

LÊ HỒNG ĐỨC (Chủ biên)
ĐỖ HOÀNG HÀ – LÊ HOÀNG NAM
ĐOÀN MINH CHÂU – ĐÀO THỊ NGỌC HÀ

GIẢI BỘ ĐỀ TRẮC NGHIỆM KÌ THI THPT MÔN TOÁN

Câu hỏi trắc nghiệm

A. B. C. D.

Ta lựa chọn một trong các phương pháp sau:

- ☒ Lời giải tự luận
- ☒ Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS
- ☒ Lựa chọn đáp án bằng phép thử
- ☒ Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS
- ☒ Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá

Cấu trúc đề thi: Đúng với cấu trúc ĐỀ MINH HỌA và ĐỀ THI THỬ NGHIỆM do Bộ Giáo dục và Đào tạo công bố. Bao gồm 50 câu, trong đó có:

1. 11 câu Hàm số
 2. 10 câu Mũ – Logarit
 3. 7 câu Nguyên hàm – Tích phân
 4. 6 câu Số phức
 5. 8 câu Hình không gian
 6. 8 câu Phương pháp tọa độ trong không gian.
- Về độ khó, các câu khó của đề thi chiếm khoảng 10%, khá 30%, dễ 60%.

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

T404

LỜI NÓI ĐẦU

Sự ưu việt của phương pháp thi trắc nghiệm đã và đang được chứng minh từ những nước có nền giáo dục tiên tiến trên thế giới bởi những ưu điểm như tính khách quan, tính bao quát và tính kinh tế.

Theo chủ trương của Bộ Giáo dục và Đào tạo, các trường đại học, cao đẳng và trung học chuyên nghiệp sẽ chuyển sang hình thức tuyển sinh bằng phương pháp trắc nghiệm. Và để có được thời gian chuẩn bị tốt nhất, các bài kiểm tra kiến thức trong chương trình THPT cũng sẽ có phần trắc nghiệm để các em học sinh làm quen.

Tuy nhiên, việc biên soạn các câu hỏi trắc nghiệm cần tuân thủ một số yêu cầu cơ bản về mặt lí luận sư phạm và ý nghĩa đích thực của các số liệu thống kê.

Nhóm Hồng Đức dưới sự phụ trách của Lê Hồng Đức xin trân trọng giới thiệu tới bạn đọc cuốn sách:

GIẢI BỘ ĐỀ TRẮC NGHIỆM KÌ THI THPT MÔN TOÁN

cung cấp cho bạn đọc một ngân hàng đề thi trắc nghiệm môn Toán THPT có chất lượng theo đúng cấu trúc của Bộ Giáo dục và Đào tạo cùng tất cả các phương pháp có thể để tìm ra được đáp án đúng.

Với mỗi câu hỏi trắc nghiệm: Các em học sinh cần luôn nhớ rằng có 1 trong 5 cách để lựa chọn được đáp án đúng, cụ thể dựa vào:

1. Lời giải tự luận thu gọn
2. Lời giải tự luận thu gọn kết hợp sử dụng máy tính
3. Lựa chọn đáp án bằng phép thử
4. Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính
5. Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá

Cấu trúc đề thi trắc nghiệm Môn Toán: Theo thống kê sơ bộ từ đề thi thử nghiệm Bộ Giáo dục và Đào tạo mới công bố ngày 20/1/2017 thì kiến thức nằm hoàn toàn trong chương trình lớp 12. Đề môn Toán lần này giống như đề minh họa Bộ Giáo dục và Đào tạo công bố tháng 10/2016 cũng bao gồm 50 câu, trong đó có 11 câu hàm số, 10 câu logarit hàm số mũ, 7 câu nguyên hàm - tích phân, 6 câu số phức, 8 câu hình không gian và 8 câu hình phương pháp tọa độ trong không gian. Về độ khó, các câu khó của đề thi chiếm khoảng 10%, khá 30%, dễ 60%.

Đề thi thể hiện tính phân hóa tốt khi có đầy đủ các câu hỏi ở 4 mức độ: Nhận biết, thông hiểu, vận dụng và vận dụng cao. Cái hay của đề mẫu là “quét” hết được toàn bộ chương trình.

Thậm chí, những câu hỏi mà trước nay thi tự luận không thể ra được để “nuông đất” cho những bài toán truyền thống thì với hình thức thi trắc nghiệm năm nay tận dụng ra được một số bài toán có liên hệ thực tế như câu 7 bài toán chuyển động vật lí, câu 14 về phòng thí nghiệm, câu 28 ứng dụng tích phân tính diện tích trồng hoa,....

So với đề Bộ Giáo dục và Đào tạo công bố hồi tháng 10/2016 thì số câu có thể bấm máy tính để tìm ra kết quả đã giảm xuống. Cụ thể từng chương như sau:

Thứ nhất: 11 câu đồ thị hàm số: Nội dung câu hỏi trải rộng các phần tiệm cận, tương giao, cực đại, cực tiểu, đồng biến nghịch biến, biện luận nghiệm, biện luận hệ số của đồ thị,... các em phải nắm chắc kiến thức sách giáo khoa là có thể giải được. Riêng câu 7 về bài toán chuyển động vật lí, có yếu tố lạ, yêu cầu vận dụng kiến thức vật lí kết hợp với hàm số để giải

Thứ hai: 10 câu Logarit - hàm số mũ: Hỏi cả các công thức cơ bản trong sách giáo khoa, yêu cầu học sinh giải các Phương trình, Bất phương trình đơn giản, tính đạo hàm của logarit, biện luận hệ số, biện luận nghiệm của Phương trình logarit, tìm cực trị,... Riêng câu 14 về phòng thí nghiệm là mới mẻ với học sinh, bài toán ứng dụng thực tiễn, tuy nhiên câu này các em bình tĩnh ứng dụng kiến thức logarit là giải được.

Thứ ba: 7 câu nguyên hàm tích phân: Yêu cầu học sinh tìm nguyên hàm các hàm số đơn giản, tính diện tích hình phẳng, các em chỉ cần vận dụng tốt kiến thức sách giáo khoa là giải được. Riêng câu 28 là lạ với học sinh, là câu hỏi thực tiễn, ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng là tìm được diện tích khu vườn.

Thứ tư: 6 câu số phức: Nội dung không mới, vẫn gồm các phần cơ bản như tìm phần thực phần ảo, số phức liên hợp, mô đun, biểu diễn nghiệm trên hệ tọa độ, biện luận hệ số,... các em đặc biệt lưu ý là không có phần lượng giác của số phức!

Thứ năm: 8 câu hình không gian: Nội dung hỏi rất rộng trong chương trình sách giáo khoa, hình chóp, đa diện, lăng trụ, khối nón, hình hộp chữ nhật,... Câu 42 lạ, yêu cầu học sinh phải vận dụng tốt công thức tính thể tích khối tròn xoay.

Đình Quang Cường - Giám đốc trung tâm Thủ Khoa Việt Nam

7 bí quyết dạy, ôn tập tốt để thi trắc nghiệm môn Toán THPT quốc gia

1. Các câu trực tiếp sử dụng máy tính cầm tay để đi đến kết quả chiếm khoảng 1/3 số câu trong đề này. Các câu này tuy không cần quan tâm tới các bước giải nhưng học sinh vẫn cần biết khái niệm để nhận dạng và thực hiện việc sử dụng máy tính cầm tay thành thạo. Như vậy, việc ôn tập thi trắc nghiệm môn Toán không chỉ dừng lại ở việc luyện tập kĩ năng sử dụng máy tính cầm tay.
2. Khi dạy cho học sinh, các thầy cô giáo cần phân tích những sai lầm hay gặp phải để học sinh tránh được những đáp án có tính chất “bẫy” học sinh vào lựa chọn đáp án sai. Việc đọc hiểu các đáp án là việc cũng cần rèn luyện. Thầy cô cần có những diễn đạt khác nhau về các mệnh đề, các kết luận của bài toán để chỉ ra những cách hiểu sai về các khái niệm Toán.
3. Không những dạy kĩ từng khái niệm cơ bản, thầy cô cần dạy cho học sinh những điều khái quát khi học xong các vấn đề. Ngoài việc dạy từng loại hàm số với các dạng đồ thị của mỗi loại hàm số này, cần tổng kết để so sánh đối chiếu. Chẳng hạn với câu 1 thì khi học sinh nắm được sự khái quát này có thể loại bỏ ngay các đáp án A, B, C vì các hàm số này không thể có dạng đồ thị như đã cho nên chọn ngay đáp án D mà không cần tính đạo hàm hàm số này, tốc độ làm bài chắc chắn sẽ nhanh hơn.

4. Về các dạng toán liên quan tới một khái niệm, thầy cô cần xuất phát từ thí dụ đơn giản, đơn thuần là áp dụng định nghĩa, nhưng cũng tiến tới các thí dụ đòi hỏi hiểu khái niệm hơn, đưa ra bài toán để học sinh tránh hiểu sai về khái niệm. Chẳng hạn với câu 2 chỉ cần học sinh áp dụng định nghĩa về đường tiệm ngang nhưng tới câu 9 thì đòi hỏi phải hiểu hơn và vận dụng tốt hơn về khái niệm.
5. Khi dạy một loại toán, thầy cô cần dạy những cách giải khác nhau để khi gặp các tình huống trong đề thi, học sinh có thể lựa chọn cách làm nhanh nhất tùy theo các phương án mà đề thi đưa ra.
6. Ngoài việc dạy học sinh làm các bài toán với những con số cụ thể, các thầy cô cần dạy cả những bài toán có tính tổng quát và ghi nhớ kết quả tổng quát. Chẳng hạn bài toán tổng quát dễ nhất của câu 10 là cho tấm kim loại hình vuông có cạnh là a (đ.v.đ.d) và người ta cắt đi ở 4 góc các hình vuông cạnh x (đ.v.đ.d) để gập thành cái hộp không nắp ($a > 2x$). Xác định x để thể tích hình hộp lớn nhất. Thể tích $V = x(a - 2x)(a - 2x)$ (đ.v.đ.t). Bài toán này có thể áp dụng bất đẳng thức Cô-si hoặc xét hàm số sẽ có ngay kết quả V lớn nhất khi $x = a/6$. Vậy khi gặp bài cụ thể như câu 10, học sinh thấy ngay $x = 2$ nên chọn đáp án C. Có thể tổng quát khó hơn là tấm kim loại ban đầu là hình chữ nhật.
7. Khi dạy các khái niệm toán học, thầy cô cần phân tích ý nghĩa hình học hoặc ý nghĩa vật lý nếu có của khái niệm và quay lại các ý nghĩa này khi học thêm các khái niệm khác. Chẳng hạn khi học khái niệm đạo hàm tại một điểm, thầy cô nhấn mạnh ý nghĩa vật lý và ý nghĩa hình học nhưng khi học xong khái niệm nguyên hàm cần quay trở lại vấn đề này. Nếu trước đây cho hàm $S = f(t)$ với S (đ.v.đ.d) là quãng đường đi được tại thời điểm t (đ.v.t.g) thì $S' = f'(t)$ (đ.v.v.t) chính là vận tốc của chuyển động tại thời điểm t (đ.v.t.g).

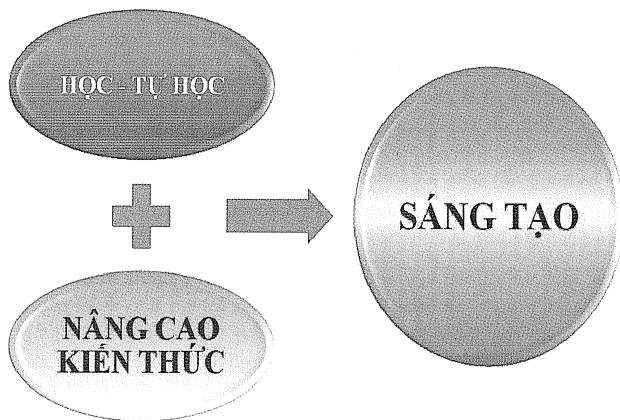
**Theo Tiến sĩ Phương pháp giảng dạy Toán Lê Thống Nhất
chia sẻ tại BigSchool.vn**

Nhóm HỒNG ĐỨC chúng tôi luôn mong muốn bộ sách này đáp ứng được nhu cầu thực sự hiện nay "*Đổi mới phương pháp dạy học theo hướng lấy học trò làm trung tâm*" và hy vọng rằng bộ sách sẽ được thầy giáo, cô giáo và các em học sinh đón đọc.

Để cuốn sách ngày càng hoàn hảo hơn, nhóm HỒNG ĐỨC chúng tôi rất mong nhận được những ý kiến đóng góp quý báu của bạn đọc gần xa.

Hà Nội, ngày 25 tháng 02 năm 2017

Nhóm HỒNG ĐỨC



Siêng học tập thì mau biết
Siêng nghĩ ngợi thì hay có sáng kiến

Chủ tịch Hồ Chí Minh

BỘ ĐỀ LUYỆN THI TOÁN

NHÓM HỒNG ĐỨC

KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA

Bài thi: TOÁN

ĐỀ LUYỆN SỐ 1

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = \tan 3x - \cot 3x$ là:

- A. $\frac{12}{\sin^2 6x}$. B. $-\frac{12}{\sin^2 6x}$. C. $\frac{12}{\cos^2 6x}$. D. $-\frac{12}{\cos^2 6x}$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây là hàm số đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = (x^2 + 1)^2 - 3x$. B. $y = x\sqrt{x^2 + 1}$.
C. $y = x - \frac{1}{x}$. D. $y = -\cot x$.

Câu 3. Cho hàm số $y = ax - x^3$. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} khi:

- A. $a \leq 0$. B. $a \geq 1$. C. $a \leq 2$. D. $0 \leq a \leq 2$.

Câu 4. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x$. Đường thẳng đi qua các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số có phương trình:

- A. $8x - y + 3 = 0$. B. $x - 8y + 3 = 0$. C. $8x + y + 3 = 0$. D. $-x + 8y + 3 = 0$.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 2$. Hàm số có:

- A. Một cực đại và hai cực tiểu. B. Một cực tiểu và hai cực đại.
C. Một cực đại và không có cực tiểu. D. Một cực đại và một cực tiểu.

Câu 6. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 9x - 12$ trên đoạn $[-4; 0]$ là:

- A. -11 . B. -15 . C. -16 . D. -18 .

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{mx^2 - mx + m^2 + m}{x - 1}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên khi:

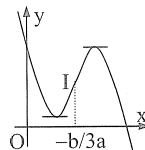
- A. $m \neq -1$ và $m \neq 2$. B. $m \neq 1$ và $m \neq 2$.
C. $m \neq -1$ và $m \neq 0$. D. $m \neq 1$ và $m \neq 0$.

Câu 8. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$. Các điểm uốn của đồ thị hàm số là:

- A. $U_1\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}; \frac{7}{9}\right)$ và $U_2\left(\frac{\sqrt{6}}{3}; \frac{7}{9}\right)$. B. $U_1\left(-\frac{1}{3}; \frac{7}{9}\right)$ và $U_2\left(\frac{1}{3}; \frac{7}{9}\right)$.
C. $U_1\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}; \frac{5}{9}\right)$ và $U_2\left(\frac{\sqrt{6}}{3}; \frac{5}{9}\right)$. D. $U_1\left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{9}\right)$ và $U_2\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{9}\right)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
B. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
C. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
D. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.



- Câu 10. Cho hàm số (H): $y = \frac{x-3}{x-2}$. Hai tiếp tuyến của (H) song song với đường thẳng $x - 4y + 1 = 0$ tiếp xúc với (H) tại A, B. Tọa độ trung điểm I của AB là:
 A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. B. $(1; 2)$. C. $(2; 1)$. D. $\left(4; \frac{1}{2}\right)$.
- Câu 11. Parabol (P): $y = 2x^2 + ax + b$ tiếp xúc với (H): $y = \frac{1}{x}$ tại điểm M $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ khi:
 A. $a = 6$ và $b = -\frac{9}{2}$. B. $a = 6$ và $b = \frac{9}{2}$. C. $a = -6$ và $b = -\frac{9}{2}$. D. $a = -6$ và $b = \frac{9}{2}$.
- Câu 12. Biểu thức $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}$: $a^{\frac{11}{16}}$, với $a > 0$ được viết lại thành:
 A. $a^{\frac{1}{2}}$. B. $a^{\frac{1}{3}}$. C. $a^{\frac{1}{4}}$. D. $a^{\frac{1}{8}}$.
- Câu 13. Giá trị của biểu thức $3\log_{0,1} 10^{2,4}$ bằng:
 A. 0,8. B. 7,2. C. -7,2. D. 72.
- Câu 14. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{\sin 2x}$ bằng:
 A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 15. Hàm số nào sau đây là hàm số đồng biến trên \mathbb{R} ?
 A. $y = \log_{\frac{c}{2}}(x+1)$. B. $y = \log_{\frac{c}{2}}(x^2+1)$. C. $y = \log_{\frac{c}{2}}(x+1)$. D. $y = \log_{\frac{c}{2}}(x^2+1)$.
- Câu 16. Hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y=6 \\ \log_2 x + \log_2 y=3 \end{cases}$$
 có nghiệm là:
 A. $(1; 5), (5; 1)$. B. $(3; 3), (4; 2)$. C. $(4; 2), (2; 4)$. D. $(2; 4), (1; 5)$.
- Câu 17. Bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ có tập nghiệm là:
 A. $\left[-\infty; \frac{2}{3}\right]$. B. $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$ C. $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$. D. $\left[\frac{2}{5}; +\infty\right)$.
- Câu 18. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(6^{x+1} - 36^x) \geq -2$ có tập nghiệm là:
 A. $(-\infty; 0] \cup [\log_6 5; 1)$. B. $(-\infty; -1] \cup [\log_6 5; 1)$.
 C. $(-\infty; 0] \cup [\log_6 5; 2)$. D. $(-\infty; -1] \cup [\log_6 5; 2)$.
- Câu 19. Phương trình $2^{x^2-3x+2} = 1$ có tập nghiệm là:
 A. $\{2; 3\}$. B. $\{1; 2\}$. C. $\{-6; -1\}$. D. $\{6; 1\}$.
- Câu 20. Phương trình $\log_2(6x^2 - 5x + 3) = 1$ có tập nghiệm là:
 A. $T = \left\{\frac{1}{2}\right\}$. B. $T = \left\{\frac{1}{3}\right\}$. C. $T = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right\}$. D. $T = \emptyset$.
- Câu 21. Phương trình $\frac{1}{9} \lg^2 x^3 - 6 \lg \sqrt{x} + 2 = 0$ có tập nghiệm là:
 A. $T = \{10; 100\}$. B. $T = \{10; 1000\}$. C. $T = \{1; 100\}$. D. $T = \{1; 1000\}$.

