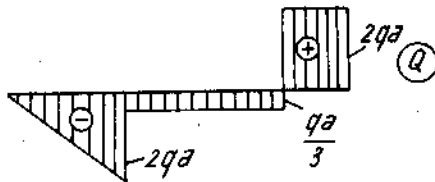
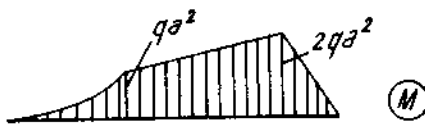
Hình Ds.7-9



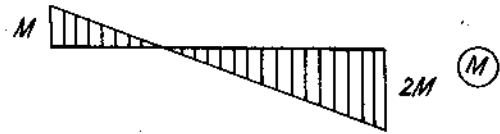
Hình Ds.7-10



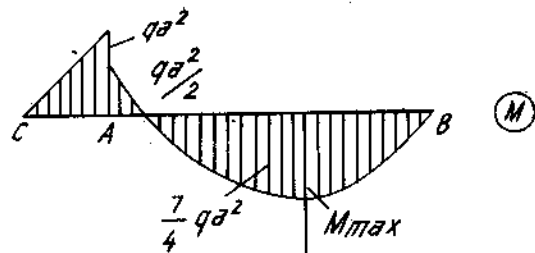
Hình Ds.7-11



Hình Ds.7-13



Hình Ds.7-12

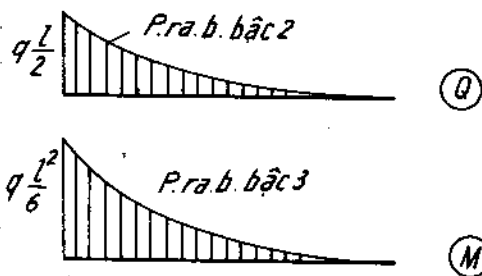


Hình Ds.7-14

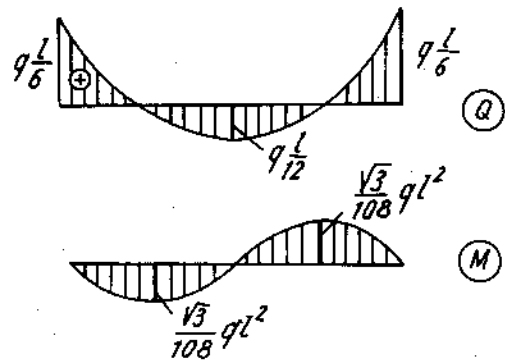
7.15. $a = l(\sqrt{2} - 1)$

7.16. $a = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot l$

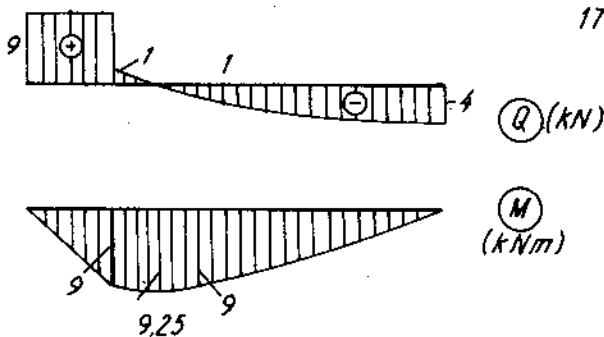
7.17. $M_0 = 0,147 \cdot q \cdot l^2$



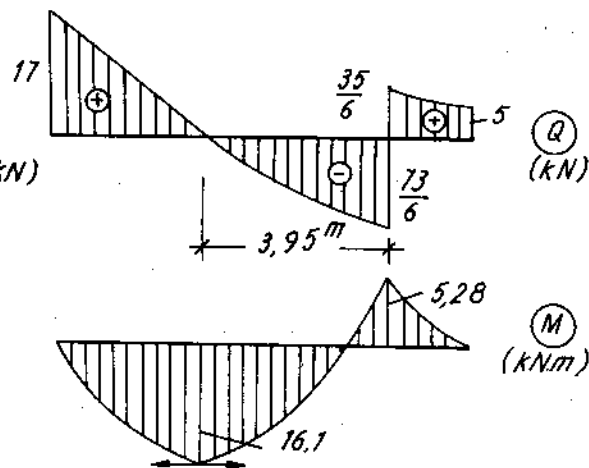
Hình Đs.7-18



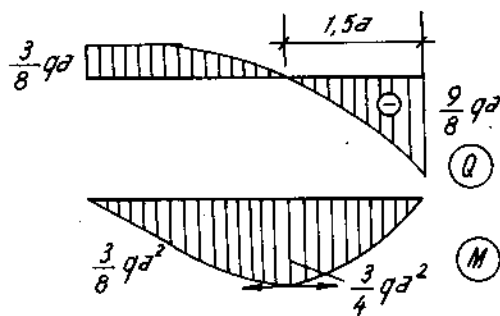
Hình Đs.7-19



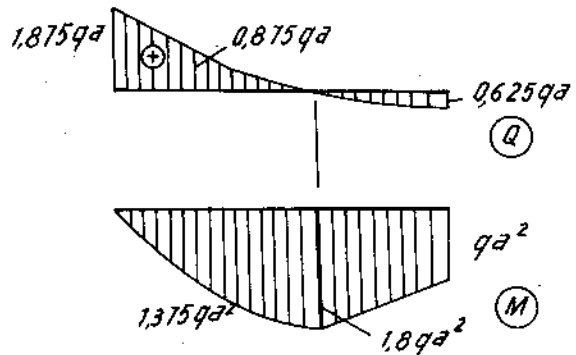
Hình Đs.7-20



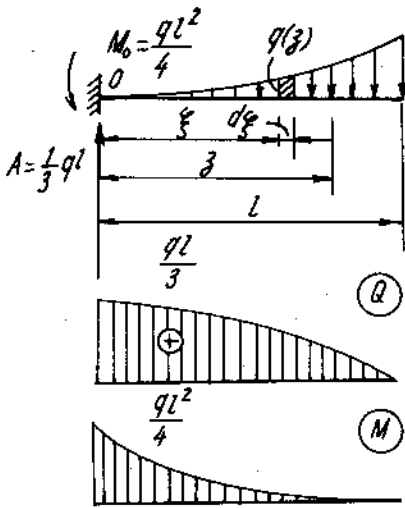
Hình Đs.7-21



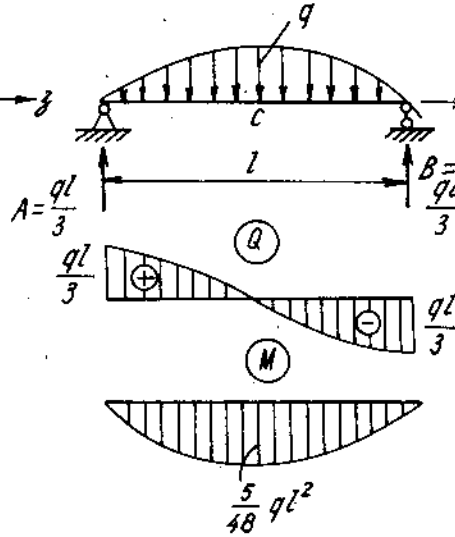
Hình Đs.7-22



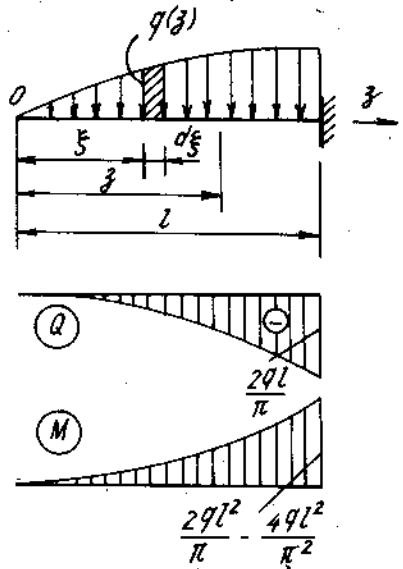
Hình Đs.7-23



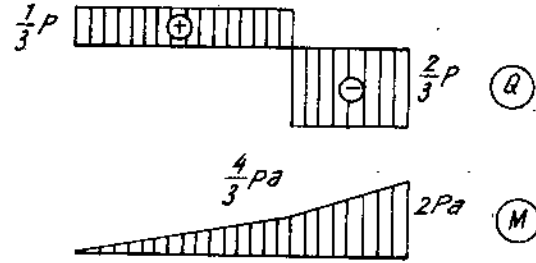
Hinh Ds.7-24



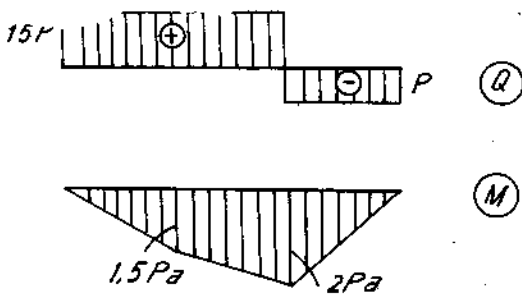
Hinh Ds.7-25



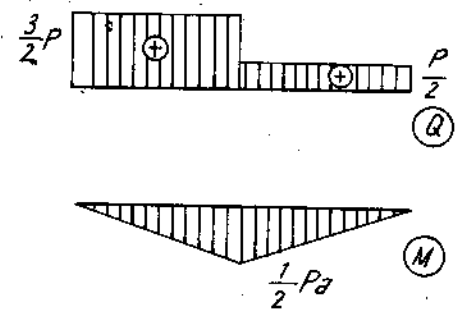
Hinh Ds.7-26



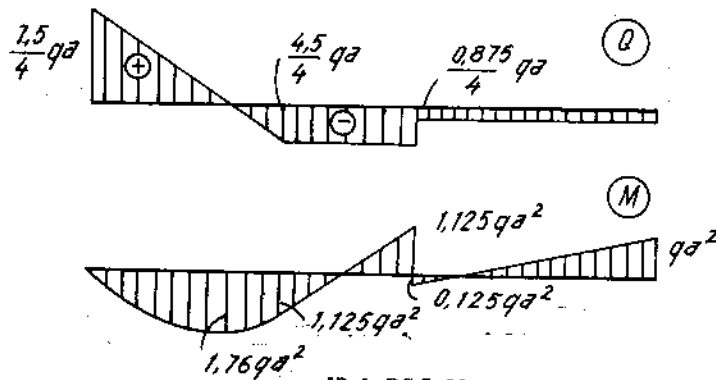
Hinh Ds.7-27



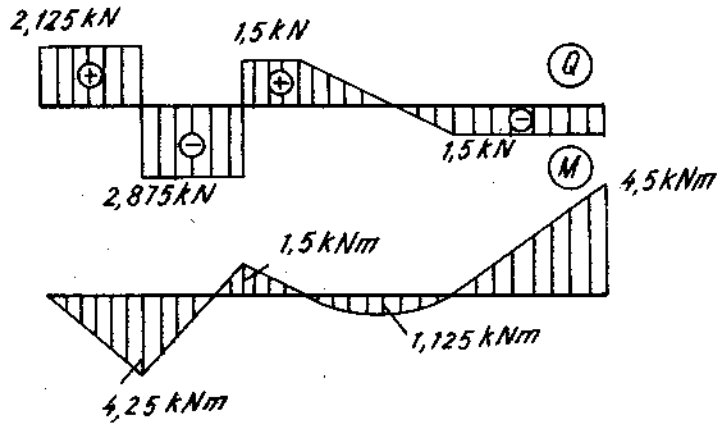
Hinh Ds.7-28



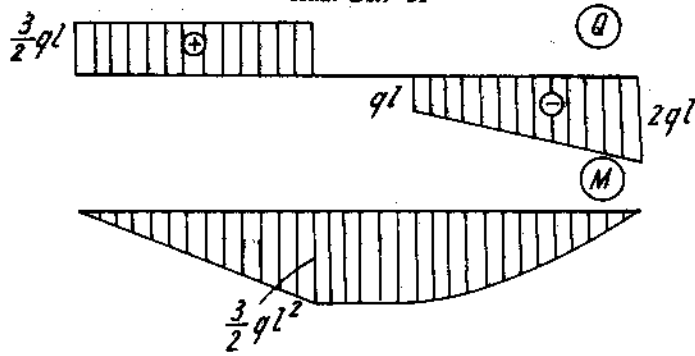
Hinh Ds.7-29



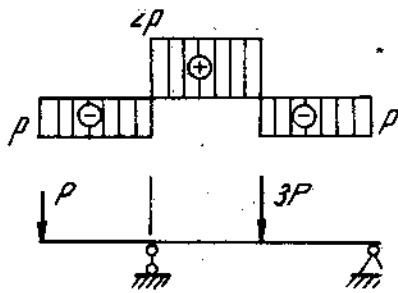
Hinh Ds.7-30



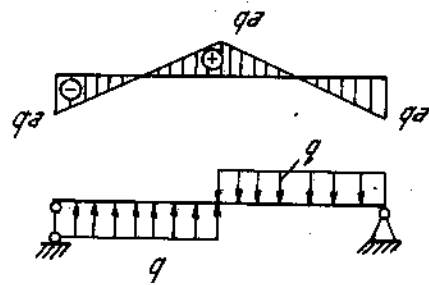
Hinh Ds.7-31



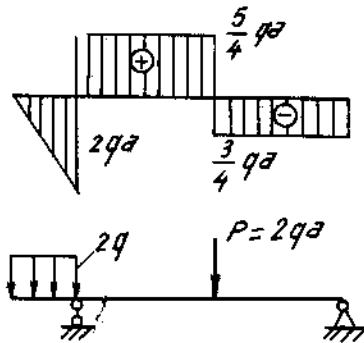
Hinh Ds.7-32



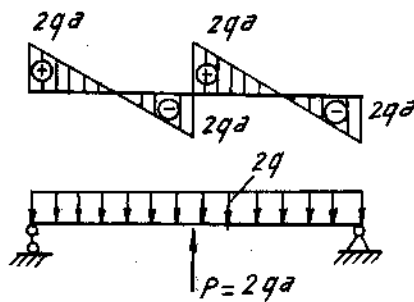
Hinh Ds.7-33



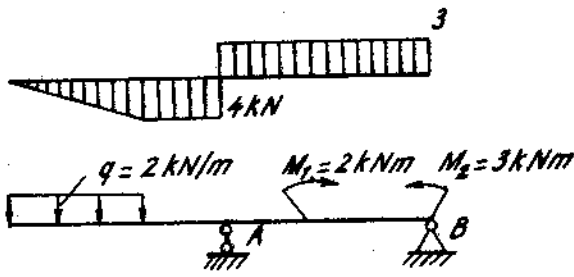
Hinh Ds.7-34



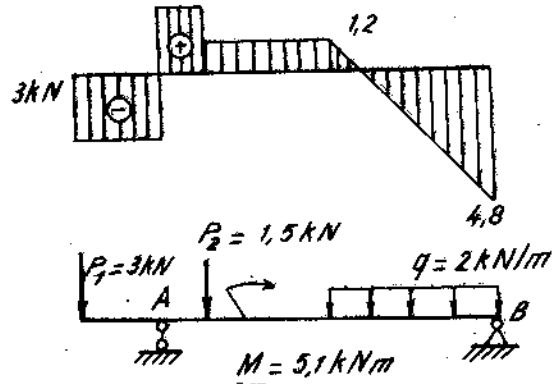
Hinh Ds.7-35



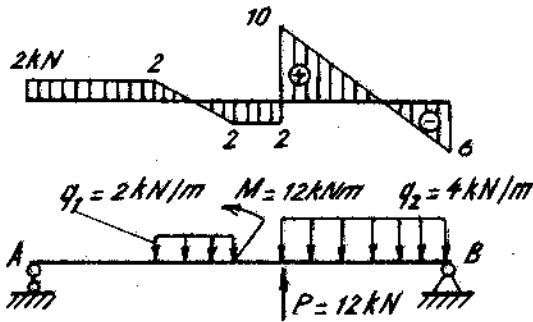
Hinh Ds.7-36



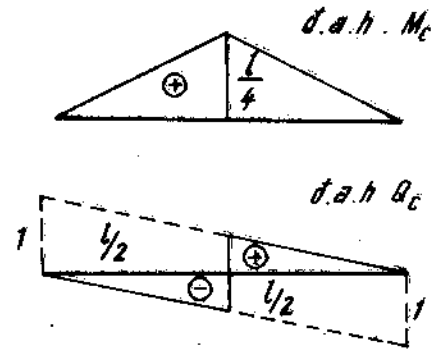
Hình Ds.7-37



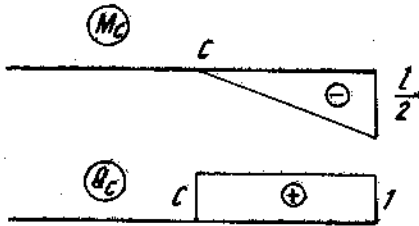
Hình Ds.7-38



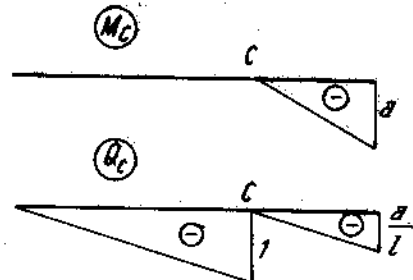
Hình Ds.7-39



Hình Ds.7-40



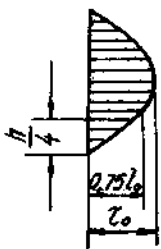
Hình Ds.7-42



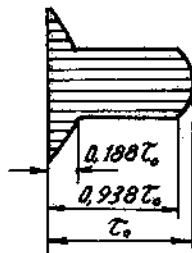
Hình Ds.7-41

$$7.43. Z = \frac{1}{c} = \frac{C}{12}; M_{\max} = \frac{P \cdot 1}{24} \left(\frac{C}{1} - 6 \right)^2$$

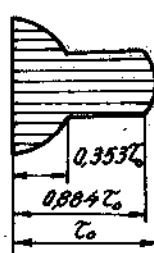
7.44.52. Xem các hình đáp số từ (7-44) đến (7-52)



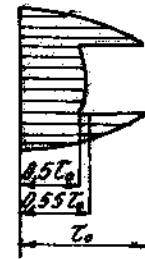
Hình Ds.7-44



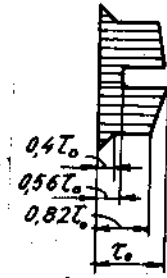
Hình Ds.7-45



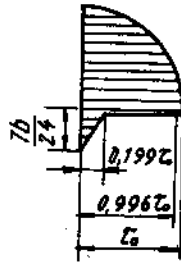
Hình Ds.7-46



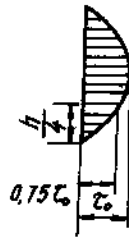
Hình Ds.7-47



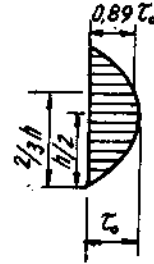
Hình Ds.7-48



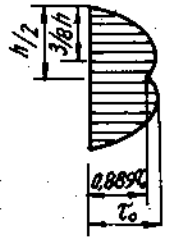
Hình Ds.7-49



Hình Ds.7-50



Hình Ds.7-51



7.53. a) $\sigma_{\max} = 18 \text{ kN/cm}^2$; b) $\sigma_{\max} = 15,4 \text{ kN/cm}^2$.

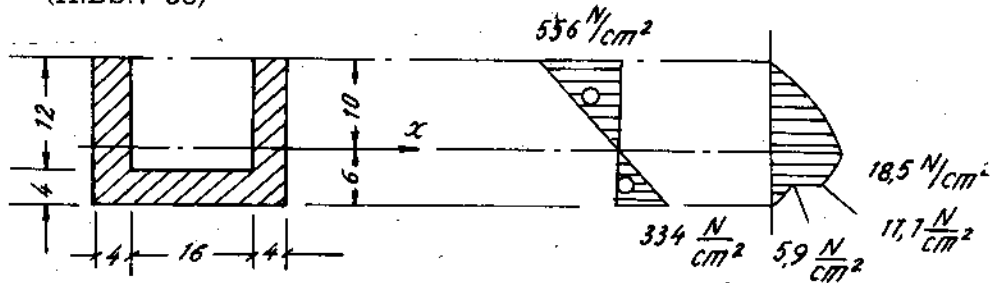
7.54. $\sigma_{\max} = 27 \text{ MN/m}^2$.

7.55. $z = 1/2$; $\max \sigma_{z_{\max}} = \frac{40}{27} \cdot \frac{M_0}{d^3}$

7.56. đặt dáy ở phía trên; $h = 6 \text{ cm}$; $b = 3,6 \text{ cm}$

7.57. a) $\sigma_{\max} = 28,26 \text{ kN/cm}^2$; b) $a = 2,49 \text{ cm}$; $\sigma_{\max} = 4,85 \text{ kN/cm}^2$

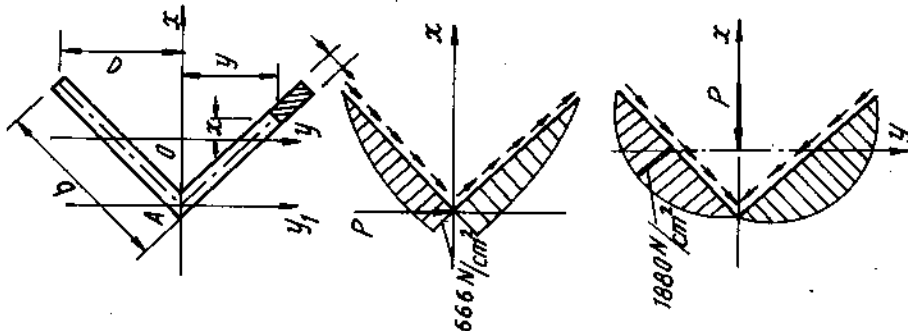
7.58. $\max \sigma_z = 334 \text{ N/cm}^2$; $\min \sigma_z = -556 \text{ N/cm}^2$; $\max \tau_{zy} = 18,5 \text{ N/cm}^2$
(H.DS.7-58)



Hình Ds.7-58

7.59. a) $\sigma_{\max} = 6650 \text{ N/cm}^2$; $\tau_{\max} (y = 0) = 666 \text{ N/cm}^2$

b) $\sigma_{\max} = 13660 \text{ N/cm}^2$; $\tau_{\max} (x = 0) = 1080 \text{ N/cm}^2$ (H.DS.7-59)



Hình Ds.7-59

7.60. I số 36. Ở mặt cắt có mômen uốn lớn nhất ($M_{\max} = 110 \text{ kNm}$); $\sigma_{\max} = 14,8 \text{ kN/cm}^2$;
 Ở điểm sát bán cánh mặt cắt C; $\sigma_{t4} = 9,11 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$.

7.61.

Hình	Tròn	Vuông	Chữ nhật đứng	Chữ nhật nằm	I	Vành khăn
Kích thước	D = 8,18cm	a = 6,9cm	h = 8,7cm b = 4,35cm	h = 10,96cm b = 5,48cm	Số 12	D = 9,28cm d = 6,96cm
So sánh diện tích	3,18	2,89	2,30	3,64	1	1,79

7.62. I số 12; $R_A = 17,5 \text{ kN}$, $R_B = 22,5 \text{ kN}$

7.63. 2 I số 30a.

7.64. $d_1 = 35 \text{ mm}$; $d_2 = 26 \text{ mm}$; $\tau_{\max} = 3500 \text{ N/cm}^2$.

7.65. $d = 95 \text{ mm}$; $d_1 = 85 \text{ mm}$; $d_2 = 50 \text{ mm}$; $d_3 = 90 \text{ mm}$; $d_4 = 45 \text{ mm}$

7.66. $a = 1 \text{ cm}$, $h = 24 \text{ cm}$

7.67. $l = 7,92 \text{ m}$

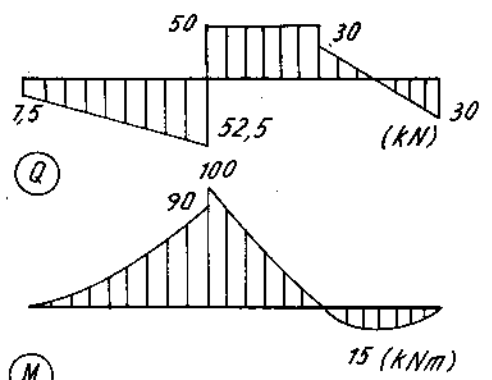
7.68. a) $a = 2,06 \text{ cm}$; b) $a = 3,1 \text{ cm}$

7.69. $\frac{b}{h} = 0,71$; $d = 22,7 \text{ cm}$

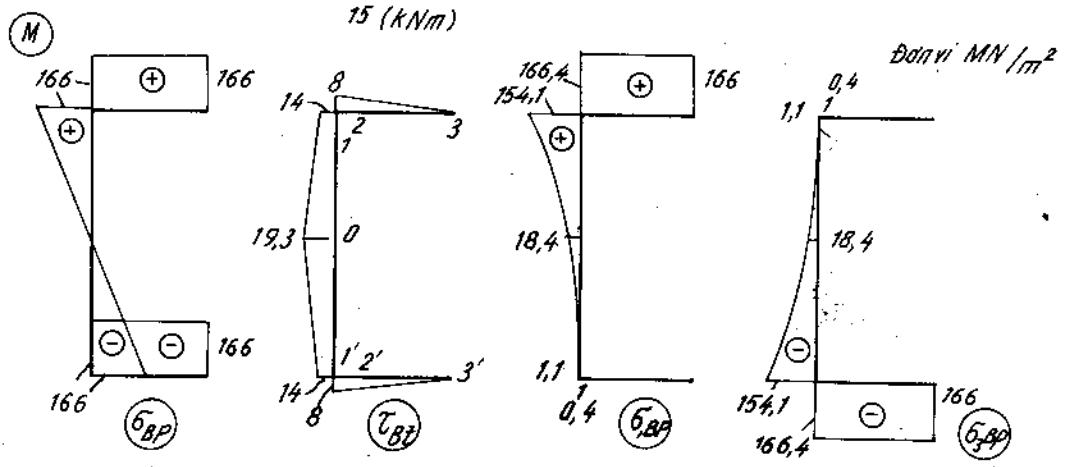
7.70. $a = 65 \text{ cm}$; $h = 3 \text{ cm}$

7.71. $a = 30 \text{ cm}$; $t = 6,2 \text{ cm}$

7.72. xem hình vẽ đáp số (7-72) chọn mặt cắt [số 27.



Hình Đs.7-72



7.73. $b = 5\text{cm}$; $h = 12\text{cm}$

Thay giá trị tung độ y bằng $\pm \frac{h}{2} \pm \frac{3h}{8} \pm \frac{h}{4} \pm \frac{h}{8}$ ta được kết quả trình bày ở bảng sau : (7 - 73)

Điểm	y (cm)	σ (kN/cm ²)	τ (kN/cm ²)	τ_{\max} τ_{\min} (kN/cm ²)	σ_1 (kN/cm ²)	σ_3 (kN/cm ²)	$\text{tg}2\alpha$	α_1	α_2
1	+ 6,0	10,0	0,00	$\pm 5,00$	+ 10,0	0	0,0	0°	90°0'
2	+ 4,5	7,5	0,4375	$\pm 7,525$	+ 7,525	- 0,025	- 0,117	- 3°20'	86°40'
3	+ 3,0	5,0	0,75	$\pm 5,11$	+ 5,11	- 0,11	- 0,300	- 8°21'	81°39'
4	+ 1,5	2,5	0,9375	$\pm 2,812$	+ 2,812	- 0,312	- 0,750	- 18°26'	71°34'
5	+ 0,0	0	1,00	$\pm 1,00$	+ 1,00	- 1,00	∞	- 45°0	45°0
6	- 1,5	- 2,5	0,9375	$\pm 2,812$	+ 0,312	- 2,812	0,750	- 71°34'	18°26'
7	- 3,0	- 5,0	0,75	$\pm 5,11$	+ 0,11	- 5,11	0,300	- 81°39'	8°21'
8	- 4,5	- 7,5	0,4375	$\pm 7,525$	+ 0,025	- 7,525	0,117	- 86°40'	3°20'
9	- 6,0	- 10,0	0,00	$\pm 5,00$	0,00	- 10,5	0,0	- 90°	0°

7.74. a) $b_z = \frac{3P}{k^2 \cdot [\sigma]} \cdot Z$ ($0 \leq z \leq \frac{1}{2}$) ; bề rộng ở đầu dầm.

$b_o = \frac{3P}{4h \cdot [\tau]}$ bề rộng kéo dài một đoạn $\frac{h}{4} \frac{[\sigma]}{[\tau]}$

b) $h_z = \sqrt{\frac{3P}{b[\sigma]}}$ Z ($0 \leq Z \leq \frac{1}{2}$) ; bề cao ở đầu dầm.

$h_o = \frac{3P}{4b[\tau]}$; bề cao kéo dài một đoạn $\frac{3 \cdot P \cdot [\sigma]}{16 \cdot b \cdot [\tau]^2}$

trong đó b, h là kích thước mặt cắt giữa dầm tính theo quan hệ $\frac{bh^2}{6} = \frac{P.l}{4[\sigma]}$

7.75. $\sigma_{\max} = 59\text{kN/cm}^2$

7.76. a) $\frac{h}{h_o} = \frac{2}{3}$; $\frac{a}{l} = \frac{4}{9}$; b) $\frac{h}{h_o} = \frac{1}{2}$; $\frac{a}{l} = \frac{1}{2}$

7.77. $P = 16,1 \text{ kN}$

7.78. $P_1 = 1470\text{N}$; $P_2 = 5880\text{N}$

7.79. $[P] = 530\text{N}$

7.80. $[q] = 3,46 \text{ kN/cm}$, $\tau_{\max} = 6,85 \text{ kN/cm}^2$.

7.81. $[q] = 2,42 \text{ kN/cm}$.

7.82. $\sigma_{\max} = 759 \text{ N/cm}^2$; $T = 14175\text{N}$; $\sigma_d = 394 \text{ N/cm}^2$; $\tau_d = 147 \text{ N/cm}^2$; $\tau_c = 59 \text{ N/cm}^2$

7.83. $a \leq 10,2\text{cm}$. Lấy $a = 10\text{cm}$; $\sigma_{t4} = 156,5 \text{ MN/m}^2$; đủ bền.

7.84. $\varepsilon_{zlt} = 4,2 \cdot 10^{-4}$; $\Delta\varepsilon = -5\%$.