- Câu 22. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \cos x$ và $F(0) = 0$ thì $F(x)$ là:
 A. $1 + \sin x$. B. $\sin x$. C. $1 - \sin x$. D. $-\sin x$.
- Câu 23. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot \ln x$ có dạng:
 A. $x \cdot \ln x - x + C$. B. $\frac{1}{2}x^2 \cdot \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$.
 C. $x \cdot \ln x + x + C$. D. $\frac{1}{2}x^2 \cdot \ln x + \frac{1}{4}x^2 + C$.
- Câu 24. Tích phân $\int_0^1 (2x+1)dx$ bằng:
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 25. Tích phân $\int_{-1}^1 \frac{2x \cdot dx}{x^2+1}$ bằng:
 A. 0. B. -2. C. 2. D. 4.
- Câu 26. Tích phân $\int_0^1 xe^x dx$ bằng:
 A. e. B. e-1. C. 1. D. 0.
- Câu 27. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi:
 $y = x^2 - 4, y = -x^2 - 2x$ và $x = -3, x = -2$
 bằng:
 A. $\frac{11}{3}$. B. 3. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.
- Câu 28. Gọi (d) là đường thẳng qua $M(1; 1)$ với hệ số góc $k < 0$. Giả sử (d) cắt Ox, Oy tại A và B. Xác định k để khối tròn xoay sinh bởi ΔOAB khi quanh trục Ox có thể tích nhỏ nhất.
 A. $-\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 29. Môđun của số phức $z = -3 + 4i$ bằng:
 A. 1. B. 2. C. $\sqrt{7}$. D. 5.
- Câu 30. Số $i + (2 - 4i) - (3 - 2i)$ có:
 A. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -1. C. Phần thực bằng -1 và phần ảo bằng 1.
 B. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 1. D. Phần thực bằng -1 và phần ảo bằng -1.
- Câu 31. Số $z^2 + (\bar{z})^2$ là:
 A. Số thực. B. Số ảo. C. 0. D. 2i.
- Câu 32. Các căn bậc hai của số phức $-i$ là:
 A. $\pm \frac{1}{2}(1 - i)$. B. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(1 - i)$. C. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + i)$. D. $\pm \frac{1}{2}(1 + i)$.
- Câu 33. Phương trình $(z + 3 - i)^2 - 6(z + 3 - i) + 13 = 0$ có nghiệm là:
 A. $z = -i$ và $z = 3i$. B. $z = i$ và $z = 3i$. C. $z = -i$ và $z = -3i$. D. $z = i$ và $z = -3i$.
- Câu 34. Phương trình $z^4 - 3z^2 - 4 = 0$ có nghiệm là:
 A. $z_{1,2} = \pm 2$ và $z_{3,4} = \pm i$. B. $z_{1,2} = \pm 1$ và $z_{3,4} = \pm i$.
 C. $z_{1,2} = \pm 2$ và $z_{3,4} = \pm 2i$. D. $z_{1,2} = \pm 1$ và $z_{3,4} = \pm 2i$.

- Câu 35.** Với hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' sẽ có mặt phẳng đối xứng là:
 A. Mặt phẳng trung trực của cạnh AB. C. Mặt phẳng trung trực của cạnh AA'.
 B. Mặt phẳng trung trực của cạnh AD. D. Cả A, B, C.
- Câu 36.** Cho phép vị tự tâm O biến A thành B, biết rằng OA = 3OB. Khi đó tỉ số vị tự là bao nhiêu?
 A. ± 3 . B. -3 . C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.
- Câu 37.** Cho khối lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?
 A. $V_{A'BCC'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'}$. B. $V_{A'BCC'B'} = 2V_{AA'B'C}$.
 C. $V_{ABB'C'C} = \frac{1}{2} V_{ABC.A'B'C'}$. D. $V_{CABB'A'} = V_{CABB'A}$.
- Câu 38.** Một hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng b và chiều cao h. Khi đó, thể tích của hình chóp bằng:
 A. $\frac{\sqrt{3}}{4}(b^2 - h^2)h$. B. $\frac{\sqrt{3}}{12}(b^2 - h^2)h$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}(b^2 - h^2)b$. D. $\frac{\sqrt{3}}{8}(b^2 - h^2)h$.
- Câu 39.** Một hình cầu có thể tích $\frac{4\pi}{3}$ ngoại tiếp một hình lập phương. Thể tích của khối lập phương đó là:
 A. $\frac{8\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{8}{3}$. C. 1. D. $2\sqrt{3}$.
- Câu 40.** Cho tứ diện đều ABCD cạnh a. Diện tích xung quanh của hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔBCD và có chiều cao bằng chiều cao của tứ diện ABCD là:
 A. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. C. $\pi a^2 \sqrt{3}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.
- Câu 41.** Với điểm O cố định thuộc mặt phẳng (P) cho trước, xét đường thẳng l thay đổi đi qua O và tạo với (P) góc 30° . Tập hợp các đường thẳng l trong không gian là:
 A. Một mặt phẳng. B. Hai đường thẳng. C. Một mặt trụ. D. Một mặt nón.
- Câu 42.** Một hình nón có đường sinh bằng a và góc ở đỉnh bằng 90° . Cắt hình nón bằng mặt phẳng (α) đi qua đỉnh sao cho góc giữa (α) và mặt đáy của hình nón bằng 60° . Khi đó diện tích thiết diện là:
 A. $\frac{a^2 \sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{2a^2}{3}$. D. $\frac{3a^2}{2}$.
- Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba vector $\vec{a}(2; -1; 3)$, $\vec{b}(1; -3; 2)$ và $\vec{c}(3; 2; -4)$. Vector \vec{v} thỏa mãn $\vec{a} \cdot \vec{v} = -5$, $\vec{v} \cdot \vec{b} = -11$ và $\vec{c} \cdot \vec{v} = 20$ có tọa độ là:
 A. (2; 3; 2). B. (2; 3; -2). C. (2; -3; -2). D. (-2; -3; -2).
- Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm M(2; 0; 0), N(0; -3; 0) và P(0; 0; 4). Nếu tứ giác MNPQ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là:
 A. (-2; -3; 4). B. (3; 4; 2). C. (2; 3; 4). D. (-2; -3; -4).
- Câu 45.** Mặt cầu (S) với tâm I(2; -1; 3) và đi qua điểm A(3; -4; 4) có phương trình:
 A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 11$. B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{11}$.
 C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 11$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{11}$.
- Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm M(-1; 1; 1), N(2; 4; 3). Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (OMN) có tọa độ là:
 A. (1; 5; 6). B. (1; -5; 6). C. (1; 6; -5). D. (6; 1; 5).

Câu 2.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận 1: (Thực hiện từ trái qua phải): Ta lần lượt:

- Với hàm số $y = (x^2 + 1)^2 - 3x$ xác định trên \mathbb{R} thì:

$$y' = 4x(x^2 + 1) - 3 = 4x^3 + 4x - 3$$

Hàm số không thể đồng biến trên \mathbb{R} bởi $y'(0) = -3 < 0$, do đó đáp án A bị loại.

- Với hàm số $y = x\sqrt{x^2 + 1}$ xác định trên \mathbb{R} thì:

$$y' = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}} > 0 \text{ với } \forall x \in \mathbb{R}.$$

Do đó, đáp án B là đúng, tới đây chúng ta dừng lại.

Lời giải tự luận 2: (Thực hiện từ phải qua trái): Ta lần lượt:

- Với hàm số $y = -\cot x$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ nên đáp án D bị loại.

- Với hàm số $y = x - \frac{1}{x}$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ nên đáp án C bị loại.

- Với hàm số $y = x\sqrt{x^2 + 1}$ xác định trên \mathbb{R} thì:

$$y' = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}} > 0 \text{ với } \forall x \in \mathbb{R}.$$

Do đó, đáp án B là đúng, tới đây chúng ta dừng lại.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt đánh giá:

- Trước tiên, hàm số đồng biến trên \mathbb{R} thì phải xác định trên \mathbb{R} . Do đó, các đáp án C và D bị loại. Tới đây, ta chỉ còn phải lựa chọn A và B.

- Vì A là hàm số bậc bốn nên có đạo hàm là một đa thức bậc ba, và một đa thức bậc ba thì không thể luôn dương (do phương trình bậc ba luôn có ít nhất một nghiệm), suy ra đáp án A không thỏa mãn.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Nhận xét – Mở rộng: Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận 1*, chúng ta lần lượt thử từ trái qua phải cho các hàm số bằng việc thực hiện theo hai bước:

Bước 1: Tính đạo hàm của hàm số.

Bước 2: Đánh giá y' để xét tính đồng biến của nó trên \mathbb{R} .

Tới hàm số trong B chúng ta thấy thỏa mãn nên dừng lại ở đó. Trong trường hợp trái lại, chúng ta sẽ tiếp tục hàm số ở C, tại đây nếu C thỏa mãn thì chúng ta lựa chọn đáp án C còn không sẽ khẳng định D là đúng.

- Trong cách *giải tự luận 2*, chúng ta lần lượt thử từ phải qua trái cho các hàm số.

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, chúng ta loại trừ dần bằng việc thực hiện theo hai bước:

Bước 1: Sử dụng điều kiện cần để hàm số đồng biến trên \mathbb{R} là phải xác định trên \mathbb{R} , chúng ta loại bỏ được các đáp án C và D bởi các hàm số này đều không xác định trên \mathbb{R} .

Bước 2: Sử dụng tính chất nghiệm của phương trình bậc ba, để loại bỏ được đáp án A.

Câu 3.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

- Đạo hàm:

$$y' = a - 3x^2.$$

- Để hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} điều kiện là:

$$y' \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow a - 3x^2 \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow a \leq 3x^2 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow a \leq 0.$$

Vậy, với $a \leq 0$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta có với $a = 1$ thì $y' = 1 - 3x^2$ không thể không dương với mọi $x \in \mathbb{R}$ do đó các đáp án B, C và D bị loại (vì chúng chứa giá trị $a = 1$).
Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 4.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = 3x^2 - 6x - 9, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 3.$$

Vậy, đồ thị hàm số có các điểm cực trị $A(-1; 5)$, $B(3; -27)$ và phương trình đường thẳng đi qua các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số được cho bởi:

$$(AB): \begin{cases} \text{qua } A(-1; 5) \\ \text{qua } B(3; -27) \end{cases} \Leftrightarrow (AB): \frac{x+1}{3+1} = \frac{y-5}{-27-5} \Leftrightarrow (AB): 8x + y + 3 = 0.$$

☞ *Lời giải tự luận kết hợp phép thử:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = 3x^2 - 6x - 9, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 3.$$

Vậy, đồ thị hàm số có các điểm cực trị $A(-1; 5)$, $B(3; -27)$ và tọa độ hai điểm A, B thỏa mãn phương trình trong C.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lời giải tự luận kết hợp tính chất:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = 3x^2 - 6x - 9,$$

- Thực hiện phép chia y cho y' , ta được:

$$y = (3x^2 - 6x - 9)\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\right) - 8x - 3.$$

Tức là, tọa độ các điểm cực đại và cực tiểu cùng thỏa mãn $y = -8x - 3$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng trích lược tự luận:* Thực hiện phép chia y cho y' , ta được:

$$y = (3x^2 - 6x - 9)\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\right) - 8x - 3.$$

Tức là, tọa độ các điểm cực đại và cực tiểu cùng thỏa mãn $y = -8x - 3$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá 1 kết hợp tự luận:* Hàm số bậc ba khi có cực đại, cực tiểu thì phương trình đường thẳng đi qua hai điểm này phải đi qua điểm uốn của đồ thị. Ta có:

$$y' = 3x^2 - 6x - 9, \quad y'' = 6x - 6, \quad y'' = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x_U = 1 \Rightarrow U(1; -11).$$

Chỉ có đường thẳng trong C đi qua điểm U. Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá 2:* Hàm số bậc ba với $a > 0$ khi có cực đại, cực tiểu thì phương trình đường thẳng đi qua hai điểm này sẽ có hướng đi xuống (hình vẽ) nên hệ số của x và y trong phương trình đường thẳng phải cùng dấu.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.



- ☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:
- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta cần nhớ được phương pháp lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm.
 - Trong cách *giải tự luận kết hợp phép thử*, chúng ta tránh được việc phải nhớ phương pháp lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm, nhưng cần thận trọng khi thử và tốt hơn là hãy kết hợp với máy tính CASIO fx-570MS để thực hiện tốt công đoạn này.
 - Cách *giải tự luận kết hợp tính chất*, luôn là sự lựa chọn tốt khi chúng ta không nhớ được phương pháp lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm hoặc tọa độ hai điểm cụ thể của đồ thị hàm số rất lè.
 - Việc sử dụng cách lựa chọn đáp án bằng trích lược tự luận sẽ cho phép chúng ta lựa chọn được đáp án đúng một cách nhanh nhất.
 - Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá 1*, chúng ta sử dụng tính chất tăng hàng của ba điểm cực đại, cực tiểu và điểm uốn đối với hàm đa thức bậc ba.
 - Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá 2*, các em học sinh cần nhớ được các dạng đồ thị của hàm đa thức bậc ba, từ đó xác định được hướng của đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Câu 5.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = 4x^3 - 16x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+
y	$+\infty$	CT	CĐ	CT	$+\infty$
	↘	-14	↗	-14	↗
			2		

Vậy, hàm số có một cực đại và hai cực tiểu. Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Nhận xét rằng hàm trùng phương với $a > 0$ chỉ có thể xảy ra một trong hai trường hợp:

- Một cực tiểu.
- Một cực đại và hai cực tiểu.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta sử dụng quy tắc 1 để giải. Chú ý rằng, để nhanh chóng lựa chọn được đáp án đúng, chúng ta thường thực hiện *trích lược tự luận*, tức là không cần thiết phải tính các giá trị cực trị mà chỉ cần dựa vào bảng xét dấu của y' để chỉ ra được đáp án đúng.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, các em học sinh cần nắm vững kiến thức về tính chất cực trị của hàm đa thức bậc bốn dạng trùng phương.

Câu 6.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Xét hàm số trên tập $D = [-4; 0]$.

• Đạo hàm:

$$y' = 3x^2 + 12x + 9, \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = -3.$$

Ta có $y(-4) = -16$, $y(-3) = -12$, $y(-1) = -16$ và $y(0) = -12$.

Khi đó, ta có:

$$\min_{x \in D} y = \min\{-16, -12\} = -16 \text{ đạt được khi } x = -4 \text{ hoặc } x = -1.$$

📌 *Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS: Ta lần lượt có:*

• Xét hàm số trên tập $D = [-4; 0]$.

• Đạo hàm:

$$y' = 3x^2 + 12x + 9, \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = -3$$

bằng cách ấn:

MODE	1				
MODE	MODE	MODE	1	▶	2
1	=	4	=	3	=
					-1
					-3

Ta có:

$$f(-4) = -16, f(-3) = -12, f(-1) = -16 \text{ và } f(0) = -12$$

bằng cách ấn:

MODE	1				
ALPHA	X	^	3	+	6
ALPHA	X	X	2	+	9
ALPHA	X	=	12		
CALC	(-)	4	=		-16
CALC	(-)	3	=		-12
CALC	(-)	1	=		-16
CALC	0	=			-12

Khi đó, ta có:

$$\min_{x \in D} y = \min\{-16, -12\} = -16 \text{ đạt được khi } x = -4 \text{ hoặc } x = -1.$$

📌 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS: Ta lần lượt thử:*

• Với $y = -18$, ta có phương trình:

$$x^3 + 6x^2 + 9x - 12 = -18 \Leftrightarrow x^3 + 6x^2 + 9x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x \approx -4.1958 \text{ (loại do } x \in [-4; 0])$$

bằng cách ấn:

MODE	1				
MODE	MODE	MODE	1	▶	3
1	=	6	=	9	=
					-4.1958
					R<->I

• Với $y = -16$, ta có phương trình:

$$x^3 + 6x^2 + 9x - 12 = -16 \Leftrightarrow x^3 + 6x^2 + 9x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -4 \text{ và } x = -1 \text{ đều thuộc đoạn } [-4; 0]$$

bằng cách ấn:

1	=	0	=	(-)	3	=	2	=
								-4
								-1

Tới đây, chúng ta dừng lại và khẳng định việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 7.

Đáp số trắc nghiệm C.

📌 *Lời giải tự luận 1: Viết lại hàm số dưới dạng:*

$$y = mx + \frac{m^2 + m}{x - 1}.$$

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$$

Vậy, với $m \neq 0$ và $m \neq -1$ đồ thị hàm số có tiệm cận xiên.

Lời giải tự luận 2: Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên khi và chỉ khi:

Từ số là tam thức bậc hai không chia hết cho mẫu số

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m - m + m^2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$$

Vậy, với $m \neq 0$ và $m \neq -1$ đồ thị hàm số có tiệm cận xiên.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt đánh giá:

- Với $m = 0$, hàm số có dạng:
 $y = 0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên \Rightarrow Các đáp án A và B bị loại.
- Với $m = 1$, hàm số có dạng:

$$y = \frac{x^2 - x + 2}{x - 1} = x + \frac{2}{x - 1} \Rightarrow y = x \text{ là tiệm cận xiên} \Rightarrow \text{Đáp án D bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 8.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

- Đạo hàm:

$$y' = 4x^3 - 8x, \quad y'' = 12x^2 - 8, \quad y'' = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Vậy, đồ thị hàm số có hai điểm uốn là $U_1\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}; \frac{7}{9}\right)$ và $U_2\left(\frac{\sqrt{6}}{3}; \frac{7}{9}\right)$.

Nhận xét - Mở rộng: Việc sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS tính tung độ của điểm uốn trong bài toán trên được thực hiện bởi một trong hai cách sau:

Cách 1: Ta thực hiện theo các bước:

- Nhập hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ ta ấn:

$$\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{X} \boxed{\wedge} \boxed{4} \boxed{-} \boxed{4} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{X} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{3}$$

- Khi đó, để có được $y\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right), y\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$ ta ấn:

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{\left(\right)} \boxed{\left(\right)} \boxed{\sqrt{}} \boxed{6} \boxed{\div} \boxed{3} \boxed{=} \quad \boxed{7.19}$$

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{\left(\right)} \boxed{\left(\right)} \boxed{\sqrt{}} \boxed{6} \boxed{\div} \boxed{3} \boxed{=} \quad \boxed{7.19}$$

Cách 2: Vì với hàm trùng phương $y\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right) = y\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$ nên ta chỉ cần ấn:

$$\boxed{\left(\right)} \boxed{\sqrt{}} \boxed{6} \boxed{\div} \boxed{3} \boxed{\wedge} \boxed{4} \boxed{-} \boxed{4} \boxed{\times} \boxed{\left(\right)} \boxed{\sqrt{}} \boxed{6} \boxed{\div} \boxed{3} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{3} \boxed{=} \quad \boxed{7.19}$$

Câu 9.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận 1: Trước tiên, ta có:

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c; \quad y'' = 6ax + 2b.$$

Từ đồ thị ta lần lượt thấy:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$.

- $y(0) > 0 \Rightarrow d > 0$.
- Đồ thị hàm số có hai cực trị với hoành độ x_1, x_2 cùng dấu và $x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 cùng dấu và $x_1 + x_2 > 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{c}{3a} > 0 \\ -\frac{2b}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow c < 0 \text{ và } b > 0.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Lời giải tự luận 2:* Trước tiên, ta có:

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c; \quad y'' = 6ax + 2b.$$

Từ đồ thị ta lần lượt thấy:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$.
- $y(0) > 0 \Rightarrow d > 0$.
- Đồ thị hàm số có hai cực trị cùng dấu \Rightarrow Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm cùng dấu
 $\Rightarrow \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0$.
- Điểm uốn có hoành độ dương $\Rightarrow -\frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 10.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có $y' = \frac{1}{(x-2)^2}$.

Giả sử $M(x; y)$ là tiếp điểm, khi đó:

$$y'(x) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{(x-2)^2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow (x-2)^2 = 4 \Leftrightarrow x_A = 0 \text{ và } x_B = 4$$

$$\Rightarrow A\left(0; \frac{3}{2}\right) \text{ và } B\left(4; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \text{Trung điểm } I(2; 1).$$

Vậy, trung điểm đoạn AB là $I(2; 1)$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá:* Nhận xét rằng hai điểm A, B đối xứng qua tâm I của đồ thị hàm số, nên $I(2; 1)$ là trung điểm của AB.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 11.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Đê (P) tiếp xúc với (H) điều kiện là hệ sau có nghiệm $x = \frac{1}{2}$:

$$\begin{cases} 2x^2 + ax + b = \frac{1}{x} \\ 4x + a = -\frac{1}{x^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + a \cdot \frac{1}{2} + b \\ 4 \cdot \frac{1}{2} + a = -4 \end{cases} \Leftrightarrow a = -6 \text{ và } b = \frac{9}{2}.$$

Vậy, với $a = -6$ và $b = \frac{9}{2}$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Bạn đọc tự thực hiện.

Câu 12.

Đáp số trắc nghiệm C.

↳ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}} &= \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a(a)^{\frac{1}{2}}}}} = \sqrt{a\sqrt{a(a)^{\frac{3}{4}}}} = \sqrt{a(a)^{\frac{7}{8}}} = a^{\frac{15}{16}} \\ \Rightarrow \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}} : a^{\frac{11}{16}} &= a^{\frac{15}{16}} : a^{\frac{11}{16}} = a^{\frac{4}{16}} = a^{\frac{1}{4}}, \text{ ứng với đáp án C.} \end{aligned}$$

Câu 13.

Đáp số trắc nghiệm C.

↳ *Lời giải tự luận:* Ta biến đổi:

$$3\log_{0,1}10^{2,4} = -3\log_{10}10^{2,4} = -3 \cdot 2,4 = -7,2.$$

↳ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử với máy tính CASIO fx - 570MS, bằng cách thực hiện:*

$$3 \ln (10 \wedge 2,4) \div \ln 0,1 = \boxed{-7,2}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 14.

Đáp số trắc nghiệm D.

↳ *Lời giải tự luận:* Ta biến đổi:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{\sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{x} \cdot \frac{x}{\sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\ln(1+3x)}{3x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{2\sin 2x} = \frac{3}{2}.$$

Câu 15.

Đáp số trắc nghiệm B.

↳ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt:

- Với hàm số $y = \log_{\frac{e}{2}}(x+1)$ xác định trên $D = (-1; +\infty)$ nên không thỏa mãn, do đó đáp án A bị loại.
- Với hàm số $y = \log_{\frac{e}{2}}(x^2+1)$ xác định trên \mathbb{R} và có:

$$a = \frac{e}{2} > 1 \Rightarrow \text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

Do đó, đáp án B là đúng, tới đây chúng ta dừng lại.

↳ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1:* Ta lần lượt đánh giá:

- Trước tiên, hàm số đồng biến trên \mathbb{R} thì phải xác định trên \mathbb{R} . Do đó, các đáp án A và C bị loại. Tới đây ta chỉ còn phải lựa chọn B và D.
- Vì hàm số cho trong B có $a = \frac{e}{2} > 1$, suy ra thỏa mãn.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

↳ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2:* Ta lần lượt đánh giá:

- Trước tiên, hàm số $y = \log_a(x)$ đồng biến khi $a > 1$. Do đó, các đáp án A và D bị loại. Tới đây ta chỉ còn phải lựa chọn B và C.
- Vì hàm số cho trong C không xác định trên \mathbb{R} , suy ra đáp án C không thỏa mãn.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

👉 *Nhận xét - Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta lần lượt thử cho các hàm số bằng việc thực hiện theo hai bước:
Bước 1: Chỉ ra tập xác định của hàm số.

Bước 2: Đánh giá cơ số a để xét tính đồng biến của nó trên **R**.

Tới hàm số trong B chúng ta thấy thỏa mãn nên dừng lại ở đó. Trong trường hợp trái lại chúng ta sẽ tiếp tục với C.

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 1*, chúng ta loại trừ dần bằng việc thực hiện theo hai bước:

Bước 1: Sử dụng điều kiện cần để hàm số đơn điệu trên D là phải xác định trên D, chúng ta loại bỏ được các đáp án A và C bởi các hàm số này đều không xác định trên **R**.

Bước 2: Đánh giá cơ số, để loại bỏ được đáp án D.

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 2*, chúng ta làm ngược lại so với phép thử 1.

Câu 16.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận 1: Điều kiện $x > 0$ và $y > 0$.

Biến đổi hệ phương trình về dạng:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ \log_2(xy) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 8 \end{cases}$$

khi đó x và y là nghiệm của phương trình:

$$t^2 - 6t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ và } y = 4 \\ x = 4 \text{ và } y = 2 \end{cases}$$

Vậy, hệ phương trình có hai cặp nghiệm (2; 4) và (4; 2).

Lời giải tự luận 2: Điều kiện $x > 0$ và $y > 0$. Rút y từ phương trình thứ nhất trong hệ để thay vào phương trình thứ hai, ta được:

$$\log_2 x + \log_2(6 - x) = 3 \Leftrightarrow \log_2[x(6 - x)] = 3 \Leftrightarrow x(6 - x) = 8 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 4 \\ x = 4 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

Vậy, hệ phương trình có hai cặp nghiệm (2; 4) và (4; 2).

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1: Ta lần lượt đánh giá:

- Với cặp nghiệm (1; 5) thay vào hệ phương trình ta thấy:

$$\begin{cases} 1 + 5 = 6 \\ \log_2 1 + \log_2 5 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \log_2 5 = 3, \text{ mâu thuẫn}$$

\Rightarrow (1; 5) không là nghiệm \Rightarrow Các đáp án A và D bị loại.

- Với cặp nghiệm (3; 3) thay vào hệ phương trình ta thấy:

$$\begin{cases} 3 + 3 = 6 \\ \log_2 3 + \log_2 3 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2\log_2 3 = 3, \text{ mâu thuẫn}$$

\Rightarrow (3; 3) không là nghiệm \Rightarrow Đáp án B bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2: Ta lần lượt đánh giá:

- Hệ thuộc dạng đối xứng loại I nên nếu có nghiệm $(x_0; y_0)$ thì cũng nhận $(y_0; x_0)$ làm nghiệm nên các đáp án B và D bị loại.
- Với cặp nghiệm (4; 2) thay vào hệ phương trình ta thấy:

$$\begin{cases} 4 + 2 = 6 \\ \log_2 4 + \log_2 2 = 3 \end{cases}, \text{ đúng } \Rightarrow (4; 2) \text{ là nghiệm } \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Nhận xét – Mở rộng: Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận 1*, chúng ta sử dụng phương pháp biến đổi tương đương cùng với hệ quả của định lý Vi-ét để giải.
- Trong cách *giải tự luận 2*, chúng ta sử dụng phương pháp thế để giải. Cụ thể, ta thực hiện theo các bước sau:
Bước 1: Đặt điều kiện cho các biểu thức trong hệ có nghĩa.
Bước 2: Sử dụng các phép thế để nhận được từ hệ một phương trình theo ẩn x hoặc y (đôi khi có thể là theo cả hai ẩn x, y).
Bước 3: Giải phương trình nhận được bằng các phương pháp đã biết.
Bước 4: Kết luận về nghiệm cho hệ phương trình.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 1*, chúng ta lần lượt với các giá trị từ trái qua phải để xem nó có phải là nghiệm của hệ phương trình hay không. Cụ thể:
 - Trong phép thử đầu tiên chúng ta chọn cặp nghiệm (1; 5) (mà không chọn cặp nghiệm (5; 1)) bởi nó có mặt trong hai đáp án A và D. Và khi đó, sau kết quả phép thử chúng ta sẽ loại bỏ được hai đáp án sai.
 - Trong phép thử tiếp theo chúng ta chọn cặp nghiệm (3; 3) (hoặc (2; 4)) bởi nó chỉ có mặt trong mỗi đáp án.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 2*, bằng việc nhận thấy hệ có dạng đối xứng dạng I chúng ta loại bỏ được các đáp án B và D dựa trên tính chất nghiệm của các hệ dạng này. Phép thử tiếp theo được định hướng giống như trong *cách lựa chọn đáp án bằng phép thử 1*.

Câu 17.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận*: Biến đổi tương đương:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \Leftrightarrow -4x \leq 2-x \Leftrightarrow 3x \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{3}.$$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

✍ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử*: Ta lần lượt đánh giá:

- Thay $x = -1$ vào bất phương trình ta được:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^3 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^4 \leq \left(\frac{3}{2}\right)^3 \text{ (mâu thuẫn)} \Rightarrow \text{Các đáp án A và C bị loại.}$$

- Thay $x = 0$ vào bất phương trình ta được:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^0 \leq \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 1 \leq \frac{9}{4}, \text{ đúng} \Rightarrow x = 0 \text{ là nghiệm} \Rightarrow \text{Đáp án D bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 18.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận*: Biến đổi tương đương bất phương trình về dạng:

$$-2\log_5(6 \cdot 6^x - 6^{2x}) \geq -2 \Leftrightarrow \log_5(6 \cdot 6^x - 6^{2x}) \leq 1 \Leftrightarrow 0 < 6 \cdot 6^x - 6^{2x} \leq 5$$

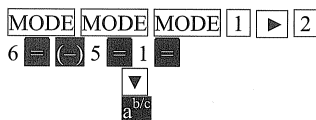
Đặt $t = 6^x$, điều kiện $t > 0$.

Bất phương trình được biến đổi về dạng:

$$\begin{cases} t^2 - 6t < 0 \\ t^2 - 6t + 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < t < 6 \\ t \geq 5 \\ t \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \leq t < 6 \\ t \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \leq 6^x < 6 \\ 6^x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_6 5 \leq x < 1 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm là $(-\infty; 0] \cup [\log_6 5; 1)$.

👂 *Nhận xét - Mở rộng*: Lựa chọn phép thử thực hiện tương tự câu 17/Đề 1.



0.5
0.3333
1.33

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = \frac{1}{2}$ thay vào phương trình ta thấy:

$$\log_2 \left(6 \cdot \frac{1}{4} - 5 \cdot \frac{1}{2} + 3 \right) = 1 \Leftrightarrow \log_2 2 = 1, \text{ đúng} \Rightarrow \text{Các đáp án B và D bị loại.}$$

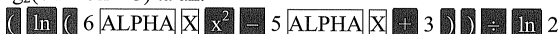
- Với $x = \frac{1}{3}$ thay vào phương trình ta thấy:

$$\log_2 \left(6 \cdot \frac{1}{9} - 5 \cdot \frac{1}{3} + 3 \right) = 1 \Leftrightarrow \log_2 2 = 1, \text{ đúng} \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS:* bằng cách thực hiện theo thứ tự:

- Nhập $\log_2(6x^2 - 5x + 3)$ ta ấn:



- Khi đó, ta thử với các giá trị $x = \frac{1}{2}$ và $x = \frac{1}{3}$:

$$\text{CALC } 1 \frac{a^{b/c}}{2} = \boxed{1}$$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$ là nghiệm của phương trình \Rightarrow Các đáp án B và D bị loại.

$$\text{CALC } 1 \frac{a^{b/c}}{3} = \boxed{1}$$

$\Rightarrow x = \frac{1}{3}$ là nghiệm của phương trình \Rightarrow Đáp án A bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 21.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Điều kiện $x > 0$.

Biến đổi phương trình về dạng:

$$\frac{1}{9} (3\lg x)^2 - 6 \cdot \frac{1}{2} \lg x + 2 = 0 \Leftrightarrow \lg^2 x - 3\lg x + 2 = 0.$$

Đặt $t = \lg x$, ta biến đổi phương trình về dạng:

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lg x = 1 \\ \lg x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = 100 \end{cases}$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \{10; 100\}$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 10$ thay vào phương trình ta thấy:

$$\frac{1}{9} \lg^2 10^3 - 6\lg \sqrt{10} + 2 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0, \text{ đúng} \Rightarrow \text{Các đáp án C và D bị loại.}$$

- Với $x = 100$ thay vào phương trình ta thấy:

$$\frac{1}{9} \lg^2 (100)^3 - 6\lg 100 + 2 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0, \text{ đúng.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp tự luận:* Biến đổi phương trình về dạng:

$$\frac{1}{9} (3\lg x)^2 - 6 \cdot \frac{1}{2} \lg x + 2 = 0 \Leftrightarrow \lg^2 x - 3\lg x + 2 = 0.$$

- Với $x = 10$ thay vào phương trình ta thấy:
 $\lg^2 10 - 3\lg 10 + 2 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$, đúng \Rightarrow Các đáp án C và D bị loại.
- Với $x = 100$ thay vào phương trình ta thấy:
 $\lg^2 100 - 3\lg 100 + 2 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$, đúng.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

👉 Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp tự luận và sử dụng máy tính CASIO fx-570MS: Biến đổi phương trình về dạng:

$$\frac{1}{9}(3\lg x)^2 - 6 \cdot \frac{1}{2} \lg x + 2 = 0 \Leftrightarrow \lg^2 x - 3\lg x + 2 = 0.$$

- Nhập $\lg^2 x - 3\lg x + 2$ ta ấn:

$$\left(\log \text{ ALPHA } \boxed{x} \right) \boxed{x^2} = 3 \log \text{ ALPHA } \boxed{x} \boxed{+} 2$$

- Khi đó, ta lần lượt với các giá trị $x = 10$ và $x = 100$:

$$\text{CALC } 10 \boxed{=} \boxed{0}$$

$\Rightarrow x = 10$ là nghiệm của phương trình \Rightarrow Các đáp án C và D bị loại.

$$\text{CALC } 100 \boxed{=} \boxed{0}$$

$\Rightarrow x = 100$ là nghiệm của phương trình \Rightarrow Đáp án B bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

👉 Nhận xét – Mẹo rộng: Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ dạng 1 cho phương trình logarit, cụ thể nếu đặt $t = \log_a x$ thì:

$$\log_a^k x = t^k, \text{ với } x > 0$$

$$\log_a x = \frac{1}{t}, \text{ với } 0 < x \neq 1.$$

Ở trong lời giải trên, các em học sinh rất dễ mắc lỗi biến đổi:

$$\lg^2 x^3 = 3\lg^2 x \text{ (biến đổi đúng là } \lg^2 x^3 = 9\lg^2 x).$$

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, chúng ta thực hiện tương tự như những bài toán khác.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp tự luận*, chúng ta thực hiện biến đổi qua phương trình về dạng tường minh hơn để việc thực hiện các phép thử được dễ dàng.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử sử dụng máy tính CASIO fx-570MS*, chúng ta thực hiện một bước đệm (biến đổi phương trình về dạng mới) để việc nhập hàm số vào máy tính được thuận tiện hơn.

Câu 22.

Đáp số trắc nghiệm B.

👉 Lời giải tự luận: Với hàm số $f(x) = \cos x$ thì:

$$F(x) = \sin x + C.$$

Khi đó, để $F(0) = 0$ điều kiện là:

$$0 = \sin 0 + C \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow F(x) = \sin x, \text{ ứng với đáp án B.}$$

👉 Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1: Ta lần lượt đánh giá:

- Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ có dạng $F(x) = \sin x + C$ nên các đáp án C và D bị loại.
- Vì $\sin 0 = 0$ nên đáp án A bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

👉 Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2: Ta lần lượt đánh giá:

- Vì $(\sin x)' = \cos x$ nên các đáp án C và D bị loại.
- Với $x = 0$ thì $1 + \sin 0 = 1$ nên đáp án A là bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 3*: Ta lần lượt đánh giá:

- Vì $\sin 0 = 0$ nên các đáp án A và C bị loại bởi khi đó $F(0) = 1$.
- Với hàm số trong B thì:

$$f(x) = F'(x) = \cos x, \text{ thỏa mãn.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng*: Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta thực hiện theo hai bước:

Bước 1: Tính nguyên hàm của hàm số.

Bước 2: Xác định C bằng việc sử dụng giả thiết đồ thị hàm số $y = F(x)$ đi qua điểm M.

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 1*, chúng ta loại trừ dần bằng việc thực hiện theo hai bước:

Bước 1: Sử dụng bảng nguyên hàm cơ bản, chúng ta loại bỏ được các đáp án C và D bởi nó không có dạng – .