7.85. $y_1 = \frac{1}{EJ_x} (18,4Z + 0,417 Z^3)$ ($0 \leq Z \leq 2\text{m}$)

$$y_2 = \frac{1}{EJ_x} (40 - 58,4.Z + 10Z^2 - 0,417 Z^3). \quad (2m \leq Z \leq 8m)$$

$$7.86. \quad M_{\max} = \frac{5}{48} ql^2; \quad y_c = y_{\max} = \frac{61}{5760} \cdot \frac{ql^4}{EJ_x}; \quad \theta_A = \theta_{\max} = \frac{ql^3}{30EJ_x}$$

$$7.87. \quad y_B = -\frac{25}{96} \cdot \frac{Pl^3}{EJ_x}$$

$$7.88. \quad \theta_A = -\frac{5}{3} \frac{qa^3}{EJ_x}; \quad \theta_B = \frac{4}{3} \frac{qa^3}{EJ_x}; \quad f_c = -\frac{3}{2} \cdot \frac{qa^4}{EJ_x}$$

$$7.89. \quad f_c = \frac{3}{80} \cdot \frac{q_o \cdot a^4}{EJ_x}$$

$$7.90. \quad f_c = \frac{4}{3} \cdot \frac{q_o \cdot a^4}{EJ_x}$$

$$7.91. \quad f_c = \frac{q_o \cdot a^4}{6EJ_x}$$

7.92. Đường cong phải uốn trước của thanh là 1 hàm bậc 4. Độ võng ở đầu thanh $f = \frac{ql^4}{8EJ_x}$

$$7.93. \quad \theta_A = \frac{4Ma}{5EJ_x}; \quad \theta_B = -\frac{6 \cdot Ma}{5EJ_x}; \quad y_{\max} = \frac{48}{25} \cdot \frac{Ma^2}{EJ_x}$$

$$7.94. \quad \theta_B = \frac{M_o \cdot a}{EJ_x}; \quad y_B = \frac{M_o \cdot a}{EJ_x} \left(1 - \frac{a}{2}\right)$$

$$7.95. \quad \theta_c = \frac{qa^3}{6EJ_x}; \quad y_C = -\frac{5}{24} \cdot \frac{qa^4}{EJ_x}; \quad \theta_A = \frac{qa^3}{3EJ_x}$$

$$7.96. \quad f_c = \frac{7 \cdot pl^3}{96 \cdot EJ_x}; \quad \theta_B = \frac{p \cdot l^2}{16EJ_x} \quad (J_x - \text{momen quán tính mặt cắt ngang})$$

$$7.97. \quad y_D = \frac{qa^4}{12EJ_x}; \quad y_A = \frac{qa^4}{8EJ_x}; \quad \theta_A = -\frac{qa^3}{6EJ_x}$$

$$7.98. \quad f_{\max} = 3 \cdot \frac{Pa^3}{EJ_{\max}}; \quad \theta_{\max} = 2 \cdot \frac{Pa^2}{EJ_{\max}}$$

$$7.99. \quad f_{\max} = \frac{265}{72} \cdot \frac{Pa^3}{EJ_{\max}}; \quad \theta_{\max} = \frac{14}{3} \cdot \frac{Pa^2}{EJ_{\max}}$$

$$7.100. f_{\max} = \frac{205}{108} \cdot \frac{Pa^3}{EJ_{\max}}; \theta_{\max} = \frac{41}{18} \cdot \frac{Pa^2}{EJ_{\max}}$$

$$7.101. f_{\max} = \frac{121}{576} \cdot \frac{Pa^3}{EJ_{\max}}; \theta_{\max} = \frac{11}{24} \cdot \frac{Pa^2}{EJ_{\max}}$$

$$7.102. f_{\max} = \frac{25 M_o \cdot a^2}{72 EJ_x}; \theta_{\max} = \frac{5}{6} \cdot \frac{M_o \cdot a}{EJ_{\max}}$$

$$7.103. f_{\max} = \frac{98}{81} \cdot \frac{Pa^3}{EJ_{\max}}; \theta_{\max} = \frac{14}{9} \cdot \frac{Pa^2}{EJ_{\max}}$$

$$7.104. y_c = \frac{33,4}{EJ_x} \text{ (m)}; \theta_c = \frac{40}{EJ_x} \text{ (Rad)}$$

$$7.105. f_c = \frac{17}{6} \cdot \frac{Pa^3}{EJ_{\max}}; \theta_D = \frac{3}{2} \cdot \frac{Pa^2}{EJ_{\max}}$$

$$7.106. f_c = 10 \cdot \frac{Pa^3}{EJ_{\max}}; \theta_D = \frac{9}{2} \cdot \frac{Pa^2}{EJ_{\max}}$$

$$7.107. f_c = \frac{4}{3} \cdot \frac{Pa^3}{EJ_{\max}}; \theta_D = \frac{1}{3} \cdot \frac{Pa^2}{EJ_{\max}}$$

$$7.108. f_c = \frac{7}{6} \cdot \frac{Pa^3}{EJ_{\max}}; \theta_D = \frac{2}{3} \cdot \frac{Pa^2}{EJ_{\max}}$$

$$7.109. y_A = \frac{86}{45} \cdot \frac{qa^4}{EJ_x}; \theta_B = -\frac{187}{120} \cdot \frac{qa^3}{EJ_x}$$

$$7.110. y_C = \frac{3qa^4}{40EJ_x}; \theta_A = \frac{qa^3}{8EJ_x} \text{ (H.DS.7-108)}$$

7.111. Xem hình đáp số 7-110

7.112. $P \leq 18 \text{ kN}$

7.113. [số 18a

7.114. $b = 14\text{cm}; h = 24\text{cm}$

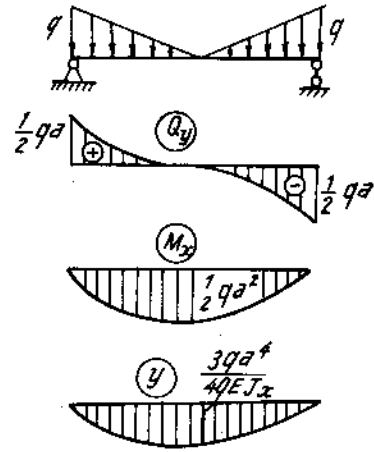
7.115. $y_b = 2,2\text{cm}$

7.116. $f = \frac{\gamma h^5 \cdot a}{30EJ_x}$

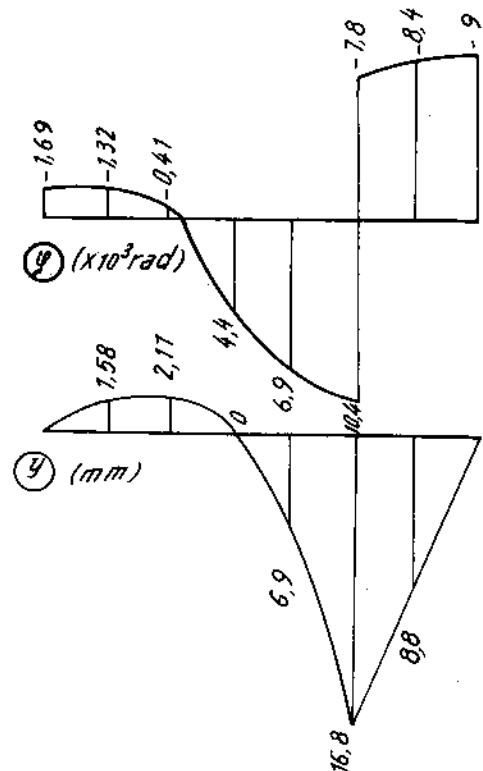
7.117. $D \geq 2,62\text{m}$

7.118. $\sigma_{\max(1)} = 1,2 \cdot \frac{ql^2}{b^3}; \sigma_{\max(2)} = 2,4 \cdot \frac{ql^2}{b^3}$

7.119. $C = 2592 \text{ N/cm.}$



Hình Ds.7-110



Hình Ds.7-111

$$7.120. \quad y_{(z)} = \frac{ql^2}{8EJ_x} z^2 - \frac{5ql}{8EJ_x} z^3 + \frac{9}{24EJ_x} z^4$$

$$7.121. \quad \sigma_{\max(t)} = 1570\text{N/cm}^2; \quad \sigma_{\max(d)} = 784\text{N/cm}^2; \quad f = 0,7 \text{ cm}$$

$$7.122. \quad \sigma_{\max} = 25,4\text{MN/m}^2.$$

$$7.123. \quad V_A = \frac{ql}{2} - \frac{3m}{2l}; \quad M_A = \frac{ql^2}{12} - \frac{m}{4}; \quad V_B = \frac{ql}{2} + \frac{3m}{2l}; \quad M_B = \frac{ql^2}{12} + \frac{m}{4}$$

$$7.124a. \quad M_A = \frac{2EJ_x}{l} \cdot \theta_B; \quad M_B = \frac{4EJ_x}{l} \theta_B;$$

$$7.124b. \quad M_A = M_B = \frac{6EJ_x}{l^2} \Delta.$$

7.125. Lấy gốc trục z tại B.

$$Q = \frac{ql}{10} - \frac{1}{2} \frac{q}{l} \cdot z^2; \quad M = \frac{ql}{10} z - \frac{9}{6l} \cdot z^3.$$

$$\theta = \frac{ql^3}{120EJ_x} - \frac{ql}{20EJ_x} \cdot z^2 + \frac{9}{24lEJ_x} z^4$$

$$y = \frac{ql^3}{120EJ_x} z - \frac{ql}{60EJ_x} \cdot z^3 + \frac{9}{120lEJ_x} \cdot z^5.$$

$$7.126. \quad 7200 \text{ N}$$

$$7.127. \quad \frac{5\sqrt{3}}{12} qa$$

$$7.128. \quad 470 \text{ N}$$

$$7.129. \quad 1720 \text{ N}$$

$$7.130. \quad \frac{12M}{5a} \cdot T.$$

$$7.131. \quad 2,56\text{kN}; \quad 3,2\text{kN}$$

$$7.132. \quad \sigma_1 = 109\text{MN/m}^2.$$

$$7.133. \quad N_T = 64\Delta EJ/3a^2.$$

$$7.134. \quad -7,5\text{MN/m}^2; \quad 15\text{MN/m}^2$$

$$7.135. \quad 2885\text{N/cm}^2; \quad 433\text{N/cm}^2$$

$$7.136. \quad \sigma_1 = \frac{1,5 \cdot P \cdot l \cdot h_1}{3J_{x1} + 1,5J_{x2} + J_{x3}}; \quad \sigma_2 = \frac{1,5Plh_2}{3J_{x1} + 1,5J_{x2} + J_{x3}}; \quad \sigma_3 = \frac{1,5 \cdot Pl \cdot h_3}{3J_{x1} + 1,5J_{x2} + J_{x3}}$$

Nếu $h_1 = h_2 = h_3$ thì $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$.

$$7.137. \quad M_{\text{xoán1}} = C_{x1} \cdot P/C_{u1}e + C_{u2} (a + e); \quad M_{\text{xoán2}} = C_{x2} \cdot P/C_{u1} + C_{u2} (a + e)$$

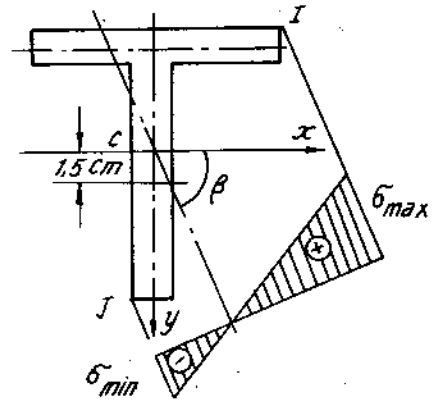
$$M_{\text{uốn1}} = \frac{Q_1 l}{2}; \quad M_{\text{uốn2}} = \frac{Q_2 l}{2}; \quad \text{Trong đó: } C_x = \text{độ cứng xoắn};$$

$$e = \frac{C_{x1} + C_{x2}}{C_{u1} \cdot a} \quad C_u = \text{độ cứng uốn};$$

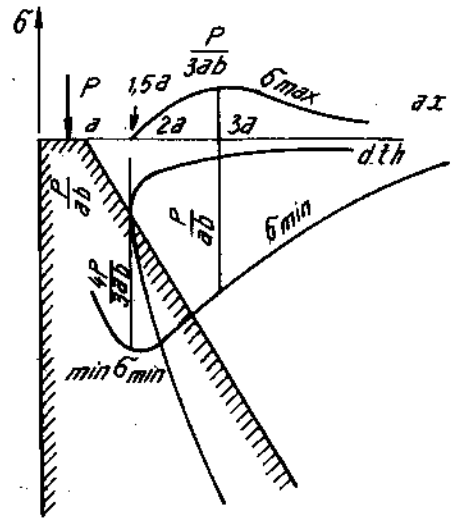
$$7.138. \quad P = 5120\text{N}; \quad \sigma_{\max} = 24600\text{N/cm}^2.$$

Chương 8 - Thanh chịu lực phức tạp

- 8.1. uốn phẳng : a, b, c, e, i, l
uốn xiên d, g, h, k, m.
- 8.2. đường chéo thứ hai của mặt cắt
- 8.3. $\sigma_{\max} = 134 \text{ N/cm}^2$; $\beta = 58^\circ$;
 $f = 1,31 \text{ cm}$
- 8.4. $\sigma_{\max} = 950 \text{ N/cm}^2$; $\beta = 118^\circ 22'$;
 $f = 4,72 \text{ cm}$
- 8.5. $\sigma_{\max} = 4,74 \text{ kN/cm}^2 < [\sigma]_K$ (H.DS.8-5)
 $\sigma_{\min} = -2,23 \text{ kN/cm}^2 \leq [\sigma]_n$
- 8.6. $\sigma_{\max} = -20 \text{ kN/m}^2$; $\sigma_{\min} = -140 \text{ kN/m}^2$
- 8.7. $\sigma_{\max} = 832 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_{\min} = -856 \text{ N/cm}^2$
- 8.8. Phương án 1 : a = 3,93 m ;
Phương án 2 : a = 3,52m
- 8.9. $\sigma_{\max BC} = 2904 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_{\min BC} = -2929 \text{ N/cm}^2$
- 8.10. $\sigma_{\max} = 4660 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_{\min} = -5355 \text{ N/cm}^2$
- 8.11. chữ [số 24a
- 8.12. $\sigma_{\max} = 12850 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_{\min} = -13550 \text{ N/cm}^2$; a = 1,44 cm ; b = 0,29cm
- 8.13. xem (H.DS.8-13).
- 8.14. $\sigma_{\max} = 0$; $\sigma_{\min} = -400 \text{ N/cm}^2$
a = 15cm ; b = ∞
- 8.15. $\sigma_{\max} = 650 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_{\min} = -2860 \text{ N/cm}^2$
a = ∞ ; b = 12,5cm
- 8.16. $\sigma_{\max} = 1760 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_{\min} = -1440 \text{ N/cm}^2$
a = 0,63cm ; b = -0,83cm
- 8.17. $\sigma_{\max} = 930 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_{\min} = -1130 \text{ N/cm}^2$.
a = -1,44cm ; b = -4,67cm
- 8.18. $\sigma_{\max} = 0$; $\sigma_{\min} = -1167$; $\sigma = -875 \text{ N/cm}^2$
- 8.19. d = 122mm
- 8.20. $\sigma_A = -64,5 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_c = -9,5 \text{ N/cm}^2$.
- 8.21. trường hợp 1 $\sigma = -37,3 \text{ N/cm}^2$;
trường hợp 2 $\sigma = -40,3 \text{ N/cm}^2$
- 8.22. $\sigma_{\text{Btròn}} = 2,4 \cdot \frac{P_2}{bd}$; $\sigma_{\text{Bchữ nhật}} = 2 \cdot \frac{P_2}{bd}$; ứng suất ở hình tròn lớn hơn 20%.
- 8.23. $\sigma_{\max} = 58 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_{\min} = -92 \text{ kN/cm}^2$
- 8.24. a = 3,7m ; $\sigma_{\min} = -161 \text{ kN/cm}^2$
- 8.25. $\sigma = 0,635P \text{ N/cm}^2$; 26 lần
- 8.26. $\sigma_{\max} = 1295 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_{\min} = -1439 \text{ N/cm}^2$



Hình Ds.8-5

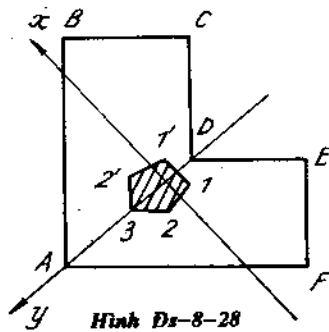


Hình Ds.8-13

8.27. $0 < \alpha < \frac{2}{5}$. Khoét rãnh hai bên tốt hơn ; $\alpha = \frac{2}{5}$ như nhau

8.28. Trọng tâm trên đường chéo DA và cách D 1cm

Tọa độ đỉnh lõi (H.DS.8-28)



Hình Ds-8-28

Đỉnh	x(cm)	y(cm)
1	-1,5	-0,72
1'	1,5	-0,72
2	-1,07	0,52
2'	1,07	0,59
	0	0,9

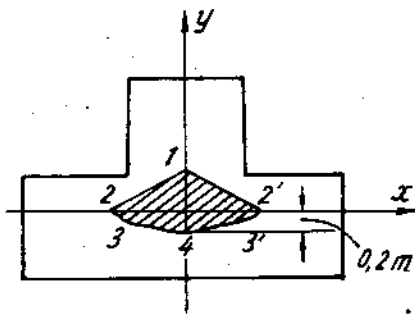
8.29. đường trung hòa trung với BD

8.30. Xem hình DS.8-30, 31, 32.

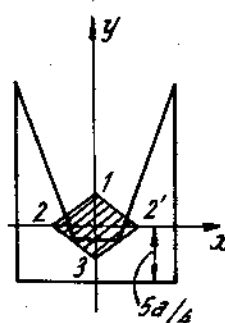
Đỉnh	x(cm)	y(cm)
1	0	0,345
2	-0,54	0
3	-0,44	-0,148
4	0	-0,186

Đỉnh	x(cm)	y(cm)
1	0	0,683a
2	-0,722a	0
3	0	-0,310a

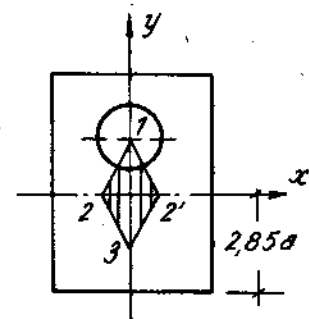
Đỉnh	x (cm)	y (cm)
1	0	0,13a
2	-0,75a	0
3	0	-1,02a



Hình Ds.8-30



Hình Ds. 8-31



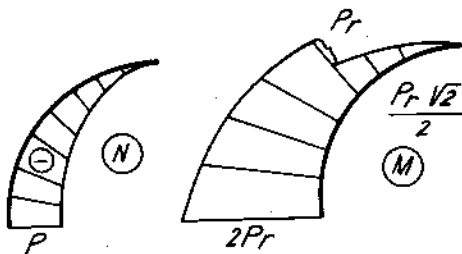
Hình Ds. 8-32

- 8.33. $d \geq 2,46 \cdot \sqrt[3]{Pa/[\sigma]}$
 8.34. $d \approx 50\text{mm}$
 8.35. $d = 38\text{mm}$; $b = 22\text{mm}$
 8.36. $d_1 = 54,5\text{mm}$; $d_2 = 64\text{mm}$
 8.37. $d \approx 70\text{mm}$
 8.38. $d \geq 1,84 \sqrt[3]{Pa/[\sigma]}$
 8.39. $d \approx 24,2 \text{ mm}$
 8.40. $d \approx 80\text{mm}$
 8.41. $P \leq [\sigma]d^3/51a$
 8.42. $q \leq 0,082 \cdot [\sigma] b^3/a^2$
 8.43. $d \approx 5\text{cm}$
 8.44. $b = 8,4\text{mm}$; $a = 16,8\text{mm}$
 8.45. $d \geq 3,7 \sqrt[3]{Pa/[\sigma]}$
 8.46. $b = 3,35 \sqrt{Pa/[\sigma]}$
 8.47. $d = 40\text{mm}$
 8.48. $d = 60\text{mm}$
 8.49. $d \approx 85\text{mm}$
 8.50. $d_1 = 22\text{mm}$; $d_2 = 36\text{mm}$; $b = 22\text{mm}$
 8.51. $a = 3 \sqrt{2P/[\sigma]}$
 8.52. $\sigma_{\max I} = 8270 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_{\min I} = -2230 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_{\max II} = 17550 \text{ N/cm}^2$
 $\sigma_{\min II} = -350 \text{ N/cm}^2$
 8.53. $d = 3\text{cm}$
 8.54. $d = 2\text{cm}$
 8.55. $\sigma_{t4} = 9450 \text{ N/cm}^2 < [\sigma] = 16000 \text{ N/cm}^2$ (bền)

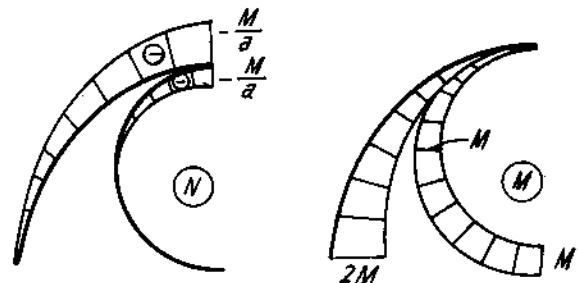
Chương 9 - Thanh cong phẳng

9.1.

9.2.

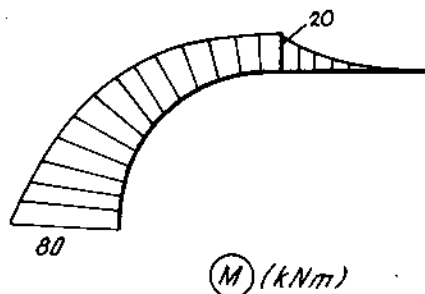
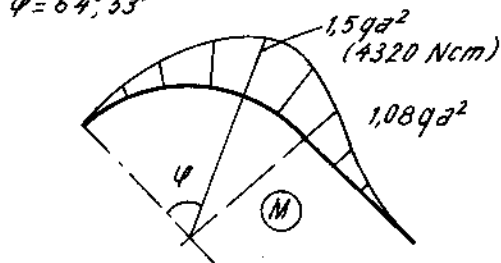
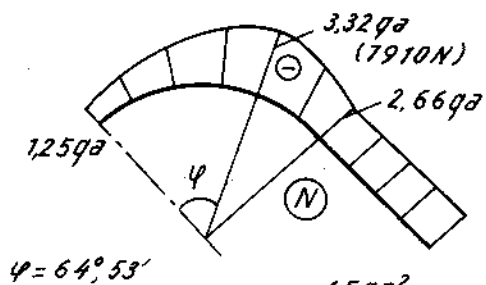


Hình Ds. 9-1

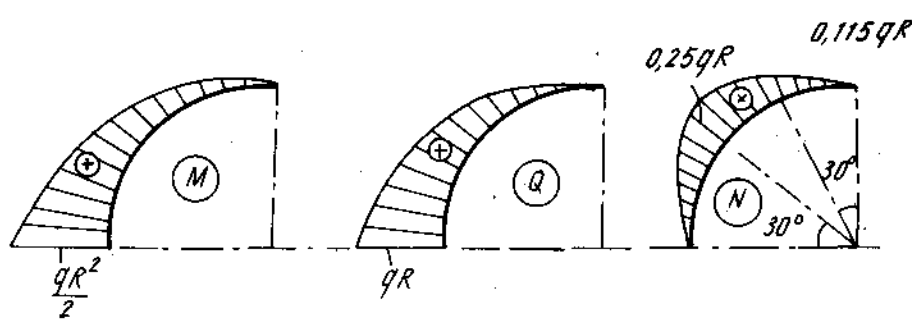


Hình Ds. 9-2

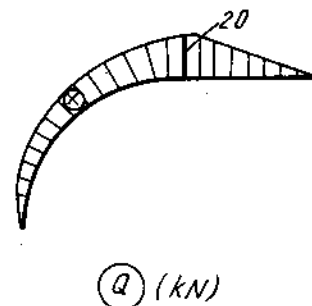
9.3.
9.4.
9.5.



Hình Ds.9-3

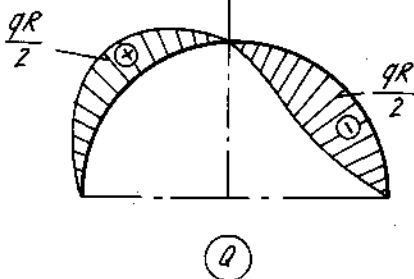
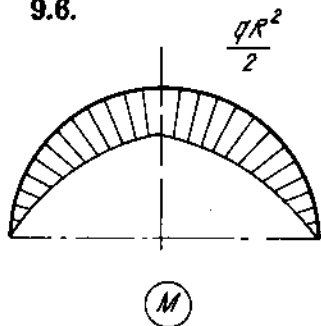


Hình Ds.9-5

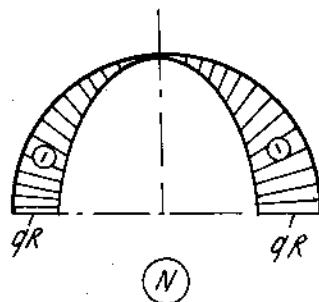


Hình Ds.9-4

9.8.



Hình Ds.9-6



- 9.7. $N_{\max} = 2P$; $Q_{\max} = 2P$; $M_{\max} = \frac{3}{2} Pa$
- 9.8. $N_{\max} = P$; $Q_{\max} = 3P$; $M_{\max} = 3Pa$
- 9.9. $N_{\max} = P\sqrt{2}$; $Q_{\max} = P\sqrt{2}$; $M_{\max} = 2Pa$
- 9.10. $N_{\max} = qa\sqrt{2}$; $Q_{\max} = qa\sqrt{2}$; $M_{\max} = 2,414qa^2$
- 9.11. $N_{\max} = qa/2$; $Q_{\max} = qa/2$; $M_{\max} = qa^2/3$
- 9.12. $N_{\max} = \frac{3}{2} P$; $Q_{\max} = \frac{3}{2} P$; $M_{\max} = 2P.a$

- 9.13. $N_{\max} = 2qa$; $Q_{\max} = 3qa$; $M_{\max} = \frac{9}{2} qa^2$
- 9.14. $N_{\max} = 2qa$; $Q_{\max} = qa$; $M_{\max} = 2qa^2$.
- 9.15. $r_{th} = 17,94\text{cm}$; $\sigma_n = 0,87 \text{ kN/cm}^2$; $\sigma_t = 0,94 \text{ kN/cm}^2$
- 9.16. $\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} = 1,483$
- 9.17. $\sigma_{\max} = 7,5\text{kN/cm}^2$; $\sigma_{\min} = -3,6 \text{ kN/cm}^2$.
- 7.18. $\sigma_{\max} = \sigma_A = 9390 \text{ N/cm}^2$; $\sigma_{\min} = \sigma_B = -4870 \text{ N/cm}^2$
- 7.19. $\sigma_{\max} = 7,12 \text{ kN/cm}^2$; $\sigma_{\min 2} = -5,19 \text{ kN/cm}^2$
- 9.20. $P = 1950 \text{ kN}$
- 9.21. $h = 4\text{cm}$; $b = 3\text{cm}$
- 9.22. $P = 20 \text{ kN}$
- 9.23. $P = 12 \text{ kN}$

Chương 10 - Ổn định

- 10.1. $P_{th} = 59,16 \text{ kN}$; $\sigma_{th} = 16,43 \text{ MN/m}^2$
- 10.2. $P_{th} = 170 \text{ kN}$; $\sigma_{th} = 79 \text{ MN/m}^2$
- 10.3. $P_{th} = 1205 \text{ kN}$; $\sigma_{th} = 108 \text{ MN/m}^2$
- 10.4. diện tích tăng \sqrt{n} lần ; cạnh tăng $\sqrt[4]{n}$ lần.
- 10.5. $l_b = 1,42 l_a$; $l_c = 2l_a$; $l_d = 0,5 l_a$
- 10.6. a) Hình vuông chịu lực nén lớn hơn hình tròn (4,5%)
b) Hình tròn rỗng chịu lực nén lớn hơn hình tròn đặc (352,5%)
- 10.7. $59,7^\circ$
- 10.8. $P_{th} = \frac{\pi^2 EJ}{(0,7l)^2}$
- 10.9. a) $P_{th} = \frac{\pi^2 EJ}{4l^2}$; b) $P_{th} = \frac{4\pi^2 \cdot EJ}{l^2}$
- 10.10. $P_{th} = \frac{4\pi^2 \cdot EJ}{l^2}$
- 10.11. $P_{th} = \frac{18,7 \cdot EJ}{l^2}$
- 10.12. $P_{th} = \frac{\pi^2 EJ_1}{4l^2}$
- 10.13. Phương trình xác định lực tới hạn $\text{tg}\alpha a = \frac{\alpha \cdot b \cdot \text{tg}\alpha b}{\text{tg}\alpha b - \alpha b}$

Trong đó $\alpha^2 = \frac{P_{th}}{EJ}$; ví dụ khi $a = b = \frac{l}{2}$

$$P_{th} = \frac{\pi^2 EJ}{(0,43l)^2}$$

- 10.14. $P = 100\text{kN} < [P] (= 113 \text{ kN})$
- 10.15. a) $[P] = 121,5 \text{ kN}$
b) $[P] = 257,5 \text{ kN}$ (2,1 lần)
- 10.16. $k_d = 4,35$
- 10.17. $[\sigma]_{\text{đđ}} = 1,54 \text{ MN/m}^2$; $\sigma_{\text{thanh}} = 1,2 \text{ MN/m}^2$
- 10.18. $\sigma = 43,64 \text{ MN/m}^2 < [\sigma]_{\text{đđ}} = 104 \text{ MN/m}^2$
- 10.19. a) $[P] = 468 \text{ kN}$; b) $[P] = 323 \text{ kN}$
- 10.20. $[q] = 4,1 \text{ kN/m}$.
- 10.21. $l = 4,5\text{m}$
- 10.22. $l_{th} = 12,61\text{m}$
- 10.23. $P = 91 \cdot 10^3 \text{ N}$
- 10.24. $P = 546\text{kN}$
- 10.25. $P = 1776 \text{ kN}$
- 10.26. 2 L 180 . 110 . 12
- 10.27. $a = 22,5 \text{ cm}$
- 10.28. $h = 28\text{cm}$; $b = 7\text{cm}$
- 10.29. I số 22a ; $k_{\text{đđ}} = 1,85$
- 10.30. I số 30 ; $k_{\text{đđ}} = 2$
- 10.31. $b \approx 11,3\text{cm}$
- 10.32. $b = 2,86a$
- 10.33. $b = 2a$
- 10.34. $N^{\circ} = 30$
- 10.35. $N^{\circ} = 20$ (16)
- 10.36. $b = 10\text{cm}$
- 10.37. $d = 20\text{cm}$
- 10.38. $d = 8\text{cm}$
- 10.39. $N^{\circ} = 14$; $B = 14\text{cm}$; $l_o = 40\text{cm}$
- 10.40. $N^{\circ} = 16$; $B = 22\text{cm}$; $l_o = 70\text{cm}$
- 10.41. $N^{\circ} = 10$; $B = 39\text{cm}$; $l_o = 60\text{cm}$
(một trong phương án có thể lấy $\varphi = 0,81$)
- 10.42. $N^{\circ} = 10$ (7) ; $B = 34\text{cm}$; $l_o = 60\text{cm}$ (một trong phương án có thể có khi $\varphi = 0,81$)
- 10.43. $R = 25,5 \cdot 10^3 \text{ N}$ (phản lực) ; $P_{th} = 29 \cdot 10^3 \text{ N}$; không thỏa mãn điều kiện ổn định.
- 10.44. $a \leq 3,32\text{m}$

Chương 11 - Uốn ngang và uốn dọc đồng thời

- 11.1. $|\max \sigma_z| = 1,43 \text{ kN/cm}^2$
 11.2. $n_b = 2 ; n_{\text{od}} = 1,31$
 11.3. $\sigma_{\text{max}} = 18,6 \text{ kN/cm}^2$
 11.4. $R = 3,88 \text{ kN} ; n_{\text{od}} = 6,5$
 11.5. $P = 9,6 \text{ kN}$
 11.6. $f = 0,303\text{cm} ; \max |\sigma_n| = 12400 \text{ N/cm}^2 ; n_b = 2,52 ; n_{\text{od}} = 1,84$
 11.7. $f = 0,229\text{cm} ; \max |\sigma_n| = 12750 \text{ N/cm}^2 ; n_b = 2,27 ; n_{\text{od}} = 1,78$

Chương 12 - Chuyển vị hệ thanh

- 12.1. $\theta_B = 0,0076 \text{ rad} ; f_C = 0,667\text{cm}$
 12.2. $f_D = \frac{7}{4} \frac{qa^4}{EJ} ; \theta_A = \frac{1,5qa^3}{EJ}$
 12.3. $f_C = \frac{Pa^2(a+1)}{3EJ} ; \theta_B = \frac{P \cdot a \cdot l}{3EJ}$
 12.4. $f_C = -\frac{M \cdot a}{6EJ} (3a+2l) ; \theta_B = -\frac{M \cdot l}{3EJ}$
 12.5. $f_C = \frac{qa^3}{24EJ} (3a+4l) ; \theta_B = \frac{qa^2 l}{6EJ}$
 12.6. $f_C = \frac{qa^4}{8EJ} + \frac{qal}{24EJ} (4a^2 - l^2) ; \theta_B = \frac{qal}{24EJ} (4a - \frac{l^2}{a})$
 12.7. $f = \frac{pa}{24EJ} (3l^2 - 4a^2) ; \theta_A = -\theta_B = \frac{Pa}{2EJ} (l-a)$
 12.8. $f = 0 ; \theta_A = \theta_B = \frac{Pab}{6EJ} (l-a)$
 12.9. $f = \frac{Mb}{8EJ} (2a+l) ; \theta_A = -\theta_B = \frac{M \cdot b}{2EJ}$
 12.10. $f = 0 ; \theta_A = \theta_B = \frac{Mb}{4EJ} \left(\frac{b}{l} - \frac{h}{3b} \right)$
 12.11. $f_A = \frac{P}{EJ} (2a^3 + 4b^3 + 6a^2b + 9ab^2) ; \theta_A = \frac{P}{2EJ} (b^2 + l^2)$
 12.12. $f_A = -\frac{Ma^2}{2EJ} ; \theta_A = -\frac{Ma}{EJ}$
 12.13. $f_A = \frac{Pl^3}{3EJ} - \frac{Mb}{2EJ} (2a+b) ; \theta_A = \frac{Pl^2}{2EJ} - \frac{M \cdot b}{EJ}$
 12.14. $f_A = \frac{q \cdot a}{24EJ} (3a^3 + 12a^2b + 18ab^2 + 8b^3) ; \theta_A = \frac{qa}{6EJ} (a^2 + 3ab + 3b^2)$

- 12.15. $f_B = \frac{ql^4}{30EJ}$; $\theta_B = \frac{ql^3}{24EJ}$
- 12.16. $f_C = 2,167\text{cm}$; $f_B = f_D = 1,667\text{cm}$;
- 12.17. $f_C = \frac{25}{762} \cdot \frac{ql^4}{EJ}$; $\theta_A = -\theta_B = \frac{ql^3}{48EJ}$
- 12.18. $P = 20\text{kN}$; $f = 5\text{cm}$
- 12.19. $f = 5\text{cm}$
- 12.20. $y_C = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EJ} + \frac{1}{4} \frac{qla}{EF}$
- 12.21. $|f|_{\max}$ lớn hơn 2,42 lần $|\theta|_{\max}$ lớn hơn 3,251 lần
- 12.22. $\Delta_A = 4,45\text{cm}$; $\theta_B = 0,0133 \text{ rad.}$
- 12.23. $y_A = 0$; $X_A = 0,5 \frac{Pa^3}{EJ}$
- 12.24. $\Delta_C = \frac{5Pa^3}{6EJ}$; $\theta_C = \frac{13}{12} \cdot \frac{Pa^2}{EJ}$
- 12.25. $\Delta_{AB} = \frac{7\sqrt{2} \cdot Pa^3}{24EJ}$
- 12.26. $\Delta_x = \frac{Pa^3}{24EJ}$; $\Delta_y = \frac{Pa^3}{2EJ}$; $\Delta\theta = 0$
- 12.27. $\Delta_d = \frac{a \cdot P}{EF} (7 + 4\sqrt{2})$; $\Delta_n = -\frac{3 \cdot a \cdot p}{EF}$
- 12.28. $f_c = 0,265\text{cm}$; $\theta_C = 0,00224 \text{ rad.}$
- 12.29. $\Delta_{m-n} = Pa^3 \left(\frac{2}{3EJ} + \frac{1}{GJ_{xoán}} \right)$
- 12.30. $X_A = \frac{1}{2} \frac{PR^3}{EJ} - \frac{P \cdot a}{2EF}$
- 12.31. $\Delta_{AB} = \frac{\pi PR^3}{EJ}$
- 12.32. $y_B = 0,392 \cdot \frac{qa^4}{EJ}$; $\Delta_C = \frac{2}{3} \frac{qa^4}{EJ}$
- 12.33. $y_B = 0,071 \cdot \frac{PR^3}{EJ}$
- 12.34. $\Delta_{AB} = \frac{PR^3}{EJ}$
- 12.35. $\Delta R = \frac{qR^2}{EF}$

$$12.36. \quad y_A = \frac{a}{EJ} \left[\frac{P_1 a^2}{3} + (P_1 \cdot a - P_2 \cdot b)h \right]; \quad X_A = \frac{h}{2EJ} (P_2 \cdot b - P_1 \cdot a)$$

$$12.37. \quad \varphi = \frac{\mathcal{M} \cdot a}{2EJ_P}$$

$$12.38. \quad f_B = \frac{ql^4}{8EJ} + \alpha l; \quad \theta_B = \frac{ql^3}{6EJ} + \alpha$$

$$12.39. \quad f_C = \Delta_B + \frac{a}{l} (\Delta_B - \Delta_A); \quad \theta_C = \frac{1}{l} (\Delta_B - \Delta_A)$$

$$12.40. \quad X_D = \frac{ql^3 \cdot H}{12EJ} + \alpha H l \frac{(t_1 - t_2)}{h} + \alpha l \cdot \frac{t_1 + t_2}{2}$$