Bước 2: Tính giá trị của $F(x)$ tại $x = 0$, để loại bỏ được đáp án A.

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 2*, chúng ta loại trừ dần bằng việc thực hiện theo hai bước:

Bước 1: Sử dụng định nghĩa nguyên hàm, chúng ta loại bỏ được các đáp án C và D.

Bước 2: Thử tại $x = 0$ cho đáp án A, để khẳng định được đáp án A là sai. Từ đó khẳng định việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 3*, chúng ta thực hiện phép thử theo các đáp án.

Câu 23.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận*: Đặt:

$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x \cdot dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

Khi đó:

$$\int f(x)dx = \frac{1}{2}x^2 \cdot \ln x - \frac{1}{2} \int x dx = \frac{1}{2}x^2 \cdot \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C, \text{ ứng với đáp án B.}$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử*: Ta lần lượt đánh giá:

- Với $F(x)$ trong đáp án A thì:

$$f(x) = F'(x) = \ln x + 1 - 1 = \ln x \Rightarrow \text{Các đáp án A và C bị loại.}$$

- Với $F(x)$ trong đáp án B thì:

$$f(x) = F'(x) = x \cdot \ln x + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x = x \cdot \ln x, \text{ đúng.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 24.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận*: Ta có: $\int_0^1 (2x+1)dx = (x^2 + x)|_0^1 = 2$, ứng với đáp án C.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS*: bằng cách thực hiện theo thứ tự:



Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá:* Bằng cách lập luận:

$$1 \leq 2x + 1 \leq 3, \text{ với } \forall x \in [0; 1] \Rightarrow 1 - 0 \leq \int_0^1 (2x + 1) dx \leq 3(1 - 0)$$

$$\Leftrightarrow 1 < \int_0^1 (2x + 1) dx < 3 \Rightarrow \text{Các đáp án A, B và D bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta sử dụng bảng nguyên hàm các hàm số sơ cấp cơ bản và định nghĩa tích phân để tính.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS*, chúng ta sử dụng chức năng tính tích phân của máy tính, điều này giúp tiết kiệm được thời gian. Tuy nhiên, các em học sinh cần lưu ý:
 - Với các đáp án lè thì cần tính gần đúng chúng để so sánh với kết quả nhận được từ máy tính.
 - Với các hàm số lượng giác thì cần thiết lập đơn vị đo tương ứng.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá*, chúng ta sử dụng tính chất 8 để loại trừ ngay được các đáp án A, B và D. Từ đó, khẳng định được việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Với bài toán này, việc sử dụng phương pháp đánh giá chỉ mang tính minh họa bởi phép tính tích phân quá đơn giản.

Câu 25.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Đặt $t = x^2 + 1$ suy ra $dt = 2xdx$.

Đổi cận:

- Với $x = -1$ thì $t = 2$
- Với $x = 1$ thì $t = 2$.

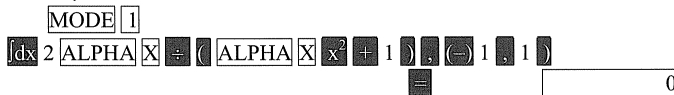
Khi đó:

$$\int_{-1}^1 \frac{2x \cdot dx}{x^2 + 1} = \int_2^2 \frac{dt}{t} = 0, \text{ (vì hai cận bằng nhau), ứng với đáp án A.}$$

☞ *Lời giải tự luận 2:* Ta viết lại tích phân dưới dạng:

$$\int_{-1}^1 \frac{2x \cdot dx}{x^2 + 1} = \int_{-1}^1 \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = (\ln |x^2 + 1|) \Big|_{-1}^1 = 0, \text{ ứng với đáp án A.}$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS:* Bằng cách thực hiện theo thứ tự:



Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 26.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Đặt:

$$\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

Khi đó:

$$I = xe^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big|_0^1 = 1, \text{ ứng với đáp án C.}$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá:* Với $x \in [0; 1]$, ta lần lượt đánh giá:

$$xe^x \geq 0 \Rightarrow \int_0^1 xe^x dx > 0 \Rightarrow \text{Đáp án D bị loại.}$$

$$xe^x < e^x \Rightarrow \int_0^1 xe^x dx < \int_0^1 e^x dx = e^x \Big|_0^1 = e - 1 \Rightarrow \text{Các đáp án A và B bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS, bằng cách thực hiện theo thứ tự:*



Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 27.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình:

$$x^2 - 4 = -x^2 - 2x \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-3}^{-2} |x^2 - 4 - (-x^2 - 2x)| dx = \int_{-3}^{-2} |2x^2 + 2x - 4| dx = 2 \int_{-3}^{-2} (x^2 + x - 2) dx \\ &= 2 \left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x \right) \Big|_{-3}^{-2} = \frac{11}{3}. \end{aligned}$$

☞ *Nhận xét - Mở rộng:* Sử dụng máy tính để nhận được giá trị gần đúng của tích phân rồi so sánh với các đáp án.

Câu 28.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:*

Phương trình đường thẳng (d) được cho bởi:

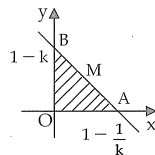
$$(d): y = k(x - 1) + 1.$$

Vì $(d) \cap Ox = \{A\}$, tọa độ A là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = k(x - 1) + 1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{k-1}{k}, 0\right)$$

Vì $(d) \cap Oy = \{B\}$, tọa độ B là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = k(x - 1) + 1 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow B(0, 1 - k)$$



Gọi V_{Ox} là thể tích sinh bởi ΔOAB khi quanh trục Ox , để xác định V_{Ox} ta có thể lựa chọn một trong hai cách sau:

Cách 1: Sử dụng hệ quả của bài toán 1, ta được:

$$V_{Ox} = \frac{1}{3} \pi (1 - k)^2 \cdot \frac{k-1}{k} = \frac{\pi}{3} \left(k^2 - 3k + 3 - \frac{1}{k} \right).$$

Cách 2: Sử dụng bài toán 2, ta được:

$$V_{Ox} = \pi \int_0^{\frac{k-1}{k}} y^2 dx = \int_0^{\frac{k-1}{k}} [k(x-1)+1]^2 dx = \frac{\pi}{3} (k^2 - 3k + 3 - \frac{1}{k}).$$

- Xác định $\text{Min}V_{Ox}$: Xét hàm số $f(k) = k^2 - 3k + 3 - \frac{1}{k}$ với $k < 0$.

Đạo hàm:

$$f'(k) = 2k - 3 + \frac{1}{k^2}; \quad f'(k) = 0 \Leftrightarrow 2k - 3 + \frac{1}{k^2} = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{1}{2}.$$

Bảng biến thiên

k	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0
$f'(k)$	-	0	+
$f(k)$	$+\infty$	$\frac{27}{4}$	$+\infty$

Vậy, ta có $\text{Min}V_{Ox} = \frac{9\pi}{4}$, đạt được khi $k = -\frac{1}{2}$.

Câu 29.

Đáp số trắc nghiệm D.

🔍 *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$|z| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5, \text{ ứng với đáp án D.}$$

Câu 30.

Đáp số trắc nghiệm D.

🔍 *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$i + (2 - 4i) - (3 - 2i) = -1 - i, \text{ ứng với đáp án D.}$$

Câu 31.

Đáp số trắc nghiệm A.

🔍 *Lời giải tự luận:* Với số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta có:

$$z^2 + (\bar{z})^2 = (a + bi)^2 + (\overline{a + bi})^2 = (a^2 - b^2) + 2abi + (a^2 - b^2) - 2abi = 2(a^2 - b^2).$$

Vậy, số $z^2 + (\bar{z})^2$ là một số thực.

Câu 32.

Đáp số trắc nghiệm B.

🔍 *Lời giải tự luận:* Giả sử số $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của $-i$, tức là ta có:

$$-i = (x + yi)^2 = x^2 - y^2 + 2xyi \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm y \\ 2xy = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Vậy, số $-i$ có hai căn bậc hai là $\pm \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i)$.

Câu 33.

Đáp số trắc nghiệm A.

🔍 *Lời giải tự luận:* Đặt $t = z + 3 - i$, khi đó phương trình có dạng:

$$t^2 - 6t + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 - 2i \\ t = 3 + 2i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z + 3 - i = 3 - 2i \\ z + 3 - i = 3 + 2i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -i \\ z = 3i \end{cases}$$

Vậy, phương trình có hai nghiệm $z = -i$ và $z = 3i$.

Câu 34.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Đặt $t = z^2$, phương trình được chuyển về dạng:

$$t^2 - 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 4 \text{ hoặc } t = -1.$$

Ta lần lượt:

- Với $t = 4$, ta được:
 $z^2 = 4 \Leftrightarrow z_{1,2} = \pm 2$.
- Với $t = -1$, ta được:
 $z^2 = -1 \Leftrightarrow z_{3,4} = \pm i$.

Vậy, phương trình có bốn nghiệm $z_{1,2} = \pm 2$ và $z_{3,4} = \pm i$.

Câu 35.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Với hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' sẽ có ba mặt phẳng đối xứng là các mặt phẳng trung trực của các cạnh AB, AD và AA'.

Câu 36.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Từ giả thiết $OA = 3OB$, suy ra:

$$OB = \frac{1}{3} OA \Rightarrow \overline{OB} = \pm \frac{1}{3} \overline{OA} \Leftrightarrow k = \pm \frac{1}{3}.$$

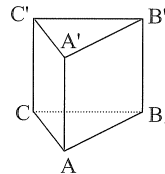
Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 37.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1: Ta lần lượt có:

- Với đẳng thức trong đáp án A thì:
 $V_{A'BCC} = V_{ABCC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot d(C', (ABC)) = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C}$
 \Rightarrow Đẳng thức cho bởi A là đúng.



- Với đẳng thức trong đáp án B thì:
 $V_{A'BCCB'} = V_{ABC.A'B'C} - V_{AA'BC} = 3V_{AA'BC} - V_{AA'BC} = 2V_{AA'BC}$
 \Rightarrow Đẳng thức cho bởi B là đúng.

- Với đẳng thức trong đáp án C thì:
 $V_{ABCC} = V_{ABC.A'B'C} - V_{AA'BC} = V_{ABC.A'B'C} - \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C}$
 \Rightarrow Đẳng thức cho bởi C là sai.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2: Ta lần lượt có:

- Với đẳng thức trong đáp án D thì:
 $V_{C.ABB'A'} = \frac{1}{3} S_{\Delta BB'A'} \cdot d(C, (ABB'A')) = \frac{1}{3} S_{\Delta BB'A'} \cdot d(C', (ABB'A')) = V_{C.ABB'A'}$
 \Rightarrow Đẳng thức cho bởi D là đúng.

- Với đẳng thức trong đáp án C thì:
 $V_{ABCC} = V_{ABC.A'B'C} - V_{AA'BC} = V_{ABC.A'B'C} - \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C}$

⇒ Đẳng thức cho bởi C là sai.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 38. Đáp số trắc nghiệm A.

Câu 39.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có :

$$V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4\pi}{3} \Leftrightarrow R = 1.$$

Với hình lập phương cạnh a thì bán kính mặt cầu ngoại tiếp là:

$$2R = a\sqrt{3} = 1 \Leftrightarrow a = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Khi đó, thể tích của khối lập phương đó là:

$$V = a^3 = \frac{8\sqrt{3}}{9}, \text{ ứng với đáp án A.}$$

Câu 40. Đáp số trắc nghiệm A.

Câu 41.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận:* Gọi (Δ) là đường thẳng qua O và vuông góc với (P), suy ra:

$$g(l, (\Delta)) = 60^\circ$$

Vậy, ta thấy l thuộc mặt nón sinh bởi đường thẳng l_0 (qua O và tạo với (Δ) một góc 60°) khi quay quanh (Δ) .

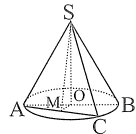
Câu 42.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận:* Giả sử ΔSAC là thiết diện qua đỉnh và tạo với đáy một góc 60° . Gọi M là hình chiếu vuông góc của O lên AC, suy ra $\widehat{SMO} = 60^\circ$.

Trong ΔSOM vuông tại O, ta có:

$$SM = \frac{SO}{\sin \widehat{SMO}} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}; \quad OM = \frac{1}{2} SM = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$



Trong ΔAOM vuông tại M, ta có:

$$AM^2 = OA^2 - OM^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{6}}{6}\right)^2 = \frac{a^2}{3} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AC = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Khi đó, diện tích thiết diện SAC được cho bởi:

$$S = \frac{1}{2} SM.AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}, \text{ ứng với đáp án A.}$$

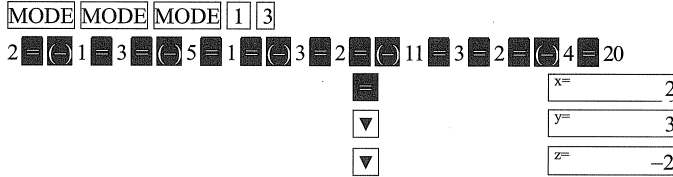
Câu 43.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS:* Giả sử $\vec{v}(x; y; z)$, ta biến đổi điều kiện về dạng:

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = -5 \\ x - 3y + 2z = -11 \\ 3x + 2y - 4z = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow \vec{v}(2; 3; -2)$$

bằng cách ấn:



Vậy, ta được $\vec{v}(2; 3; -2)$.

Câu 44.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận 1: Giả sử $Q(x; y; z)$. Khi đó, để $MNPQ$ là hình bình hành điều kiện là:

$$\begin{aligned} \overline{MN} &\stackrel{//}{=} \overline{QP} \Leftrightarrow \overline{MN} = \overline{QP} \Leftrightarrow (-2; -3; 0) = (-x; -y; 4 - z) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = -x \\ -3 = -y \\ 0 = 4 - z \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow Q(2; 3; 4), \text{ ứng với đáp án C.} \end{aligned}$$

Lời giải tự luận 2: Giả sử $Q(x; y; z)$. Khi đó, để $MNPQ$ là hình bình hành điều kiện là MP và NQ cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của MP và NQ , ta có:

$$I(1; 0; 2) \text{ và } J\left(\frac{x}{2}; \frac{y-3}{2}; \frac{z}{2}\right),$$

$$I \equiv J \Leftrightarrow \begin{cases} x/2 = 1 \\ \frac{y-3}{2} = 0 \\ z/2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow Q(2; 3; 4), \text{ ứng với đáp án C.}$$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1.1: (từ trái qua phải): Để $MNPQ$ là hình bình hành, điều kiện là $\overline{MN} = \overline{QP}$, với $\overline{MN}(-2; -3; 0)$.

Ta lần lượt đánh giá:

- Với đáp án A thì $\overline{QP}(2; 3; 0)$ nên đáp án A bị loại.
- Với đáp án B thì $\overline{QP}(-3; -4; 2)$ nên đáp án B bị loại.
- Với đáp án C thì $\overline{QP}(-2; -3; 0) = \overline{MN}$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1.2: (từ phải qua trái): Để $MNPQ$ là hình bình hành, điều kiện là $\overline{MN} = \overline{QP}$, với $\overline{MN}(-2; -3; 0)$.

Ta lần lượt đánh giá:

- Với đáp án D thì $\overline{QP}(2; 3; 8)$ nên đáp án D bị loại.
- Với đáp án C thì $\overline{QP}(-2; -3; 0) = \overline{MN}$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2.1: (từ trái qua phải): Để $MNPQ$ là hình bình hành điều kiện là MP và NQ cắt nhau tại trung điểm mỗi đường, với trung điểm I của MP là $I(1; 0; 2)$.

Ta lần lượt đánh giá:

- Với đáp án A thì trung điểm của NQ có tọa độ $(-1; -3; 2)$ nên đáp án A bị loại.

- Với đáp án B thì trung điểm của NQ có tọa độ $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$ nên đáp án B bị loại.
 - Với đáp án C thì trung điểm của NQ có tọa độ $(1; 0; 2) \equiv I$.
- Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

🔍 Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2.2: (từ phải qua trái): Để MNPQ là hình bình hành điều kiện là MP và NQ cắt nhau tại trung điểm mỗi đường, với trung điểm I của MP là $I(1; 0; 2)$.

Ta lần lượt đánh giá:

- Với đáp án D thì trung điểm của NQ có tọa độ $(-1; -3; -2)$ nên đáp án D bị loại.
 - Với đáp án C thì trung điểm của NQ có tọa độ $(1; 0; 2) \equiv I$.
- Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

👉 Nhận xét – Mở rộng: Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận 1*, chúng ta đi tìm tọa độ điểm Q thông qua điều kiện $\overline{MN} = \overline{QP}$ để MNPQ là hình bình hành.
- Trong cách *giải tự luận 2*, chúng ta đi tìm tọa độ điểm Q thông qua điều kiện MP và NQ cắt nhau tại trung điểm mỗi đường để MNPQ là hình bình hành.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 1.1 và 1.2*, chúng ta kiểm tra điều kiện $\overline{MN} = \overline{QP}$ theo hướng từ trái qua phải và từ phải qua trái.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 2.1 và 2.2*, chúng ta kiểm tra điều kiện MP và NQ cắt nhau tại trung điểm mỗi đường theo hướng từ trái qua phải và từ phải qua trái.

Câu 45.

Đáp số trắc nghiệm C.

🔍 Lời giải tự luận 1: Mặt cầu (S) có:

$$(S): \begin{cases} \text{Tâm } I(2; -1; 3) \\ \text{Đi qua } A(3; -4; 4) \end{cases} \Leftrightarrow (S): \begin{cases} \text{Tâm } I(2; -1; 3) \\ R = IA = \sqrt{11} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 11, \text{ ứng với đáp án C.}$$

🔍 Lời giải tự luận 2: Ta có:

$$M(x; y; z) \in (S) \Leftrightarrow IM = IA \Leftrightarrow IM^2 = IA^2$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 11.$$

Đó chính là phương trình mặt cầu (S) cần tìm.