(dấu dương tương ứng với nhíp ΔD rộng ra)

Chương 13 - Tính hệ thanh siêu tĩnh bằng phương pháp lực

$$13.1. \quad A = \frac{3}{8} P; \quad B_B = \frac{3}{8} P \cdot a; \quad Q_A = Q_B = \frac{3}{8} P; \quad N_{BC} = \frac{3}{8} P$$

$$13.2. \quad M_A = \frac{qh^2}{48}; \quad M_B = -\frac{qh^2}{24}; \quad M_C = \frac{5}{48} \cdot qh^2; \quad Q_A = -\frac{qh}{16};$$

$$N_A = -\frac{7}{16} \cdot q \cdot h$$

$$13.3. \quad M_A = -0,85qa^2; \quad M_B = 0,105 qa^2; \quad M_C = -0,233 qa^2; \quad M_D = 0,313 qa^2$$

$$13.4. \quad M_D = 14 \text{ kNm}; \quad M_E = 42 \text{ kNm}; \quad M_G = 28 \text{ kNm}; \quad M_B = 0.$$

13.5. biểu đồ mômen uốn (H.DS.13-5)

$$13.6. \quad M_A = M_B = -\frac{qa^2}{4}$$

$$13.7. \quad M_A = 60 \text{ kNm}; \quad M_B = -75 \text{ kNm}$$

$$13.8. \quad M_A = M_C = 0; \quad M_B = -90 \text{ kNm}$$

$$13.9. \quad M_C = 20 \text{ kNm}$$

$$13.10. \quad N_{AC} = 39 \text{ kN}; \quad M_D = 14 \text{ kNm}$$

$$13.11. \quad M_C = 0.$$

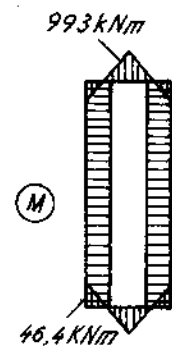
$$13.12. \quad M_C = \frac{qa^2}{16}$$

$$13.13. \quad M_C = 15,3 \text{ kNm}$$

$$13.14. \quad H_A = \frac{3}{7} \cdot P; \quad A = \frac{3}{28} \cdot P$$

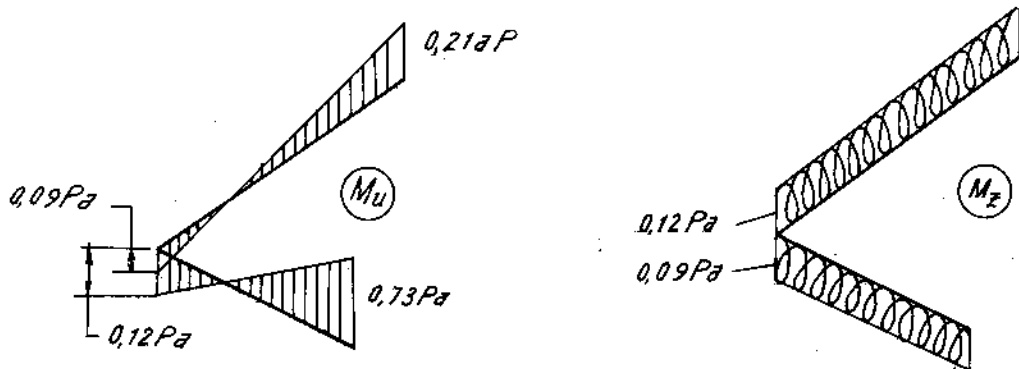
$$13.15. \quad M_A = -M_B = \frac{Pa}{8}$$

$$13.16. \quad M_A = 15,8 \text{ kNm}; \quad M_B = 20,6 \text{ kNm}; \quad M_C = 38,6 \text{ kNm};$$



Hình Ds.13-5

- $M_D = 33,8 \text{ kNm}$
 13.17. $M_D = 1,13 \text{ kNm}$; $M_F = 6,65 \text{ kNm}$; $H_A = 0,126 \text{ kN}$; $H_C = 0,74 \text{ kN}$;
 $C = 27,1 \text{ kN}$
 13.18. $M_{A(T)} = 6 \cdot 10^4 \text{ N.m}$; $M_{A(F)} = 2,4 \cdot 10^4 \text{ N.m}$; $M_{A(D)} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ N.m}$;
 $M_{A(D)} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ N.m}$
 13.19. $\sigma_{\text{cốt}} = 0,719 \text{ kN/cm}^2$.
 13.20. $M_A = -24,2 \text{ kNm}$; $M_C = 7,88 \text{ kNm}$
 13.21. a) $N = 32,4 \text{ kN}$; $\sigma_{\text{max}} = 16 \text{ kN/cm}^2$; b) $N = 31,1 \text{ kN}$;
 $\sigma_{\text{max}} = 17,55 \text{ kN/cm}^2$
 13.22. $N_{EC} = \frac{3EJ \cdot \Delta}{8a^3}$
 13.23. $N_{CA} = N_{CB} = N_{CD} = 16,7 \text{ kN}$; $N_{DA} = N_{DB} = 25 \text{ kN}$
 13.24. $M = \frac{ql^2}{8} \frac{q(5l^4 - 12l^2 \cdot b^2 + 2b^4) \cdot a}{64 \left[a^2 \cdot (1 + 2b) + 3EJ_0 \left(\frac{EF_0}{l} + \frac{2EF_1}{a} + \frac{EF_2}{b} + \frac{2 \cdot EF_2}{1,41a} \right) \right]}$
 13.25. Xem hình đáp số 13-25.



Hình Ds. 13-25

- 13.26. $A = 44P/23$; $f_C = \frac{68}{69} \cdot \frac{Pa^3}{EJ}$
 13.27. $A = \frac{10}{27} P$; $f_C = \frac{191}{81} \cdot \frac{Pa^3}{EJ}$
 13.28. $A = \frac{19}{47} P$; $f_C = 0,0722 \cdot \frac{Pa^2}{EJ}$
 13.29. $\sigma_{\text{max}} = 0,75 \cdot E\alpha \cdot \Delta \cdot \frac{h}{a}$
 13.30. $\sigma_{\text{max}} = \frac{3}{11} \cdot E\alpha\Delta t \cdot \frac{h}{a}$
 13.31. $\sigma_{\text{max}} = 0,3 E \alpha \Delta t \cdot \frac{h}{a}$

$$13.32. \sigma_{\max} = 0,6 E \alpha \Delta t \cdot \frac{h}{a}$$

$$13.33. \sigma_{\max} = \frac{24}{31} \cdot E \alpha \Delta t \cdot \frac{h}{a}$$

$$13.34. M_{\max} = \frac{120 \cdot \alpha E J}{7a} \left(1 + \frac{3a}{h} \right)$$

$$13.35. R_y = qa/2 ; \quad R_x = 0,590 qa$$

$$13.36. R_y = P/2 ; \quad R_x = 0,786 P$$

$$13.37. R_y = 0 ; \quad R_x = 4qa/\pi$$

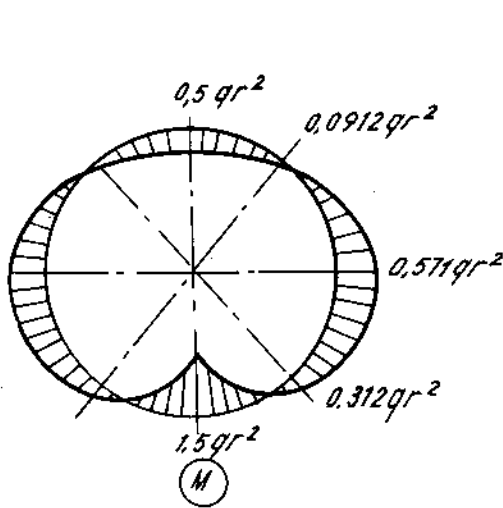
$$13.38. M_{\max} = \frac{1}{2} PR ; \quad M_{45^\circ} = 0,148 PR ; \quad \text{gi\`ang } N = \frac{P}{\pi} \frac{1}{1 + \frac{4}{\pi} \cdot \frac{I}{R^2 F}}$$

$$13.39. B = 0,9 \frac{M}{R} ; \quad M_A = -0,1 M ; \quad M_C = -0,364 M \text{ và } 0,636 M.$$

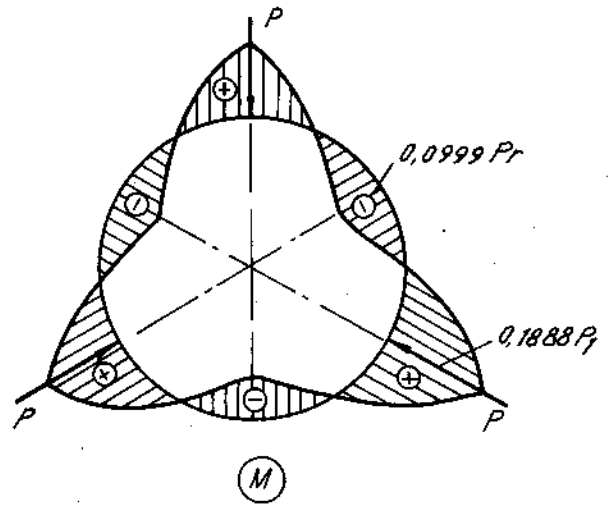
$$13.40. M_A = 0,1817 PR ; \quad M_B = 0,3183 PR.$$

$$13.41. \max M = 0,1888 \cdot Pr. \text{ (H.DS.13-41)}$$

13.42. Hình H.DS.13-42



Hình Ds.13-42



Hình Ds.13-41

$$13.43. M = \frac{PR}{2} \sin \varphi + \frac{4 - \pi}{\pi^2 - 8} P \cdot R \cos \varphi - \frac{\pi - 2}{\pi^2 - 8} \quad (0 \leq \varphi \leq \pi/2)$$

$$Q = \frac{P}{2} \cos \varphi - \frac{4 - \pi}{\pi^2 - 8} \cdot P \sin \varphi.$$

$$N = -\frac{P}{2} \sin \varphi - \frac{4 - \pi}{\pi^2 - 8} \cdot P \cos \varphi.$$

- 13.44. $R = P/3$; $\delta_C = \frac{\pi + 1}{3} \frac{Pa^3}{EJ}$.
- 13.45. $R = 0,0372qa$; $\delta_C = 0,1188 qa^4/EJ$
- 13.46. $R = \frac{5}{6} qa$; $\delta_C = \frac{\pi}{24} \cdot \frac{qa^4}{EJ}$.
- 13.47. $R = 0,638 P$; $\delta_C = 0,1052 Pa^3/EJ$
- 13.48. $R = 0,1867 qa$; $\delta_C = 0,115 qa^4/EJ$
- 13.49. $M_1 = -\frac{ql^2}{24}$; $M_2 = \frac{ql^2}{12}$.
- 13.50. $M_1 = -\frac{ql^2}{8}$.
- 13.51. $M_1 = 38,6 \text{ kNm}$; $M_2 = 80 \text{ kNm}$; $R_o = -6,4 \text{ kN}$; $R_1 = 98 \text{ kN}$;
 $R_2 = 188 \text{ kN}$
- 13.52. $M_1 = -54 \text{ kNm}$
- 13.53. $M_1 = -3 \text{ kN.m}$
- 13.54. $M_1 = -33,8 \text{ kNm}$; $M_2 = 43,8 \text{ kNm}$
- 13.55. $M_1 = \frac{Pl}{6}$; $M_2 = -\frac{Pl}{120}$.
- 13.56. $M_1 = -33,4 \text{ kNm}$; $M_2 = -62 \text{ kNm}$
- 13.57. $M_1 = M_2 = 0$
- 13.58. $M_A = M_B = -\frac{ql^2}{12}$.
- 13.59. $M_A = -\frac{Pab^2}{l^2}$; $M_B = -\frac{Pa^2b}{l^2}$; $M_C = \frac{2Pa^2b^2}{l^3}$
- 13.60. $f_A = \frac{7}{6} \cdot \frac{Pa^3}{EJ}$.
- 13.61. $f_A = \frac{13}{768} \cdot \frac{Pl^3}{EJ}$.
- 13.62. $d = \sqrt[3]{32qa^2/\pi[\sigma]}$
- 13.63. $h = \sqrt[3]{6Pa/[\sigma]}$
- 13.64. $N^o = 16$
- 13.65. $N^o = 18a$.

Chương 14 - Tải trọng động

$$14.1. \quad P_1 = \frac{P}{2} \left(1 + \frac{a}{2g}\right); \quad P_2 = \frac{P}{6} \left(1 + \frac{a}{6g}\right)$$

$$14.2. \quad P_1 = P \cdot C_1 \left(1 + \frac{a}{g}\right) / (C_1 + 2C_2); \quad P_2 = P \cdot C_2 \left(1 + \frac{a}{g}\right) / (C_1 + 2C_2)$$

$$14.3. \quad \sigma_d \cdot \frac{\max}{\min} = \pm \frac{(Q + \frac{1}{2}g \cdot h) ah \cdot \cos\alpha}{g \cdot w} - \frac{Q + qh}{P} \left(1 + \frac{a}{g \sin\alpha}\right)$$

$$14.4. \quad F_1 = \frac{Q_1}{\frac{[\sigma]}{k_d} - \frac{\gamma l}{3}}; \quad F_2 = \frac{Q_1 + Q_2 + \frac{F_1 \cdot \gamma l}{3}}{\frac{[\sigma]}{k_d} - \frac{2\gamma l}{3}}$$

$\Delta l = k_d \cdot (\Delta l_1 + \Delta l_2)$ trong đó :

$$\Delta l_1 = \frac{Q_1 \cdot l}{3EF_1} + \frac{\gamma l^2}{18E}; \quad \Delta l_2 = \frac{(Q_1 + Q_2 + F_1 \cdot \gamma \cdot \frac{l}{3}) 2l}{3EF_2} + \frac{2\gamma l^2}{9E}$$

$$k_d = 1 + \frac{2s}{gt^2}$$

$$14.5. \quad F = 0,58 \text{ cm}^2$$

$$14.6. \quad \max\sigma_I = 3\gamma \cdot l; \quad \max\sigma_{II} = 66 \cdot \gamma \cdot l.$$

$$14.7. \quad \sigma_I = 216 \text{ MN/m}^2; \quad \sigma_{II} = 10,8 \text{ MN/m}^2$$

$$14.8. \quad \sigma_I = 1820 \text{ N/cm}^2; \quad \sigma_{II} = 3220 \text{ N/cm}^2.$$

$$14.10. \quad \max\tau_d = 27200 \text{ N/cm}^2; \quad \Delta l = 4,3 \text{ cm}$$

$$14.11. \quad h = 2,6 \text{ cm}; \quad b = 1,8 \text{ cm}$$

$$14.12. \quad M_{xoán} = 4,8 \text{ kNm}$$

$$14.13. \quad M_A = \frac{Q \cdot R}{\pi} \left(1 - \frac{\omega^2 R}{g}\right) \text{ trong đó } Q = 2\pi R S \cdot g \text{ là trọng lượng vành tròn}$$

$$M_A = 0 \text{ khi } \omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

$$14.14. \quad V_{\max} = \omega_{\max} \cdot \frac{D}{2} = 3,7 \cdot 10^4 \text{ cm/s.}$$

$$14.15. \quad a) \sigma_I = \sigma_{III} = \sigma_{II} \cdot \cos^2\alpha = \frac{Q \cos^2\alpha}{(1 + 2\cos^3\alpha)F} \cdot \left(1 + \frac{\omega^2 \cdot l}{g}\right)$$

$$b) \sigma_{III} = \frac{\sigma_I}{\sqrt{3}} = \frac{\sigma_{II}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{Q}{(3 + \sqrt{3})F} \cdot \left(1 + \frac{\omega^2 \cdot l}{g}\right)$$

$$14.16. \quad \max\sigma_I = 66,8 \cdot \text{MN/m}^2.$$

$$14.17. \quad \max\sigma_I = 32 \cdot Q \omega^2 l^2 / g \pi d^3$$

$$14.18. \quad d = 14,3 \text{ cm}; \quad b = 12 \text{ cm}$$

14.19. 250 vg/ph

14.20. $\frac{4\gamma r l^2}{g\pi d^3} \cdot \sqrt{\varepsilon_o^2 + \omega_o^4}$.

14.21. $d = 0,3 \sqrt{Q \cdot n^2 \cdot r \cdot l/g[\sigma]}$.

14.22. $\max\sigma_I = 14200 \text{ N/cm}^2$; $\max\sigma_{II} = 22200 \text{ N/cm}^2$.

14.23. $\max\sigma_I = 13500 \text{ N/cm}^2$.

14.24. $\delta_{A-B} = \frac{Q \cdot \omega^2 \cdot p^4}{2gFI} (3\pi + 8)$.

14.25. $n = 195 \text{ Vg/ph}$; $\sigma_{A-B} = 1,59 \text{ cm}$.

14.26. $\max\sigma_d = 16 Q \cdot \omega^2 R^2/(g\pi d^3)$

14.27. $\max\sigma_d = 48\omega^2 R^3/gd$.

14.28. $\max\sigma_d = 4,9 \cdot Q\omega^2 R^2/(g\pi d^3)$; $\delta_{A-B} = 28,5 Q\omega^2 R^4/(g E d^4)$.

14.29. $T = 0,58s$; $T' = 0,603s$.

14.30. a) $\omega = \sqrt{\frac{g}{Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)}}$; b) $\omega = \sqrt{\frac{g}{Q}}$; c) $\omega = \sqrt{\frac{g}{Q}}$

d) $\omega = \sqrt{\frac{g}{2C_1 + C_2}}$; e) $\omega = \sqrt{\frac{g}{Q \left(\frac{A}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)}}$.

14.31. hệ số thu gọn $k_m = \frac{1}{3}$.

14.32. hệ số thu gọn $k_m = \frac{1}{3}$.

14.33. $T = 0,076s$.

14.34. $f = 5 \cdot \frac{1}{s}$; $f' = 4,8 \cdot \frac{1}{s}$

14.35. $\omega = \frac{1 \cdot d^2}{2 \cdot D \cdot x} \cdot \sqrt{\frac{G \cdot g}{2QDn}}$

14.36. a) $N = 50 \cdot \frac{1}{s}$; b) $b = 5,6 \cdot \frac{1}{s}$.

14.37. $\omega = \sqrt{2gEF/7Qa}$

14.38. $T = 2\pi \cdot \text{tg}\alpha \cdot \sqrt{Q/C \cdot g}$

14.39. $T = 2\pi \sqrt{\frac{Q}{g} \left(l_1^3/48E_1I_1 \right) + (l_2/E_2F_2)}$

14.40. $T = 0,106s$.

14.41. $\omega = 1,17 \sqrt{EIg/Qa^3}$

14.42. $T = 0,075 \text{ s}$.

$$14.43. T = 0,22 \text{ s} ; f = 4,54 \cdot \frac{1}{\text{s}}$$

$$14.44. \omega = 4,65 \frac{1}{\text{s}}$$

$$14.45. T = 0,345 \text{ s.}$$

$$14.46. M = 1,5 \text{ kg.}$$

$$14.47. a = 1,95 \text{ cm}$$

$$14.48. K_m = 61/35$$

$$14.49. K_m = 41/70$$

$$14.50. K_m = 333/2240$$

$$14.51. K_m = 1/3$$

$$14.52. K_m = 4/3$$

$$14.53. K_m = 13/35$$

$$14.54. K_m = 1/3$$

$$14.55. K_m = 1/3$$

$$14.56. l = 178 \text{ cm} ; \sigma_{\max} = 1561 \text{ N/cm}^2.$$

$$14.57. \sigma_{\max} = 943 \text{ N/cm}^2 < [\sigma]$$

Nếu lấy mặt cắt dầm là 15.24 cm thì tránh được cộng hưởng lúc mở

và đóng động cơ. Khi đó $Q = 345 \text{ N} ; \omega_0 = 245 \frac{1}{\text{s}}$.

$$14.58. A = \frac{P_0 \cdot F \cdot q}{C \cdot g - Q\omega_0^2}$$

$$14.59. A = 1,65 \text{ mm.}$$

$$14.60. A = 0,8 \text{ mm.}$$

$$14.61. \max \sigma_d = 5500 \text{ N/cm}^2$$

$$14.62. \max \sigma_d = 5100 \text{ N/cm}^2$$

$$14.63. H = 8 \text{ cm} ; V = 125 \text{ cm/s}$$

$$14.64. H = 0,97 \text{ cm} ; \sigma_{\max} = 666 \text{ N/cm}^2$$

$$14.65. \sigma_d = 92 \text{ MN/m}^2.$$

$$14.66. \delta_d^B = \sqrt{\frac{18 \cdot Q \cdot h}{C_I + 4C_{II}}}$$

$$14.67. h = 12,8 \text{ cm.}$$

$$14.68. \max \sigma_d = 9,3 \cdot \text{MN/m}^2.$$

$$14.69. Q = 332 \text{ N.}$$

$$14.70. h = [\sigma]^2 \cdot \omega^2 \cdot a / (2 Q E J).$$

$$14.71. \delta_d^B = \sqrt{20 Q h a^3 / E J}$$

$$14.72. \max \sigma_d = \frac{5,2}{w} \cdot \sqrt{\frac{Q h E J}{a}}$$

- 14.73. $\max \sigma_d = \frac{1,65}{W} \cdot \sqrt{\frac{QhEJ}{a}}$
- 14.74. $h = \sqrt{[\sigma]^2 \cdot W_i^2 / (6QEJ)}$
- 14.75. $\delta_d^B = \sqrt{2Qha^3 / 3GJ_p}$
- 14.76. $\delta_d^B = 2 \cdot \sqrt{Qha^3 / 3GJ_p}$
- 14.77. $\max \sigma_d = \frac{1,88}{W} \cdot \sqrt{\frac{QhEJ}{a}}$
- 14.78. $k_{d(1)} = 29,1 ; K_{d(2)} = 28,5$
- 14.79. $\frac{k_{d(1)}}{k_{d(2)}} = \sqrt{\frac{4 + \mu}{1 + \mu}} ; \mu = 0,3 ; \frac{k_{d(1)}}{k_{d(2)}} = 1,82$
- 14.80. $M_{\max} = \frac{n\pi}{10} \sqrt{\frac{EJQl}{3g}}$
- 14.81. $\delta_d^B = a \cdot v \cdot \sqrt{Qa / (2gEJ)}$
- 14.82. $\tau_{\max} = 212 \text{ MN/m}^2$
- 14.83. $\max \tau_d = \omega \sqrt{\frac{2J_{tb} \cdot G}{\frac{\pi d^2}{4} \left(\frac{3}{2} + \frac{J_b}{2J_{tb}} \right)}}$

Chương 15 - Tính độ bền khi ứng suất thay đổi theo thời gian

- 15.1. $[P] = 179 \text{ kN}$.
- 15.2. $n\sigma = 2,24$
- 15.3. $[P] = 89 \text{ kN}$
- 15.4. $n_\tau = 2,78$
- 15.5. $n_\sigma = 1,85 ; n_\sigma = 1,75$
- 15.6. $n = 2,37$
- 15.7. mặt cắt I - I : $n_{ch} = 1,76$.
mặt cắt II - II : $n_\sigma = 1,53$
mặt cắt III - III ; $n_\sigma = 3,42$.
- 15.8. $n = 2,18$
- 15.9. $n_\tau = 3 ; n_{ch} = 4$
- 15.10 $P_{\max} = 9,2 \text{ kN}$
- 15.11. $n = 1,47$

Chương 16 - Dây mềm

- 16.1. $H = 2\text{kN}$
- 16.2. $f = 89\text{cm}$
- 16.3. a) $l \leq 300\text{m}$; b) $l \leq 3000\text{m}$
- 16.4. $F = 142,5\text{cm}^2$
- 16.5. $F = 294\text{cm}^2$
- 16.6. $L = 18,8\text{m}$
- 16.7.
$$H_{th} = \frac{ql^2}{8f\left(1 + \frac{E_n F_n}{E_{th} F_{th}}\right)} ; H_n = \frac{ql^2}{8f\left(1 + \frac{E_{th} F_{th}}{E_n F_n}\right)}$$
- 16.8. $H = 1215\text{N}$; $|x_A| = 19,1\text{m}$.
- 16.9. $H_1 = 252\text{N}$; $H_2 = 600\text{N}$; $H_3 = 1430\text{N}$
- 16.10. $H = 6667\text{N}$
- 16.11. $H = 4,223\text{kN}$
- 16.12. $\Delta\sigma = 0,102\text{kN/cm}^2$
- 16.13. a) giảm $112,5 \text{ N/cm}^2$; b) tăng 186N/cm^2
- 16.14. $f_o = 3,9\text{cm}$.

Chương 17 - Dầm trên nền đàn hồi

- 17.1. $y_A = 0,096\text{cm}$; $y_B = 0,285\text{cm}$; $y_C = 0,287\text{cm}$.
 $M_a = 11\text{kNm}$; $m_B = 18,3\text{kNm}$; $M_C = 18,3\text{kN.m}$.
- 17.2. $Q_{Bph} = -51,23\text{kN}$; $Q_{tr} = 68,77\text{kN}$
- 17.3. $d_M = \frac{q \cdot dz}{4m} \cdot n_1(z)$; $M = \frac{q}{4m} \int_a^b n_1(z) dz = \frac{q}{4m^2} n_3(z) \Big|_a^b$
 $M = 1,47\text{kN.m}$
- 17.4. $M = \frac{M_o}{2} \eta_2$
- 17.5. $y = \frac{M_o}{2EJm^2} \eta_3$; $\theta = \frac{M_o}{2EJm} \eta_1$; $M = M_o \cdot \eta_2$; $\Theta = -mM_o \eta$
- 17.6.
$$y = \frac{P \cdot m}{2 \cdot k} \eta(mz) + \frac{mP}{k} \left\{ -\eta_2(mc) \eta_2 [m(z+c)] + \frac{1}{2} \eta_1(mc) \eta_1 [m(z+c)] \right\}$$

17.7. a)

	Đoạn 1	Đoạn 2	Đoạn 3
Δy	$y_0 ?$	0	0
$\Delta \theta$	$\theta_0 ?$	0	0
ΔM	0	0	-M
ΔQ	0	-P	0
Δq	0	0	-q

Khi $Z = 8m$; $M_3 = 0$; $Q_3 = 0$

	Đoạn 1	Đoạn 2
Δy	0	0
$\Delta \theta$	0	0
ΔM	$M_0 ?$	0
ΔQ	$R_0 ?$	-q
Δq	0	-q

Khi $Z = 7m$; $y_2 = 0$; $M_2 = -M$

b)

	Đoạn 1	Đoạn 2
Δy	0	0
$\Delta \theta$	0	0
ΔM	0	0
ΔQ	$R_0 ?$	0
Δq	-q	+q

Khi $Z = 7m$; $M_2 = 0$; $Q_2 = P$

	Đoạn 1	Đoạn 2
Δy	$y_0 ?$	0
$\Delta \theta$	$\theta_0 ?$	$\Delta Q_2 ?$
ΔM	0	M

Khi $Z = 4m$. $M_2 = 0$

$Z = 7m$. $Q_2 = 0$

17.8

$$y_C = \frac{q}{m} \left(1 - \frac{2ch \cdot \frac{ml}{2} \cos \frac{ml}{2}}{chml + \cos ml} \right)$$

$$M_C = \frac{q}{m^2} \frac{sh \cdot \frac{ml}{2} \sin \frac{ml}{2}}{chml + \cos ml}$$

17.9. $y_{\max} = 3,25\text{cm}$; $\sigma_{\max} = 103 \text{ N/cm}^2$

17.10. $q = 25,5 \text{ kN/m}$

Chương 18 - Xoắn - uốn thanh thành mỏng mặt cắt hở

18.1. $J_\omega = 13660 \text{ cm}^6$.

18.2. $\alpha_y = 3,7\text{cm}$; $J_\omega = 820000 \text{ cm}^6$ (H.DS.18-2)

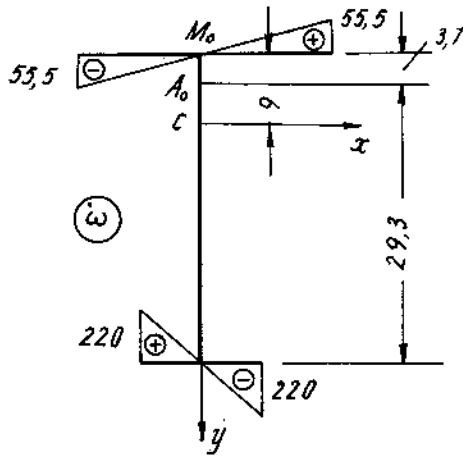
18.3. Chọn góc ban đầu ở A.

$$\alpha_y = - \frac{J_{\omega A_y}}{J_y} = \frac{\int_{F_3} \omega \cdot x \cdot dF}{J_y} = \frac{J_{3y} \cdot h}{J_y}$$

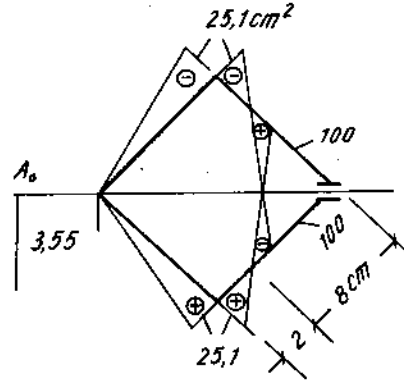
$$J_\omega = \int_F \omega^2 \cdot dF = \int_{F_1} (\alpha_y \cdot x)^2 \cdot dF + \int_{F_3} (h - \alpha_y)^2 \cdot x^2 dF = \frac{J_{1y} \cdot J_{3y} \cdot h^2}{J_y}$$

18.4. $\alpha_x = -2,37\text{cm}$; $J_w = 1780\text{cm}^6$.

18.5. $\alpha_x = -3,55$; $J_w = 28800\text{cm}^6$. (H.DS.18-5).



Hình Ds.18-2



Hình Ds.18-5

18.6. $\alpha_x = -2R$ (lực chọn ban đầu làm tâm hình tròn)

$$J_w = \pi R^5 \delta \left(\frac{2}{3} \pi^2 - 4 \right).$$

18.7. $J_{wA} = 20,6 \cdot 10^6 \text{cm}^6$; $J_{wB} = 14,2 \cdot 10^6 \text{cm}^6$; $J_{wC} = 11,9 \cdot 10^6 \text{cm}^6$.

$J_{wD} = 8,41 \cdot 10^6 \text{cm}^6$; $J_{wE} = 3,74 \cdot 10^6 \text{cm}^6$.

So sánh các mômen quán tính quạt :

hình (a) : (b) : (c) : (d) : (e) = 1 : 0,69 : 0,58 : 0,41 : 0,18

18.8. a) $J_w = 9290 \cdot 10^6 \text{cm}^6$; b) $J_w = 2451 \cdot 10^6 \text{cm}^6$.

18.9. $\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{B}{J_w} \omega = \frac{P}{2\pi R \delta} (1 + 2,645 \sin \varphi - 0,3234)$.

Trong đó : $N = P$; $F = 2\pi R \delta$; $M_x = P \cdot R$; $J_x = \pi R^3 \delta$.

$B = P \cdot \omega_A = P R^2 (2 \sin 90^\circ - \frac{\pi}{4}) = 0,43 \cdot P R^2$.

$J_w = \pi R^5 \delta \left(\frac{2}{3} \pi^2 - 4 \right)$; $\omega = R^2 (2 \sin \varphi - \varphi)$; $y = R \sin \varphi$

18.10. $\sigma = \frac{P}{F} + \frac{B}{J_w} \omega$.

Trường hợp 1 :

$B = P \cdot \omega_0 = P \cdot 30$; $J_w = 55000 \text{cm}^6$; $F = 50 \text{cm}^2$.

Trường hợp 2 :

$B = p \cdot h \cdot \omega_0$; $p = \frac{P}{h}$; h - bề cao bản bụng

Kết quả vẫn giống nhau.

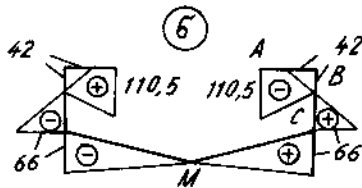
18.11. Hình đáp số 18-11.

$$\theta = \frac{0,01 \cdot \left[\text{sh} \cdot k \left(\frac{1}{2} - Z \right) + k z \text{ch} \cdot \frac{kl}{2} - \text{sh} \cdot \frac{kl}{2} \right]}{kl \text{ch} \cdot \frac{kl}{2} - 2 \text{sh} \cdot \frac{kl}{2}}$$

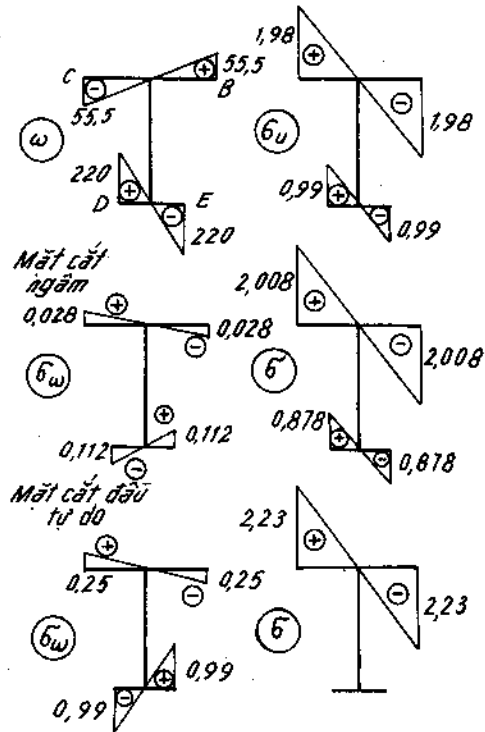
$$B = \frac{0,01 \cdot G J_{x_0} \text{sh} k \left(Z - \frac{1}{2} \right)}{k \cdot \text{ch} \frac{kl}{2} - 2 \cdot \text{sh} \cdot \frac{kl}{2}}$$

18.12. $\theta_{\max} = \frac{M(kl \text{ch} kl - \text{sh} kl)}{k^3 E_1 \cdot J_w \cdot \text{ch} kl}$

18.13. Xem hình đáp số 18-13.



Hình Đs.18-11



Hình Đs.18-13

Chương 19 - Ứng suất tiếp xúc

- 19.1. $[P] = 4680 \text{ N}$; $2b = 0,33 \text{ mm}$.
- 19.2. $a = 0,65 \text{ cm}$; $b = 0,50 \text{ cm}$; $p_0 = 110 \text{ kN/cm}^2$
- 19.3. $a = 0,489$; $b = 0,057 \text{ cm}$; $p_0 = 291 \text{ kN/cm}^2$
- 19.4. 1) $a = 0,063 \text{ mm}$; $p_0 = 300 \text{ kN/cm}^2$; $\delta = 0,026 \text{ mm}$
 2) $a = 0,07 \text{ mm}$; $p_0 = 230 \text{ kN/cm}^2$; $\delta = 0,033 \text{ mm}$.
- 19.5. $[P] = 108 \text{ kN}$; $2b = 3,272 \text{ mm}$

Chương 20 - Ống dày

- 20.1. $p_a = 15,2 \text{ MN/m}^2$
 20.2. $b = 2,76 \text{ cm}$
 20.3. $p_a = 1,7 \text{ kN/cm}^2$; $\Delta_a = 0,001 \text{ mm}$; $\Delta_b = 0,0066 \text{ mm}$
 20.4. $p_c = 0,38 \text{ MN/m}^2$; $\sigma_{l(M_0)} = 0,506 \text{ MN/m}^2 > [\sigma]$; 1,2% bện
 20.5. $p = 1,37 \text{ MN/m}^2$; $p_c = 2 \text{ MN/m}^2$.
 20.6. $\beta = \frac{\mu}{h_{ab}} [(1 - \mu)a^2 + (1 + \mu)b^2]$
 20.7. $b = 8 \text{ cm}$; $\Delta b = (u)_{r=b} = 0,7 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
 20.8. $\Delta = 0,0016 \text{ cm}$
 20.9. $p_c = 0,91 \text{ kN/cm}^2$; $\sigma_r = -0,5 \text{ kN/cm}^2$; $\sigma_t = 10 \text{ kN/cm}^2$
 20.10. Ứng suất tiếp xúc p' .

$$p' = \frac{\Delta}{b \left[\frac{1}{E_a} \left(\frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} - \mu_a \right) + \frac{1}{E_b} \left(\frac{c^2 + b^2}{c^2 - b^2} + \mu_b \right) \right]}$$

- 20.11. $\mathcal{M} = 20,2 \text{ kN.m}$; Tại mép trong của vành thép
 $\sigma_{t,3} = 9,2 \text{ kN/cm}^2$; Tại mép trong của bánh gang
 $\sigma_{t,3} = 0,43 \text{ kN/cm}^2$
 20.12. $p = 146 \text{ MN/m}^2$
 20.13. $p_c = 3,65 \text{ kN/cm}^2$; $[p] = 25,20 \text{ kN/cm}^2$
 20.14.

Trường hợp	$\sigma_r \text{ (kN/cm}^2\text{)}$			$\sigma_t \text{ (kN/cm}^2\text{)}$			
	Ống thép	Ống đồng		Ống thép		Ống đồng	
	điểm			điểm			
	A	B	C	A	B	C	D
1	-20	-5,77	0	18	3,71	9,62	3,85
2	-20	10,09	0	6,5	-3,49	16,82	6,73
3	0	-6,05	0	-16,10	-10,08	10,08	4,03

- 20.15. $\Delta \leq 10 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$

Chương 21 - Tấm - Vỏ

- 21.1. $W_{p=0} = 0,0252 \cdot \frac{qa^3}{D}$ (H.DS.21-1)
 21.2. $W_{\max} = \frac{P}{16\tau D(a^2 - b^2)} \cdot \left\{ a^4 - a^2 b^2 \left[1 + 4 \left(\ln \frac{b}{a} \right)^2 \right] - 2b^4 \ln \frac{b}{a} \right\}$

$$21.3. \quad \sigma_{\max} = \sigma_1 = \frac{6(M_1)_{p=b}}{\delta^2}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{3pa^4}{4\delta(a^2 - b^2)} \left[3 + \mu + \frac{b^4}{a^2} (1 - \mu) - 4 \frac{b^2}{a^2} + 4(1 + \mu) \cdot \frac{b^2}{a^2} \cdot \ln \frac{b}{a} \right]$$

21.4.

Đoạn 1

$$M_{r1} = \frac{pa^2}{61} \left[(1 + \mu) \frac{2\beta aD + \beta^2(1 - \beta^2)EJ_x}{2\beta aD + (1 - \beta^2)EJ_x} - (3 + \mu) \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]$$

$$M_{t1} = \frac{pa^2}{16} \left[(1 + \mu) \cdot \frac{2\beta aD + \beta^2(1 - \beta^2)EJ_x}{3\beta aD + (1 - \beta^2)EJ_x} - (1 + 3\mu) \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]$$

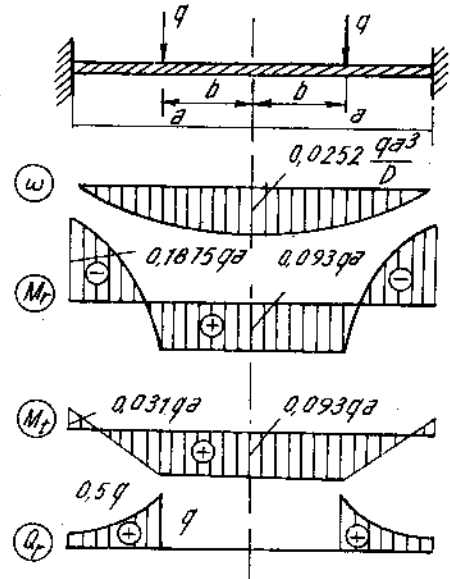
$$W_1 = \frac{pa^4}{64D} \left[1 + \frac{4\beta^2(1 - \beta^2)EJ_x \ln \beta}{2\beta aD + (1 - \beta^2)EJ_x} - \frac{2[2\beta aD + \beta^2(1 - \beta^2)EJ_x]}{2\beta aD + (1 - \beta^2)EJ_x} \left(\frac{r}{a} \right)^2 + \left(\frac{r}{a} \right)^4 \right]$$

Đoạn 2

$$M_{r2} = \frac{pa^2}{16} \left[(1 + \mu) \frac{2\beta aD + (1 - \beta^4)EJ_x}{2\beta aD + (1 - \beta^2)EJ_x} + (1 - \mu) \frac{\beta^2(1 - \beta^2)EJ_x}{2\beta aD + (1 - \beta^2)EJ_x} \left(\frac{a}{r} \right)^2 - (3 + \mu) \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]$$

$$M_{t2} = \frac{pa^2}{16} \left[(1 + \mu) \frac{2\beta aD + (1 - \beta^4)EJ_x}{2\beta aD + (1 + \beta^2)EJ_x} + (1 - \mu) \frac{\beta^2(1 - \beta^2)EJ_x}{2\beta aD + (1 - \beta^2)EJ_x} \left(\frac{a}{r} \right)^2 - (1 + 3\mu) \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]$$

$$W_2 = \frac{pa^4}{64D} \left\{ 1 + \frac{2\beta^2(1 - \beta^2)EJ_x}{2\beta aD + (1 - \beta^2)EJ_x} - \right.$$



Hình Đs.21-1

$$-\frac{2[2\beta aD + (1 - \beta^4)EJ_x]}{2\beta aD + (1 - \beta^2)EJ_x} \left(\frac{r}{a}\right)^2 + \frac{4\beta^2(1 - \beta^2)EJ_x}{2\beta aD + (1 - \beta^2)EJ_x} \cdot \ln \frac{r}{a} + \left(\frac{r}{a}\right)^4$$

trong đó $\beta = b/a$

21.5. $\sigma_{\max} = 6 \cdot \frac{M_{\max}}{\delta} = 9566 \text{ N/cm}^2$

(H.DS.21-5)

21.6. $\delta = 0,02\text{m}$

$W_{\max} = 0,000346\text{m}$

21.7. $M_{r.c} = -3120 \text{ Ncm/cm};$

$M_{t.c} = 5200 \text{ Ncm/cm}.$

$W_A = 0,42\text{cm}.$

$W_B = -0,44\text{cm}.$

21.8. $t \approx 1,7\text{cm}$

21.9. $\sigma_{t\max} = 2,63 \text{ MN/m}^2$

$\sigma_{K\max} = 1,99 \text{ MN/m}^2$

21.10. $\varepsilon_{\max} = 3,98 \cdot 10^{-4}$

$\varepsilon_{\min} = -0,625 \cdot 10^{-4}$

21.11. Phương án 1 ; $\sigma_{t\max} = 6,66 \text{ MN/m}^2;$

$\sigma_k = 0$

$\sigma_{\text{dây}} = 5 \text{ MN/m}^2$

Phương án 2 ; $\sigma_{t\max} = 6,66 \text{ MN/m}^2;$

$\sigma_{K\max} = 4,45 \text{ MN/m}^2$

$\sigma_{\text{dây}} = 5 \text{ MN/m}^2$

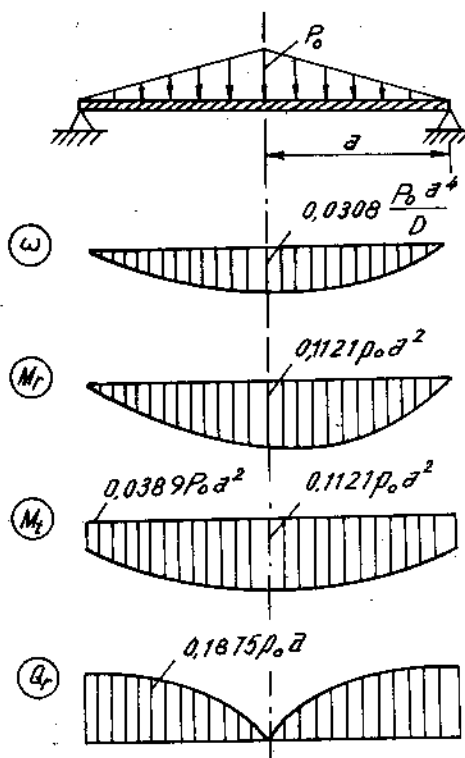
21.12. Xem hình đáp số 21-12.

21.13. $[\delta] = \frac{p \cdot D}{2[\sigma] \cos \alpha}$

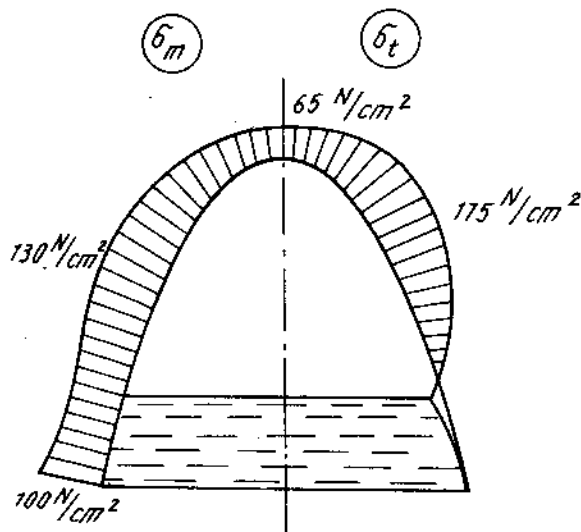
đại vào

$F \geq \frac{pD^2 \cdot \text{tg} \alpha}{8[\sigma]}$

21.14. $\sigma_{\max} = 75 \text{ MN/m}^2 < [\sigma]$



Hình Đs.21-5

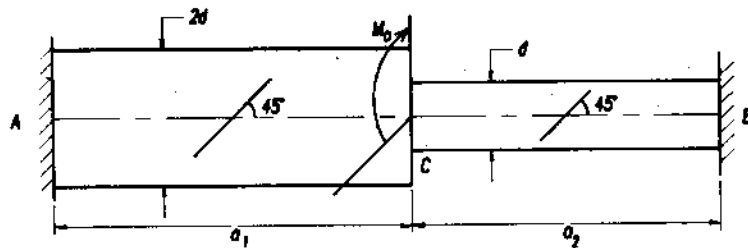


Hình Đs.21-12

CÁC ĐỀ THI OLYMPIC CƠ HỌC* VỀ SỨC BỀN VẬT LIỆU

OLYMPIC CƠ HỌC 1989

Bài 1. Một thanh tròn AB chịu momen xoắn M_0 , có kích thước và liên kết như trên hình 1. Trên mặt ngoài của các đoạn AC và CB theo phương 45° so với trục thanh ta đo được biến dạng dài tỉ đối trên AC là $\varepsilon_1 = |\varepsilon_0|$; trên CB là $\varepsilon = -|\varepsilon_0|$. Biết các hằng số vật liệu là E, G , và hệ số poaxông μ .

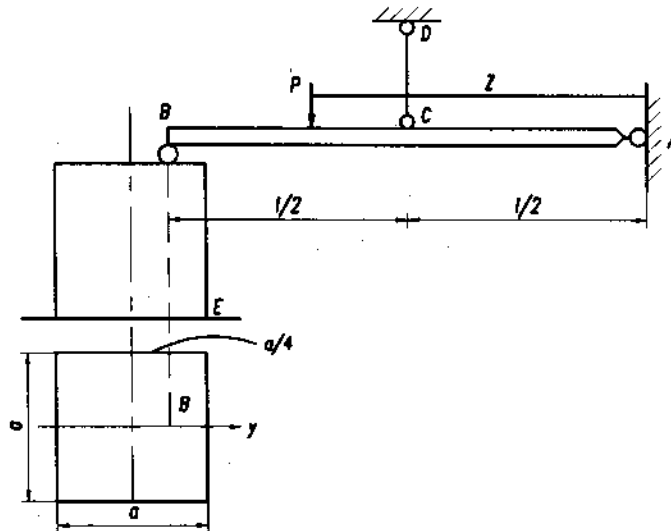


Hình 1

a) Vẽ biểu đồ nội lực trong AB và xác định giá trị M_0 .

b) Xác định tỉ số $\frac{a_1}{a_2}$ để thỏa mãn các điều kiện trên.

Bài 2. Dầm tuyệt đối cứng AB, đầu B tựa trên cột bê tông BE có kích thước và liên kết như trên hình 2. Cột bê tông có mô đun đàn hồi E_2 , diện tích mặt cắt ngang F_2 , chiều dài l_2 và momen quán tính đối với trục x là J_2 . Thanh CD có mô đun



Hình 2

(*) Chỉ chọn trích một số bài cần thiết

dàn hồi E_1 , diện tích mặt cắt ngang F_1 và chiều dài l_1 . Hãy khảo sát giá trị ứng suất lớn nhất tại mặt cắt ngang của thanh BE khi lực P dịch chuyển từ A đến B. Biết $l_1 = l_2 = l/2$, $E_2 F_2 = 2E_1 F_1 = 2E_2 J_2 \frac{1}{l^2}$.

OLYMPIC CƠ HỌC 1990

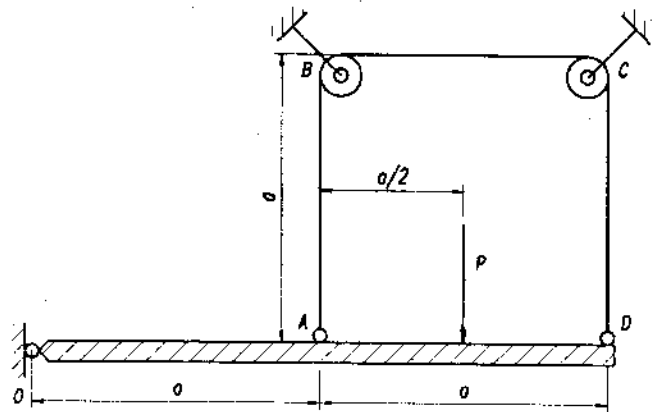
Bài 1. Thanh OD tuyệt đối cứng được treo bởi khớp O và dây kim loại ABCD đi qua các ròng rọc B và C, chịu lực như hình 1. Biết dây có diện tích mặt cắt ngang là F , mô đun đàn hồi là E , bỏ qua ma sát ở các ròng rọc.

1) Mặt cắt nào của dây kim loại không bị chuyển dịch theo phương dọc trục dây? Vị trí đó có phụ thuộc vào vị trí của điểm đặt lực P trên thanh OD không?

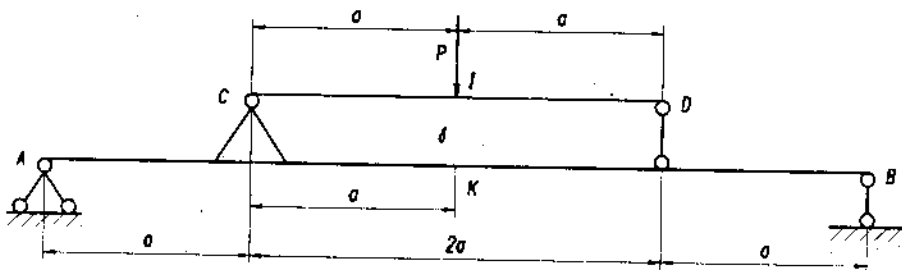
2) Hãy xác định chuyển vị của điểm đặt lực P .

3) Cho trị số lực $P = 15\text{KN}$, hãy tìm vị trí đặt lực P để dây kim loại bảo đảm điều kiện bền. Cho diện tích mặt cắt ngang của dây là $F = 1\text{cm}^2$, $[\sigma] = 10\text{KN/cm}^2$.

Bài 2. Cho một hệ chịu lực như hình 2. Độ cứng chống uốn của dầm AB là EJ , của dầm CD là $0,5EJ$.



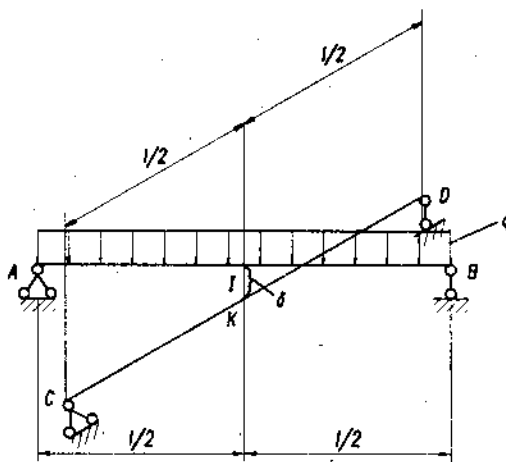
Hình 1



Hình 2

1) Hãy xác định khe hở δ giữa dầm CD và dầm AB sao cho dưới tác dụng của lực P, dầm CD vừa chạm vào dầm AB tại K (K - điểm chính giữa nhịp dầm AB).

2) Nếu giảm nhỏ khe hở δ một lượng sao cho mômen uốn lớn nhất phát sinh trong dầm CD giảm đi một lượng là $\Delta M = \frac{Pa}{4}$ thì giá trị của mômen uốn lớn nhất phát sinh trong dầm AB trong trường hợp này là bao nhiêu ?



Hình 3

Bài 3. Hai dầm nằm ngang có cùng chiều dài l và cùng độ cứng chống uốn EJ , đặt chéo nhau trong không gian, cách nhau theo phương thẳng đứng một khoảng nhỏ δ như hình 3 (theo sơ đồ như hình 3, ta có : $IK = \delta$, I - điểm chính giữa nhịp dầm AB, K - điểm chính giữa nhịp dầm CD). Lực phân bố đều q theo phương thẳng đứng tác dụng lên dầm AB.

1) Hãy xác định trị số của lực phân bố q_0 để dầm AB vừa chạm vào dầm CD.

2) Hãy xác định độ võng tại I của dầm AB khi trị số của lực phân bố $q = 4q_0$ trong đó q_0 xác định theo câu hỏi 1.

OLYMPIC CƠ HỌC 1991

Bài 1. Một kết cấu như hình 1. Thanh AB có mặt cắt chữ nhật, kích thước $b \times h$ với h thẳng đứng, thanh BC có mặt cắt tròn, đường kính d . Trên mặt trên cùng của thanh AB, gá các tenxômet đòn hướng thẳng đứng với chuẩn đo là L (cm) để đo chuyển vị theo phương dọc trục thanh. Ở bất cứ tenxômet nào, người ta cũng đọc được độ dịch chuyển của kim như nhau và bằng S khoảng chia, giá trị của mỗi khoảng chia là 10^{-3} mm. Trên bề mặt của thanh BC, dán các tấm điện trở theo hai phương tạo với phương BC các góc 45° và 135° ; nhờ máy đo biến dạng, người ta xác định được $\varepsilon_{45^\circ}^0 = -\varepsilon_{135^\circ}^0 = t\%$.

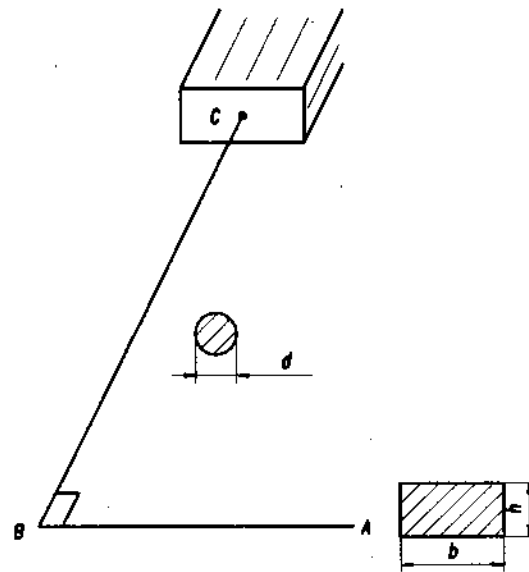
1) Hãy xác định tải trọng tập trung tác dụng tại mặt cắt A.

2) Cho $b = 2h$, hãy xác định tỉ số h/d để hai thanh AB và CD thỏa mãn điều kiện đồng bền.

3) Hãy xác định chuyển vị thẳng đứng tại điểm A.

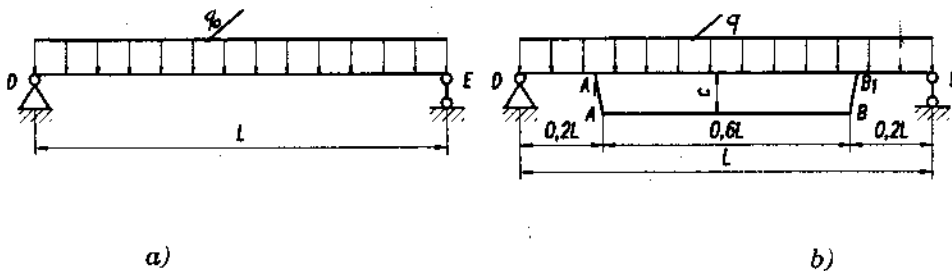
Biết $L_{BC} = \frac{3}{2} L_{AB} = 10d$,

trong đó L_{BC} và L_{AB} biểu thị chiều dài của các thanh BC và AB ; $d = 20\text{mm}$;
 $\frac{G}{E} = 0,4$; $[\sigma] = 2[r]$.



Hình 1

Bài 2. Dầm thép DE theo thiết kế sẽ chịu lực phân bố đều q_0 như hình 2a. Để tăng khả năng chịu lực của dầm, người ta gia cường như trên hình 2b, trong đó AA_1 và BB_1 là tuyệt đối cứng, có chiều



Hình 2

dài C. Dầm AB làm bằng cùng một vật liệu với dầm, có diện tích mặt cắt ngang là F_1 và được kéo trước bởi một lực X_1 nào đó.

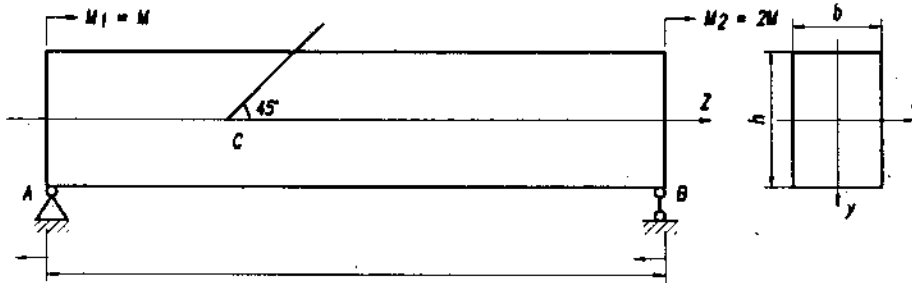
1) Xác định trị số của lực X_1 , sao cho ứng suất lớn nhất tại các mặt cắt nguy hiểm của dầm là như nhau, và không vượt quá trị số lớn nhất của ứng suất của dầm khi chưa gia cường.

2) Sau khi gia cường, dầm có thể chịu được lực phân bố q tăng bao nhiêu lần so với q_0 ?

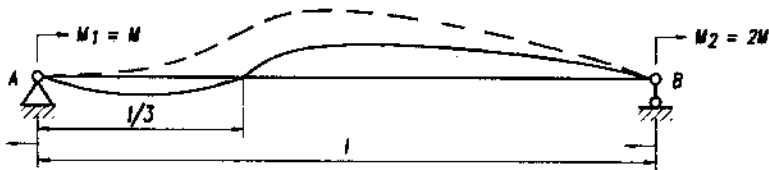
Cho mặt cắt ngang của dầm có diện tích F , mômen quán tính J và mô đun đàn hồi của vật liệu là E .

OLYMPIC CƠ HỌC 1992

Bài 1. Dầm AB liên kết bởi hai gối tựa, chịu uốn bởi các mômen $M_1 = M$ và $M_2 = 2M$ ở hai gối (như hình 1a). Dầm dài l , mặt cắt ngang hình chữ nhật có kích thước $b \times h$. Vật liệu có mô đun đàn hồi E , hệ số Poát xông μ . Tại một điểm C trên đường trung gian của mặt ngoài, bằng các phương tiện thí nghiệm người ta xác định được biến dạng dài tỉ đối theo phương nghiêng với trục thanh một góc 45° có giá trị $[\varepsilon_0]$.



Hình 1a



Hình 1b

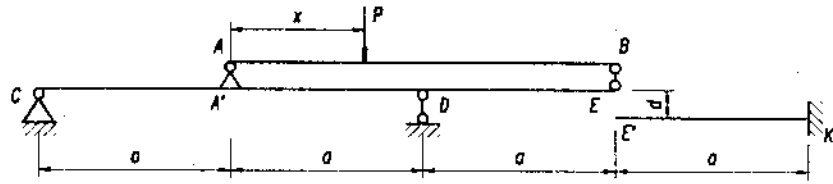
- a) Xác định giá trị mômen M .
- b) Đường đàn hồi của trục dầm có dạng như đường nét liền hay đường nét đứt biểu thị trên hình 1b (tiếp tuyến của đường nét đứt tại A trùng với trục thanh, điểm uốn của cả hai đường cách A một đoạn $l/3$).
- c) Giá trị mômen M thay đổi thế nào khi M_1 và M_2 tác dụng ngược chiều nhau.
- d) Phân tích trạng thái ứng suất tại các điểm trên mặt cắt ngang cách gối tựa A một khoảng bằng $l/3$ trong cả hai trường hợp (khi M_1 và M_2 tác dụng cùng chiều và ngược chiều).

Bài 2. Một kết cấu chịu lực như hình 2. Các dầm AB, CE, E'K có cùng độ cứng chống uốn EJ. Lực P di chuyển trên dầm AB từ A đến B (trong quá trình chịu lực dầm AB không tiếp xúc với dầm CE). Đầu E của dầm CE cách E' của dầm E'K một khoảng

$$\delta = \frac{1}{2} \frac{Pa^3}{EJ}$$

a) Khảo sát chuyển vị thẳng đứng của điểm E khi P di chuyển từ A đến B (vẽ đồ thị biểu diễn sự biến thiên của chuyển vị thẳng đứng của điểm E phụ thuộc vào khoảng cách từ điểm đặt lực P đến gối A).

b) Khảo sát sự biến thiên của mômen uốn lớn nhất phát sinh trong dầm E'K khi P di chuyển từ A đến B (vẽ đồ thị).

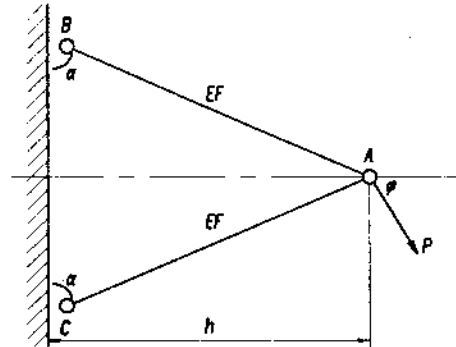


Hình 2

OLYMPIC CƠ HỌC NĂM 1993

Bài 1. Một kết cấu như hình 1. Nút A tiếp nhận tác động lực P có giá trị không đổi quay đủ chậm trong mặt phẳng ABC (không gây lực quán tính cho các phần tử kết cấu).

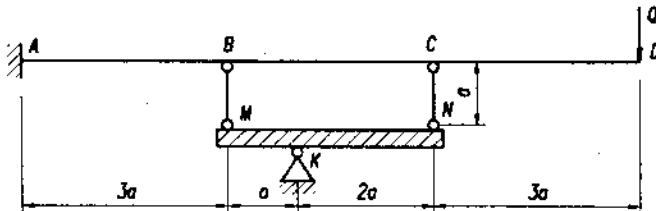
Hãy xác định giá trị góc α để diện tích mặt cắt ngang thanh bé nhất và bảo đảm điều kiện bền. Thanh AB và AC có cùng



Hình 1

độ cứng EF. Các kích thước khác cho trên hình 1.

Bài 2. Một kết cấu chịu lực như hình 2. Dầm AD có độ cứng chống uốn EJ. Thanh BM và CN có cùng chiều dài a và độ cứng EF. Thanh MN tuyệt đối cứng. Cho $EF = EJ/a^2$. Các kích thước khác cho trên hình 2.



Hình 2

- 1) Tính trị số mômen uốn cực đại của dầm AD khi Q đặt tĩnh tại D.
- 2) Tính hệ số động của hệ khi vật nặng Q rơi tự do từ độ cao $h = a$ lên điểm D của dầm.
- 3) Xác định chiều dài các thanh chống BM và CN bảo đảm điều kiện ổn định trong trường hợp Q đặt tĩnh lên dầm. Biết thanh có mô đun đàn hồi E, mômen quán tính của mặt cắt ngang theo mọi phương như nhau và bằng J_1 , vật liệu làm việc trong giới hạn đàn hồi.

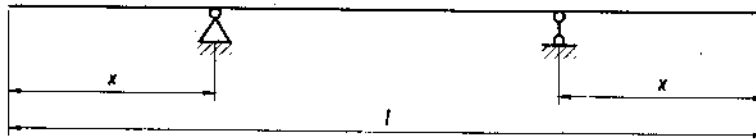
OLYMPIC CƠ HỌC NĂM 1994

Bài 1. Cho hai ống thép, ống thứ nhất có đường kính ngoài 90mm, đường kính trong 80mm. Ống thứ hai có đường kính ngoài 100mm, đường kính trong 90mm. Hai ống có chiều dài như nhau, lồng hoàn toàn vào nhau. Cho ống bên trong chịu xoắn bởi mômen $M_0 = 2000\text{Nm}$, sau đó hàn các đầu ống vào nhau.

1. Xác định ứng suất tiếp lớn nhất xuất hiện trong mỗi ống sau khi cắt bỏ mômen M_0 .
2. Vẽ biểu đồ ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang ống.

OLYMPIC CƠ HỌC NĂM 1995

Bài 1. Một thanh có chiều dài l , mặt cắt không đổi, được kê trên mặt phẳng nằm ngang bằng hai gối tựa cách đều hai đầu thanh một đoạn x (như hình 1). Xác định giá trị x để giá trị tuyệt đối của mô men uốn cực đại phát sinh trong dầm do trọng lượng bản thân đạt trị số nhỏ nhất.



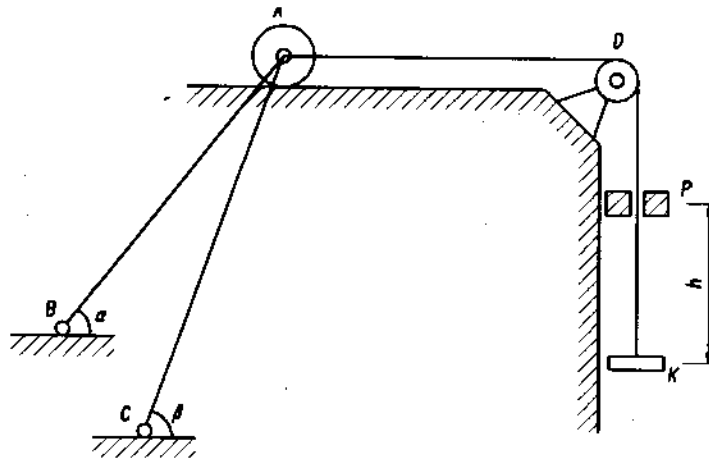
Hình 1

Bài 2. Một kết cấu chịu lực như hình 2. Hai thanh kim loại AB (có độ cứng $\frac{EF}{4a}$) và AC (có độ cứng $\frac{EF}{3a}$) được liên kết khớp bản lề tại A. Tại đây lắp một bánh xe

bé lăn trên mặt phẳng nằm ngang. Bánh xe được kéo bởi sợi dây mềm vắt qua ròng rọc cố định D và treo đĩa K. Dây mềm có độ cứng chống kéo $\frac{E_1 F_1}{12a}$. Thanh AB và AC tạo với mặt phẳng nằm ngang các góc α và β .

a. Tính nội lực xuất hiện trong hai thanh kim loại và áp lực bánh xe đè lên mặt lăn khi có trọng lượng P đặt tính lên đĩa K.

b. Tính hệ số động của hệ do để rơi trọng lượng P từ độ cao h.



Hình 2

Trong trường hợp này cho :

$$h = 721,8 \frac{Pa}{E_1 F_1}, \alpha = 45^\circ, \beta = 60^\circ, E_1 F_1 = \frac{EF}{160}$$

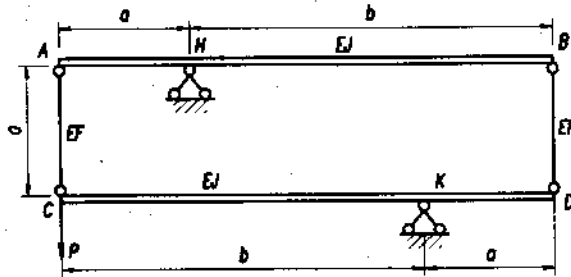
Chú ý : Khi tính bỏ qua các lực ma sát của các chi tiết chuyển động của hệ và trọng lượng của bản thân hệ.