🔍 Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt đánh giá:

- Mặt cầu có tâm $I(2; -1; 3)$ nên các đáp án A và B bị loại.
- Với đáp án D thì:

$$(3 - 2)^2 + (-4 + 1)^2 + (4 - 3)^2 = \sqrt{11} \Leftrightarrow 11 = \sqrt{11} \Rightarrow A \notin (S)$$

$$\Rightarrow \text{Đáp án D bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

👉 Nhận xét – Mở rộng: Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận 1*, chúng ta đi xác định tâm và bán kính của mặt cầu (S), từ đó nhận được phương trình chính tắc của (S).
- Trong cách *giải tự luận 2*, chúng ta sử dụng phương pháp quỹ tích để xác định phương trình của (S).
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, thông qua tọa độ tâm I chúng ta loại bỏ được các đáp án A và B. Cuối cùng, để lựa chọn được đáp án đúng chúng ta kiểm tra điều kiện (S) đi qua điểm A.

Câu 46.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Gọi \vec{n} là một vtpt của mặt phẳng (OMN), ta có:

$$\overline{OM}(-1; 1; 1), \overline{ON}(2; 4; 3)$$

$$\vec{n} = [\overline{OM}, \overline{ON}] = \left(\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \right) = (-1; 5; -6)$$

chọn $\vec{n}(1; -5; 6)$, ứng với đáp án B.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1:* (Từ trái qua phải): Ta lần lượt đánh giá:

▪ Với đáp án A thì:

$$\vec{n} \cdot \overline{OM} = -1 + 5 + 6 = 10 \neq 0 \Rightarrow \vec{n} \text{ không vuông góc với } \overline{OM}$$

\Rightarrow Đáp án A bị loại.

▪ Với đáp án B thì:

$$\vec{n} \cdot \overline{OM} = -1 - 5 + 6 = 0 \Rightarrow \vec{n} \perp \overline{OM}$$

$$\vec{n} \cdot \overline{ON} = 2 - 20 + 18 = 0 \Rightarrow \vec{n} \perp \overline{ON}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2:* (Từ phải qua trái): Ta lần lượt đánh giá:

▪ Với đáp án D thì:

$$\vec{n} \cdot \overline{OM} = -6 + 1 + 5 = 0 \Rightarrow \vec{n} \perp \overline{OM}$$

$$\vec{n} \cdot \overline{ON} = 12 + 4 + 15 = 31 \neq 0 \Rightarrow \vec{n} \text{ không vuông góc với } \overline{ON} \Rightarrow \text{Đáp án D bị loại.}$$

▪ Với đáp án C thì:

$$\vec{n} \cdot \overline{OM} = -1 + 6 - 5 = 0 \Rightarrow \vec{n} \perp \overline{OM}$$

$$\vec{n} \cdot \overline{ON} = 2 + 24 - 15 = 11 \neq 0 \Rightarrow \vec{n} \text{ không vuông góc với } \overline{ON} \Rightarrow \text{Đáp án C bị loại.}$$

▪ Với đáp án B thì:

$$\vec{n} \cdot \overline{OM} = -1 - 5 + 6 = 0 \Rightarrow \vec{n} \perp \overline{OM}$$

$$\vec{n} \cdot \overline{ON} = 2 - 20 + 18 = 0 \Rightarrow \vec{n} \perp \overline{ON}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử sử dụng máy tính CASIO fx-570MS:* Gọi \vec{n} là một vtpt của mặt phẳng (OMN), ta có:

$$\overline{OM}(-1; 1; 1), \overline{ON}(2; 4; 3)$$

$$\vec{n} = [\overline{OM}, \overline{ON}] = (-1; 5; -6)$$

bằng cách thực hiện theo thứ tự:

▪ Thiết lập môi trường làm việc với vector cho máy tính bằng cách ấn:

$$\boxed{\text{MODE}} \boxed{\text{MODE}} \boxed{\text{MODE}} \boxed{3}$$

▪ Để nhập tọa độ cho vector \overline{OM} và vector \overline{ON} ta ấn:

$$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{VCT}} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{3} \boxed{\text{=}} \boxed{1} \boxed{\text{=}} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{\text{=}}$$

$$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{VCT}} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{\text{=}} \boxed{2} \boxed{\text{=}} \boxed{4} \boxed{\text{=}} \boxed{3} \boxed{\text{=}}$$

▪ Để tính tọa độ của \vec{n} ta ấn:

$$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{VCT}} \boxed{3} \boxed{1} \boxed{\text{=}} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{VCT}} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{\text{=}}$$

▶

▶

-1

5

6

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta thực hiện tính tích có hướng của hai vector \overline{OM} và \overline{ON} dựa trên các định thức cấp 2.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 và 2*, chúng ta kiểm tra điều kiện để vector \vec{n} vuông góc với các vector \overline{OM} và \overline{ON} dựa trên tích vô hướng.

- Trong cách lựa chọn đáp án bằng phép thử với máy tính CASIO fx-570MS, chúng ta sử dụng chức năng tính tích có hướng của hai vectơ của máy tính, điều này giúp tiết kiệm được thời gian.

Câu 47.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Gọi \vec{n} là vtpt của mặt phẳng (P), ta có:

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{a} \\ \vec{n} \perp \vec{b} \end{cases} \Leftrightarrow \vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{array}{c|c|c} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \end{array} \right) = (3; 4; -1).$$

Mặt phẳng (P) được cho bởi:

$$(P): \begin{cases} \text{qua } A(2; -1; 1) \\ \text{vtpt } \vec{n}(3; 4; -1) \end{cases} \Leftrightarrow (P): 3.(x - 2) + 4.(y + 1) - 1.(z - 1) = 0 \Leftrightarrow (P): 3x + 4y - z - 1 = 0.$$

Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS: Gọi \vec{n} là vtpt của mặt phẳng (P), ta có:

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{a} \\ \vec{n} \perp \vec{b} \end{cases} \Leftrightarrow \vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (3; 4; -1)$$

bằng cách thực hiện theo thứ tự:

- Thiết lập môi trường làm việc với vectơ cho máy tính bằng cách ấn:

MODE MODE MODE 3

- Để nhập tọa độ cho vectơ \vec{OM} và vectơ \vec{ON} ta ấn:

SHIFT VCT 1 1 3 2 1 2

SHIFT VCT 1 2 3 3 2 1

- Để tính tọa độ của \vec{n} ta ấn:

SHIFT VCT 3 1 \times SHIFT VCT 3 2

▶

▶

3

4

-1

Mặt phẳng (P) được cho bởi:

$$(P): \begin{cases} \text{qua } A(2; -1; 1) \\ \text{vtpt } \vec{n}(3; 4; -1) \end{cases} \Leftrightarrow (P): 3.(x - 2) + 4.(y + 1) - 1.(z - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (P): 3x + 4y - z - 1 = 0, \text{ ứng với đáp án C.}$$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1: (từ trái qua phải): Ta lần lượt đánh giá:

- Với (P) cho bởi đáp án A có vtpt $\vec{n}(1; 0; -1)$ ta nhận thấy \vec{n} không vuông góc với \vec{b} , nên đáp án A bị loại.
- Với (P) cho bởi đáp án B có vtpt $\vec{n}(1; 2; 0)$ ta nhận thấy \vec{n} không vuông góc với \vec{b} , nên đáp án B bị loại.
- Với (P) cho bởi đáp án C có vtpt $\vec{n}(3; 4; -1)$ ta nhận thấy:

$$\vec{n} \cdot \vec{a} = 6 - 4 - 2 = 0 \Leftrightarrow \vec{n} \perp \vec{a}$$

$$\vec{n} \cdot \vec{b} = 9 - 8 - 1 = 0 \Leftrightarrow \vec{n} \perp \vec{b}$$

$$3.2 + 4(-1) - 1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \Leftrightarrow A \in (P)$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2: (từ phải qua trái): Ta lần lượt đánh giá:

- Với (P) cho bởi đáp án D có vtpt $\vec{n}(3; 4; -1)$ ta nhận thấy:
 $3.2 + 4(-1) - 1 - 3 = 0 \Leftrightarrow -2 = 0 \Rightarrow A \notin (P) \Rightarrow$ Đáp án D bị loại.
- Với (P) cho bởi đáp án C có vtpt $\vec{n}(3; 4; -1)$ ta nhận thấy:

$$\vec{n} \cdot \vec{a} = 6 - 4 - 2 = 0 \Leftrightarrow \vec{n} \perp \vec{a}$$

$$\vec{n} \cdot \vec{b} = 9 - 8 - 1 = 0 \Leftrightarrow \vec{n} \perp \vec{b}$$

$$3 \cdot 2 + 4(-1) - 1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \Leftrightarrow A \in (P)$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mô rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta thực hiện tìm vptp của mặt phẳng (P) thông qua tích có hướng của hai vectơ. Từ đó, thiết lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A với vptp \vec{n} .
- Trong cách *giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS*, chúng ta tận dụng chức năng của máy tính để tính vptp \vec{n} .
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 và 2* chúng ta cần kiểm tra ba điều kiện đó là:

$$A \in (P); \quad \vec{n} \perp \vec{a} \quad \text{và} \quad \vec{n} \perp \vec{b}.$$

Và với mỗi đáp án, nếu một trong ba điều kiện không thỏa mãn thì đáp án đó bị loại.

Câu 48.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận 1:* Mặt cầu (S) có tâm I(2; -1; -1) và bán kính R = 3.

Mặt phẳng tiếp diện của mặt cầu (S) tại điểm M(0; 1; -2) là:

$$(P): \begin{cases} \text{qua } M(0; 1; -2) \\ \text{vptp } \vec{MI}(2; -2; 1) \end{cases} \Leftrightarrow (P): 2x - 2(y - 1) + (z + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (P): 2x - 2y + z + 4 = 0, \text{ ứng với đáp án D.}$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp tự luận:* Mặt cầu (S) có tâm I(2; -1; -1) và bán kính R = 3.

Ta lần lượt đánh giá:

- Mặt phẳng (P) cho trong đáp án A không đi qua M nên đáp án A bị loại.
- Mặt phẳng (P) cho trong đáp án B không đi qua M nên đáp án B bị loại.
- Mặt phẳng (P) cho trong đáp án C đi qua M và ta có:

$$d(I, (P)) = \frac{|4 + 3 - 6|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{1}{\sqrt{13}} \neq R \Rightarrow \text{Đáp án C bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 49.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận 1:* Mặt phẳng (P) có vptp $\vec{n}(1; 2; -1)$

Gọi (d) là đường thẳng qua A và vuông góc với (P), ta được:

$$(d): \begin{cases} \text{qua } A(3, 3, 0) \\ \text{vtcp } \vec{n}(1, 2, -1) \end{cases} \Leftrightarrow (d): \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 3 + 2t, t \in \mathbf{R}. \\ z = -t \end{cases}$$

Hình chiếu vuông góc H của A lên (P) chính là giao điểm của (d) và (P), do đó:

$$3 + t + 2(3 + 2t) + t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(2; 1; 1).$$

☞ *Lời giải tự luận 2:* Mặt phẳng (P) có vptp $\vec{n}(1; 2; -1)$

Giả sử H(x; y; z) là chiếu vuông góc H của A lên (P), suy ra:

$$\begin{cases} H \in (P) \\ AH \perp (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} H \in (P) \\ \overline{AH} // \vec{n} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y - z - 3 = 0 \\ \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow H(2; 1; 1).$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1* (từ trái qua phải): Ta lần lượt đánh giá:

- Với điểm H trong đáp án A, ta lần lượt kiểm tra:
Thay vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy:
 $3 + 6 - 3 = 0 \Leftrightarrow 6 = 0$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án A bị loại.
- Với điểm H trong đáp án B, ta lần lượt kiểm tra:
Thay vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy:
 $-2 - 1 - 3 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$, đúng.

Ta có:

$$\overline{HM}(5; 3; -1) \Rightarrow \overline{HM} \text{ không vuông góc với } (P) \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại.}$$

- Với điểm H trong đáp án C, ta lần lượt kiểm tra:
Thay vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy:
 $2 + 2 - 1 - 3 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$, đúng.

Ta có:

$$\overline{HM}(1; 2; -1) \Rightarrow \overline{HM} \perp (P), \text{ thỏa mãn.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2* (từ phải qua trái): Ta lần lượt đánh giá:

- Với điểm H trong đáp án D, ta lần lượt kiểm tra:
Thay vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy:
 $10 + 2 - 3 = 0 \Leftrightarrow 9 = 0$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án D bị loại.
- Với điểm H trong đáp án C, ta lần lượt kiểm tra:
Thay vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy:
 $2 + 2 - 1 - 3 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$, đúng.

Ta có:

$$\overline{HM}(1; 2; -1) \Rightarrow \overline{HM} \perp (P), \text{ thỏa mãn.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 50.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận 1:* Đường thẳng (d) và có vtcp $\vec{a}_1(0; 1; -1)$, Ox có vtcp $\vec{a}_2(1; 0; 0)$.

Gọi \vec{a} là vtcp của đường vuông góc chung (Δ) của (d) và Ox, ta có:

$$\begin{cases} \vec{a} \perp \vec{a}_1 \\ \vec{a} \perp \vec{a}_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = [\vec{a}_1, \vec{a}_2] = (0; -1; -1) \text{ chọn } \vec{a}(0; 1; 1).$$

Gọi (P₁) là mặt phẳng chứa (Δ) và (d), khi đó:

$$(P_1): \begin{cases} \text{qua } M(0; 0; 2) \in (d) \\ \text{cặp vtcp } \vec{a} \text{ và } \vec{a}_1 \end{cases} \Leftrightarrow (P_1): \begin{cases} \text{qua } M(0; 0; 2) \\ \text{vtpt } \vec{n}_1 = [\vec{a}, \vec{a}_1] = (-2; 0; 0) \end{cases} \Rightarrow (P_1): x = 0.$$

Gọi (P₂) là mặt phẳng chứa (Δ) và Ox, khi đó:

$$(P_2): \begin{cases} \text{qua } O \in \text{Ox} \\ \text{cặp vtcp } \vec{a} \text{ và } \vec{a}_2 \end{cases} \Leftrightarrow (P_2): \begin{cases} \text{qua } O \\ \text{vtpt } \vec{n}_2 = [\vec{a}, \vec{a}_2] = (0; 1; -1) \end{cases} \Rightarrow (P_2): y - z = 0.$$

Phương trình (Δ) chính là giao tuyến của (P₁) và (P₂), có dạng:

$$(\Delta): \begin{cases} x = 0 \\ y - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow (\Delta): \begin{cases} x = 0 \\ y = t, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases} \text{ - ứng với đáp án D.}$$

Lời giải tự luận 2: Đường thẳng (d) và Ox có vtcp lần lượt là $\vec{a}_1(0; 1; -1)$, $\vec{a}_2(1; 0; 0)$.

Gọi \vec{a} là vtcp của đường vuông góc chung (Δ) của (d) và Ox, ta có:

$$\vec{a} = [\vec{a}_1, \vec{a}_2] = (0; -1; -1) \text{ chọn } \vec{a}(0; 1; 1).$$

Gọi (P_1) là mặt phẳng chứa (Δ) và (d), khi đó:

$$(P_1): \begin{cases} \text{qua } M(0; 0; 2) \in (d) \\ \text{cặp vtcp } \vec{a} \text{ và } \vec{a}_1 \end{cases} \Leftrightarrow (P_1): \begin{cases} \text{qua } M(0; 0; 2) \\ \text{vtpt } \vec{n}_1 = [\vec{a}, \vec{a}_1] = (-2; 0; 0) \end{cases} \Rightarrow (P_1): x = 0.$$

Giả sử $(\Delta) \cap Ox = \{B\}$ suy ra $(P_1) \cap Ox = \{B(0; 0; 0)\}$.

Khi đó phương trình đường thẳng (Δ) được cho bởi:

$$(\Delta): \begin{cases} \text{qua } B(0; 0; 0) \\ \text{vtcp } \vec{a}(0; 1; 1) \end{cases} \Leftrightarrow (\Delta): \begin{cases} x = 0 \\ y = t, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases} \text{ - ứng với đáp án D.}$$

Lời giải tự luận 3: Đường thẳng (d) và Ox có vtcp lần lượt là $\vec{a}_1(0; 1; -1)$, $\vec{a}_2(1; 0; 0)$.

Gọi \vec{a} là vtcp của đường vuông góc chung (Δ) của (d) và Ox, ta có:

$$\begin{cases} \vec{a} \perp \vec{a}_1 \\ \vec{a} \perp \vec{a}_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = [\vec{a}_1, \vec{a}_2] = (0; -1; -1) \text{ chọn } \vec{a}(0; 1; 1).$$

Gọi (P_2) là mặt phẳng chứa (Δ) và Ox, khi đó:

$$(P_2): \begin{cases} \text{qua } O \in Ox \\ \text{cặp vtcp } \vec{a} \text{ và } \vec{a}_2 \end{cases} \Leftrightarrow (P_2): \begin{cases} \text{qua } O \\ \text{vtpt } \vec{n}_2 = [\vec{a}, \vec{a}_2] = (0; 1; -1) \end{cases} \Rightarrow (P_2): y - z = 0.$$

Giả sử $(\Delta) \cap (d) = \{A\}$ suy ra $(P_2) \cap (d) = \{A\}$, ta có:

$$t - (2 - t) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow A(0; 1; 1).$$

Khi đó phương trình đường thẳng (Δ) được cho bởi:

$$(\Delta): \begin{cases} \text{qua } A(0; 1; 1) \\ \text{vtcp } \vec{a}(0; 1; 1) \end{cases} \Leftrightarrow (\Delta): \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \Leftrightarrow (\Delta): \begin{cases} x = 0 \\ y = t, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases} \text{ ứng với đáp án D.}$$

Lời giải tự luận 4: Đường thẳng (d) và Ox có vtcp lần lượt là $\vec{a}_1(0; 1; -1)$, $\vec{a}_2(1; 0; 0)$.

Giả sử A, B theo thứ tự là chân đường vuông góc chung trên (d) và Ox. Ta có:

$$A(0; t; 2 - t) \text{ và } B(u; 0; 0) \Rightarrow \overline{AB}(u; -t; t - 2).$$

Từ điều kiện:

$$\begin{cases} (\Delta) \perp (d) \\ (\Delta) \perp Ox \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AB} \perp \vec{a}_1 \\ \overline{AB} \perp \vec{a}_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AB} \cdot \vec{a}_1 = 0 \\ \overline{AB} \cdot \vec{a}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -t + 2 - t = 0 \\ u = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ u = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A(0; 1; 1) \text{ và } B(0; 0; 0).$$

Khi đó phương trình đường vuông góc chung (Δ) được cho bởi:

$$(\Delta): \begin{cases} \text{qua } B(0; 0; 0) \\ \text{vtcp } \overline{BA}(0; 1; 1) \end{cases} \Leftrightarrow (\Delta): \begin{cases} x = 0 \\ y = t, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases} \text{ - ứng với đáp án D.}$$

Lời giải tự luận 5: Đường thẳng (d) và Ox có vtcp $\vec{a}_1(0; 1; -1)$, $\vec{a}_2(1; 0; 0)$, suy ra (d) vuông góc với Ox.