OLIMPIC CƠ HỌC NĂM 1990

Bài 1.

Một hệ gồm hai dầm AB và CD được liên kết với nhau bởi hai dây căng AC và BD. Hệ được gối lên hai gối khớp H và K (xem hình 1). Độ cứng của các thanh có quan hệ : $EI = 3EI/a^2$.

Cho $b = 2a$.



1) Tính nội lực cực đại ở các thanh khi đặt tại C một lực P.

2) Tính chuyển vị của điểm C.

3) Vẫn để lực P tại C, người ta cố ngán thanh AC một đoạn Δ bằng tăng đỡ với $\Delta = Pa^3/2EI$. Tính nội lực các thanh và chuyển vị của điểm C.

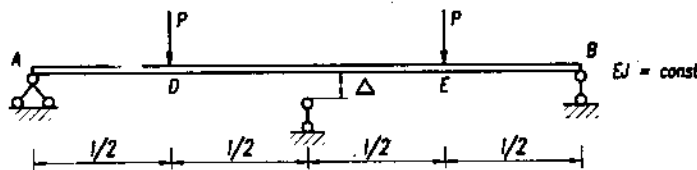
Hình 1

4) Anh (chị) có nhận xét gì về vị trí tương đối của hai gối H và K ?

Bài 2

Cho dầm như trên hình vẽ (hình 2).

Xác định độ hở Δ để ứng suất lớn nhất trong dầm có giá trị nhỏ nhất ?



Hình 2

BÀI GIẢI

OLYMPIC CƠ HỌC 1989

Bài 1 [3 điểm]

Câu 1. Trạng thái ứng suất tại một điểm trong thanh tròn chịu xoắn thuần túy là trạng thái trượt thuần túy và phương chính nghiêng với trục thanh một góc 45° . Nên :

$$\sigma_1 = |\sigma_3| = \tau_{\max}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu\sigma_3] = \frac{1}{E} [\tau_{\max} + \mu\tau_{\max}] = |\varepsilon_0| ,$$

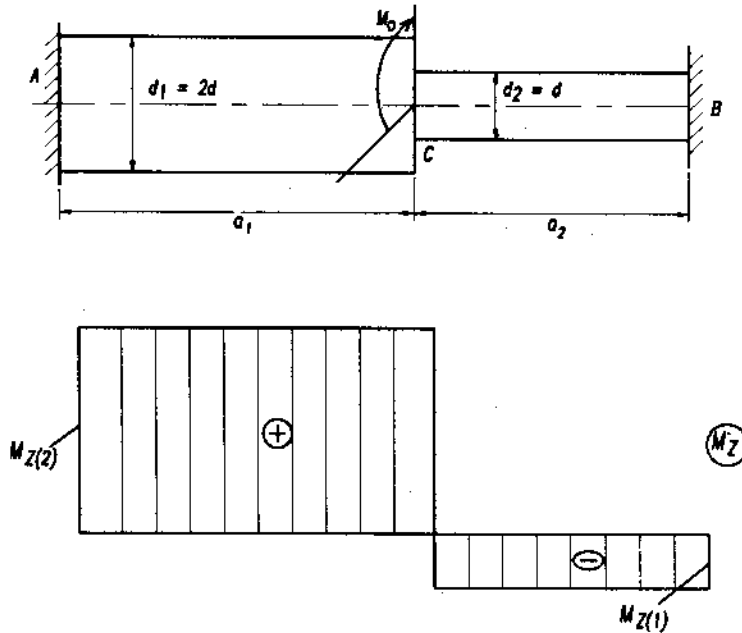
$$\rightarrow \tau_{\max} = \frac{|\varepsilon_0|E}{1 + \mu} \quad (1)$$

Ta có :

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_p} ,$$

tại đoạn 1, đoạn có đường kính $d_1 = 2d$:

$$M_{z(1)} = \tau_{\max} \cdot W_p^{(1)} .$$



Hình 1

Thay τ_{\max} từ (1) ta được

$$M_{z(1)} = \frac{[1,6 |\varepsilon_0| E \cdot d^3]}{1 + \mu}$$

Tương tự xác định được mômen xoắn nội trong đoạn thứ 2.

$$M_{z(2)} = \frac{0,2 |\varepsilon_0| E d^3}{1 + \mu}$$

Biểu đồ nội lực có dạng như hình 1.

Mômen ngoại lực M_0 bằng bước nhảy trên biểu đồ nội lực M_z .

$$M_0 = M_{z(1)} + M_{z(2)} = \frac{1,8 |\varepsilon_0| E d^3}{1 + \mu} \quad (4)$$

Câu 2. Để thanh làm việc thỏa mãn các điều kiện trên, góc xoay của mặt cắt tiếp giáp hai đoạn phải thỏa mãn điều kiện liên tục.

$$\begin{aligned} \varphi_{CA} &= \varphi_{CB'} \\ \frac{M_{z(1)} \cdot a_1}{GJ_{P(1)}} &= \frac{M_{z(2)} \cdot a_2}{GJ_{P(2)}} \text{ rút ra } \frac{a_1}{a_2} = 2 \end{aligned}$$

Bài 2 [4 điểm]

Bài toán siêu tĩnh bậc 1. Phản lực N_B xác định từ điều kiện tương thích biến dạng:

$$y_B^i = y_B^c \quad (1)$$

y_B^i - chuyển dịch theo phương thẳng đứng tại B thuộc thanh AB,

y_B^c - chuyển dịch theo phương thẳng đứng tại B thuộc cột BE.

$$y_B^i = 2y_c = 2\Delta l_1 = 2 \frac{N_1 l_1}{E_1 F_1} \quad (2)$$

Từ phương trình cân bằng tĩnh học

$$N_1 = \frac{2Pz}{l} = 2N_B \quad (3)$$

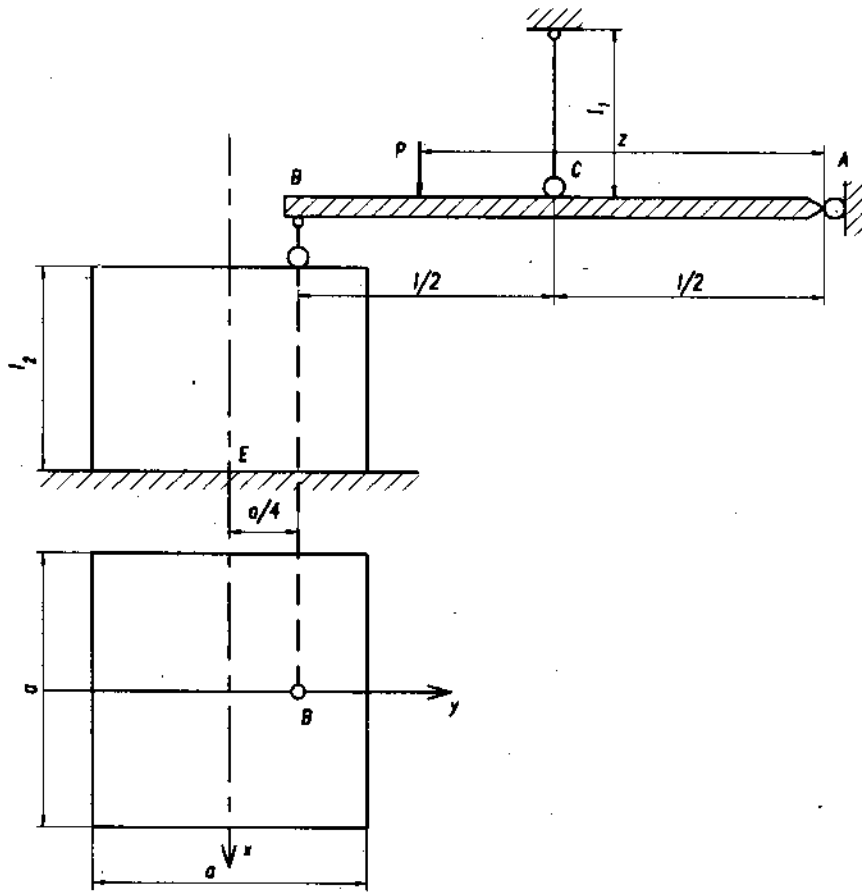
thay vào (2)

$$y_B^i = \frac{2(Pz - N_B \cdot l)}{E_1 F_1} \quad (4)$$

$$y_B^c = \Delta l_2 + \varphi_B \cdot \frac{a}{4}, \quad (5)$$

Δl_2 - biến dạng dài của cột BE.

φ_B - góc xoay của mặt cắt B,



Hình 2

$$\Delta l_2 = \frac{N_B \cdot l_2}{E_2 F_2} = \frac{N_B \cdot l}{2E_2 F_2}$$

$$\varphi_B = \frac{\left(N_B \cdot \frac{a}{4}\right) l_2}{E_2 J_2} = \frac{N_B \cdot a \cdot l}{8E_2 J_2}$$

$$y_B^c = \frac{N_B \cdot l}{2E_2 F_2} + \frac{N_B \cdot a \cdot l}{8E_2 J_2} \cdot \frac{a}{4} = \frac{N_B l}{2E_2 F_2} + \frac{N_B \cdot a^2 l}{32E_2 J_2} \quad (6)$$

Thay (4), (6) vào (1), ta được

$$\frac{2(Pz - N_B \cdot l)}{E_1 F_1} = \frac{N_B l}{2E_2 F_2} + \frac{N_B \cdot a^2 \cdot l}{32E_2 J_2} \quad (7)$$

Thay vào (7)

$$E_1 F_1 = \frac{1}{2} E_2 F_2,$$

$$E_2 J_2 = \frac{1}{2} E_2 F_2 \cdot l^2,$$

và giải ra ta nhận được :

$$N_B = \frac{64P \cdot z \cdot l}{71l^2 + a^2} \quad (8)$$

Khi $z = 0 \rightarrow N_B = 0$.

Ứng suất pháp trên mặt cắt tại E :

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_x|}{W_x} - \frac{|N_B|}{F_2},$$

$$\sigma_{\min} = -\frac{|M_x|}{W_x} - \frac{|N_B|}{F_2}, \quad (9)$$

$$M_x = N_B \frac{a}{4}; \quad W_x = \frac{2J_2}{a}; \quad F_2 = a^2.$$

Thay các giá trị N_B vào (9) :

$$\sigma_{\max} = \frac{16Pz(a^2 - 4l^2)}{(72l^2 + a^2)a^2l},$$

$$\sigma_{\min} = -\frac{16Pz(a^2 + 4l^2)}{(72l^2 + a^2)a^2l}, \quad (10)$$

Khi $z = 0, \sigma_{\max} = \sigma_{\min} = 0$

OLYMPIC CƠ HỌC 1990

Bài 1. [4 điểm]

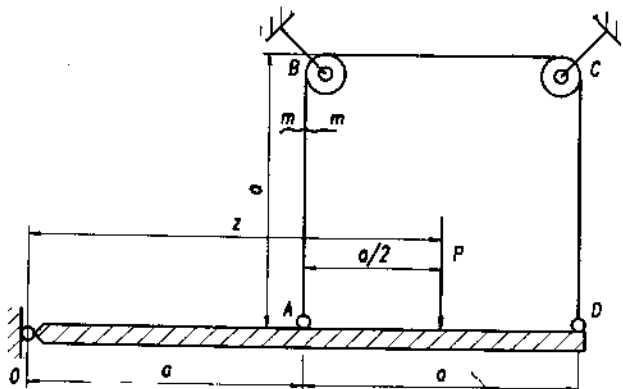
Câu 1.

- Gọi N là nội lực trong dây.
- Trường hợp tổng quát điểm đặt của lực P cách điểm O một khoảng z .

Vì ABCD là dây nên N luôn luôn là lực kéo.

Xét thanh tuyệt đối cứng OAD.

$$N = \frac{P \cdot z}{3a} \quad (1)$$



Hình 1

Giả sử mặt cắt m-m cách A một khoảng x là bất động, thì :

Chuyển dịch thẳng đứng của điểm A :

$$y_A = \frac{N \cdot x}{EF} \quad (2)$$

Chuyển dịch thẳng đứng của điểm D :

$$y_D = \frac{N(3a - x)}{EF} \quad (3)$$

Thanh OD là tuyệt đối cứng :

$$y_D = 2y_A \rightarrow \frac{N(3a - x)}{EF} = 2 \cdot \frac{Nx}{EF}$$

Rút ra $x = a$.

Mặt cắt bất động theo phương dọc trục dây là mặt cắt tại ròng rọc B. Vị trí này không phụ thuộc vào vị trí của điểm đặt lực P.

Câu 2. Trường hợp P đặt cách A một khoảng $a/2$ như hình 4 :

Lực kéo N trong dây có trị số

$$N = \frac{P \cdot \frac{3}{2} a}{3a} = \frac{P}{2} \quad (4)$$

Chuyển dịch thẳng đứng của điểm A xác định từ (2)

$$y_A = \frac{Na}{EF} = \frac{Pa}{2EF} \quad (5)$$

Thanh OD tuyệt đối cứng ; chuyển vị thẳng đứng của điểm đặt lực P bằng :

$$y_P = \frac{3}{2} y_A = \frac{3Pa}{4EF} \quad (6)$$

Câu 3. Ứng suất pháp phát sinh trong dây :

$$\sigma = \frac{N}{F} = \frac{Pz}{3aF} \quad (7)$$

Điều kiện bền :

$$\sigma = \frac{Pz}{3aF} \leq [\sigma] \rightarrow z \leq \frac{3aF[\sigma]}{P} \quad (8)$$

thay các số liệu đã cho ta có $Z \leq 2a$

Điểm P di chuyển bất kì trên thanh OD dây kim loại bảo đảm bền

Bài 2 [3 điểm]

Câu 1. Để cho điểm I thuộc dầm CD vừa chạm điểm K thuộc dầm AB, phải thỏa mãn phương trình :

$$y_I = y_K + \delta, \quad (1)$$

y_i - chuyển vị thẳng đứng của điểm I,

y_k - chuyển vị thẳng đứng của điểm K.

$$y_i = y_{IC} + y_C \quad (2)$$

y_{IC} - chuyển vị thẳng đứng của I trên dầm phụ khi C bất động,

y_C - chuyển vị của gối C,

$$y_{IC} = \frac{4Pa^3}{12EJ} \quad (3)$$

Bằng phương pháp nhân biểu đồ Veresaghin :

$$y_C = M_p \bar{M}_k \frac{1}{EJ} = \frac{17 Pa^3}{24 EJ} \quad (4)$$

$$y_i = \frac{4 Pa^3}{12 EJ} + \frac{17 Pa^3}{24 EJ} = \frac{25 Pa^3}{24 EJ} \quad (5)$$

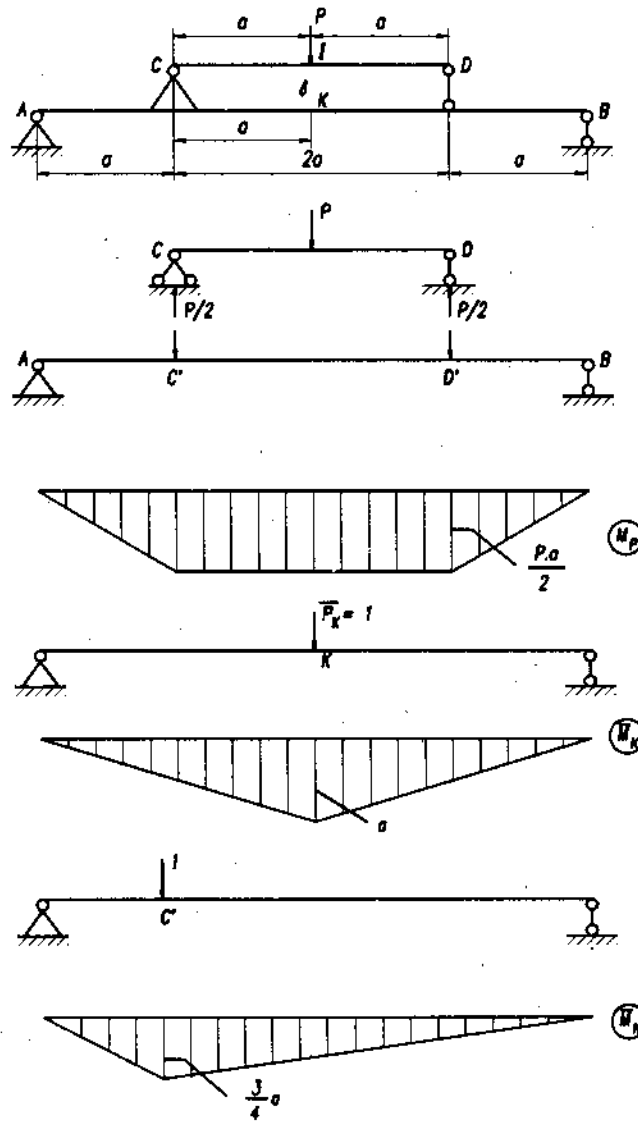
Chuyển vị thẳng đứng của điểm K trên dầm chính

$$y_k = \frac{1}{EJ} M_p \bar{M}_k = \frac{10 Pa^3}{12 EJ} \quad (6)$$

Thay (5) và (6) vào (1)

$$\frac{25 Pa^3}{24 EJ} = \frac{10 Pa^3}{12 EJ} + \delta$$

$$\rightarrow \delta = \frac{5 Pa^3}{24 EJ}$$



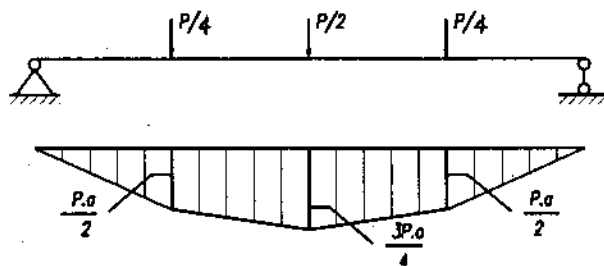
Hình 2

Câu 2. Khi CD tiếp xúc với AB mômen lớn nhất phát sinh trong dầm CD giảm đi một lượng $\Delta M = \frac{Pa}{4}$. Lúc đó tại K phát sinh phản lực N lên dầm phụ sao cho N gây ra mômen uốn bằng $\frac{Pa}{4}$

, có nghĩa là :

$$\frac{N \cdot a}{2} = \frac{Pa}{4} \rightarrow N = \frac{P}{2}$$

Dầm chính chịu lực như hình 3.



Hình 3

Giá trị $M_{\max} = \frac{3}{4} Pa$.

So với trường hợp 1 tăng lên một lượng :

$$\Delta M = \frac{3}{4} Pa - \frac{1}{2} Pa = \frac{1}{4} Pa$$

Bài 3. [3 điểm]

Câu 1. Để dầm AB vừa chạm dầm CD thì $y_I = \delta$ (1)
 y_I - chuyển vị thẳng đứng của điểm I.

$$y_I = \frac{5q \cdot l^4}{384EJ} \rightarrow \frac{5q_0 l^4}{384EJ} = \delta \rightarrow q_0 = \frac{384EJ \cdot \delta}{2l^4} \quad (2)$$

Câu 2. Khi $q \leq q_0$ bài toán tĩnh định ;

Khi $q \geq q_0$ bài toán siêu tĩnh.

Giữa dầm AB và CD xuất hiện phản lực X. Phản lực này xác định theo phương trình tương thích biến dạng :

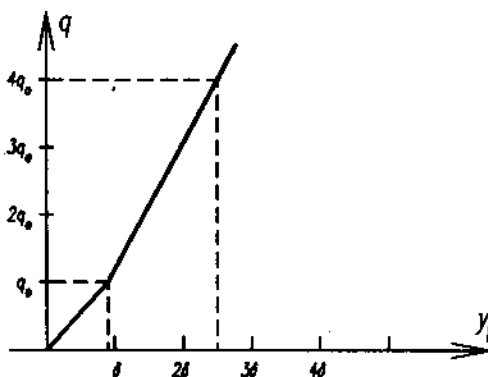
$$y_I = y_k + \delta \quad (3)$$

$$y_I = \frac{5ql^4}{384EJ} - \frac{Xl^3}{48EJ} \quad (4)$$

$$y_k = \frac{Xl^3}{48EJ} \quad (5)$$

Thay (4) và (5) vào (3) :

$$\frac{5ql^4}{384EJ} - \frac{Xl^3}{48EJ} = \frac{Xl^3}{48EJ} - \delta$$



Hình 4

giải ra :
$$X = \frac{5}{16} ql - \frac{24EJ \cdot \delta}{l^3} \quad (6)$$

Thay giá trị X từ (6) vào (4) và giá trị $q = 4q_0$ ta nhận được độ võng tại I bằng :
 $y_I = 2,5\delta$

Hình 7 biểu thị sự phụ thuộc giữa chuyển vị y_I với giá trị lực phân bố.

OLYMPIC CƠ HỌC 1991

Bài 1 [4 điểm]

Câu 1 [1,5 điểm]. Xác định tải trọng tập trung tại A.

Xác định hình thức chịu lực :

- thanh AB chịu uốn thuần túy,
- thanh CB chịu xoắn thuần túy

$$M_x(AB) = M_z(CB).$$

Trên thanh AB.

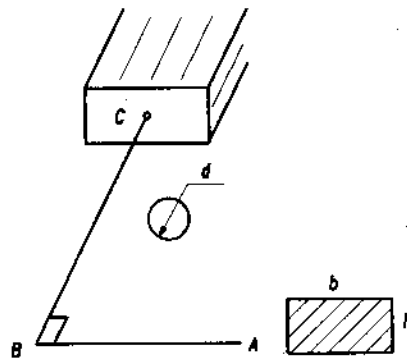
$$\sigma_{z(max)} = E\varepsilon_{z(max)} = \frac{E \cdot S \cdot 10^{-3}}{10 \cdot L};$$

$$\text{mặt khác } \sigma_{z(max)} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6M_x}{bh^2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) rút ra

$$M_x = \frac{bh^2 ES \cdot 10^{-4}}{6L} \quad (3)$$

Tải trọng tại A là ngẫu lực có giá trị bằng (3) trong mặt phẳng chứa AB và vuông góc với CB.



Hình 1

Câu 2. [1,5 điểm] Xác định tỉ số h/d thỏa mãn điều kiện đồng bền.

Thanh CB chịu xoắn thuần túy \rightarrow trạng thái ứng suất tại một điểm bất kì là trạng thái trượt thuần túy.

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{45^\circ} &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu\sigma_3) \\ \varepsilon_{135^\circ} &= \frac{1}{E} (\sigma_3 - \mu\sigma_1) \\ \sigma_1 &= -\sigma_3 = \tau_{max} \end{aligned} \right\} \rightarrow \tau_{max} = \frac{E}{1+\mu} t\% = \frac{Et}{100(1+\mu)} \quad (4)$$

mặt khác

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{M_z}{W_p} \quad (5)$$

Điều kiện bền

$$\sigma_{\max} = \frac{E \cdot S \cdot 10^{-3}}{10 \cdot L} \leq [\sigma] \rightarrow \frac{L}{S} = \frac{E \cdot 10^{-4}}{[\sigma]}$$

$$\tau_{\max} = \frac{Et}{100(1+\mu)} \leq [\tau] \rightarrow \frac{t}{(1+\mu)} = \frac{100[\tau]}{E} \quad (6)$$

Từ (3), (4), (5) :

$$\frac{bh^2}{d^3} = \frac{6\pi \cdot 10^{-2} L \cdot t}{32 \cdot S(1+\mu)}$$

Thay (6) vào (7) chú ý quan hệ $b = 2h$, $G = 0,4E$ rút ra

$$\frac{h^3}{d^3} = \frac{3\pi [\tau]}{16 [\sigma]}$$

Câu 3. [1 điểm]

Chuyển vị thẳng đứng của điểm A

$$u = 8,89 \left[1,52 \frac{S}{L} + 750 \frac{t}{(1+\mu)} \right] \cdot 10^{-2}$$

Bài 2 [3 điểm]

Câu 1 [2,5 điểm]

Xác định lực X_1 .

a) [1,25 điểm] Vẽ các biểu đồ nội lực :

M_x^o - Biểu đồ mômen uốn do lực phân bố q_0 gây ra,

M_x - mômen uốn phát sinh trong dầm,

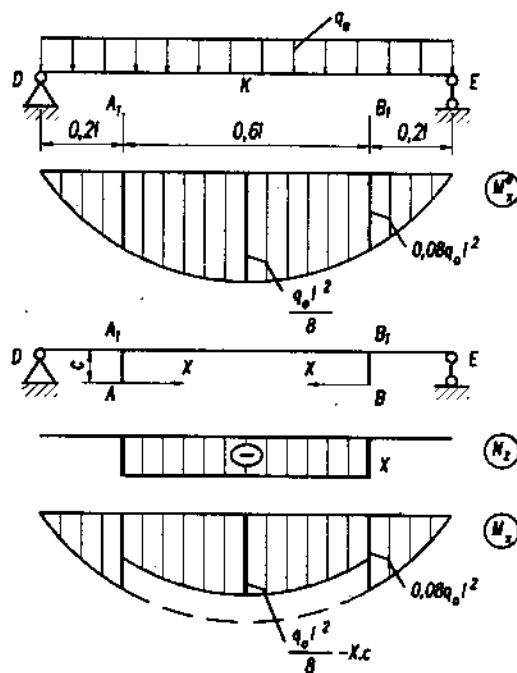
N_x - Biểu đồ lực dọc.

Dựa vào biểu đồ nội lực ta nhận được các mặt cắt nguy hiểm :

A_1 , B_1 và K

Tại mặt cắt A_1 :

$$\sigma_{\min}^{\max} = \pm \frac{0,08ql^2}{W_x} \quad (1)$$



Hình 2

Tại mặt cắt K :

$$\sigma_{\min}^{\max} = \pm \frac{|0,125ql^2 - X_c|}{W_x} - \frac{|X|}{F} \quad (2)$$

b) [0,5 điểm]

Điều kiện làm việc hợp lí.

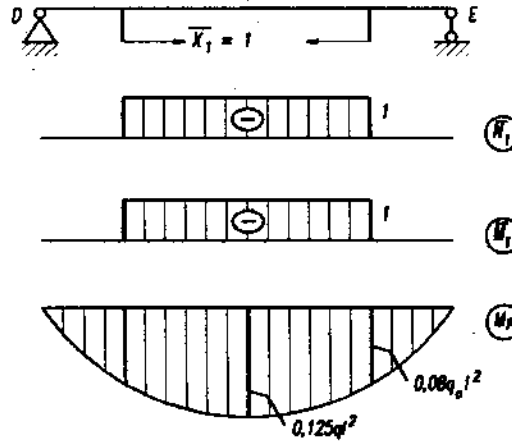
$$\sigma_{\min.k} = \sigma_{\min.A_1} \quad (3)$$

Thay (1) và (2) vào (3) xác định lực kéo trong dây (kể cả lực kéo trước)

$$X = \frac{0,045ql^2}{\left(c - \frac{W_x}{F}\right)} \quad (4)$$

c) [0,75 điểm]

Tìm lực kéo trước X_1 .



Hình 3

Trước hết tìm X_0 nội lực trong dây AB do q gây ra (không kể lực kéo trước). Phương trình chính tắc :

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0 ; \quad (5)$$

$$\delta_{11} = \frac{0,6l}{E} \left(\frac{c^2}{J_x} + \frac{1}{F} + \frac{1}{F_1} \right) ; \quad (6)$$

$$\Delta_{1P} = - \frac{0,066ql^3c}{EJ_x} \quad (7)$$

Thay (6), (7) vào (5) :

$$X_0 = \frac{0,11ql^2c}{c^2 + \frac{J_x}{F} + \frac{J_x}{F_1}} ; \quad (8)$$

vậy

$$X_1 = X - X_0 = ql^2 \left(\frac{0,045}{c - \frac{W_x}{F}} - \frac{0,11c}{c^2 + \frac{J_x}{F} + \frac{J_x}{F_1}} \right) \quad (9)$$

Câu 2 [0,5 điểm] Giá trị q sau khi gia cường tăng bao nhiêu lần so với q_0 .

Với dầm chỉ có q_0 giá trị mômen $M_{\text{max}} = \frac{q_0 l^2}{8}$, nên với dầm gia cường chỉ có thể tăng q đến khi giá trị mômen tại các mặt cắt nguy hiểm bằng trị số trên có nghĩa $0,08q l^2 = \frac{q_0 l^2}{8} \rightarrow q = 1,56q_0$, tăng 56%.

OLYMPIC CƠ HỌC 1992

Bài 1 [3 điểm]

Câu 1. [1 điểm]

Dầm chịu uốn ngang phẳng, biểu đồ mômen uốn và lực cắt như hình 1.

Trạng thái ứng suất tại điểm C là trạng thái trượt thuần túy :

$$\sigma_1 = |\sigma_3| = \tau,$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_3) =$$

$$= \frac{\tau}{E}(1 + \mu) = |\varepsilon_0| ;$$

$$\rightarrow \tau = \frac{E|\varepsilon_0|}{1 + \mu} \quad (1)$$

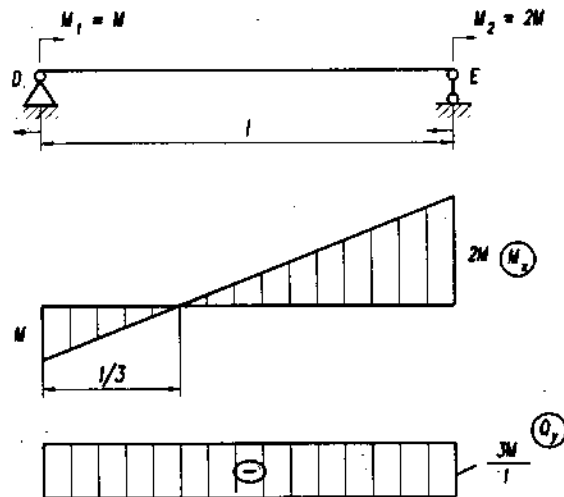
Mặt khác

$$\tau_{\text{max}} = \frac{3}{2} \frac{Q_y}{F} = \frac{9M}{2lbh'}$$

So sánh (1) và (2) :

$$\frac{E|\varepsilon_0|}{1 + \mu} = \frac{9M}{2lbh'}$$

$$\rightarrow M = \frac{2E|\varepsilon_0| \cdot l \cdot b \cdot h}{9(1 + \mu)}$$



Hình 1

Câu 2 [1 điểm]

$$y = y_0 + y'_0 Z - \frac{\Delta M Z^2}{2! EJ} - \frac{\Delta Q Z^3}{3! EJ} - \dots ; y_0 = 0.$$

Xác định y' từ điều kiện biên $y|_{Z=\lambda} = 0 \rightarrow y'_0 = 0$.

Phương trình độ võng dầm :

$$y = -\frac{MZ^2}{2EJ} + \frac{MZ^3}{21EJ} \rightarrow y|_{Z=\lambda/3} = -\frac{Ml^2}{27EJ}$$

Vậy dạng đường đàn hồi là đường nét đứt

Câu 3. [0,5 điểm]

Khi M_1 và M_2 tác động ngược chiều nhau :

$$Q_y = \frac{M}{l}, \tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{M}{lbh} \quad (3)$$

So sánh (1) và (3)

$$\rightarrow M = \frac{2E|\varepsilon_0| \cdot lbh}{3(1+\mu)}$$

Giá trị M tăng 3 lần khi giữ nguyên số đo $|\varepsilon_0|$.

Câu 4 [0,5 điểm]

a) Trường hợp hai mômen M_1 và M_2 cùng chiều, nội lực xuất hiện trên mặt cắt

$$M_x = 0, Q_y = \frac{3M}{l}.$$

Trừ các điểm ở mép trên và dưới, các điểm khác đều có trạng thái ứng suất trượt thuần túy.

b) Trường hợp hai mômen M_1 và M_2 ngược chiều, nội lực xuất hiện trên mặt cắt

$$M_x = \frac{4}{3}M, Q_y = \frac{M}{l}.$$

+ Các điểm trên trục trung hòa có trạng thái ứng suất trượt thuần túy

+ Các điểm ở mép trên và dưới có trạng thái ứng suất đơn

+ Các điểm khác có trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt.

Bài 2 [4 điểm]

Câu 1 [3,5 điểm] Chuyển vị thẳng đứng của điểm E.

a) [0,25]. Xác định phản lực giữa dầm chính và dầm phụ :

$$R_A = \frac{P}{2a}(2a - x), R_B = \frac{P_x}{2a}.$$

b) [1,0] Xác định chuyển vị của điểm E khi E chưa tiếp xúc E' (bài toán tĩnh định) :

$$y_E = \frac{1}{EJ} M_P \bar{M}_k, y_E = \frac{1}{EJ} \left(\frac{5}{8} Pa^2 x - \frac{1}{4} Pa^3 \right).$$

Khi $x = 0 \rightarrow y_E = -\frac{1Pa^3}{4EJ}$,

$x = \frac{2}{5}a \rightarrow y_E = 0$, $x = \frac{6}{5}a \rightarrow y_E = \sigma = \frac{1Pa^3}{2EJ}$;

Vậy

$$y_E = \frac{1}{EJ} \left(\frac{5}{8}Pa^2x - \frac{1}{4}Pa^3 \right), \text{ khi } 0 \leq x \leq \frac{6}{5}a.$$

c) [1,75] Xác định chuyển vị của điểm E khi $x > \frac{6}{5}a$ (bài toán siêu tĩnh).

Xác định phản lực X từ điều kiện tương thích biến dạng

$$y_E = y_{E'} + \sigma, \quad (1)$$

trong đó :

$$\sigma = \frac{1Pa^3}{2EJ}, \quad (2)$$

$$y_{E'} = \frac{Xa^3}{3EJ}, \quad (3)$$

$$y_E = y_E^{(p)} + y_E^{(x)}, \quad (4)$$

$y_E^{(p)}$ - chuyển vị của điểm E

do lực P gây ra,

$y_E^{(x)}$ - chuyển vị của điểm E

do phản lực X gây ra.