Gọi (P_1) là mặt phẳng thoả mãn:

$$\begin{cases} (d_1) \subset (P_1) \\ (P_1) \perp Ox \end{cases} \Rightarrow (P_1): \begin{cases} \text{qua } M(0; 0; 2) \in (d) \\ \text{vtpt } \vec{n}_1 = (1; 0; 0) \end{cases} \Rightarrow (P_1): x = 0.$$

Gọi (P_2) là mặt phẳng thoả mãn:

$$\begin{cases} Ox \subset (P_2) \\ (P_2) \perp (d) \end{cases} \Rightarrow (P_2): \begin{cases} \text{qua } O \\ \text{vtpt } \vec{n}_2 = (0; 1; -1) \end{cases} \Rightarrow (P_2): y - z = 0.$$

Phương trình (Δ) chính là giao tuyến của (P_1) và (P_2) , có dạng:

$$(\Delta): \begin{cases} x = 0 \\ y - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow (\Delta): \begin{cases} x = 0 \\ y = t, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases} \text{ - ứng với đáp án D.}$$

✍ Lựa chọn đáp án bằng cách trích lược tự luận: Đường thẳng (d) và Ox có vtcp $\vec{a}_1(0; 1; -1)$, $\vec{a}_2(1; 0; 0)$.

Gọi \vec{a} là vtcp của đường vuông góc chung (Δ) của (d) và Ox , ta có:

$$\begin{cases} \vec{a} \perp \vec{a}_1 \\ \vec{a} \perp \vec{a}_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = [\vec{a}_1, \vec{a}_2] = (0; -1; -1) \Rightarrow \text{Các đáp án B và C bị loại.}$$

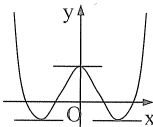
Nhận xét rằng đường thẳng cho trong đáp án A không cắt (d) nên đáp án A bị loại. Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

ĐỀ LUYỆN SỐ 2

KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

- Câu 1.** Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = x\sqrt{1+x^2}$ là:
 A. $\frac{x(3+2x^2)}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$. B. $\frac{x(3-2x^2)}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$. C. $\frac{x(3+2x^2)}{\sqrt{1+x^2}}$. D. $\frac{x(3-2x^2)}{\sqrt{1+x^2}}$.
- Câu 2.** Hàm số nào sau đây là hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} ?
 A. $y = -x^3 + 2x^2 - x + 3$. B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.
 C. $y = \cos 2x - 2x + 3$. D. $y = \sqrt{1-x^2}$.
- Câu 3.** Cho hàm số $y = \frac{mx-2}{x-1}$. Hàm số nghịch biến trên tập xác định của nó khi:
 A. $m \leq 4$. B. $m > 2$. C. $m \geq 2$. D. $m < 4$.
- Câu 4.** Hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực trị bằng 0 tại điểm $x = -2$ và đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(1; 0)$. Các hệ số a, b, c bằng:
 A. $a = 2, b = 0$ và $c = -4$. B. $a = 3, b = 0$ và $c = -4$.
 C. $a = 1, b = 1$ và $c = -3$. D. $a = 5, b = 1$ và $c = -2$.
- Câu 5.** Cho hàm số $y = x^4 + 2x^2 + 3$. Hàm số có:
 A. Một cực đại và hai cực tiểu. B. Một cực tiểu và hai cực đại.
 C. Một cực đại và không có cực tiểu. D. Một cực tiểu và không có cực đại.
- Câu 6.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2-x^2}$ bằng:
 A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. 1. D. 0.
- Câu 7.** Cho hàm số $y = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 4}{x^2 - x - 2}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số bằng:
 A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 8.** Cho hàm số $y = x^3 - x^2 + 4x - 1$. Điểm uốn của đồ thị hàm số là:
 A. $U\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{27}\right)$. B. $U\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{8}\right)$. C. $U\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{8}\right)$. D. $U\left(\frac{1}{3}; \frac{7}{27}\right)$.
- Câu 9.** Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?
 A. $a < 0, b > 0, c < 0$.
 B. $a > 0, b > 0, c > 0$.
 C. $a < 0, b > 0, c > 0$.
 D. $a > 0, b < 0, c > 0$.
- 
- Câu 10.** Cho hàm số (C): $y = x^4 - 4x^2 + 5$. Tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $16x - y + 1 = 0$ có phương trình:
 A. $16x - y - 14 = 0$. B. $16x - y - 27 = 0$. C. $16x - y + 18 = 0$. D. Cả A, B, C.
- Câu 11.** Cho hàm số (C): $y = \frac{x-m}{x-2}$. Đồ thị hàm số cắt đường thẳng (d): $y = mx - 1$ tại hai điểm phân biệt khi:
 A. Mọi m . B. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$.

Câu 12. Biểu thức $\sqrt[4]{x^2\sqrt[3]{x}}$, với $x > 0$ được viết lại thành:

- A. $x^{\frac{3}{4}}$. B. $x^{\frac{7}{12}}$. C. $x^{\frac{5}{12}}$. D. $x^{\frac{1}{4}}$.

Câu 13. Biết $\log_6 \sqrt{a} = 2$ thì $\log_6 a$ bằng:

- A. 36. B. 108. C. 6. D. 4.

Câu 14. Cho hàm số $y = (x - 1)^{x+1}$. Tập xác định của hàm số là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $(1; +\infty) \setminus \{2\}$. C. $[1; +\infty) \setminus \{2\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 15. Hàm số $y = x.e^x$ đồng biến trên các khoảng:

- A. $(-\infty; 1]$. B. $[-1; +\infty)$.
C. $[-1; 1]$. D. $(-\infty; -1]$ và $[1; +\infty)$.

Câu 16. Hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

có nghiệm là:

- A. $(2; -1), (-1; 2)$. B. $(0; 1), (1; 0)$. C. $(-1; 2), (1; 0)$. D. $(2; -1), (0; 1)$.

Câu 17. Bất phương trình $2^{3-6x} > 1$ có tập nghiệm là:

- A. $(-\infty; \frac{1}{2})$. B. $(-\infty; \frac{1}{2}]$. C. $[\frac{1}{2}; +\infty)$. D. $(\frac{1}{2}; +\infty)$.

Câu 18. Bất phương trình $\log_x(3x - 1) > \log_x(x^2 + 1)$ có tập nghiệm là:

- A. $(\frac{1}{3}; 2)$. B. $(\frac{1}{3}; 2) \setminus \{1\}$. C. $(\frac{1}{2}; 2) \setminus \{1\}$. D. $(\frac{1}{2}; 2)$.

Câu 19. Phương trình $3^x \cdot 2^{x+1} = 72$ có tập nghiệm là:

- A. $T = \{0\}$. B. $T = \{1\}$. C. $T = \{2\}$. D. $T = \{3\}$.

Câu 20. Phương trình $\log_x(2x^2 - 4x + 3) = 2$ có tập nghiệm là:

- A. $T = \{1\}$. B. $T = \{2\}$. C. $T = \{3\}$. D. $T = \{1; 2; 3\}$.

Câu 21. Phương trình $27^x + 12^x = 2.8^x$ có tập nghiệm là:

- A. $T = \{1\}$. B. $T = \{0\}$. C. $T = \{-1\}$. D. Cả A, B, C.

Câu 22. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ có dạng:

- A. $\frac{1}{4}(3x + \frac{1}{4}\cos 4x) + C$. B. $\frac{1}{4}(3x - \frac{1}{4}\cos 4x) + C$.
C. $\frac{1}{4}(3x + \frac{1}{4}\sin 4x) + C$. D. $\frac{1}{4}(3x - \frac{1}{4}\sin 4x) + C$.

Câu 23. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (4x - 1)^3$ có dạng:

- A. $\frac{1}{4}(4x - 1)^4 + C$. B. $\frac{1}{8}(4x - 1)^4 + C$. C. $\frac{1}{16}(4x - 1)^4 + C$. D. $\frac{1}{32}(4x - 1)^4 + C$.

Câu 24. Tích phân $\int_0^4 x(\sqrt{x} - x^2) dx$ bằng:

- A. $-\frac{156}{5}$. B. $-\frac{256}{5}$. C. $\frac{284}{5}$. D. $\frac{384}{5}$.

Câu 25. Tích phân $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \cdot \sin^2 x dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{4}{15}$.

Câu 26. Tích phân $\int_1^e 2x \cdot \ln x \cdot dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}(e^2 + 1)$. B. $\frac{1}{2}(e^2 + 2)$. C. $\frac{1}{2}(e^2 - 2)$. D. $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$.

Câu 27. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi:

$$x = 1; x = e; y = 0; y = \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}$$

bằng:

- A. $2 - \sqrt{e}$. B. $2 + \sqrt{e}$. C. $3 + \sqrt{e}$. D. $3 - \sqrt{e}$.

Câu 28. Tính thể tích hình xuyên do quay hình tròn (C) có phương trình $x^2 + (y - 2)^2 = 1$ quanh trục Ox.

- A. $4\pi^2$. B. $3\pi^2$. C. $2\pi^2$. D. π^2 .

Câu 29. Số $z - \bar{z}$ là:

- A. Số thực. B. Số ảo. C. 0. D. 2i.

Câu 30. Số $\frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}$ bằng:

- A. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. B. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. C. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. D. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 31. Phần thực và phần ảo của số phức $\left(\frac{i+1}{i-1}\right)^{33} + (1-i)^{10} + (2+3i)(2-3i) + \frac{1}{i}$ là:

- A. Phần thực 13 và phần ảo -32. B. Phần thực 13 và phần ảo 32.
C. Phần thực -13 và phần ảo -32. D. Phần thực -13 và phần ảo 32.

Câu 32. Các căn bậc hai của số phức 4i là:

- A. $\pm\sqrt{2}(1+i)$. B. $\pm(1+i)$. C. $\pm(1-i)$. D. $\pm\sqrt{2}(1-i)$.

Câu 33. Tìm các số thực a, b, c để phương trình (với ẩn z) $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ nhận $z = 1 + i$ làm nghiệm và cũng nhận $z = 2$ làm nghiệm.

- A. $a = -4, b = 6, c = -4$. B. $a = 4, b = 6, c = -4$.
C. $a = -4, b = 6, c = 4$. D. $a = 4, b = 6, c = 4$.

Câu 34. Phương trình $8z^4 + 8z^3 = z + 1$ có nghiệm là:

- A. $z_1 = -1, z_2 = \frac{1}{2}, z_{3,4} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{4}$. B. $z_1 = 1, z_2 = \frac{1}{2}, z_{3,4} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{4}$.
C. $z_1 = -1, z_2 = -\frac{1}{2}, z_{3,4} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{4}$. D. $z_1 = 1, z_2 = -\frac{1}{2}, z_{3,4} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{4}$.

Câu 35. Mỗi đỉnh của đa diện là đỉnh chung của ít nhất:

- A. Năm cạnh. B. Bốn cạnh. C. Ba cạnh. D. Hai cạnh.

- Câu 36. Khối tám mặt đều thuộc loại:
 A. $\{3; 3\}$. B. $\{4; 3\}$. C. $\{5; 3\}$. D. $\{3; 4\}$.
- Câu 37. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của cạnh AB. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?
 A. $V_{A'B'CC} = V_{MA'B'C}$. B. $V_{ABCC} = V_{A'B'CC}$.
 C. $V_{MA'B'C} = V_{A'ABC}$. D. $2V_{MA'B'C} = V_{AA'B'C}$.
- Câu 38. Nếu một hình chóp đều có chiều cao và cạnh đáy cùng tăng lên n lần thì thể tích của nó tăng lên:
 A. n^2 lần. B. $2n^2$ lần. C. n^3 lần. D. $2n^3$ lần.
- Câu 39. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?
 A. Mọi hình hộp đều có mặt cầu ngoại tiếp.
 B. Mọi hình hộp đứng đều có mặt cầu ngoại tiếp.
 C. Mọi hình hộp có mặt bên vuông góc với đáy đều có mặt cầu ngoại tiếp.
 D. Mọi hình hộp chữ nhật đều có mặt cầu ngoại tiếp.
- Câu 40. Một khối hộp chữ nhật nội tiếp trong một khối trụ. Ba kích thước của khối hộp chữ nhật là a, b, c. Thể tích của khối trụ là:
 A. $\frac{1}{4}\pi(a^2 + b^2)c$. B. $\frac{1}{4}\pi(b^2 + c^2)a$. C. $\frac{1}{4}\pi(a^2 + c^2)b$. D. A hoặc B hoặc C
- Câu 41. Cho tứ diện ABCD có $DA \perp (ABC)$, $DB \perp BC$, $AD = AB = BC = a$. Kí hiệu V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích của hình tròn xoay sinh bởi $\triangle ABD$ khi quay quanh AD, $\triangle ABC$ khi quay quanh AB, $\triangle BDC$ khi quay quanh BC. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
 A. $V_1 + V_2 = V_3$. B. $V_1 + V_3 = V_2$. C. $V_3 + V_2 = V_1$. D. $V_1 = V_2 = V_3$.
- Câu 42. Trong mặt phẳng (P) cho góc xOy. Một mặt phẳng (Q) thay đổi vuông góc với đường phân giác trong của góc xOy, cắt Ox, Oy tại A, B. Trong (Q) lấy điểm M sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Khi ấy tập hợp các điểm M là:
 A. Một đường tròn. B. Một mặt trụ. C. Một mặt nón. D. Một mặt cầu.
- Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai vector $\vec{u}_1(3; -4; -2)$, $\vec{u}_2(1; 0; -3)$. Vector $\vec{u} = 3\vec{u}_1 + 2\vec{u}_2$ có tọa độ là:
 A. $(11; -12; -12)$. B. $(11; 12; 12)$. C. $(-11; 12; 12)$. D. $(-11; -12; -12)$.
- Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho bốn điểm $M(1; 2; 3)$, $N(-1; 0; 4)$, $P(2; -3; 1)$ và $Q(2; 1; 2)$. Cặp vector cùng phương là:
 A. \vec{MN} và \vec{PQ} . B. \vec{MP} và \vec{NQ} . C. \vec{MQ} và \vec{NP} . D. Không tồn tại.
- Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba vector $\vec{a}(-2; 3; 1)$, $\vec{b}(5; -7; 0)$ và $\vec{c}(3; -2; 4)$. Vector $[\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}]$ có tọa độ là:
 A. $(21; 16; 6)$. B. $(21; 16; -6)$. C. $(21; -16; -6)$. D. $(-21; 16; -6)$.
- Câu 46. Mặt cầu (S) đường kính AB với $A(1; 3; 2)$, $B(3; 5; 0)$ có phương trình:
 A. $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 + (z - 1)^2 = 2$. B. $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 + (z + 1)^2 = 3$.
 C. $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 + (z + 1)^2 = 2$. D. $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 + (z - 1)^2 = 3$.
- Câu 47. Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(1; 1; 0)$, $B(1; 0; 0)$ và $C(0; 1; 1)$ có phương trình:
 A. (P): $2x - y + z - 1 = 0$. B. (P): $x + 2z - 1 = 0$.
 C. (P): $x + z - 1 = 0$. D. (P): $2x - y + z - 1 = 0$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình:

$$(d): \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = t + 2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng (d):

- A. $(-2; 1; 2)$. B. $(-2; 1; 1)$. C. $(2; -1; -1)$. D. $(2; -1; -2)$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $M(-2; 1; 1)$ và đường thẳng (d) có phương trình:

$$(d): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng (d) là:

- A. $2x + y - z + 4 = 0$. B. $2x - y + z + 4 = 0$.
C. $4x - 2y + 2z + 7 = 0$. D. $x + y - z + 2 = 0$.

Câu 50. Cho mặt phẳng (P): $x - 2y - 3z + 14 = 0$ và điểm $M(1; -1; 1)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (P) là:

- A. $(-1; 3; 7)$. B. $(1; -3; 7)$. C. $(2; -3; -2)$. D. $(2; -1; 1)$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỂ LUYỆN THI SỐ 2

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. B	4. B	5. D	6. A	7. C	8. D	9. D	10. B
11. D	12. B	13. D	14. B	15. B	16. B	17. A	18. B	19. C	20. C
21. B	22. C	23. C	24. B	25. B	26. A	27. A	28. A	29. B	30. A
31. A	32. D	33. A	34. A	35. C	36. D	37. D	38. C	39. D	40. D
41. A	42. C	43. A	44. C	45. B	46. D	47. C	48. B	49. B	50. A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍️ Lời giải tự luận: Ta có:

$$y' = \sqrt{1+x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{1+2x^2}{\sqrt{1+x^2}},$$

$$y'' = \left(\frac{1+2x^2}{\sqrt{1+x^2}} \right)' = \frac{4x\sqrt{1+x^2} - (1+2x^2)x(1+x^2)^{-1/2}}{1+x^2} = \frac{x(3+2x^2)}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}} \Rightarrow \text{Đáp án A là đúng đắn.}$$

Câu 2.**Đáp số trắc nghiệm C.**

📖 *Lời giải tự luận 1:* (Thực hiện từ trái qua phải): Ta lần lượt:

- Với hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - x + 3$ xác định trên \mathbb{R} thì:

$$y' = -3x^2 + 4x - 1, \quad y' \leq 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 4x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{3} \text{ hoặc } x \geq 1.$$

Do đó, đáp án A bị loại.

- Với hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ xác định trên \mathbb{R} thì:

$$y' = -4x^3 + 4x, \quad y' \leq 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x \leq 0 \Leftrightarrow -4x(x^2 - 1) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1 \text{ hoặc } x \geq 1.$$

Do đó, đáp án B bị loại.

- Với hàm số $y = \cos 2x - 2x + 3$ xác định trên \mathbb{R} thì:

$$y' = -2\sin 2x - 2 = -2(\sin 2x + 1) \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Do đó, đáp án C là đúng, tới đây chúng ta dừng lại.

📖 *Lời giải tự luận 2:* (Thực hiện từ phải qua trái): Ta lần lượt:

- Với hàm số $y = \sqrt{1 - x^2}$ xác định trên $[-1; 1]$ nên đáp án D bị loại.

- Với hàm số $y = \cos 2x - 2x + 3$ xác định trên \mathbb{R} thì:

$$y' = -2\sin 2x - 2 = -2(\sin 2x + 1) \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Do đó, đáp án C là đúng, tới đây chúng ta dừng lại.

📖 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt đánh giá:

- Trước tiên, hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} thì phải xác định trên \mathbb{R} . Do đó, đáp án D bị loại. Tới đây ta chỉ còn phải lựa chọn A, B và C.

- Vì B là hàm số bậc bốn nên có đạo hàm là một đa thức bậc ba, và một đa thức bậc ba thì không thể luôn âm (do phương trình bậc ba luôn có ít nhất một nghiệm), suy ra đáp án B không thỏa mãn.

- Với hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - x + 3$ xác định trên \mathbb{R} thì:

$$y' = -3x^2 + 4x - 1, \quad y' \leq 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 4x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{3} \text{ hoặc } x \geq 1.$$

Do đó, đáp án A bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 3.**Đáp số trắc nghiệm B.**

📖 *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

- Đạo hàm:

$$y' = \frac{2 - m}{(x - 1)^2}.$$

- Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ điều kiện là:

$$y' \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \text{ và dấu đẳng thức chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm} \\ \Leftrightarrow 2 - m < 0 \Leftrightarrow m > 2.$$

Vậy, với $m > 2$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

📖 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp tự luận:* Ta có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

- Đạo hàm:

$$y' = \frac{2 - m}{(x - 1)^2}.$$

Khi đó:

- Với $m = 0$ thì:

$$y' = \frac{2}{(x-1)^2} > 0 \Rightarrow \text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \text{Các đáp án A và D bị loại (vì nó chứa giá trị } m = 0).$$
 - Với $m = 2$ thì:
 $y' = 0 \Rightarrow \text{Hàm số là hàm hằng} \Rightarrow \text{Đáp án C bị loại.}$
- Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ **Chú ý:** Rất nhiều học sinh khi thực hiện bài toán trên dưới dạng tự luận đã đưa ra kết luận $m \geq 2$.

Câu 4.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b.$$

Để hàm số đạt cực trị bằng 0 tại điểm $x = -2$ và đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(1; 0)$ điều kiện là:

$$\begin{cases} f(-2) = 0 \\ f'(-2) = 0 \\ f(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8 + 4a - 2b + c = 0 \\ 12 - 4a + b = 0 \\ 1 + a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -4 \end{cases}$$

Vậy, với $a = 3, b = 0$ và $c = -4$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt có đánh giá:

- Hàm số đi qua điểm $A(1; 0)$ nên $a + b + c + 1 = 0$. Suy ra, các đáp án A và D bị loại.
 - Hàm số đi qua điểm $B(-2; 0)$ nên $4a - 2b + c - 8 = 0$. Suy ra, đáp án C bị loại.
- Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 5.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = 4x^3 + 4x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	CT 3	$+\infty$

Vậy, hàm số có một cực tiểu và không có cực đại.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Nhận xét rằng hàm trùng phương với $a > 0$ chỉ có thể xảy ra một trong hai trường hợp:

- Một cực tiểu.
- Một cực đại và hai cực tiểu.

Suy ra, các đáp án B và C bị loại.

Ta có:

$$y' = 4x^3 + 4x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Tức là, hàm số chỉ có một cực trị nên đáp án A bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 6.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận 1: Điều kiện:

$$2 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow |x| \leq \sqrt{2} \Rightarrow \text{Tập xác định } D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}].$$

• Đạo hàm:

$$y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{2-x^2}} = \frac{\sqrt{2-x^2} - x}{\sqrt{2-x^2}},$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Ta có: $y(-\sqrt{2}) = -\sqrt{2}$, $y(1) = 2$ và $y(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$.

Khi đó, ta có $\text{Max}_{x \in D} y = \text{Max}\{-\sqrt{2}, 2, \sqrt{2}\} = 2$ đạt được khi $x = 1$.

Lời giải tự luận 2: Ta có:

$$y = x + \sqrt{2-x^2} \stackrel{\text{Bunhiacopski}}{\leq} \sqrt{(1+1)(x^2+2-x^2)} = 2.$$

Suy ra $\text{Max}_y = 2$ đạt được khi:

$$x = \sqrt{2-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = 2-x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Lời giải tự luận 3: Ta có điều kiện:

$$2 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow |x| \leq \sqrt{2} \Rightarrow \text{Đặt } x = \sqrt{2} \sin t \text{ với } t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

Khi đó, hàm số được chuyển về dạng:

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{2} \sin t + \sqrt{2-2\sin^2 t} = \sqrt{2} \sin t + \sqrt{2} |\cos t| \stackrel{t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]}{=} \sqrt{2} (\sin t + \cos t) \\ &= 2 \sin \left(t + \frac{\pi}{4}\right) \leq 2. \end{aligned}$$

Suy ra $\text{Max}_y = 2$ đạt được khi:

$$\sin \left(t + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \stackrel{t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]}{\Leftrightarrow} t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} = 1.$$

Lời giải tự luận 4: Ta có điều kiện:

$$2 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow |x| \leq \sqrt{2} \Rightarrow \text{Đặt } x = \sqrt{2} \cos t \text{ với } t \in [0; \pi].$$

Khi đó, hàm số được chuyển về dạng:

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{2} \cos t + \sqrt{2-2\cos^2 t} = \sqrt{2} \cos t + \sqrt{2} |\sin t| \stackrel{t \in [0; \pi]}{=} \sqrt{2} (\cos t + \sin t) \\ &= 2 \cos \left(t - \frac{\pi}{4}\right) \leq 2. \end{aligned}$$

Suy ra $\text{Max}_y = 2$ đạt được khi:

$$\cos \left(t - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \stackrel{t \in [0; \pi]}{\Leftrightarrow} t - \frac{\pi}{4} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} = 1.$$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt thử:

• Với $y = 2$, ta có phương trình:

$$x + \sqrt{2-x^2} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{2-x^2} = 2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 2-x^2 = (2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Tới đây, chúng ta dừng lại và khẳng định việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phương pháp đánh giá:* Lựa chọn $x = \frac{4}{3}$ chúng ta nhận thấy:

$$y\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3} + \sqrt{2 - \frac{16}{9}} = \frac{4 + \sqrt{2}}{3} \approx 1.8047.$$

Từ đó, chúng ta nhận thấy rằng:

$$\sqrt{2} < y\left(\frac{4}{3}\right) < 2 \Rightarrow \text{các đáp án B, C và D bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phương pháp đánh giá kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS:*

Trước tiên, ta nhập hàm số $y = x + \sqrt{2 - x^2}$ vào máy tính bằng cách ấn:

$$\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\times} \boxed{+} \boxed{\sqrt{}} \boxed{(} \boxed{2} \boxed{-} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\times} \boxed{x^2} \boxed{)} \boxed{=}$$

Đề thử với giá trị $x = \frac{4}{3}$ ta ấn:

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{4} \boxed{\frac{b}{c}} \boxed{3} \boxed{=}$$

$$\boxed{1.8047}$$

Từ đó, chúng ta nhận thấy rằng:

$$\sqrt{2} < y\left(\frac{4}{3}\right) < 2 \Rightarrow \text{các đáp án B, C và D bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 7.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$.

Viết lại hàm số dưới dạng:

$$y = x - 1 + \frac{2}{x^2 - x - 2} \Leftrightarrow y = x - 1 + \frac{2}{(x + 1)(x - 2)}.$$

Từ đó, ta nhận được kết luận:

- Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng vì $\lim_{x \rightarrow -1} y = \infty$.
- Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng vì $\lim_{x \rightarrow 2} y = \infty$.
- Đường thẳng $y = x - 1$ là tiệm cận xiên vì $\lim_{x \rightarrow \infty} [y - (x - 1)] = 0$.

Vậy, đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá:* Xét phương trình $MS = 0$, cụ thể:

$$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 2.$$

Khi đó:

- Với $x = -1$ thì $TS = 2$ nên $x = -1$ không là nghiệm của phương trình $TS = 0$.
- Với $x = 2$ thì $TS = 2$ nên $x = 2$ không là nghiệm của phương trình $TS = 0$.

Như vậy TS và MS không có nghiệm chung và phương trình $MS = 0$ có hai nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số có ba tiệm cận (hai tiệm cận đứng và một tiệm cận xiên).

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS:* Xét phương trình $MS = 0$, cụ thể:

$$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 2.$$

• Nhập $TS = x^3 - 2x^2 - x + 4$ ta ấn:

$$\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\times} \boxed{\wedge} \boxed{3} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\times} \boxed{x^2} \boxed{-} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\times} \boxed{+} \boxed{4}$$

• Khi đó, ta lần lượt với các giá trị $x = -1$ và $x = 2$:

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{(-)} \boxed{1} \boxed{=}$$

$$\boxed{-1}$$

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{2} \boxed{=}$$

$$\boxed{2}$$

Như vậy TS và MS không có nghiệm chung và phương trình $MS = 0$ có hai nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số có ba tiệm cận (hai tiệm cận đứng và một tiệm cận xiên).
Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS:* Ta lần lượt xét các phương trình:

$$x^3 - 2x^2 - x + 4 = 0 \Leftrightarrow x \approx -1.2695 \text{ bằng cách ấn:}$$

MODE 1
 MODE MODE MODE 1 ▶ 3
 1 = (-) 2 = (-) 1 = 4 = -1.2695
R↔1

$$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 2 \text{ bằng cách ấn:}$$

MODE MODE MODE 1 ▶ 2
 1 = (-) 1 = (-) 2 = 2
-1

Như vậy TS và MS không có nghiệm chung và phương trình $MS = 0$ có hai nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số có ba tiệm cận.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 8.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

▪ Đạo hàm:

$$y' = 3x^2 - 2x + 4, \quad y'' = 6x - 2,$$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow 6x - 2 = 0 \Leftrightarrow x_U = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{Điểm uốn } U\left(\frac{1}{3}; \frac{7}{27}\right).$$

☞ *Nhận xét 1.* Việc sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS tính tung độ của điểm uốn trong bài toán trên được thực hiện bởi một trong hai cách sau:

Cách 1: Ta ấn:

(1 a^{b/c} 3) ^ 3 = (1 a^{b/c} 3) x² + 4 x 1 a^{b/c} 3 = 1
7.27

Cách 2: Ta thực hiện theo các bước:

▪ Nhập hàm số $y = x^3 + x^2 + 4x - 1$ ta ấn:

ALPHA X ^ 3 = ALPHA X x² + 4 ALPHA X = 1

▪ Khi đó, để có được $y\left(\frac{1}{3}\right)$ ta ấn:

CALC 1 a^{b/c} 3 = 7.27

2. Trong câu hỏi 5, chúng ta có thể sử dụng được *phương pháp trích lược tự luận* bởi trong bốn đáp án chỉ có đáp án C chứa $x = -1$, còn trong bài toán này thì không thể bởi cả hai đáp án A và D đều có $x = \frac{1}{3}$.

Câu 9.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Trước tiên, ta có:

$$y' = 4ax^3 + 2bx.$$

Từ đồ thị ta lần lượt thấy:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$.
- $y(0) > 0 \Rightarrow c > 0$.
- Đồ thị hàm số có ba cực trị \Rightarrow Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt
 $\Rightarrow -\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b < 0$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 10.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Ta có $y' = 4x^3 - 8x$.

Giả sử $M(x; y)$ là tiếp điểm, khi đó:

$$y'(x) = 16 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 16 \Leftrightarrow x^3 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x^2 + 2x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow M(2; 5).$$

Từ đó, suy ra phương trình tiếp tuyến (d) có dạng:

$$(d): y = 16(x - 2) + 5 \Leftrightarrow (d): 16x - y - 27 = 0.$$

Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: Ta có:

$$y' = 4x^3 - 8x.$$

Từ giả thiết $k_M = 16$, ta được:

$$y'(x) = 16 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 16 \Leftrightarrow x^3 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ bằng cách ấn:}$$

MODE MODE MODE 1 ▶ 3
 1 = 0 = (←) 2 = (←) 4 =

2
R↔I

Khi đó, chúng ta có tọa độ các tiếp điểm là $M(2; 5)$, suy ra phương trình tiếp tuyến (d) có dạng:

$$(d): y = 16(x - 2) + 5 \Leftrightarrow (d): 16x - y - 27 = 0.$$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: Ta lần lượt đánh giá:

▫ Với đường thẳng trong đáp án A, ta có phương trình hoành độ:

$$x^4 - 4x^2 + 5 = 16x - 14 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 - 16x + 19 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x^3 + x^2 - 3x - 19) = 0$$

Phương trình không có nghiệm bội, bằng cách ấn:

MODE MODE MODE 1 ▶ 3
 1 = 1 = (←) 3 = (←) 19 =

2.7052
R↔I

\Rightarrow Các đáp án A và D bị loại.

▫ Với đường thẳng trong đáp án B, ta có phương trình hoành độ:

$$x^4 - 4x^2 + 5 = 16x - 27 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 - 16x + 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x^3 + 2x^2 - 16) = 0$$

Phương trình có nghiệm bội $x = 2$, bằng cách ấn:

1 = 2 = 0 = (←) 16 =

2
R↔I

$\Rightarrow y = 16x - 27$ tiếp xúc với (C).

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 11.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận:* Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x-m}{x-2} = mx - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ g(x) = mx^2 - 2(m+1)x + m + 2 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Đường thẳng (d) cắt đồ thị hàm số (C) tại hai điểm phân biệt khi:
Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta'_g > 0 \\ g(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 > 0 \\ 2 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}.$$

Vậy, với $m \in \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

✍ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x-m}{x-2} = mx - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ g(x) = mx^2 - 2(m+1)x + m + 2 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

▪ Với $m = 0$, phương trình (*) có dạng:

$$-2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow (C) \text{ và } (d) \text{ có một điểm chung}$$

$\Rightarrow m = 0$ không thỏa mãn \Rightarrow Các đáp án A và C bị loại.

▪ Với $m = 2$, phương trình (*) có dạng:

$$2x^2 - 6x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 2 \text{ (loại)} \Rightarrow (C) \text{ và } (d) \text{ có một điểm chung}$$

$\Rightarrow m = 2$ không thỏa mãn \Rightarrow Đáp án B bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

👉 *Nhận xét - Mở rộng:* Để tăng độ khó cho bài toán, người ta có thể phát biểu dưới dạng:

Cho hàm số (C): $y = \frac{x-m}{x-2}$. Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(0; -1)$ có hệ góc m cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt khi:

A. Mọi m. B. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$.

Câu 12.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\sqrt[4]{x^2 \sqrt[3]{x}} = \sqrt[4]{x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{2+\frac{1}{3}}{3}}} = \sqrt[4]{\frac{7}{3}} = x^{\frac{7}{12}}, \text{ ứng với đáp án B.}$$

Câu 13.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$2 = \log_6 \sqrt{a} = \log_6 a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_6 a \Leftrightarrow \log_6 a = 4, \text{ ứng với đáp án D.}$$

Câu 14.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Điều kiện là:

$$0 < x - 1 \neq 1 \Leftrightarrow 1 < x \neq 2.$$

Vậy, tập xác định của hàm số là $(1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 15.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

▪ Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

- Đạo hàm:
 $y' = e^x + x \cdot e^x = (1+x)e^x$.
- Hàm số đồng biến khi:

$$y' \geq 0 \Leftrightarrow (1+x)e^x \geq 0 \Leftrightarrow 1+x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1.$$

Vậy, hàm số đồng biến trên khoảng $[-1; +\infty)$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt đánh giá:

$$y(2) = 2e^2 \text{ và } y(1) = e \Rightarrow y(2) > y(1)$$

\Rightarrow trên đoạn $[1; 2]$ hàm số đồng biến \Rightarrow Các đáp án A và C bị loại.

$$y(0) = 0 \Rightarrow y(0) < y(1)$$

\Rightarrow trên đoạn $[0; 1]$ hàm số đồng biến.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 16.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận 1:* Biến đổi hệ phương trình về dạng:

$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 3 \\ 2^{x+y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x + 2^y = 3 \\ 2^x \cdot 2^y = 2 \end{cases}$$

suy ra $2^x, 2^y$ là nghiệm của phương trình:

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \text{ và } 2^y = 2 \\ 2^x = 2 \text{ và } 2^y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ và } y = 1 \\ x = 1 \text{ và } y = 0 \end{cases}$$

Vậy, hệ phương trình có hai cặp nghiệm $(0; 1)$ và $(1; 0)$.

☞ *Lời giải tự luận 2:* Rút y từ phương trình thứ hai trong hệ để thay vào phương trình thứ nhất, ta được:

$$2^x + 2^{1-x} = 3 \Leftrightarrow 2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 1 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

Vậy, hệ phương trình có hai cặp nghiệm $(0; 1)$ và $(1; 0)$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1:* Ta lần lượt đánh giá:

- Với cặp nghiệm $(2; -1)$ thay vào hệ phương trình ta thấy:

$$\begin{cases} 2^2 + 2^{-1} = 3 \\ 2^{-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{9}{2} = 3, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow (2; -1) \text{ không là nghiệm}$$

\Rightarrow Các đáp án A và D bị loại.

- Với cặp nghiệm $(-1; 2)$ thay vào hệ phương trình ta thấy:

$$\begin{cases} 2^{-1} + 2^2 = 3 \\ -1 + 2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{9}{2} = 3, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow (-1; 2) \text{ không là nghiệm}$$

\Rightarrow Đáp án C bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2:* Ta lần lượt đánh giá:

- Hệ thuộc dạng đối xứng loại I nên nếu có nghiệm $(x_0; y_0)$ thì cũng nhận $(y_0; x_0)$ làm nghiệm nên các đáp án C và D bị loại.
- Với cặp nghiệm $(0; 1)$ thay vào hệ phương trình ta thấy:

$$\begin{cases} 2^0 + 2^1 = 3 \\ 1 = 1 \end{cases}, \text{ đúng} \Rightarrow (0; 1) \text{ là nghiệm} \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 17.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Biến đổi bất phương trình về dạng:

$$3 - 6x > 0 \Leftrightarrow 6x < 3 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}.$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm là $x < \frac{1}{2}$.