Xác định :

$$y_E^{(p)} = \frac{1}{EJ} \left(\frac{5}{8}Pa^2x - \frac{1}{4}Pa^3 \right), \quad (5)$$

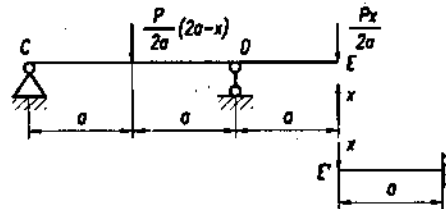
$$y_E^{(x)} = \frac{1}{EJ} M_P \bar{M}_k = -\frac{Xa^3}{EJ} \quad (6)$$

Thay (2), (3), (4), (5) và (6) vào (1), tính được giá trị X.

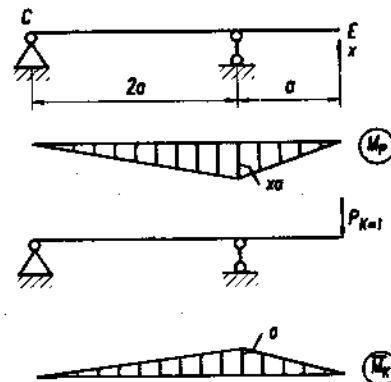
$$X = \frac{15Px}{32a} - \frac{9}{16}P. \quad (7)$$

Thay giá trị X từ (7) vào (6) và (4), ta có :

$$y_E = \frac{1}{EJ} \left(\frac{5}{32}Pa^2x + \frac{5}{16}Pa^3 \right), \text{ khi } x \geq \frac{6}{5}a.$$



Hình 2



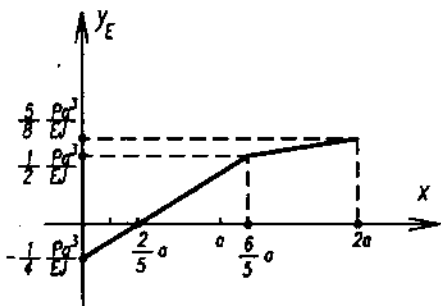
Hình 3

d) [0,5] Đồ thị biểu thị phụ thuộc của chuyển vị điểm E khi P di chuyển

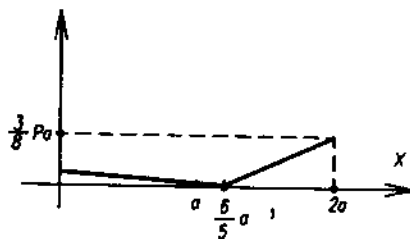
$$y_E = \begin{cases} \frac{1}{EJ} \left(\frac{5}{8} Pa^2 x - \frac{1}{4} Pa^3 \right) & \text{khi } 0 \leq x \leq \frac{6}{5} a, \\ \frac{1}{EJ} \left(\frac{5}{32} Pa^2 x - \frac{5}{16} Pa^3 \right) & \text{khi } \frac{6}{5} a \leq x \leq 2a \end{cases};$$

$$x = 0 \rightarrow y_E = -\frac{1}{4} \frac{Pa^3}{EJ}, \quad x = \frac{2}{5} a \rightarrow y_E = 0,$$

$$x = \frac{6}{5} a \rightarrow y_E = \delta = \frac{1}{2} \frac{Pa^3}{EJ}, \quad x = 2a \rightarrow y_E = \frac{5}{8} \frac{Pa^3}{EJ}$$



Hình 4



Hình 5

Câu 2 [0,5 điểm] Xác định mômen uốn phát sinh trong dầm E'K tại K.

$$M_{\max} = X \cdot a;$$

$$X = \begin{cases} 0 & \text{khi } 0 \leq x \leq \frac{6}{5} a; \\ \frac{15}{32} \frac{Px}{a} - \frac{9}{16} P & \text{khi } \frac{6}{5} a \leq x \leq 2a \end{cases}$$

$$M_{\max} = \begin{cases} 0 & \text{khi } 0 \leq x \leq \frac{6}{5} a; \\ \frac{15}{32} Px - \frac{9}{16} Pa & \text{khi } \frac{6}{5} a \leq x \leq 2a \end{cases}$$

Khi $x = 2a$, $M_{\max} = \frac{3}{8} Pa$

OLYMPIC CƠ HỌC NĂM 1993

Bài 2 [3,5 điểm]

1. Tính mômen uốn cực đại [2,5 điểm]

* Tính nội lực N_{BM} , N_{CN} [2 điểm]

- Dùng phương pháp lực :

Hệ cơ bản như hình vẽ.

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1p} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1}{EJ} \overline{M}_1 \overline{M}_1 + \frac{1}{EF} \overline{N}_1 \overline{N}_1 = \\ &= \frac{99a^3}{2EJ} + \frac{5a}{4EF} = \frac{203a^3}{4EJ} \end{aligned}$$

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EJ} \overline{M}_p \overline{M}_1 = \frac{99Qa^3}{EJ}$$

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}} = -\frac{396}{203}Q$$

$$N_{BM} = -\frac{396}{203}Q$$

$$N_{CN} = -\frac{198}{203}Q$$

Chú ý : Có thể dùng phương pháp tương thích biến dạng.

Phương trình cân bằng

$$N_{BM} = 2N_{CN} \quad (2)$$

Phương trình tương thích

$$y_M = -\frac{1}{2}y_N \quad (3)$$

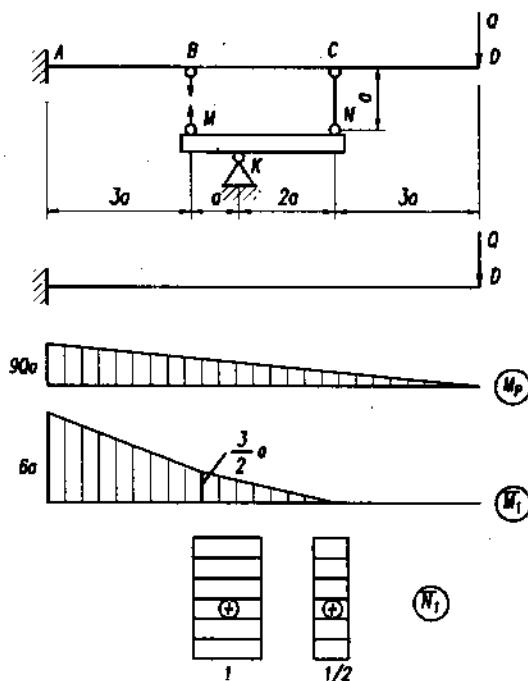
(tất cả các nội lực đặt theo chiều lực kéo)

trong đó

$$y_M = y_B + \Delta l_{BM} \quad (4)$$

$$y_N = y_C + \Delta l_{CN}$$

$$\Delta l_{BM} = \frac{N_{BM} \cdot a}{EF}; \quad \Delta l_{CN} = \frac{N_{CN} \cdot a}{EF} \quad (5)$$



Hình 1

Thay (4), (5) vào (3), tìm y_B và y_C theo phương pháp năng lượng ta nhận được hệ phương trình

$$\begin{aligned} 85N_{BM} + 236N_{CN} &= -396Q, \\ N_{BM} &= 2N_{CN} \end{aligned} \quad (6)$$

giải hệ phương trình ta nhận được

$$N_{BM} = -\frac{396}{203}Q, \quad N_{CN} = -\frac{198}{203}Q$$

- Vẽ biểu đồ mômen uốn dầm AD tìm M_{\max} [0,5 điểm]

$$M_{\max} = \frac{639}{203}Q_a \approx 3,14Q_a$$

2. Tính K_d [0,75 điểm]

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + (2h/\Delta t)}$$

thay $h = a$, $\Delta t = y_D$,

tính

$$y_D = \frac{1}{EJ} M_x \bar{M}_K = \frac{9045Qa^3}{203 EJ},$$

$$y_D \approx 44,56 \frac{Qa^3}{EJ};$$

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{406 EJ}{9045 Qa^2}}$$

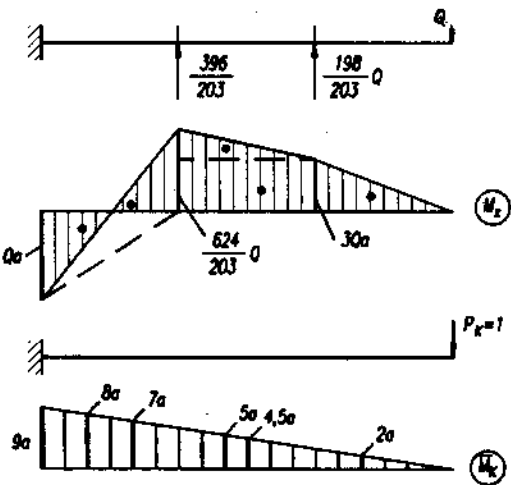
3. Tính chiều dài thanh giằng [0,25 điểm] $\frac{639}{203}Qa$

$$N_{BM} \leq P_{th} = \frac{\pi^2 EJ_1}{(\mu l)^2}$$

$$\text{với } \mu = 1, l = a; N_{BM} = \frac{396}{203}Q$$

ta có

$$a \leq \sqrt{\frac{203\pi^2 EJ_1}{396Q}}$$



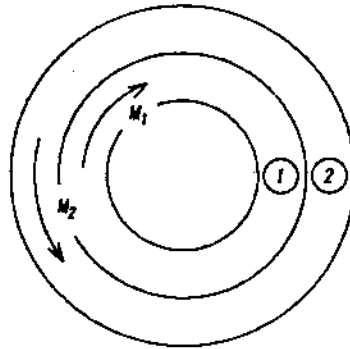
Hình 2

OLYMPIC CƠ HỌC NĂM 1994

Bài 1. [3 điểm]

1. Tính mômen xoắn nội lực trong các ống [1,5 điểm]

Ống trong chịu xoắn bởi mômen M_0 tạo ra góc xoắn φ_0 . Sau khi cắt bỏ mômen, góc xoắn ống trong $\varphi_1 < \varphi_0$, góc xoắn ống ngoài φ_2 . Mômen xoắn nội lực trong hai ống bằng nhau về trị số nhưng ngược chiều nhau.



Ta có :

Phương trình cân bằng tĩnh học

$$M_1 - M_2 = 0 \quad (1)$$

Phương trình biến dạng bổ sung

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_0 \quad (2)$$

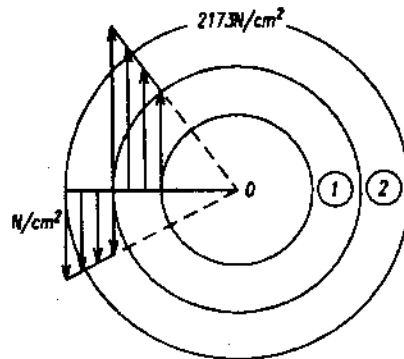
M_1 - Mômen xoắn nội lực ống trong,

M_2 - Mômen xoắn nội lực ống ngoài.

$$\varphi_0 = \frac{M_0 l}{GJ_p^{(1)}}; \varphi_1 = \frac{M_1 l}{GJ_p^{(1)}}; \varphi_2 = \frac{M_2 l}{GJ_p^{(2)}} \quad (3)$$

$J_p^{(1)}$ - Mômen quán tính đặc cực ống trong,

$J_p^{(2)}$ - Mômen quán tính đặc cực ống ngoài.



Thay (3) vào (2) ta nhận được hệ

$$M_1 - M_2 = 0$$

$$\frac{M_1}{J_p^{(1)}} + \frac{M_2}{J_p^{(2)}} = \frac{M_0}{J_p^{(1)}} \quad (4)$$

Giải hệ (4) dẫn đến

$$M_1 = M_2 = \frac{M_0 \cdot J_p^{(2)}}{J_p^{(1)} + J_p^{(2)}} \quad (5)$$

2. Tính bằng số [0,5 điểm]

$$J_p^{(1)} = 0,1 \cdot D_1^4 (1 - \eta^4) = 0,1 \cdot 9^4 \left[1 - \left(\frac{8}{9} \right)^4 \right] = 242,75 \text{ cm}^4,$$

$$J_p^{(2)} = 0,1 \cdot D_2^4 (1 - \eta^4) = 0,1 \cdot 10^4 \left[1 - \left(\frac{9}{10} \right)^4 \right] = 344 \text{ cm}^4.$$

Thay (6) vào (5) suy ra $M_1 = M_2 = 117256 \text{ Ncm}$.

3. Tính ứng suất tiếp lớn nhất [1 điểm]

$$\tau_{\max}^{(1)} = \frac{M_1}{W_p^{(1)}}; \quad \tau_{\max}^{(2)} = \frac{M_2}{W_p^{(2)}}$$

$$W_p^{(1)} = 0,2D^3(1 - \eta^4) = 0,2 \cdot 9^3 \left[1 - \left(\frac{8}{9} \right)^4 \right] = 53,946 \text{ cm}^3,$$

$$W_p^{(2)} = 0,2D^3(1 - \eta^4) = 0,2 \cdot 10^3 \left[1 - \left(\frac{9}{10} \right)^4 \right] = 68,8 \text{ cm}^3.$$

Ta nhận được

$$\tau_{\max}^{(1)} = 2173 \text{ N/cm}^2,$$

$$\tau_{\max}^{(2)} = 1704 \text{ N/cm}^2.$$

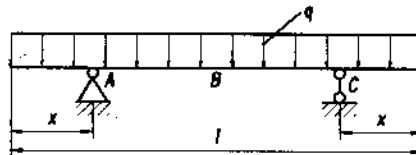
Biểu đồ ứng suất như hình vẽ.

OLYMPIC CƠ HỌC NĂM 1995

Bài 1 [2 điểm]

Gọi q - tải trọng bản thân trên một đơn vị dài

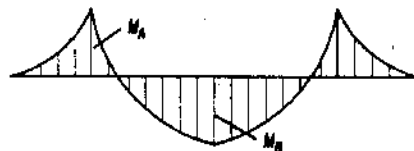
[0,5 điểm] Sơ đồ chịu lực và biểu đồ mômen như hình vẽ.



$$M_A = -\frac{qx^2}{2}$$

$$M_B = \frac{ql^2}{8} - \frac{qlx}{2}$$

$$0 \leq x \leq \frac{l}{2}$$



Hình 1

[1 điểm] Giá trị $|M|_{\max}$ có thể là $|M_A|$ hoặc giá trị $|M_B|$ tùy thuộc vào giá trị x .

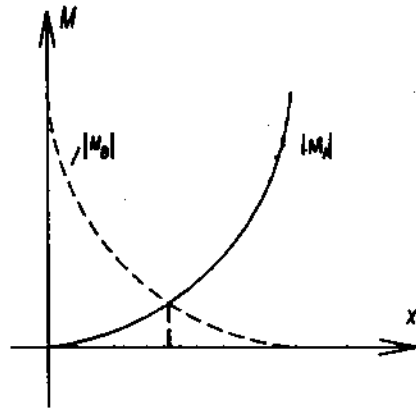
- Giá trị $|M|_{\max}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $|M_A| = |M_B|$.

[0,5 điểm] Giải phương trình

$$\frac{ql^2}{8} - \frac{qlx}{2} = \frac{qx^2}{2}$$

Lấy nghiệm dương

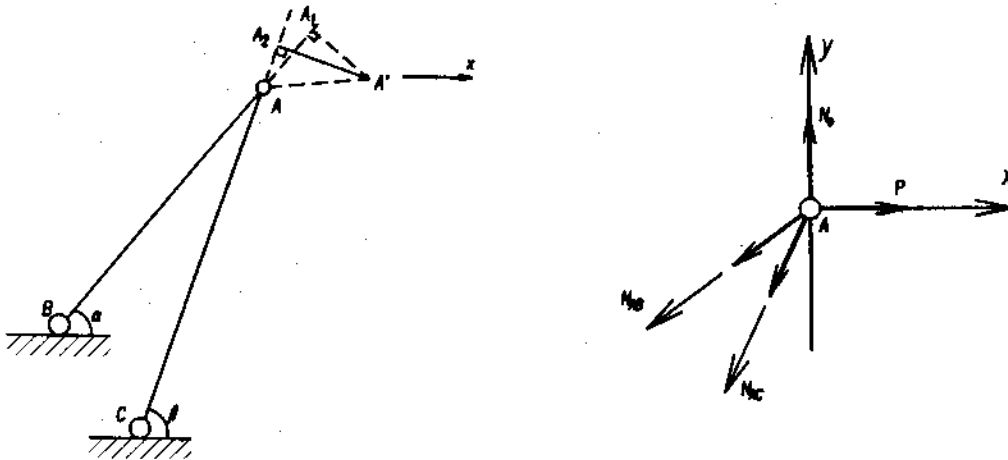
$$x = 0,2071l$$



Hình 1

Bài 2 [3 điểm]

Câu a [2 điểm]



Hình 2

- Tách nút A xét cân bằng [0,5 điểm]

+ Phương trình cân bằng tĩnh học.

$$\sum F_X = P - N_{AB} \cos \alpha - N_{AC} \cos \beta = 0 \quad (a)$$

$$\sum F_Y = N_o - N_{AB} \sin \alpha - N_{AC} \sin \beta = 0 \quad (b)$$

+ Phương trình biến dạng bổ sung [1 điểm]

Do A chỉ di chuyển nằm ngang, A chuyển đến A'. Theo quan hệ hình học ta có

$$\begin{aligned}AA_1 &= \Delta l_{AB}; AA_2 = \Delta l_{AC} \\ \frac{\Delta l_{AB}}{\cos\alpha} &= \frac{\Delta l_{AC}}{\cos\beta}\end{aligned}\quad (c)$$

Thay :

$$\Delta l_{AB} = \frac{N_{AB} \cdot 4a}{EF} \quad \text{và} \quad \Delta l_{AC} = \frac{N_{AC} \cdot 3a}{EF}$$

ta có :

$$N_{AB} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} N_{AC}\quad (d)$$

- Giải hệ (a), (b), (d) ta nhận được [0,5 điểm]

$$\begin{aligned}N_{AB} &= \frac{3\cos\alpha}{3\cos^2\alpha + 4\cos^2\beta} \cdot P \\ N_{AC} &= \frac{4\cos\beta}{3\cos^2\alpha + 4\cos^2\beta} \cdot P \\ N_o &= \frac{1,5\sin 2\alpha + 2\sin 2\beta}{3\cos^2\alpha + 4\cos^2\beta} \cdot P\end{aligned}$$

Câu b [1 điểm]

Hệ số

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta t}} \quad (e)$$

$$\Delta t = \frac{\Delta l_{AB}}{\cos\alpha} + \Delta l_d, \quad \text{thay } \Delta l_{AB} = \frac{N_{AB} \cdot 4a}{EF}, \quad \Delta l_d = \frac{12Pa}{E_1 F_1}$$

và thay các số liệu cho vào (e). Ta có

$$k_d = 12$$

OLYMPIC CƠ HỌC NĂM 1996

Bài 1. (3,5/10 điểm)

1. Hai phương trình cân bằng :

$$aN_1 - bN_2 = 0,$$

$$bP - bN_1 + aN_2 = 0.$$

→

$$N_1 = P \frac{b^2}{b^2 - a^2}$$

$$N_2 = P \frac{ab}{b^2 - a^2} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Như vậy đối với thanh AB :

$$|M_{\max}|_{AB} = N_1 \cdot a = P \frac{b^2 a}{b^2 - a^2} ; |Q_{\max}|_{AB} = \frac{Pb^2}{b^2 - a^2}, \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Đối với thanh CD :

$$|M_{\max}|_{CD} = N_2 \cdot a = P \frac{a^2 b}{b^2 - a^2} ; |Q_{\max}|_{CD} = P \frac{ab}{b^2 - a^2}$$

2. Để tính chuyển vị của C, ta đặt lực ở C.

Với các biểu đồ nội lực M_p, N_p, M_1, N_1 , ta tính được f_c bằng cách nhân biểu đồ :

$$f_c = \frac{Pa^3}{3EJ} \frac{\alpha^2(\alpha^3 + 2\alpha^2 + \alpha + 2)}{(\alpha^2 - 1)^2} ; \text{ với } \alpha = 2 \rightarrow f_c = \frac{80Pa^3}{27EJ} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

3. Vì hệ là tĩnh định nên khi co ngắn thanh AC, hệ không phát sinh nội lực mà chỉ đến vị trí mới thành $A'B'C'D'$: (0,25 điểm)

Xét hệ biến dạng thanh AC,

rút ra

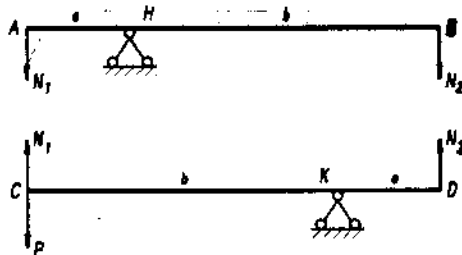
$$AC = A'C' + \Delta$$

$$\text{hay } AC' + \beta = AC' + \gamma + \Delta$$

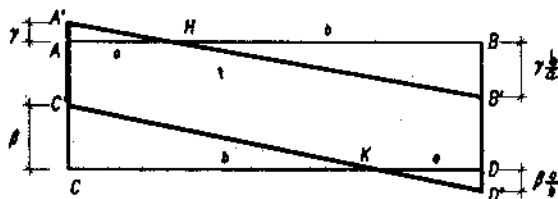
$$\text{hay } \beta - \gamma = \Delta. \quad (a)$$

Xét sự không biến dạng của BD, rút ra :

$$\frac{a}{b}\beta - \frac{b}{a}\gamma = 0 \quad (b)$$



Hình 1



Hình 2

Từ (a) và (b), suy ra :

$$\gamma = \frac{a^2}{b^2 - a^2} \Delta,$$

$$\beta = \frac{b^2}{b^2 - a^2} \Delta.$$

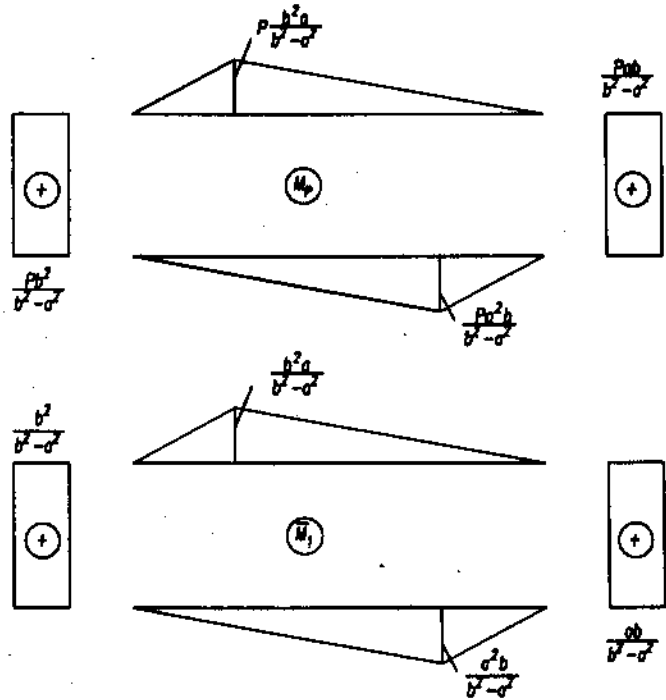
Thay $b = 2a$ và với

$$\Delta = Pa^3/3EJ \text{ ta được :}$$

$$\beta = \frac{4Pa^3}{9EJ} \text{ (0,25 điểm)}$$

Chuyển vị của điểm C :

$$\begin{aligned} f'_c &= f_c - \beta \\ &= \frac{80Pa^3}{27EJ} - \frac{4Pa^3}{9EJ} = \frac{68Pa^3}{27EJ} \text{ (0,5 điểm)} \end{aligned}$$



Nội lực ở các thanh như ở câu 1 và biểu đồ M_p và N_p . (0,5 điểm)

4. Khi $a = b$, các nội lực là vô cùng. Điều này chứng tỏ hệ không ổn định hình học. (0,25 điểm).

Vẽ mặt cấu tạo ta có thể thấy không chỉ $a = b$ mà ở các trường hợp gối H và K cùng trên đường thẳng đứng hệ đều không ổn định hình học và nội lực đều có giá trị vô cùng. Phân tích cấu tạo, ta thấy hệ cùng với đất tạo thành hệ gồm 3 cấu kiện có liên kết khớp thẳng hàng. (0,5 điểm).

Bài 3. (3,5 điểm/10)

Giai đoạn 1. Trường hợp $y_B \ll \Delta$ (dầm tĩnh định) ; Dầm chịu lực P_1 .

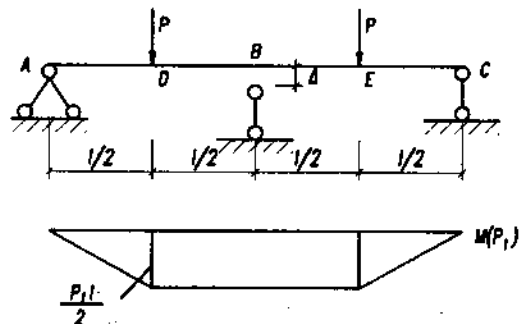
Khi đó độ võng lớn nhất ở B :

$$f_B = \frac{11}{48} \frac{P l^3}{EJ}$$

khi $f = \Delta$ thì

$$(0,5 \text{ điểm}) P_1 = \frac{48 EJ \Delta}{11 l^3}$$

(0,25 điểm). Biểu đồ $M (P_1)$ như hình bên.



Giai đoạn 2 : khi tăng lực $P_2 = P - P_1$ thì dầm chạm gối B, khi đó tại gối B sẽ có phản lực X :

$$\frac{11 P_2 l^3}{48 EJ} - \frac{X(2l)^3}{48EJ} = 0$$

$$(0,5 \text{ điểm}) \Rightarrow X = \frac{11}{8} P_2$$

(0,25 điểm) Biểu đồ $M(P_2)$ như hình bên. Điều kiện để dầm làm việc hợp lý nhất :

(0,5 điểm)

$$|M_D(P_1) + M_D(P_2)| = |M_B(P_1) - M_B(P_2)|$$

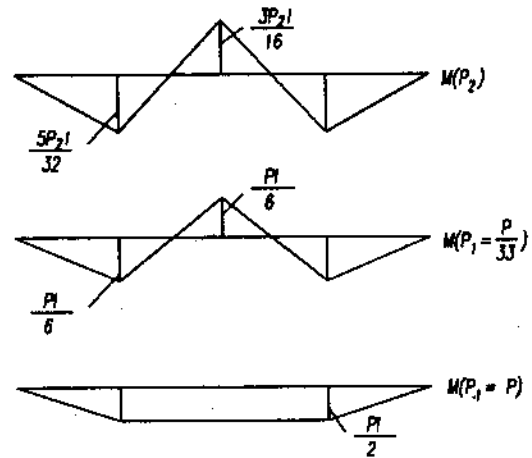
$$\text{hay } \left| \frac{P_1 l}{2} + \frac{5P_2 l}{32} \right| = \left| \frac{P_1 l}{2} - \frac{3P_2 l}{16} \right|$$

Thế $P_2 = P - P_1$ vào đẳng thức trên và giải theo P_1 ta có :

$$(0,5 \text{ điểm}) \rightarrow P_1 = \frac{P}{33} \text{ và } P_1 = P.$$

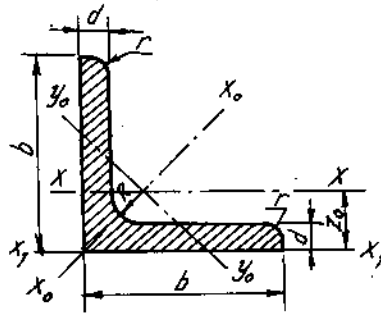
Vẽ biểu đồ mômen uốn ứng với hai giá trị trên, ta nhận thấy với giá trị hợp lý là $P_1 = P/33$. Khi đó :

$$(0,5 \text{ điểm}) \rightarrow \frac{P}{33} = \frac{48 EJ \Delta}{11 l^3} \rightarrow \Delta = \frac{Pl^3}{144EJ} \quad (0,5 \text{ điểm})$$



PHỤ LỤC

Quy cách thép cán thép góc đều cạnh, ГОСТ 8509-57



Bảng 1

Số hiệu thép hình N°	Kích thước mm				Diện tích mặt cắt F (cm ²)	Trọng lượng 1m dài (kg)	Các trị số đối với trục								Z ₀ (cm)
	b	d	.R	r			x - x		x ₀ - x ₀		y ₀ - y ₀		x ₁ - x ₁		
							I _x , cm ⁴	i _x , cm	I _{x₀max} , cm ⁴	i _{x₀max} , cm	I _{y₀min} , cm ⁴	i _{y₀min} , cm	I _{x₁} , cm ⁴		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
2	20	3	3,5	1,2	1,13	0,89	0,40	0,59	0,63	0,75	0,17	0,39	0,81	0,60	
		4	1,46	1,15	0,50	0,58	0,78	0,73	0,22	0,38	1,09	0,64			
2,5	25	3	3,5	1,2	1,43	1,12	0,81	0,75	1,29	0,95	0,35	0,49	1,57	0,73	
		4	1,86	1,46	1,03	0,74	1,62	0,93	0,44	0,48	2,11	0,76			
2,8	28	3	4	1,3	1,62	1,27	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	2,20	0,80	
3,2	32	3	4,5	1,5	1,86	1,46	1,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,63	3,26	0,89	
		4	2,43	1,91	2,26	0,96	3,58	1,21	0,94	0,62	4,39	0,94			
3,6	36	3	4,5	1,5	2,10	1,65	2,56	1,10	4,06	1,39	1,06	0,71	4,64	0,99	
		4	2,75	2,16	3,29	1,09	5,21	1,38	1,36	0,70	6,24	1,04			
4	40	3	5	1,7	2,35	1,85	3,55	1,23	5,63	1,55	1,47	0,79	6,35	1,09	
		4	3,08	2,42	4,58	1,22	7,26	1,53	1,90	0,78	8,53	1,13			

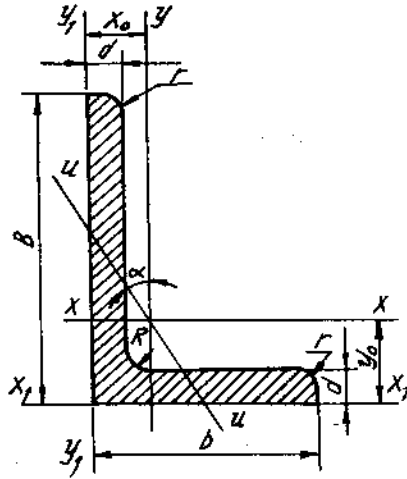
(Tiếp bảng 1)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4,5	45	3	5	1,7	2,65	2,08	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	9,04	1,21
		4			3,48	2,73	6,63	1,38	10,5	1,74	2,74	0,89	12,1	1,26
		5			4,29	3,37	8,03	1,37	12,7	1,72	3,33	0,88	15,3	1,30
5	50	3	5,5	1,8	2,96	2,32	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33
		4			3,89	3,05	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38
		5			4,80	3,77	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42
5,6	56	3,5	6	2	3,86	3,03	11,6	1,73	18,4	2,18	4,80	1,12	20,3	1,50
		4			4,38	3,44	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52
		5			5,41	4,25	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,4	1,57
6,3	63	4	7	2,3	4,96	3,90	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69
		5			6,13	4,81	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74
		6			7,28	5,72	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	50,0	1,78
7	70	4,5	8,0	2,7	6,20	4,87	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88
		5			6,86	5,38	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90
		6			8,15	6,39	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94
		7			9,42	7,39	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99
		8			10,7	8,37	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,9	2,02
7,5	75	5	9	3	7,39	5,80	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02
		6			8,78	6,89	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06
		7			10,1	7,96	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10
		8			11,5	9,02	59,8	2,28	94,9	2,87	24,8	1,47	113	2,15
		9			12,8	10,1	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18
8	80	5,5	9	3	8,63	6,78	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17
		6			9,38	7,36	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102	2,19
		7			10,8	8,51	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23
9	90	8	10	3,3	12,3	9,65	73,4	2,44	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27
		6			10,6	8,33	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43
		7			12,3	9,64	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47
10	100	8	12	4	13,9	10,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51
		9			15,6	12,2	118	2,75	186	3,46	48,6	1,77	219	2,55
		6,5			12,8	10,1	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68
		7			13,8	10,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71
		8			15,6	12,2	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75
11	110	10	14	4,6	19,2	15,1	179	3,05	284	3,84	71,1	1,96	333	2,83
		12			22,8	17,9	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91
		14			26,3	20,6	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99
		16			29,7	23,3	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06
		7			15,2	11,9	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96
12,5	125	8	14	4,6	17,2	13,5	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00
		9			19,7	15,5	294	3,87	467	4,87	122	2,49	516	3,36
		10			22,0	17,3	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40
		12			24,3	19,1	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45
		14			28,9	22,7	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53
14	140	12	14	4,6	33,4	26,2	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61
		16			37,8	29,6	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68
		9			24,7	19,4	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78
14	140	10	14	4,6	27,3	21,5	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,82
		12			32,5	25,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	1097	3,90

(Tiếp bảng 1)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16	160	10	16	5,3	31,4	24,7	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	1356	4,30
		11			34,4	27,0	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	1494	4,35
		12			37,4	29,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	1633	4,39
		14			43,3	34,0	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	1911	4,47
		16			49,1	38,5	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	2191	4,55
		18			54,8	43,0	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	2472	4,63
18	180	11	16	5,3	38,8	30,5	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	2128	4,85
		12			42,2	33,1	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	2324	4,89
20	200	12	18	6	47,1	37,0	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	3182	5,37
		13			50,9	39,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	3452	5,42
		14			54,6	42,8	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	3722	5,46
		16			62,0	48,7	2363	6,77	3755	7,78	970	3,96	4264	5,54
		20			76,5	60,1	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5355	5,70
		25			94,3	74,0	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	6733	5,89
22	220	14	21	7	6,04	47,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	4941	5,93
		16			68,6	53,8	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	5661	6,02
25	250	16	24	8	78,4	61,5	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	8286	6,75
		18			87,7	68,9	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	9342	6,83
		20			97,0	76,1	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	10401	6,91
		22			106,1	83,3	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	11464	7,00
		25			119,7	94,0	7006	7,65	11125	9,64	2887	4,91	13064	7,11
		28			133,1	104,5	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	14674	7,23
30	142,0	111,4	8177	7,59	12965	9,56	3389	4,80	15753	7,31				

Thép góc không đều cạnh, ГОСТ 8510-57



Bảng 2

Số hiệu thép hình No	Kích thước (mm)					DIỆN TÍCH mặt cắt F, cm ²	Trọng lượng 1m dài (kg)	Các trị số đối với trục										
	B	b	d	R	r			x		y		x ₁	Khoảng cách trọng tâm y _{0'} , cm		Khoảng cách trọng tâm x _{0'} , cm		góc nghiêng của trục, tgα	
								I _x , cm ⁴	i _x , cm	I _y , cm ⁴	i _y , cm	I _{x₁} , cm ⁴	I _{y₁} , cm ⁴	I _u min, cm ⁴	I _u min, cm			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2,5/1,6	25	16	3	3,5	1,2	1,16	0,91	0,70	0,78	0,22	0,44	1,56	0,86	0,43	0,42	0,13	0,34	0,392
3,2/2	32	20	3	3,5	1,2	1,49	1,17	1,52	1,01	0,46	0,55	3,26	1,08	0,82	0,49	0,28	0,43	0,382
			1,94			1,52	1,93	1,00	0,57	0,54	4,38	1,12	1,12	0,53	0,35	0,43	0,374	
4,2/5	40	25	3	4,0	1,3	1,89	1,48	3,06	1,27	0,93	0,70	6,37	1,32	1,58	0,59	0,56	0,54	0,385
			2,47			1,94	3,93	1,26	1,18	0,69	8,53	1,37	2,15	0,63	0,71	0,54	0,381	
4,5/2,8	45	28	3	5,0	1,7	2,14	1,68	4,41	1,43	1,32	0,79	9,02	1,47	2,20	0,64	0,79	0,61	0,382
			2,80			2,20	5,68	1,42	1,69	0,78	12,1	1,51	2,98	0,68	1,02	0,60	0,379	

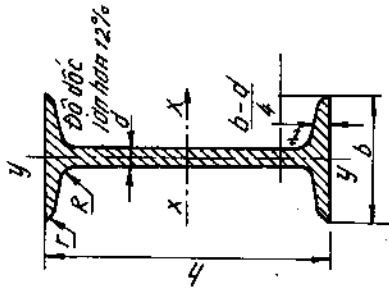
(Tiếp bảng 2)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
5/3,2	50	32	3	5,5	1,8	24,2	1,90	6,17	1,60	1,99	0,91	12,4	1,60	3,26	0,72	1,18	0,70	0,403
5,6/3,6	56	36	4	6,0	2,0	3,17	2,49	7,98	1,59	2,56	0,90	16,6	1,65	4,42	0,76	1,52	0,69	0,401
6,3/4,0	63	40	3,5	7,0	2,3	3,16	2,48	10,1	1,79	3,30	1,02	20,3	1,80	5,43	0,82	0,95	0,79	0,407
7/4,5	70	45	4	7,5	2,5	3,58	2,81	11,4	1,78	3,70	1,02	23,2	1,82	6,25	0,84	2,19	0,78	0,406
7,5/5	75	50	5	8	2,7	4,41	3,46	13,8	1,77	4,48	1,01	29,2	1,86	7,91	0,88	2,66	0,78	0,404
8/5	80	50	4	8	2,7	4,04	3,17	16,3	2,01	5,16	1,13	33,0	2,03	8,51	0,91	3,07	0,87	0,397
9,5/6	90	56	5	9	3,2	4,98	3,91	19,9	2,00	6,26	1,12	41,4	2,08	10,8	0,95	3,73	0,86	0,396
10/6,3	100	63	6	10	3,2	5,90	4,63	23,2	1,99	7,28	1,11	49,9	2,12	13,1	0,99	4,36	0,86	0,393
			8			7,68	6,03	29,6	1,96	9,15	1,09	66,9	2,20	17,9	1,07	5,58	0,85	0,386
			4,5	7,5	2,5	5,07	3,98	25,3	2,23	8,25	1,28	51	2,25	13,6	1,03	4,88	0,98	0,407
			5			5,59	4,39	27,8	2,23	9,05	1,27	56,7	2,28	15,2	1,05	5,34	0,98	0,406
			5	8	2,7	6,11	4,79	34,8	2,39	12,5	1,43	69,7	2,39	20,8	1,17	7,24	1,09	0,436
			6			7,25	5,69	40,9	2,38	14,6	1,42	83,9	2,44	25,2	1,21	8,48	1,08	0,435
			8			9,47	7,43	52,4	2,35	18,5	1,40	112	2,52	34,2	1,29	10,9	1,07	0,430
			5	8	2,7	6,36	4,99	41,6	2,56	12,7	1,41	84,6	2,6	20,8	1,13	7,58	1,09	0,387
			6			7,55	5,92	49,0	2,55	14,8	1,40	102	2,65	25,2	1,17	8,88	1,08	0,386
			5,5	9	3	7,86	6,17	65,3	2,88	19,7	1,58	132	2,92	32,2	1,26	11,8	1,22	0,384
			6			8,54	6,70	70,6	2,88	21,2	1,58	145	2,95	35,2	1,28	12,7	1,22	0,384
			8			11,18	8,77	90,9	2,85	27,1	1,56	194	3,04	47,8	1,36	16,3	1,21	0,380
			6	10	3,2	9,59	7,53	98,3	3,2	30,6	1,79	198	3,23	49,9	1,42	18,2	1,38	0,393
			7			11,1	8,70	113	3,19	35,0	1,78	232	3,28	58,7	1,46	20,8	1,37	0,392
			8			12,6	9,87	127	3,18	39,2	1,77	266	3,32	67,6	1,50	23,4	1,36	0,391
			10			15,5	12,1	154	3,15	17,1	1,75	333	3,40	85,8	1,50	128,3	1,35	0,387

(Tiếp bảng 2)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
11/7	110	70	6,5 7 8	10	3,3	12,3 13,9	9,64 10,9	152 172	3,52 3,51	48,7 54,6	1,99 1,98	309 353	3,57 3,61	80,3 92,3	1,60 1,64	28,8 32,3	1,53 1,52	0,402 0,400
12,5/8	125	80	7 8	11	3,7	14,1 16,0	11,0 12,5	227 256	4,01 4,00	73,7 83,0	2,29 2,28	452 518	4,01 4,05	119 137	1,8 1,84	43,4 48,8	1,76 1,75	0,407 0,406
14/9	140	90	8 10	12	4	18,0 22,2	14,1 17,5	364 444	4,49 4,47	120 146	2,58 2,56	727 911	4,49 4,58	194 245	2,03 2,12	70,3 85,5	1,98 1,96	0,411 0,409
16/10	160	100	9 10 12 14	13	4,3	22,9 25,3 30,0	18,0 19,8 23,6	606 667 784	5,15 5,13 5,11	186 204 239	2,85 2,84 2,82	1221 1359 1634	5,19 5,23 5,32	300 335 405	2,23 2,28 2,36	110 121 142	2,2 2,19 2,18	0,391 0,390 0,388
18/11	180	110	10 12	14	4,7	34,7 28,3 33,7	27,3 22,2 26,4	897 952 1123	5,08 5,8 5,77	272 276 324	2,80 3,12 3,1	1910 1933 2324	5,40 5,88 5,97	477 444 537	2,43 2,44 2,52	162 165 194	2,16 2,42 2,40	0,385 0,375 0,374
20/12,5	200	125	11 12 14 16	14	4,7	34,9 37,9 43,9 49,8	27,4 29,7 34,4 39,1	1449 1568 1801 2026	6,45 6,43 6,41 6,38	446 482 551 617	3,58 3,57 3,54 3,52	2920 3189 3726 4264	6,5 6,54 6,62 6,71	718 786 922 1061	2,79 2,83 2,91 2,99	264 285 327 367	2,75 2,74 2,73 2,72	0,392 0,392 0,390 0,388
25/16	250	160	12 16 18 20	18	6	48,3 63,6 71,1 78,5	37,9 49,6 55,8 61,7	3147 4091 4545 4987	8,07 8,02 7,99 7,97	1032 1333 1475 1613	4,62 4,58 4,56 4,53	6212 8308 9358 10410	7,97 8,14 8,23 8,31	1634 2200 2487 2776	3,53 3,69 3,77 3,85	604 781 866 949	3,54 3,50 2,49 3,48	0,410 0,408 0,407 0,405

Thép chữ I ГОСТ 8239-56



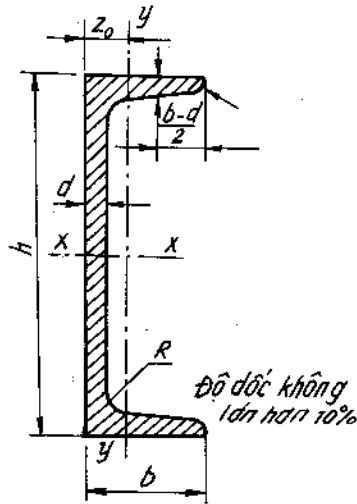
Bảng 3

Số hiệu thép hình N°	Trọng lượng 1m dài (KG)	Kích thước (mm)						Diện tích mặt cắt (cm ²)	Các trị số đối với trục						
		h	b	d	t	R	r		x - x			y - y			
									I _x , cm ⁴	W _x , cm ³	L _x , cm	S _x , cm ³	I _y , cm ⁴	W _y , cm ³	L _y , cm
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
10	9,46	100	55	4,5	7,2	7	2,5	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	19,9	180	100	5,1	8,3	9,0	3,5	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	21,0	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20a	22,7	200	110	5,2	8,6	9,5	4,0	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	24,0	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	2350	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	25,8	220	120	5,4	8,9	10,0	4,0	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	29,4	240	125	5,6	9,8	10,5	4,0	37,5	3800	317	10,1	179	260	41,6	2,63

Bảng 3 (tiếp theo)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
27	31,5	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	33,9	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	5500	507	11,3	229	337	50,0	2,80
30	36,5	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	39,2	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	42,2	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	56,1	400	155	8,0	13,0	15,0	6,0	71,4	18930	947	16,3	540	666	85,9	3,05
45	65,2	450	160	8,6	14,2	16,0	7,0	83,0	27450	1220	18,2	699	807	101	3,12
50	76,8	500	170	9,5	15,2	17,0	7,0	97,8	39290	1570	20,0	905	1040	122	3,26
55	89,8	550	180	10,3	16,5	18,0	7,0	114	55150	2000	22,0	1150	1350	150	3,44
60	104	600	190	11,1	17,8	20,0	8,0	132	75450	2510	23,9	1450	1720	181	3,60
65	120	650	200	12,0	19,2	22,0	9,0	153	101400	3120	25,8	1800	2170	217	3,77
70	138	700	210	13,0	20,8	24,0	10,0	176	134600	3840	27,7	2230	2730	260	3,94
70a	158	700	210	15,0	24,0	24,0	10,0	202	152700	4360	27,5	2550	3240	309	4,01
70b	184	700	210	17,5	28,2	24,0	10,0	234	175370	5010	27,4	2940	3910	373	4,09

Thép chữ U, ГОСТ 8240-56



Bảng 4

Số hiệu thép hình N ^o	Kích thước (mm)							Diện tích mặt cắt, cm ²	Các trị số đối với trục							
	h	b	d	t	R	r	x - x				y - y					
							I _x , cm ⁴		W _x , cm ³	I _x , cm	S _x , cm ³	I _y , cm ⁴	W _y , cm ³	Z, cm		
5	4,34	50	32	4,4	7,0	6	2,5	6,16	22,8	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	5,90	65	36	4,4	7,2	6	2,5	7,51	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	7	3,0	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	7,5	3,0	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	8	3,0	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
14a	13,3	140	62	4,9	8,7	8	3,0	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	14,2	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80
16a	15,3	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	16,3	180	70	5,1	8,7	9	3,5	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
18a	17,4	180	74	5,1	9,3	9	3,5	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9,0	9,5	4,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	19,8	200	80	5,2	9,7	9,5	4,0	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	21,0	220	82	5,4	9,5	10	4,0	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	22,6	220	87	5,4	10,2	10	4,0	8,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,16
24	24,0	240	90	5,6	10,0	10,5	4,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	25,8	240	95	5,6	10,7	10,5	4,0	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	27,7	270	95	6,0	10,5	11	4,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	31,8	300	100	6,5	11,5	12	5,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,5	330	105	7,0	11,7	13	5,0	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	14	6,0	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	48,3	400	115	8,0	13,5	15	6,0	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

Bảng 17-1

Trị số của hàm η , η_1 , η_2 , η_3 để tính dầm dài vô hạn trên nền đàn hồi.

$$\eta = e^{-mz} (\cos mz + \sin mz);$$

$$\eta_2 = e^{-mz} \cdot \cos mz$$

$$\eta_1 = e^{-mz} (\cos mz - \sin mz);$$

$$\eta_3 = e^{-mz} \sin mz$$

mz	η	η_3	η_1	η_2	mz
0,0	1,0000	0,0000	1,0000	+1,0000	0,0
0,1	0,9907	+0,0903	0,8100	+0,9003	0,1
0,2	0,9651	+0,1627	0,6398	+0,8024	0,2
0,3	0,9267	+0,2189	0,4888	+0,7077	0,3
0,4	0,8784	+0,2610	0,3564	+0,6174	0,4
0,5	0,8231	+0,2908	0,2415	+0,5323	0,5
0,6	0,7628	+0,3099	0,1431	+0,4530	0,6
0,7	0,6997	+0,3199	0,0599	+0,3708	0,7
$\pi/4$	0,6448	+0,3224	0,0000	+0,3224	0,785
0,8	0,6354	+0,3223	-0,0093	+0,3131	0,8
0,9	0,5712	+0,3185	-0,0657	+0,2527	0,9
1,0	0,5083	+0,3096	-0,1108	+0,1988	1,0
1,1	0,4476	+0,2967	-0,1457	+0,1510	1,1
1,2	0,3899	+0,2807	-0,1716	+0,1091	1,2
1,3	0,3355	+0,2626	-0,1897	+0,0729	1,3
1,4	0,2849	+0,2430	-0,2011	+0,0419	1,4
1,5	0,2384	+0,2226	-0,2068	+0,0158	1,5
$\pi/2$	0,2079	+0,2079	-0,2079	0,0000	1,571
1,6	0,1959	+0,2018	-0,2077	-0,0059	1,6
1,7	0,1576	+0,1812	-0,2047	-0,0235	1,7
1,8	0,1234	+0,1610	-0,1985	-0,0376	1,8
1,9	0,0932	+0,1415	-0,1899	-0,0484	1,9
2,0	0,0667	+0,1231	-0,1794	-0,0563	2,0
2,1	0,0439	+0,1057	-0,1675	-0,0618	2,1
2,2	0,0244	+0,0896	-0,1548	-0,0652	2,2
2,3	0,0080	+0,0748	-0,1416	-0,0668	2,3
$3\pi/4$	0,0000	+0,0670	-0,1340	-0,0670	2,356
2,4	-0,0056	+0,0613	-0,1282	-0,0669	2,4
2,5	-0,0166	+0,0491	-0,1149	-0,0658	2,5
2,6	-0,0254	+0,0383	-0,1019	-0,0636	2,6
2,7	-0,0320	+0,0287	-0,0895	-0,0608	2,7
2,8	-0,0360	+0,0204	-0,0777	-0,0573	2,8
2,9	-0,0403	+0,0132	-0,0666	-0,0534	2,9
3,0	-0,04226	+0,00703	-0,05632	-0,04929	3,0
3,1	-0,04314	+0,00187	-0,04688	-0,04501	3,1
π	-0,04321	+0,00000	-0,04321	-0,04321	3,142
3,2	-0,04307	-0,00238	-0,03831	-0,04069	3,2
3,3	-0,04224	-0,00582	-0,03060	-0,03642	3,3
3,4	-0,04079	-0,00853	-0,02374	-0,03227	3,4
3,5	-0,03887	-0,01059	-0,01769	-0,02828	3,5
3,6	-0,03659	-0,01209	-0,01241	-0,02450	3,6
3,7	-0,03407	-0,01310	-0,00787	-0,02097	3,7
3,8	-0,03138	-0,01369	-0,00401	-0,01770	3,8
3,9	-0,02862	-0,01392	-0,00077	-0,01469	3,9
$5\pi/4$	-0,02786	-0,01393	0,00000	-0,01393	3,927
4,0	-0,02583	-0,01386	+0,00189	-0,01197	4,0
4,1	-0,02309	-0,01356	0,00403	-0,00953	4,1
4,2	-0,02042	-0,01307	0,00572	-0,00735	4,2
4,3	-0,01787	-0,01243	0,00699	-0,00544	4,3
4,4	-0,01546	-0,01168	0,00791	-0,00377	4,4

mz	η	η_3	η_1	η_2	mz
4,5	-0,01320	-0,01086	0,00852	-0,00234	4,5
4,6	-0,01112	-0,00999	0,00786	-0,00113	4,6
4,7	-0,00921	-0,00909	0,00898	-0,00011	4,7
6 π /4	-0,00898	-0,00898	0,00898	0,00000	4,712
4,8	-0,00748	-0,00820	0,00892	+0,00072	4,8
4,9	-0,00593	-0,00732	0,00870	0,00139	4,9
5,0	-0,00455	-0,00646	0,00837	0,00191	5,0
5,1	-0,00334	-0,00564	0,00795	0,00230	5,1
5,2	-0,00229	-0,00487	0,00746	0,00259	5,2
5,3	-0,00139	-0,00415	0,00692	0,00277	5,3
5,4	-0,00063	-0,00349	0,00636	0,00287	5,4
7 π /4	0,00000	-0,00290	0,00579	0,00290	5,498
5,5	+0,00001	-0,00288	0,00578	0,00290	5,5
5,6	0,00053	-0,00232	0,00520	0,00287	5,6
5,7	0,00095	-0,00184	0,00464	0,00279	5,7
5,8	0,00127	-0,00141	0,00409	0,00268	5,8
5,9	0,00152	-0,00102	0,00356	0,00254	5,9
6,0	0,00169	-0,00069	0,00307	0,00238	6,0
6,1	0,00180	-0,00069	0,00261	0,00221	6,1
6,2	0,00185	-0,00017	0,00219	0,00202	6,2
8 π /4	0,00187	0,00000	0,00187	0,00187	6,283
6,3	0,00187	+0,00003	0,00181	0,00184	6,3
6,4	0,00184	0,00019	0,00146	0,00165	6,4
6,5	0,00179	0,00032	0,00115	0,00147	6,5
6,6	0,00172	0,00042	0,00087	0,00129	6,6
6,7	0,00162	0,00050	0,00063	0,00113	6,7
6,8	0,00152	0,00055	0,00042	0,00097	6,8
6,9	0,00141	0,00058	0,00024	0,00082	6,9
7,0	0,00129	0,00060	0,00009	0,00069	7,0
9 π /4	0,00120	0,00060	0,00000	0,00060	7,069

Bảng 17-2

Trị số của các hàm Crulốp để tính dầm có mặt cắt không đổi trên nền đàn hồi

mz	A _{mz}	B _{mz}	C _{mz}	D _{mz}
0	1	0	0	0
0,001	1,0000	0,00100	0,00000	0,00000
0,002	1,0000	0,00200	0,00000	0,00000
0,003	1,0000	0,00300	0,00001	0,00000
0,004	1,0000	0,00400	0,00001	0,00000
0,005	1,0000	0,00500	0,00002	0,00000
0,006	1,9000	0,00600	0,00002	0,00000
0,007	1,0000	0,00700	0,00003	0,00000
0,008	1,0000	0,00800	0,00003	0,00000
0,009	1,0000	0,00900	0,00004	0,00000
0,010	1,0000	0,01000	0,00005	0,00000
0,011	1,0000	0,01100	0,00006	0,00000
0,012	1,0000	0,01200	0,00007	0,00000
0,013	1,0000	0,01300	0,00009	0,00000
0,014	1,0000	0,01400	0,00010	0,00000
0,015	1,0000	0,01500	0,00012	0,00000
0,016	1,0000	0,01600	0,00013	0,00000
0,017	1,0000	0,01700	0,00015	0,00000
0,018	1,0000	0,01800	0,00016	0,00000
0,019	1,0000	0,01900	0,00018	0,00000
0,020	1,0000	0,02000	0,00020	0,00000
0,030	1,0000	0,03000	0,00045	0,00001
0,040	1,0000	0,04000	0,00080	0,00001
0,05	1,0000	0,0500	0,0013	0,00002
0,06	1,0000	0,0600	0,0018	0,0001
0,07	1,0000	0,0700	0,0025	0,0001
0,08	1,0000	0,0800	0,0032	0,0001
0,09	1,0000	0,0900	0,0041	0,0001
0,10	1,0000	0,1000	0,0050	0,0002
0,11	1,0000	0,1100	0,0061	0,0002
0,12	1,0000	0,1200	0,0072	0,0003
0,13	0,9999	0,1300	0,0085	0,0004
0,14	0,9999	0,1400	0,0098	0,0005
0,15	0,9999	0,1500	0,0113	0,0006
0,16	0,9999	0,1600	0,0128	0,0007
0,17	0,9999	0,1700	0,0145	0,0008
0,18	0,9998	0,1800	0,0162	0,0010
0,19	0,9998	0,1900	0,0181	0,0012
0,20	0,9997	0,2000	0,0200	0,0014
0,21	0,9997	0,2100	0,0221	0,0016
0,22	0,9996	0,2200	0,0242	0,0018
0,23	0,9995	0,2300	0,0265	0,0020
0,24	0,9995	0,2400	0,0288	0,0023
0,25	0,9993	0,2500	0,0313	0,0026
0,26	0,9992	0,2600	0,0338	0,0029
0,27	0,9991	0,2700	0,365	0,0033
0,28	0,9990	0,2800	0,0392	0,0037
0,29	0,9988	0,2900	0,0421	0,0041
0,30	0,9987	0,2999	0,0450	0,0045
0,31	0,9985	0,3099	0,0481	0,0050

mz	A _{mz}	B _{mz}	C _{mz}	D _{mz}
0,32	0,9983	0,3199	0,0512	0,0055
0,33	0,9980	0,3299	0,0545	0,0060
0,34	0,9978	0,3399	0,0578	0,0066
0,35	0,9975	0,3498	0,0613	0,0072
0,36	0,9972	0,3598	0,0648	0,0078
0,37	0,9969	0,3698	0,0685	0,0085
0,38	0,9965	0,3797	0,0722	0,0092
0,39	0,9961	0,3897	0,0761	0,0099
0,40	0,9957	0,3997	0,0800	0,0107
0,41	0,9953	0,4096	0,0840	0,0115
0,42	0,9948	0,4196	0,0882	0,0124
0,43	0,9943	0,4295	0,0924	0,0133
0,44	0,9938	0,4395	0,0968	0,0142
0,45	0,9932	0,4494	0,1012	0,0152
0,46	0,9925	0,4594	0,1058	0,0162
0,47	0,9919	0,4693	0,1104	0,0173
0,48	0,9911	0,4792	0,1152	0,0184
0,49	0,9904	0,4891	0,1200	0,0196
0,50	0,9895	0,4990	0,1249	0,0208
0,51	0,9887	0,5089	0,1300	0,0221
0,52	0,9878	0,5188	0,1351	0,0234
0,53	0,9869	0,5286	0,1404	0,0218
0,54	0,9858	0,5385	0,1457	0,0262
0,55	0,9847	0,5484	0,1511	0,0277
0,56	0,9836	0,5582	0,1567	0,0293
0,57	0,9824	0,5680	0,1623	0,0309
0,58	0,9811	0,5778	0,1680	0,0325
0,59	0,9798	0,5876	0,1738	0,0342
0,60	0,9784	0,5974	0,1798	0,0360
0,61	0,9769	0,6072	0,1858	0,0378
0,62	0,9754	0,6170	0,1919	0,0397
0,63	0,9738	0,6267	0,1981	0,0417
0,64	0,9721	0,6364	0,2044	0,0437
0,65	0,9703	0,6462	0,2109	0,0457
0,66	0,9684	0,6559	0,2174	0,0479
0,67	0,9664	0,6655	0,2240	0,0501
0,68	0,9644	0,6752	0,2307	0,0524
0,69	0,9623	0,6848	0,2375	0,0547
0,70	0,9600	0,6944	0,2444	0,0571
0,71	0,9577	0,7040	0,2514	0,0596
0,72	0,9552	0,7136	0,2584	0,0621
0,73	0,9527	0,7231	0,2656	0,0648
0,74	0,9501	0,7326	0,2729	0,0675
0,75	0,9473	0,7421	0,2803	0,0702
0,76	0,9444	0,7516	0,2878	0,0700
0,77	0,9415	0,7610	0,2953	0,0760
0,78	0,9384	0,7704	0,3030	0,0790
0,79	0,9351	0,7798	0,3107	0,0820
0,80	0,9318	0,7891	0,3186	0,0852
0,81	0,9283	0,7984	0,3265	0,0884
0,82	0,9247	0,8077	0,3345	0,0917
0,83	0,9210	0,8169	0,3427	0,0951
0,84	0,9171	0,8261	0,3509	0,0986
0,85	0,9131	0,8352	0,3592	0,1021
0,86	0,9090	0,8443	0,3676	0,1057

mz	A _{mz}	B _{mz}	C _{mz}	D _{mz}
0,87	0,9047	0,8534	0,3761	0,1095
0,88	0,9002	0,8624	6,3846	0,1133
0,89	0,8956	0,8714	0,3933	0,1172
0,90	0,8931	0,8804	0,4021	0,1211
0,91	0,8859	0,8893	0,4109	0,1252
0,92	0,8808	0,8981	0,4199	0,1293
0,93	0,8753	0,9069	0,4289	0,1336
0,94	0,8701	0,9156	0,4380	0,1379
0,95	0,8645	0,9242	0,4472	0,1424
0,96	0,8587	0,9329	0,4565	0,1469
0,97	0,8528	0,9415	0,4659	0,1515
0,98	0,8466	0,9499	0,4753	0,1562
0,99	0,8339	0,9586	0,4849	0,1611
1,00	0,8337	0,9668	5,4945	0,1659
1,01	0,8270	0,9750	0,5042	0,1709
1,02	0,8201	0,9833	0,5140	0,1760
1,03	0,8129	0,9914	0,5238	0,1812
1,04	0,8056	0,9995	0,5338	0,1865
1,05	0,7980	1,0076	0,5438	0,1918
1,06	0,7902	1,0155	0,5540	0,1973
1,07	0,7822	1,0233	0,5641	0,2029
1,08	0,7740	1,0311	0,5744	0,2086
1,09	0,7655	1,0388	0,5848	0,2149
1,10	0,7588	1,0465	0,5952	0,2204
1,11	0,7479	1,0540	0,6057	0,2263
1,12	0,7387	1,0613	0,6163	0,2323
1,13	0,7293	1,0687	0,6269	0,2384
1,14	0,7196	1,0760	0,6376	0,2446
1,15	0,7097	1,0831	0,6484	0,2514
1,16	0,6995	1,0902	0,6593	0,2579
1,17	0,6891	1,0971	0,6702	0,2646
1,18	0,6784	1,1040	0,6813	0,2713
1,19	0,6674	1,1107	0,6923	0,2782
1,20	0,6561	1,1173	0,7035	0,2852
1,21	0,6446	1,1238	0,7147	0,2923
1,22	0,6330	1,1306	0,7259	0,2997
1,23	0,6206	1,1365	0,7373	0,3068
1,24	0,6082	1,1426	0,7487	0,3142
1,25	0,5955	1,1486	0,7601	0,3218
1,26	0,5824	1,1545	0,7716	0,3294
1,27	0,5691	1,1602	0,7832	0,3372
1,28	0,5555	1,1659	0,7948	0,3451
1,29	0,5415	1,1714	0,8065	0,3531
1,30	0,5272	1,1767	0,8183	0,3612
1,31	0,5126	1,1819	0,8301	0,3695
1,32	0,4977	1,1870	0,8419	0,3778
1,33	0,4824	1,1919	0,8538	0,3863
1,34	0,4668	1,1966	0,8657	0,3949
1,35	0,4508	1,2012	0,8777	0,4036
1,36	0,4345	1,2057	0,8898	0,4124
1,37	0,4178	1,2099	0,9018	0,4214
1,38	0,4008	1,2140	0,9140	0,4305
1,39	0,3833	1,2179	0,9261	0,4397
1,40	0,3656	1,2217	0,9383	0,4490

mz	A _{mz}	B _{mz}	C _{mz}	D _{mz}
1,41	0,3474	1,2252	0,9506	0,4585
1,42	0,3289	1,2286	0,9628	0,4680
1,43	0,3100	1,2318	0,9751	0,4777
1,44	0,2907	1,2348	0,9865	0,4875
1,45	0,2710	1,2376	0,9998	0,4974
1,46	0,2509	1,2402	1,0122	0,5075
1,47	0,2304	1,2426	1,0246	0,5177
1,48	0,2095	1,2448	1,0371	0,5280
1,49	0,1882	1,2468	1,0495	0,5384
1,50	0,1664	1,2486	1,0620	0,5490
1,51	0,1442	1,2501	1,0745	0,5597
1,52	0,1216	1,2515	1,0870	0,5705
1,53	0,0986	1,2526	1,0995	0,5814
1,54	0,0746	1,2534	1,1121	0,5925
1,55	0,0512	1,2541	1,1246	0,6036
1,56	0,0268	1,2545	1,1371	0,6149
1,57	0,0020	1,2546	1,1497	0,6264
$\pi/2$	0,	1,2546	1,1507	0,6273
1,58	-0,0233	1,2545	1,1622	0,6380
1,59	-0,0490	1,2542	1,1748	0,6496
1,60	-0,0753	1,2535	1,1873	0,6615
1,61	-0,1019	1,2526	1,1998	0,6734
1,62	-0,1291	1,2515	1,2124	0,6854
1,63	-0,1568	1,2501	1,2249	0,6976
1,64	-0,1849	1,2484	1,2374	0,7099
1,65	-0,2136	1,2464	1,2498	0,7224
1,66	-0,2427	1,2441	1,2623	0,7349
1,67	-0,2724	1,2415	1,2747	0,7476
1,68	-0,3026	1,2386	1,2871	0,7604
1,69	-0,3332	1,2354	1,2995	0,7734
1,70	-0,3644	1,2322	1,3118	0,7863
1,71	-0,3961	1,2282	1,3241	0,7996
1,72	-0,4284	1,2240	1,3364	0,8129
1,73	-0,4612	1,2196	1,3486	0,8263
1,74	-0,4945	1,2148	1,3608	0,8399
1,75	-0,5284	1,2097	1,3729	0,8535
1,76	-0,5628	1,2042	1,3850	0,8673
1,77	-0,5977	1,1984	1,3970	0,8812
1,78	-0,6333	1,1923	1,4089	0,8953
1,79	-0,6694	1,1857	1,4208	0,9094
1,80	-0,7060	1,1789	1,4326	0,9237
1,81	-0,7433	1,1716	1,4444	0,9381
1,82	-0,7811	1,1640	1,4561	0,9526
1,83	-0,8195	1,1560	1,4677	0,9672
1,84	-0,8584	1,1476	1,4792	0,9819
1,85	-0,8980	1,1389	1,4906	0,9968
1,86	-0,9382	1,1297	1,5020	1,0117
1,87	-0,9790	1,1201	1,5132	1,0268
1,88	-1,0203	1,1101	1,5244	1,0420
1,89	-1,0623	1,0997	1,5354	1,0573
1,90	-1,1049	1,0888	1,5464	1,0722
1,91	-0,1481	1,0776	1,5572	1,0882
1,92	-1,1920	1,0659	1,5679	1,1038
1,93	-1,2364	1,0538	1,5785	1,1196

mz	A _{mz}	B _{mz}	C _{mz}	D _{mz}
1,94	-1,2815	1,0411	1,5890	1,1354
1,95	-1,3273	1,0281	1,5993	1,1514
1,96	-1,3736	1,0146	1,6095	1,1674
1,97	-1,4207	1,0007	1,6196	1,1835
1,98	-1,4683	0,9862	1,6296	1,1998
1,99	-1,5166	0,9713	1,6393	1,2161
2,00	-1,5656	0,9558	1,6490	1,2325
2,01	-1,6153	0,9399	1,6584	1,2491
2,02	-1,6656	0,9235	1,6678	1,2658
2,03	-1,7165	0,9066	1,6769	1,2825
2,04	-1,7682	0,8892	1,6859	1,2993
2,05	-1,8205	0,8713	1,6947	1,3162
2,06	-1,8734	0,8528	1,7033	1,3332
2,07	-1,9271	0,8338	1,7117	1,3502
2,08	-1,9815	0,8142	1,7200	1,3674
2,09	-2,0365	0,7939	1,7280	1,3845
2,10	-2,0923	0,7735	1,7359	1,4020
2,11	-2,1487	0,7523	1,7435	1,4194
2,12	-2,2058	0,7306	1,7509	1,4368
2,13	-2,2636	0,7082	1,7581	1,4544
2,14	-2,3221	0,6853	1,7651	1,4720
2,15	-2,3814	0,6618	1,7718	1,4897
2,16	-2,4413	0,6376	1,7783	1,5074
2,17	-2,5020	0,6129	1,7846	1,5253
2,18	-2,5633	0,5876	1,7906	1,5431
2,19	-2,6254	0,5616	1,7963	1,5611
2,20	-2,6882	0,5351	1,8018	1,5791
2,21	-2,7518	0,5079	1,8070	1,5971
2,22	-2,8160	0,4801	1,8120	1,6152
2,23	-2,8810	0,4516	1,8166	1,6333
2,24	-2,9466	0,4224	1,8210	1,6515
2,25	-3,0131	0,3926	1,8251	1,6698
2,26	-3,0802	0,3621	1,8288	1,6880
2,27	-3,1481	0,3310	1,8323	1,7063
2,28	-3,2167	0,2992	1,8355	1,7247
2,29	-3,2861	0,2667	1,8383	1,7430
2,30	-3,3562	0,2335	1,8408	1,7614
2,31	-3,4270	0,1996	1,8430	1,7798
2,32	-3,4986	0,1649	1,8448	1,7983
2,33	-3,5708	0,1296	1,8462	1,8167
2,34	-3,6439	0,0935	1,8473	1,8352
2,35	-3,7177	0,0567	1,8481	1,8537
2,36	-3,7922	0,0191	1,8485	1,8722
2,37	-3,8675	-0,0192	1,8485	1,8906
2,38	-3,9435	-0,0583	1,8481	1,9091
2,39	-4,0202	-0,0981	1,8473	1,9276
2,40	-4,0976	-0,1386	1,8461	1,9461
2,41	-4,1759	-0,1800	1,8446	1,9645
2,42	-4,2548	-0,2221	1,8425	1,9830
2,43	-4,3345	-0,2651	1,8401	2,0014
2,44	-4,4150	-0,3089	1,8373	2,0198
2,45	-4,4961	-0,3534	1,8339	2,0381
2,46	-4,5780	-0,3988	1,8302	2,0564
2,47	-4,6606	-0,4450	1,8259	2,0747

mz	A _{mz}	B _{mz}	C _{mz}	D _{mz}
2,48	-4,7439	-0,4929	1,8213	2,0930
2,49	-4,8280	-0,5349	1,8161	2,1111
2,50	-4,9128	-0,5885	1,8105	2,1293
2,51	-4,9984	-0,6381	1,8043	2,1474
2,52	-5,0846	-0,6885	1,7977	2,1654
2,53	-5,1716	-0,7398	1,7906	2,1833
2,54	-5,2593	-0,7920	1,7829	2,2012
2,55	-5,3477	-0,8450	1,7747	2,2190
2,56	-5,4368	-0,8989	1,7660	2,2367
2,57	-5,5266	-0,9538	1,7567	2,2543
2,58	-5,6172	-1,0095	1,7469	2,2718
2,59	-5,7084	-1,0661	1,7365	2,2892
2,60	-5,8003	-1,1236	1,7256	2,3065
2,61	-5,8929	-1,1821	1,7141	2,3237
2,62	-5,9862	-1,2415	1,7019	2,3408
2,63	-6,0802	-1,3018	1,6892	2,3578
2,64	-6,1748	-1,3631	1,6759	2,3746
2,65	-6,2701	-1,4253	1,6620	2,3913
2,66	-6,3661	-1,4885	1,6474	2,4078
2,67	-6,4628	-1,5527	1,6322	2,4242
2,68	-6,5800	-1,6177	1,6163	2,4405
2,69	-6,6580	-1,6838	1,6327	2,4566
2,70	-6,7565	-1,7509	1,5827	2,4725
2,71	-6,8558	-1,8190	1,5648	2,4882
2,72	-6,9556	-1,8881	1,5463	2,5037
2,73	-7,0580	-1,9581	1,5271	2,5191
2,74	-7,1571	-2,0292	1,5071	2,5343
2,75	-7,2588	-2,1012	1,4865	2,5493
2,76	-7,3611	-2,1743	1,4651	2,5640
2,77	-7,4639	-2,2484	1,4430	2,5786
2,78	-7,5673	-2,3236	1,4201	1,5929
2,79	-7,6714	-2,3998	1,3965	2,6070
2,80	-7,7759	-2,4770	1,3721	2,6208
2,81	-7,8810	-2,5553	1,3470	2,6344
2,82	-7,9866	-2,6347	1,3210	2,6477
2,83	-8,0929	-2,7151	1,2943	2,6608
2,84	-8,1995	-2,7965	1,2667	2,6736
2,85	-8,3067	-2,8790	1,2383	2,6862
2,86	-8,4144	-2,9627	1,2091	2,6984
2,87	-8,5225	-3,0473	1,1791	2,7103
2,88	-8,6312	-3,1331	1,1482	2,7220
2,89	-8,7404	-3,2200	1,1164	2,7333
2,90	-8,8471	-3,3079	1,0838	2,7443
2,91	-8,9598	-3,3969	1,0503	2,7550
2,92	-9,0703	-3,4872	1,0158	2,7653
2,93	-9,1811	-3,5784	0,9805	2,7753
2,94	-9,2923	-3,6707	0,9442	2,7849
2,95	-9,4039	-3,7642	0,9071	2,7942
2,96	-9,5158	-3,8588	0,8690	2,8031
2,97	-9,6281	-3,9545	0,8299	2,8115
2,98	-9,7407	-4,0514	0,7899	2,8196
2,99	-9,8536	-4,1493	0,7489	2,8273
3,00	-9,9669	-4,2485	0,7069	2,8346
3,01	-10,0804	-4,3487	0,6639	2,8414

mz	A _{mz}	B _{mz}	C _{mz}	D _{mz}
3,02	-10,1943	-4,4501	0,6199	2,8479
3,03	-10,3083	-4,5526	0,5749	2,8538
3,04	-10,4225	-4,6562	0,5289	2,8594
3,05	-10,5317	-4,7611	0,4817	2,8644
3,06	-10,6516	-4,8670	0,4336	2,8690
3,07	-10,7665	-4,9741	0,3844	2,8731
3,08	-10,8815	-5,0823	0,3341	2,8767
3,09	-10,9966	-5,1917	0,2828	2,8798
3,10	-11,1119	-5,3023	0,2303	2,8823
3,11	-11,2272	-5,4139	0,1767	2,8844
3,12	-11,3427	-5,5268	0,1220	2,8859
3,13	-11,4580	-5,6408	0,0662	2,8808
3,14	-11,5736	-5,7560	0,0092	2,8872
π	-11,5919	-5,7744	0	2,8872
3,15	-11,6890	-5,8722	-0,0490	2,8870
3,16	-11,8045	-5,9898	-0,1083	2,8862
3,17	-11,9200	-6,1084	-0,1688	2,8848
3,18	-12,0353	-6,2281	-0,2305	2,8828
3,19	-12,1506	-6,3491	-0,2934	2,8802
3,20	-12,2656	-6,4711	-0,3574	2,8769
3,21	-12,3807	-6,5943	-0,4227	2,8731
3,22	-12,456	-6,7188	-0,4894	2,8685
3,23	-12,6101	-6,8442	-0,5571	2,8633
3,24	-12,7373	-6,9710	-0,6262	2,8573
3,25	-12,8388	-7,0988	-0,6966	2,8507
3,26	-12,9527	-7,2277	-0,7682	2,8484
3,27	-13,0662	-7,3578	-0,8411	2,8354
3,28	-13,1795	-7,4891	-0,9154	2,8266
3,29	-13,2934	-7,6214	-0,9909	2,8171
3,30	-13,4048	-7,7549	-1,0678	2,8068
3,31	-13,5168	-7,8895	-1,1460	2,7957
3,32	-13,6285	-8,0252	-1,2256	2,7839
3,33	-13,7395	-8,1620	-1,3065	2,7712
3,34	-13,8501	-8,3000	-1,3888	2,7577
3,35	-13,9601	-8,4390	-1,4725	2,7434
3,36	-14,0695	-8,5792	-1,5577	2,7282
3,37	-14,1784	-8,7205	-1,6441	2,7122
3,38	-14,2866	-8,8627	-1,7321	2,6953
3,39	-14,3941	-9,0062	-1,8214	2,6776
3,40	-14,5008	-9,1507	-1,9121	2,6589
3,41	-14,6066	-9,2962	-2,0044	2,6393
3,42	-14,7118	-9,4427	-2,0980	2,6189
3,43	-14,8162	-9,5905	-2,1933	2,5974
3,44	-14,9197	-9,7392	-2,2809	2,5750
3,45	-15,0222	-9,8888	-2,3880	2,5516
3,46	-15,1238	-10,0396	-2,4876	2,5272
3,47	-15,2244	-10,1913	-2,5889	2,5018
3,48	-15,3238	-10,3441	-2,6915	2,4754
3,49	-15,4224	-10,4978	-2,7957	2,4480
3,50	-15,5198	-10,6525	-2,9014	2,4195
3,51	-15,6159	-10,8081	-3,0088	2,3900
3,52	-15,7108	-10,9647	-3,1176	2,3593
3,53	-15,8046	-11,1223	-3,2280	2,3276
3,54	-15,8971	-11,2809	-3,3401	2,2948

mz	A _{mz}	B _{mz}	C _{mz}	D _{mz}
3,55	-15,9881	-11,4403	-3,4537	2,2608
3,56	-16,0780	-11,6007	-3,5689	2,2257
3,57	-16,1603	-11,7619	-3,6857	2,1894
3,58	-16,2531	-11,9240	-3,8041	2,1520
3,59	-16,3384	-12,0870	-3,9242	2,1133
3,60	-16,4218	-12,2508	-4,0459	2,0735
3,61	-16,5043	-12,4154	-4,1692	2,0324
3,62	-16,5847	-12,5808	-4,2942	1,9901
3,63	-16,6634	-12,7470	-4,4208	1,9465
3,64	-16,7405	-12,9142	-4,5491	1,9017
3,65	-16,8155	-13,0819	-4,6791	1,8555
3,66	-16,8889	-13,2504	-4,8108	1,8081
3,67	-16,9602	-13,4196	-4,9441	1,7593
3,68	-17,0296	-13,5896	-5,0792	1,7092
3,69	-17,0970	-13,7603	-5,2159	1,6577
3,70	-17,1622	-13,9315	-5,3544	1,6049
3,71	-17,2253	-14,1035	-5,4945	1,5506
3,72	-17,2861	-14,2759	-5,6364	1,4950
3,73	-17,3449	-14,4492	-5,7801	1,4379
3,74	-17,4022	-14,6229	-5,9254	1,3793
3,75	-17,4552	-14,7972	-6,0725	1,3194
3,76	-17,5067	-14,9720	-6,2214	1,2579
3,77	-17,5557	-15,1473	-6,3720	1,1949
3,78	-17,6024	-15,3232	-6,5243	1,1305
3,79	-17,6463	-15,4994	-6,6784	1,0645
3,80	-17,6875	-15,6761	-6,8343	0,9969
3,81	-17,7259	-15,8531	-6,9920	0,9278
3,82	-17,7616	-16,0304	-7,1513	0,8571
3,83	-17,7945	-16,2083	-7,3126	0,7847
3,84	-17,8245	-16,3864	-7,4755	0,7108
3,85	-17,8513	-16,5649	-7,6403	0,6352
3,86	-17,8751	-16,7434	-7,8069	0,5579
3,87	-17,8960	-16,9223	-7,9751	0,4791
3,88	-17,9135	-17,1013	-8,1453	0,3985
3,89	-17,9277	-17,2805	-8,3171	0,3161
3,90	-17,9387	-17,4599	-8,4909	0,2321
3,91	-17,9464	-17,6393	-8,6664	0,1464
3,92	-17,9504	-17,8188	-8,8437	0,0587
3,93	-17,9511	-17,9983	-9,0227	-0,0305
3,94	-17,9480	-18,1779	-9,2037	-0,1217
3,95	-17,9412	-18,3572	-9,3863	-0,2147
3,96	-17,9307	-18,5366	-9,5708	-0,3095
3,97	-17,9165	-18,7159	-9,7571	-0,4061
3,98	-17,8983	-18,8949	-9,9451	-0,5046
3,99	-17,8761	-19,0738	-10,1350	-0,6050
4,00	-17,8498	-19,2524	-10,3265	-0,7073
4,01	-17,8172	-19,4307	-10,5200	-0,8115
4,02	-17,7850	-19,6088	-10,7151	-0,9176
4,03	-17,7461	-19,7865	-10,9122	-1,0258
4,04	-17,7029	-19,9638	-11,1110	-1,1359
4,05	-17,6551	-20,1406	-11,3115	-1,2481
4,06	-17,6030	-20,3169	-11,5138	-1,3622
4,07	-17,5461	-20,4926	-11,7178	-1,4783
4,08	-17,4846	-20,6677	-11,9236	-1,5966

mz	A _{mz}	B _{mz}	C _{mz}	D _{mz}
4,09	-17,4185	-20,8423	-12,1311	-1,7168
4,10	-17,3472	-21,0160	-12,3404	-1,8392
4,11	-17,2712	-21,1891	-12,5514	-1,9636
4,12	-17,1900	-21,3614	-12,7642	-2,0902
4,13	-17,1040	-21,5329	-12,9779	-2,2189
4,14	-17,0126	-21,7035	-13,1948	-2,3498
4,15	-16,9160	-21,8731	-13,4127	-2,4828
4,16	-16,8139	-22,0117	-13,6322	-2,6180
4,17	-16,7064	-22,2094	-13,8536	-2,7555
4,18	-16,5934	-22,3759	-14,0765	-2,8952
4,19	-16,4748	-22,5413	-14,3011	-3,0370
4,20	-16,3505	-22,7055	-14,5274	-3,1812
4,21	-16,2203	-22,8682	-14,7551	-3,3275
4,22	-16,0842	-23,0299	-14,9847	-3,4763
4,23	-15,9423	-23,1900	-15,2158	-3,6272
4,24	-15,7979	-23,3485	-15,4484	-3,7806
4,25	-15,6398	-23,5059	-15,6827	-3,9362
4,26	-15,4793	-23,6606	-15,9187	-4,0942
4,27	-15,3122	-23,8153	-16,1559	-4,2546
4,28	-15,1387	-23,9677	-16,3949	-4,4174
4,29	-14,9587	-24,1181	-16,6353	-4,5825
4,30	-14,7722	-24,2669	-16,8773	-4,7501
4,31	-14,5788	-24,4136	-17,1207	-4,9200
4,32	-14,3786	-24,5574	-17,3655	-5,0925
4,33	-14,1714	-24,7012	-17,6119	-5,2674
4,34	-13,9570	-24,8417	-17,8595	-5,4447
4,35	-13,7357	-24,9802	-18,1086	-5,6245
4,36	-13,5070	-25,1164	-18,3591	-5,8069
4,37	-13,2712	-25,2500	-18,6110	-5,9916
4,38	-13,0276	-25,3819	-18,8642	-6,1792
4,39	-12,7766	-25,5108	-19,1185	-6,3690
4,40	-12,5180	-25,6373	-19,3743	-6,5615
4,41	-12,2517	-25,7612	-19,6313	-6,7566
4,42	-11,9776	-25,8824	-19,8875	-6,9541
4,43	-11,6625	-26,0007	-20,1489	-7,1543
4,44	-11,4051	-26,1161	-20,4095	-7,3571
4,45	-11,1069	-26,2074	-20,6712	-7,5517
4,46	-10,8003	-26,3884	-20,9341	-7,7705
4,47	-10,4851	-26,4448	-21,1981	-7,9812
4,48	-10,1615	-26,5480	-21,4630	-8,1945
4,49	-9,8295	-26,6479	-21,7289	-8,4104
4,50	-9,4890	-26,7447	-21,9959	8,6290
4,51	-9,1392	-26,8377	-22,2639	-8,8504
4,52	-8,7805	-26,9272	-22,5327	-9,0744
4,53	-8,4133	-27,0132	-22,8023	-9,3000
4,54	-8,0368	-27,0957	-23,0730	-9,5304
4,55	-7,6509	-27,1740	-23,3442	-9,7624
4,56	-7,2556	-27,2485	-23,6164	-9,9973
4,57	-6,8510	-27,3192	-23,8892	-10,2348
4,58	-6,4366	-27,3855	-24,1628	-10,4751
4,59	-6,0127	-27,4477	-24,4369	-10,7181
4,60	-5,5791	-27,5057	-24,7117	-10,9638
4,61	-5,1358	-27,5593	-24,9870	-11,2123
4,62	-4,8237	-27,6086	-25,2630	-11,4636

mz	A _{mz}	B _{mz}	C _{mz}	D _{mz}
4,63	-4,2189	-27,6531	-25,5392	-11,7175
4,64	-3,7450	-27,6928	-25,8159	-11,9743
4,65	-3,2607	-27,7277	-26,0929	-12,2338
4,66	-2,7663	-27,7581	-26,3705	-12,4962
4,67	-2,2611	-27,7831	-26,6481	-12,7612
4,68	-1,7449	-27,8032	-26,9262	-13,0293
4,69	-1,2187	-27,8181	-27,2042	-13,2998
4,70	-0,6812	-27,8274	-27,4823	-13,5732
4,71	-0,1327	-27,8317	-27,7608	-13,8495
3/2π	0	-27,8317	-27,8272	-13,9159
4,72	0,4268	-27,8301	-28,0390	-14,1284
4,73	0,9976	-27,8228	-28,3172	-14,4102
4,74	1,5799	-27,8101	-28,5955	-14,6948
4,75	2,1731	-27,7913	-28,8734	-14,9821
4,76	2,7782	-27,7668	-29,1514	-15,2723
4,77	3,3951	-27,7357	-29,4288	-15,5652
4,78	4,0236	-27,6988	-29,7061	-15,8609
4,79	4,6633	-27,6553	-29,9828	-16,1593
4,80	5,3164	-27,6052	-30,2589	-16,4604
4,81	5,9811	-27,5488	-30,5348	-16,7645
4,82	6,6574	-27,4859	-30,8102	-17,0712
4,83	7,3466	-27,4156	-31,0845	-17,3806
4,84	8,0477	-27,3389	-31,3584	-17,6928
4,85	8,7623	-27,2547	-31,6314	-18,0079
4,86	9,4890	-27,1634	-31,9035	-18,3257
4,87	10,2282	-27,0650	-32,1747	-18,6460
4,88	10,9806	-26,9589	-32,4448	-18,9691
4,89	11,7458	-26,8452	-32,7137	-19,2948
4,90	12,5239	-26,7239	-32,9814	-19,6232
4,91	13,3158	-26,5946	-33,2482	-19,9545
4,92	14,1202	-26,4578	-33,5135	-20,2882
4,93	14,9388	-26,3123	-33,7774	-20,6248
4,94	15,7704	-26,1588	-34,0397	-20,9638
4,95	16,6157	-25,9967	-34,3003	-21,3054
4,96	17,4750	-25,8262	-34,5595	-21,6498
4,97	18,3478	-25,6472	-34,8168	-21,9966
4,98	19,2348	-25,4594	-35,0726	-22,3462
4,99	20,1356	-25,2623	-35,3259	-22,6981
5,00	20,0504	-25,0565	-35,5775	-23,0525
5,01	21,9800	-24,8413	-35,8272	-23,4097
5,02	22,8474	-24,6170	-36,0745	-23,7691
5,03	23,8815	-24,3827	-36,3193	-24,1311
5,04	24,8537	-24,1392	-36,5619	-24,4954
5,05	25,8407	-23,8860	-36,8023	-24,8623
5,06	26,8427	-23,6225	-37,0398	-25,2315
5,07	26,8598	-23,3489	-37,2748	-25,6033
5,08	28,8914	-23,0651	-37,5068	-25,9771
5,09	29,9377	-22,7711	-37,7360	-26,3533
5,10	30,9997	-22,4661	-37,9619	-26,7317
5,11	32,0766	-22,1509	-38,1852	-27,1126
5,12	33,1687	-21,8246	-38,4051	-27,4955
5,13	34,2762	-21,4874	-38,6216	-27,8806
5,14	35,3991	-21,1391	-38,8348	-28,2679

mz	A _{mz}	B _{mz}	C _{mz}	D _{mz}
5,15	36,5377	-20,7795	-39,0445	-28,6574
5,16	37,6913	-20,4084	-39,2502	-29,0486
5,17	38,8617	-20,0254	-39,4525	-20,4423
5,18	40,0474	-19,6310	-39,6509	-29,8370
5,19	41,2485	-19,2248	-39,453	-30,2354
5,20	42,4661	-18,8057	-40,0350	-30,6346
5,21	43,6994	-18,3754	-40,2214	-31,0361
5,22	44,9486	-17,9322	-40,4028	-31,4391
5,23	46,2148	-17,4758	-40,5796	-31,8440
5,24	47,4958	-17,0073	-40,7521	-32,2504
5,25	48,7949	-16,5258	-40,9197	-32,6590
5,26	50,1091	-16,0317	-41,0826	-33,0690
5,27	51,4399	-15,5240	-41,2404	-33,4806
5,28	52,7876	-15,0030	-41,3932	-33,8939
5,29	54,1511	-14,4684	-41,5405	-34,3084
5,30	55,5317	-13,9201	-41,6826	-34,7246
5,31	56,6296	-13,3574	-41,8187	-35,1421
5,32	58,3438	-12,7808	-41,9493	-35,5609
5,33	59,7745	-12,1903	-42,0742	-35,9810
5,34	61,2218	-11,5856	-42,1932	-36,4023
5,35	62,6869	-10,9660	-42,3061	-36,8250
5,36	64,1678	-10,3321	-42,4127	-37,2485
5,37	65,6657	-9,6823	-42,5124	-37,6731
5,38	67,1818	-9,0184	-42,6060	-38,0986
5,39	68,7140	-8,3390	-42,6928	-38,5251
5,40	70,2637	-7,6440	-42,7727	-38,9524
5,41	71,8308	-6,9336	-42,8459	-39,3808
5,42	73,4144	-6,2076	-42,9117	-39,8096
5,43	75,0158	-5,4652	-42,9700	-40,2390
5,44	76,6338	-4,7072	-43,0210	-40,6691
5,45	78,2687	-3,9328	-43,0642	-41,0993
5,46	79,9216	-3,1418	-43,0997	-41,5303
5,47	81,5916	-2,3340	-43,1268	-41,9613
5,48	83,2786	-1,5095	-43,1459	-42,3926
5,49	84,9829	-0,6683	-43,1568	-42,8241
5,50	86,7044	0,1901	-43,1593	-43,2557
5,51	88,4432	1,0656	-43,1531	-43,6874
5,52	90,1996	1,9589	-43,1381	-44,1189
5,53	91,9722	2,8693	-43,1141	-44,5500
5,54	93,7637	3,7984	-43,0807	-44,9812
5,55	95,5716	4,7453	-43,0378	-45,4117
5,56	97,3960	5,7095	-42,9858	-45,8418
5,57	99,2383	6,6927	-42,9238	-46,2714
5,58	101,0984	7,6950	-42,8516	-46,7003
5,59	102,9739	8,7148	-42,7695	-47,1281
5,60	104,8687	9,7544	-42,6775	-47,5558
5,61	106,7790	10,8125	-42,5744	-47,9818
5,62	108,7074	11,8903	-42,4609	-48,4071
5,63	110,6512	12,9865	-42,3366	-48,8309
5,64	112,6133	14,1029	-42,2013	-49,2538
5,65	114,5922	15,2390	-42,0547	-49,6752
5,66	116,5866	16,3950	-41,8959	-50,0944
5,67	118,5994	17,5706	-41,7277	-50,5130
5,68	120,6277	18,7666	-41,5449	-50,9292

mz	A _{mz}	B _{mz}	C _{mz}	D _{mz}
5,69	122,6730	19,9835	-41,3507	-51,3434
5,70	124,7352	21,2199	-41,1454	-51,7563
5,71	126,8144	22,4785	-40,9262	-52,1666
5,72	128,9091	23,7571	-40,6952	-52,5746
5,73	131,0207	25,0568	-40,4514	-52,9806
5,74	133,1478	26,2810	-40,1365	-53,3359
5,75	135,2903	27,7192	-39,9238	-53,7842
5,76	137,4497	29,0832	-39,6396	-54,1819
5,77	139,6260	30,4693	-39,3416	-54,5770
5,78	141,8144	31,8755	-39,0304	-54,9689
5,79	14,0228	33,3053	-38,7041	-55,3574
5,80	146,2448	34,7564	-38,3640	-55,7429
5,81	148,4819	36,2301	-38,0089	-56,1246
5,82	150,7340	37,7256	-37,6399	-56,5029
5,83	153,0028	39,2449	-37,2545	-56,8776
5,84	155,2847	40,7859	-36,8546	-57,2481
5,85	157,5988	42,3504	-26,4385	-57,6143
5,86	159,8947	43,9378	-36,0067	-57,9772
5,87	162,2208	45,5484	-35,5601	-58,3349
5,88	164,5613	47,1825	-35,0964	-58,6882
5,89	166,9145	48,8394	-34,6161	-59,0363
5,90	169,2837	50,5203	-34,1198	-59,3805
5,91	171,6653	52,2925	-33,6055	-59,7187
5,92	174,0609	53,5754	-33,0746	-60,0521
5,93	176,0704	55,7480	-32,5268	-60,3806
5,94	178,8917	57,4833	-31,9609	-60,7030
5,95	181,3266	59,2853	-31,3764	-61,0195
5,96	183,7730	61,7303	-30,7751	-61,0201
5,97	186,2326	63,3087	-30,1546	-61,4608
5,98	188,7034	64,8347	-29,5155	-61,9332
5,99	191,1870	66,7344	-28,8575	-62,2251
6,00	193,6813	68,6578	-26,2116	-62,5106
6,01	196,1881	70,6079	-27,4846	-62,7889
6,02	198,7051	72,5822	-26,7689	-63,0603
6,03	201,2322	74,5817	-26,0330	-63,3241
6,04	203,7710	76,6067	-25,2774	-63,5810
6,05	206,3194	78,6574	-27,5009	-63,8299
6,06	208,8770	80,7331	-23,7041	-64,0708
6,07	211,4435	82,8350	-22,8855	-64,3032
6,08	214,0209	84,9622	-22,0469	-64,5282
6,09	216,6066	87,1150	-21,1870	-64,7447
6,10	219,2004	89,2947	-20,3043	-64,9516
6,11	221,8049	91,4992	-19,4005	-65,1503
6,12	224,4109	93,7300	-18,4743	-65,3394
6,13	227,0292	95,9871	-17,5203	-65,5200
6,14	229,6542	98,2709	-16,5551	-65,6906
6,15	232,2833	100,5538	-15,5602	-65,8372
6,16	234,9208	102,9168	-14,5425	-66,0010
6,17	237,5639	105,2793	-13,5016	-66,1413
6,18	240,2122	107,6680	-12,4370	-66,2711
6,19	242,8654	110,0832	-11,3485	-66,3901
6,20	245,5231	112,5249	-10,2356	-66,4981
6,21	248,1847	114,9934	-9,0980	-66,5947
6,22	250,8499	117,4888	-7,9352	-66,6796

mz	A_{mz}	B_{mz}	C_{mz}	D_{mz}
6,23	253,5208	120,0113	-6,7481	-66,7538
6,24	256,1917	122,5599	-5,5350	-66,8150
6,25	258,8649	125,1350	-4,2969	-66,8640
6,26	261,5398	127,7369	-3,0321	-66,9005
6,27	264,2159	130,3657	-1,7414	-66,9242
6,28	266,8926	133,0195	-0,4257	-66,9354
6,29	267,7468	0	0	-66,9362
6,30	272,2487	138,4120	2,2886	-66,9175
6,40	298,8909	166,9722	17,5362	-65,9486
6,50	324,7861	198,1637	35,7713	-63,3105
6,60	349,2554	231,8801	57,2528	-58,6870
6,70	371,4244	267,9374	82,2255	-51,7430
6,80	390,2947	306,0558	110,9087	-42,1190
6,90	404,7145	347,3499	143,4927	-30,1819
7,00	413,3762	386,8072	180,1191	-13,2842
7,10	414,8263	428,2849	220,8718	6,7296
7,20	407,4216	469,4772	265,7664	31,0281
7,30	389,3783	509,4157	314,7265	60,0189
7,40	358,7306	546,9343	367,5688	94,1019
7,50	313,3700	580,6710	423,9858	133,6506
7,60	251,0334	609,0402	483,5233	179,0035
7,70	169,3472	630,2295	545,5557	230,4412
7,80	65,8475	642,1835	609,2596	288,1681
5/2 π	0	643,9927	643,9926	321,9964
7,90	-62,0375	642,5872	673,6057	352,3123
8,00	-216,8647	628,8779	737,3101	422,8713
8,10	-401,1674	598,2344	798,8179	499,7008
8,20	-617,4142	547,5808	856,2878	582,4975
8,30	-867,9091	473,5998	907,5542	670,7544
8,40	-1154,6587	372,7866	950,1158	763,7226
8,50	-1479,3701	241,4136	981,0984	860,3917
8,60	-1843,2880	75,6088	997,2527	959,4484
8,70	-2247,0402	-128,5824	994,9377	1059,2289
8,80	-2690,4845	-375,1167	970,1255	1157,6839
8,90	-3172,6917	-667,9794	918,3664	1252,3561
9,00	-3691,4815	-1010,8800	834,8607	1340,3007
9,10	-4243,5551	-1407,3690	714,4085	1418,0930
9,20	-4824,0587	-1860,5365	551,4928	1481,7611
9,30	-5426,5154	-2372,9486	340,3091	1526,7834
9,40	-6042,3167	-2946,2708	74,8875	1548,0229
3 π	-6195,8239	-3097,9120	0	1548,9560
9,50	-6660,9594	-3581,4756	-250,9959	1539,7419
9,60	-7269,3664	-4278,1693	-643,4861	1495,5985
9,70	-7851,7063	-5034,4714	-1108,6183	1408,6174
9,80	-8389,5687	-5847,0360	-1652,2517	1271,2663
9,90	-8860,9431	-6710,2070	-2279,7354	1075,3680
10,00	-9240,8733	-7616,1462	-2995,7095	812,3636

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- | | |
|--|--|
| 1. Vũ Đình Lai, Nguyễn Văn Nhậm. Bài tập sức bền vật liệu. | Nhà xuất bản Đại học và THCN. Hà Nội 1976. |
| 2. I.N.Mirolubov,... Bài tập sức bền vật liệu. | Nhà xuất bản Đại học và THCN. Hà Nội 1988. |
| 3. Trường DHBK Hà Nội. Bài tập sức bền vật liệu. | Tài liệu dùng cho sinh viên. |
| 4. Nguyễn Y Tô,... Sức bền vật liệu. | Nhà xuất bản Đại học và THCN. Hà Nội 1970. |
| 5. Bùi Trọng Lưu,... Sức bền vật liệu. | Nhà xuất bản Đại học và THCN. Hà Nội 1973. |
| 6. Lê Quang Minh, Nguyễn Văn Vương. Sức bền vật liệu. | Nhà xuất bản Đại học và THCN. Hà Nội 1989. |
| 7. Trịnh Đình Châm, Phan Hồng Giang,... Sức bền vật liệu. | Nhà xuất bản Nông nghiệp. Hà Nội 1989. |

MỤC LỤC

	Trang
<i>Lời nói đầu</i>	
<i>Chương 1. KÉO- NÉN ĐÚNG TÂM</i>	5
<i>Chương 2. TÍNH CÁC MỐI NỐI GHÉP</i>	33
<i>Chương 3. TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT BIẾN DẠNG. ĐỊNH LUẬT HỨC TỔNG QUÁT</i>	44
<i>Chương 4. CÁC THUYẾT BỀN</i>	60
<i>Chương 5. ĐẶC TRƯNG HÌNH HỌC CỦA MẶT CẮT NGANG</i>	63
<i>Chương 6. XOẪN THUẬN TÚY THANH THẲNG</i>	78
<i>Chương 7. UỐN PHẪNG</i>	106
<i>Chương 8. TÍNH THANH CHỊU LỰC PHỨC TẠP</i>	149
<i>Chương 9. THANH CONG PHẪNG</i>	174
<i>Chương 10. ỔN ĐỊNH</i>	183
<i>Chương 11. UỐN NGANG VÀ UỐN DỌC ĐỒNG THỜI</i>	199
<i>Chương 12. CHUYỂN VỊ HỆ THANH</i>	206
<i>Chương 13. TÍNH HỆ THANH SIÊU TÍNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP LỰC</i>	221
<i>Chương 14. TẢI TRỌNG ĐỘNG</i>	243
<i>Chương 15. TÍNH ĐỘ BỀN KHI ỨNG SUẤT THAY ĐỔI THEO THỜI GIAN</i>	266
<i>Chương 16. DÂY MỀM</i>	279
<i>Chương 17. DẦM TRÊN NÉN ĐÀN HỒI</i>	289
<i>Chương 18. XOẪN - UỐN THANH THÀNH MÓNG MẶT CẮT HỒ</i>	298
<i>Chương 19. ỨNG SUẤT TIẾP XÚC</i>	314
<i>Chương 20. TÍNH ỐNG DÂY</i>	324
<i>Chương 21. TẤM VÀ VỎ MÓNG</i>	332
<i>Đáp số</i>	341
<i>Các đề thi Olympic cơ học về sức bền vật liệu</i>	387
<i>Phụ lục</i>	419
<i>Tài liệu tham khảo</i>	443

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Biên tập lần đầu :

TRẦN CAO QUANG

Biên tập tái bản :

HOÀNG TRỌNG NGHĨA

Trình bày bìa :

ĐOÀN HỒNG

Sửa bản in :

PHÒNG SỬA BÀI (NXB GIÁO DỤC)

Chế bản :

PHÒNG CHẾ BẢN (NXB GIÁO DỤC)

BÀI TẬP SỨC BỀN VẬT LIỆU

Mã số: 7B106y8 – DAI

In 1.500 bản (QĐ: 05), khổ 19 x 27 cm, tại Công ty CP In Anh Việt.

Địa chỉ : Số 74, ngõ 310 đường Nghi Tàm, Tây Hồ, Hà Nội.

Số ĐKKH xuất bản : 04 – 2008/CXB/92 – 1999/GD.

In xong và nộp lưu chiểu tháng 1 năm 2008.



CÔNG TY CỔ PHẦN SÁCH ĐẠI HỌC - DẠY NGHỀ
HEVOBCO
25 HÀN THUYỀN – HÀ NỘI
Website : www.hevobco.com.vn

TÌM ĐỌC SÁCH THAM KHẢO KỸ THUẬT CỦA NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

- | | |
|---|-------------------------------------|
| 1. Sức bền vật liệu (ba tập) | Lê Quang Minh
Nguyễn Văn Vượng |
| 2. Bài tập sức bền vật liệu | Bùi Trọng Lựu
Nguyễn Văn Vượng |
| 3. Tự động điều khiển các quá trình công nghệ | Trần Doãn Tiến |
| 4. Nguyên lí máy (hai tập) | Đình Gia Tường (Chủ biên) |
| 5. Chi tiết máy (hai tập) | Nguyễn Trọng Hiệp |
| 6. Thiết kế chi tiết máy | Nguyễn Trọng Hiệp
Nguyễn Văn Lãm |

Bạn đọc có thể mua tại các Công ti Sách - Thiết bị trường học ở các địa phương hoặc các Cửa hàng của Nhà xuất bản Giáo dục :

Tại Hà Nội : 25 Hàn Thuyên ; 187B Giảng Võ ; 232 Tây Sơn ; 23 Tràng Tiền ;

Tại Đà Nẵng : Số 15 Nguyễn Chí Thanh ; Số 62 Nguyễn Chí Thanh ;

Tại Thành phố Hồ Chí Minh : 104 Mai Thị Lựu, Quận 1 ; Cửa hàng 451B - 453,
Hai Bà Trưng, Quận 3 ; 240 Trần Bình Trọng – Quận 5.

Tại Thành phố Cần Thơ : Số 5/5, đường 30/4 ;

Website : www.nxbgd.com.vn



8 934980 857823



Giá: 54.000đ