Nhận xét – Mở rộng: Ta có:

- Lựa chọn phép thử thực hiện tương tự câu 17/Đề 1.
- Sử dụng máy tính Fx giải phương trình $2^{3-6x} = 1$ rồi sử dụng tính đơn điệu của hàm số để kết luận về tập nghiệm.

Câu 18.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận 1: Bất phương trình tương đương với:

$$\begin{cases} x > 1 \\ 3x - 1 > x^2 + 1 \\ 0 < x < 1 \\ 0 < 3x - 1 < x^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2 - 3x + 2 < 0 \\ 0 < x < 1 \\ 3x - 1 > 0 \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 1 < x < 2 \\ 0 < x < 1 \\ x > 1/3 \\ x > 2 \vee x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 2 \\ \frac{1}{3} < x < 1 \end{cases}.$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm $\left(\frac{1}{3}; 2\right) \setminus \{1\}$.

Lời giải tự luận 2: Biến đổi:

$$\begin{cases} 0 < x \neq 1 \\ 3x - 1 > 0 \\ x^2 + 1 > 0 \\ (x - 1)(3x - 1 - x^2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \neq 1 \\ x > \frac{1}{3} \\ (x - 1)(x^2 - 3x + 2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \frac{1}{3} < x < 2 \end{cases}.$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm $\left(\frac{1}{3}; 2\right) \setminus \{1\}$.

Câu 19.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Biến đổi phương trình về dạng:

$$3^x \cdot 2 \cdot 2^x = 72 \Leftrightarrow 2 \cdot (3 \cdot 2)^x = 72 \Leftrightarrow 6^x = 36 = 6^2 \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \{2\}$.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải): Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 0$ thay vào phương trình ta thấy:
 $3^0 \cdot 2^1 = 72 \Leftrightarrow 2 = 72$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án A bị loại.
- Với $x = 1$ thay vào phương trình ta thấy:
 $3 \cdot 2^2 = 72 \Leftrightarrow 12 = 72$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án B bị loại.
- Với $x = 2$ thay vào phương trình ta thấy:
 $3^2 \cdot 2^3 = 72 \Leftrightarrow 72 = 72$, thoả mãn.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái): Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 3$ thay vào phương trình ta thấy:
 $3^3 \cdot 2^4 = 72 \Leftrightarrow 128 = 72$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án D bị loại.

- Trong cách giải *tự luận 2*, chúng ta sử dụng *phép hạ bậc toàn cục* để đưa hàm số về dạng dễ lấy nguyên hàm.
 - Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, chúng ta thực hiện từ trái qua phải. Tuy nhiên, với phép thử đó vì đáp án C đúng với giá trị $x = 0$ nên chuyển qua đáp án D để nhận xét được rằng đáp án này là sai. Từ đó khẳng định việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.
- Các em học sinh cần ghi nhận ý tưởng này để sử dụng trong các phép thử mà ở đó việc biến đổi lượng giác về hàm số ban đầu là phức tạp.

Câu 23.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận 1:

Đặt $t = 4x - 1$ suy ra: $dt = 4dx$ và $f(x).dx = \frac{1}{4}t^3 dt$.

Khi đó:

$$\int f(x)dx = \frac{1}{4} \int t^3 dt = \frac{1}{16} t^4 + C = \frac{1}{16} (4x - 1)^4 + C, \text{ ứng với đáp án C.}$$

Lời giải tự luận 2: Ta biến đổi:

$$f(x) = 64x^3 - 48x^2 + 12x - 1.$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} \int f(x)dx &= \int (64x^3 - 48x^2 + 12x - 1)dx = 16x^4 - 16x^3 + 6x^2 - x + C \\ &= \frac{1}{16} (256x^4 - 256x^3 + 96x^2 - 16x + 1) + C - \frac{1}{16} \\ &= \frac{1}{16} (4x - 1)^4 + C_0, \text{ ứng với đáp án C.} \end{aligned}$$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt đánh giá:

- Với $F(x)$ trong đáp án A thì:

$$f(x) = \left[\frac{1}{4} (4x - 1)^4 + C \right]' = 4(4x - 1)^3 \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

- Bởi các đáp án A, B, C, D chỉ khác nhau ở hệ số và giả thiết cho hệ số 1 (tức $16:16 = 2$) nên ta loại bỏ tiếp được các đáp án B và D.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 24.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Ta có:

$$\int_0^4 x(\sqrt{x} - x^2)dx = \int_0^4 (x^{\frac{3}{2}} - x^3)dx = \left(\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{4}x^4 \right) \Big|_0^4 = -\frac{256}{5}, \text{ ứng với đáp án B.}$$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: bằng cách thực hiện theo thứ tự:



Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 25.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta biến đổi:

$$\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \cdot \sin^2 x dx = \int_0^{\pi/2} (1 - \sin^2 x) \cdot \sin^2 x \cdot \cos x dx = \int_0^{\pi/2} (\sin^2 x - \sin^4 x) \cdot \cos x dx.$$

Đặt $t = \sin x$, khi đó $dt = \cos x dx$.

Đôi cận:

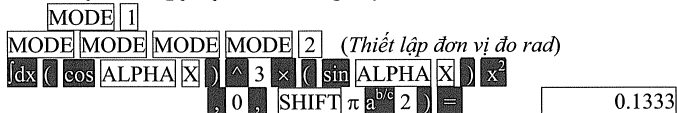
▪ $x = 0 \Rightarrow t = 0$

▪ $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1.$

Khi đó:

$$\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \cdot \sin^2 x dx = \int_0^1 (t^2 - t^4) dt = \left(\frac{1}{3} t^3 - \frac{1}{5} t^5 \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{15}, \text{ ứng với đáp án B.}$$

✍ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS, thực hiện theo thứ tự:



Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta thấy nó có dạng:

$$R(\sin x, -\cos x) = -R(\sin x, \cos x).$$

và theo lý thuyết thì phép đổi biến là $t = \sin x$.

Tuy nhiên, bài toán trên còn có thể được giải bằng việc biến đổi biểu thức $\cos^3 x \cdot \sin^2 x$ về dạng tổng của các hàm lượng giác, cụ thể:

$$\begin{aligned} \cos^3 x \cdot \sin^2 x &= \frac{1}{4} \sin^2 2x \cdot \cos x = \frac{1}{8} (1 - \cos 4x) \cdot \cos x \\ &= \frac{1}{8} (\cos x - \cos 4x \cdot \cos x) = \frac{1}{8} [\cos x - \frac{1}{2} (\cos 5x + \cos 3x)] \\ &= \frac{1}{16} (2\cos x - \cos 5x - \cos 3x). \end{aligned}$$

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử với máy tính CASIO fx-570MS*, các em học sinh nhớ cần có động tác thiết lập đơn vị đo phù hợp.

Câu 26.

Đáp số trắc nghiệm A.

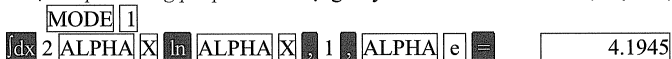
✍ *Lời giải tự luận:* Đặt:

$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = 2x \cdot dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x^2 \end{cases}.$$

Khi đó:

$$\int_1^e 2x \cdot \ln x \cdot dx = x^2 \cdot \ln x \Big|_1^e - \int_1^e x \cdot dx = e^2 - \frac{1}{2} x^2 \Big|_1^e = \frac{1}{2} (e^2 + 1), \text{ ứng với đáp án A.}$$

✍ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS, thực hiện theo thứ tự:



Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 27.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Gọi S là diện tích cần xác định, ta có:

$$S = \int_1^e \frac{\ln x}{2\sqrt{x}} dx.$$

Bởi $x \in [1; e] \Rightarrow \ln x \geq 0 \Rightarrow \frac{\ln x}{2\sqrt{x}} = \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}$, do đó:

$$S = \int_1^e \frac{\ln x dx}{2\sqrt{x}}.$$

Đặt:

$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \sqrt{x} \end{cases}.$$

Khi đó:

$$S = \sqrt{x} \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{\sqrt{x}}{x} dx = (\sqrt{x} \ln x - 2\sqrt{x}) \Big|_1^e = 2 - \sqrt{e}. \quad (\text{đvdt})$$

Nhận xét – Mở rộng: Sử dụng máy tính để nhận được giá trị gần đúng của tích phân rồi so sánh với các đáp án.

Câu 28.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận:

Xét (C): $x^2 + (y - 2)^2 = 1$ có tâm I(0,2), bán kính R = 1.

Vậy, ta có:

▪ Nửa (C) ở trên ứng với $2 \leq y \leq 4$ có phương trình:

$$y = f_1(x) = 2 + \sqrt{1 - x^2} \quad \text{với } x \in [-1, 1]$$

▪ Nửa (C) ở dưới ứng với $0 \leq y \leq 2$ có phương trình:

$$y = f_2(x) = 2 - \sqrt{1 - x^2} \quad \text{với } x \in [-1, 1].$$

Khi đó thể tích vật thể tròn xoay cần tính là:

$$V = \pi \int_{-1}^1 \left[\left(2 + \sqrt{1 - x^2}\right)^2 - \left(2 - \sqrt{1 - x^2}\right)^2 \right] dx = 8\pi \int_{-1}^1 \sqrt{1 - x^2} dx$$

Thực hiện phép đổi biến $x = \sin t \Rightarrow dx = \cos t dt$.

Đổi cận:

▪ Với $x = -1$ thì $t = -\frac{\pi}{2}$.

▪ Với $x = 1$ thì $t = \frac{\pi}{2}$.

Khi đó:

$$V = 8\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sqrt{\cos^2 t} \cos t dt = 4\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1 + \cos 2t) dt = 4\pi \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = 4\pi^2.$$

Nhận xét – Mở rộng: Sử dụng máy tính để nhận được giá trị gần đúng của tích phân rồi so sánh với các đáp án.

Câu 29.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Giả sử $z = a + bi$, khi đó:

$$\bar{z} = a - bi \Rightarrow z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi, \text{ là số ảo.}$$

Câu 30.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \cdot \frac{1}{2} \frac{\sqrt{3}}{2}i = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \text{ ứng với đáp án A.}$$

Câu 31.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

$$\begin{aligned} \frac{i+1}{i-1} &= \frac{(i+1)(i+1)}{2} = i \Rightarrow \left(\frac{i+1}{i-1}\right)^{33} = i; \\ (1-i)^2 &= -2i \Rightarrow (1-i)^{10} = (-2i)^5 = -2^5i = -32i; \\ (2+3i)(2-3i) &= 4+9 = 13; \\ \frac{1}{i} &= -i \end{aligned}$$

Do đó:

$$\left(\frac{i+1}{i-1}\right)^{33} + (1-i)^{10} + (2+3i)(2-3i) + \frac{1}{i} = 13 - 32i \Rightarrow \begin{cases} \text{Phần thực bằng } 13 \\ \text{Phần ảo bằng } -32 \end{cases}$$

Câu 32.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận:* Giả sử số $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của $-4i$, tức là ta có:

$$-4i = (x + yi)^2 = x^2 - y^2 + 2xyi \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm y \\ 2xy = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y = \sqrt{2} \\ x = -y = -\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy, số $-i$ có hai căn bậc hai là $\pm\sqrt{2}(1-i)$.

Câu 33.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Đề $z = 1 + i$ làm một nghiệm của phương trình điều kiện là:

$$\begin{aligned} 0 &= (1+i)^3 + a(1+i)^2 + b(1+i) + c = (b+c-2) + (2a+b+2)i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} b+c-2=0 \\ 2a+b+2=0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} b+c=2 \\ 2a+b=-2 \end{cases} \end{aligned} \quad (I)$$

- Đề $z = 2$ làm một nghiệm của phương trình điều kiện là:

$$0 = 2^3 + a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 4a + 2b + c + 8. \quad (*)$$

Giải hệ tạo bởi (I) và (*), ta được $a = -4, b = 6, c = -4$.

Câu 34.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta biến đổi phương trình về dạng:

$$8z^3(z+1) = z+1 \Leftrightarrow (z+1)(8z^3-1) = 0 \Leftrightarrow (z+1)(2z-1)(4z^2+2z+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 \\ z = \frac{1}{2} \\ 4z^2 + 2z + 1 = 0. (*) \end{cases}$$

Phương trình (*) có biệt thức $\Delta' = -3$ nên nó có hai nghiệm $\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{4}$.

Vậy, phương trình có các nghiệm $z_1 = -1, z_2 = \frac{1}{2}, z_{3,4} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{4}$.

Câu 35.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Nhận thấy khối đa diện nhỏ nhất chính là khối tứ diện và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của ba cạnh.

Câu 36.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Dựa trên kết quả có đúng năm loại khối đa diện đều:

{3; 3}, {4; 3}, {3; 4}, {5; 3}, {3; 5}

⇒ Đáp án D là đúng đắn.

Câu 37.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1: Ta lần lượt có:

▪ Với đẳng thức trong đáp án A thì:

$$V_{A'B'CC} = \frac{1}{3} S_{\Delta A'B'C} \cdot d(C, (A'B'C')) = \frac{1}{3} S_{\Delta A'B'C} \cdot d(M, (A'B'C')) = V_{MA'B'C}$$

⇒ Đẳng thức cho bởi A là đúng.

▪ Với đẳng thức trong đáp án B thì:

$$V_{ABCC} = \frac{1}{3} S_{\Delta BCC} \cdot d(A, (BCC')) = \frac{1}{3} S_{\Delta BCC} \cdot d(A', (BCC')) = V_{A'B'CC}$$

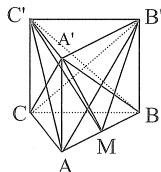
⇒ Đẳng thức cho bởi B là đúng.

▪ Với đẳng thức trong đáp án C thì:

$$V_{MA'BC} = \frac{1}{3} S_{\Delta A'B'C} \cdot d(M, (A'B'C')) = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot d(A', (ABC)) = V_{A'ABC}$$

⇒ Đẳng thức cho bởi C là đúng.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.



Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2: Ta lần lượt có:

▪ Với đẳng thức trong đáp án D thì:

$$V_{MA'B'C} = \frac{1}{3} S_{\Delta A'B'C} \cdot d(M, (A'B'C')) = \frac{1}{3} S_{\Delta A'B'C} \cdot d(A, (A'B'C')) = V_{A'ABC}$$

⇒ Đẳng thức cho bởi D là sai.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 38.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Trước tiên, chúng ta biết rằng hai đa giác đều A và B (có diện tích bằng S) đồng dạng tỉ số n thì:

$$S_A = n^2 S.$$

Khi đó, ta nhận thấy:

$$V_A = \frac{1}{3} h_A \cdot S_A = \frac{1}{3} nh \cdot n^2 S = n^3 \left(\frac{1}{3} h \cdot S \right) = n^3 V.$$

Vậy, thể tích của nó tăng lên n^3 lần.

Câu 39.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Gọi O là tâm của hình hộp chữ nhật thì O cách đều các đỉnh, do đó O chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật đó.

Câu 40.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Ta có ba trường hợp:

Trường hợp 1: Nếu $AA_1 = a$ thì khối trụ có chiều cao $h = AA_1 = a$ và bán kính đáy là:

$$R = \frac{1}{2} A_1 C_1 = \frac{1}{2} \sqrt{A_1 B_1^2 + C_1 B_1^2} = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + c^2}.$$

Khi đó, thể tích của khối trụ là:

$$V = \pi R^2 h = \frac{1}{4} \pi (b^2 + c^2) a, \text{ ứng với đáp án B.}$$

Trường hợp 2: Nếu $AA_1 = b$ thì khối trụ có chiều cao $h = AA_1 = b$ và bán kính đáy là:

$$R = \frac{1}{2} A_1 C_1 = \frac{1}{2} \sqrt{A_1 B_1^2 + C_1 B_1^2} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + c^2}.$$

Khi đó, thể tích của khối trụ là:

$$V = \pi R^2 h = \frac{1}{4} \pi (a^2 + c^2) b, \text{ ứng với đáp án C.}$$

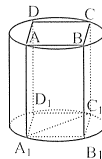
Trường hợp 3: Nếu $AA_1 = c$ thì khối trụ có chiều cao $h = AA_1 = c$ và bán kính đáy là:

$$R = \frac{1}{2} A_1 C_1 = \frac{1}{2} \sqrt{A_1 B_1^2 + C_1 B_1^2} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Khi đó, thể tích của khối trụ là:

$$V = \pi R^2 h = \frac{1}{4} \pi (a^2 + b^2) c, \text{ ứng với đáp án A.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.



Câu 41.

Đáp số trắc nghiệm A.

Câu 42.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Giả sử Oz là tia phân giác của góc xOy, Oz cắt AB tại H, suy ra:

$$OH \perp AB, \text{ vì } \Delta OAB \text{ cân tại } O \Rightarrow OH \perp \beta \Rightarrow OH \perp HM.$$

Xét hai tam giác vuông ΔOHM và ΔOHB , ta có:

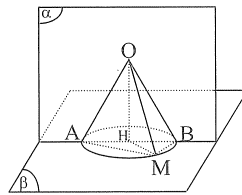
$$OH \text{ chung}$$

$$HM = HB$$

suy ra:

$$\Delta OHM = \Delta OHB \Rightarrow \widehat{MOH} = \widehat{BOH} = \varphi, \text{ không đổi}$$

Vậy, M thuộc mặt nón (N) trục Oz đỉnh O và góc ở đỉnh bằng 2φ .



Câu 43.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Ta có: $\vec{u} = 3\vec{u}_1 + 2\vec{u}_2 = 3(3; -4; -2) + 2(1; 0; -3) = (11; -12; -12)$.

Vậy, ta có $\vec{u}(11; -12; -12)$.

Nhận xét - Mở rộng: Bài tập trên rất đơn giản nhưng lại rất dễ nhầm lẫn, do đó các em học sinh cần thận trọng.

✍ *Lời giải tự luận 2:* Ta có:

$$M(x; y; z) \in (S) \Leftrightarrow MA \perp MB \Leftrightarrow \overline{MA} \cdot \overline{MB} = 0$$

$$(1-x; 3-y; 2-z) \cdot (3-x; 5-y; -z) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-x) \cdot (3-x) + (3-y) \cdot (5-y) + (2-z) \cdot (-z) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 8y - 2z + 18 = 0 \Leftrightarrow (S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 3$$

Đó chính là phương trình mặt cầu (S) cần tìm.

✍ *Lời giải tự luận 3:* Ta có:

$$M(x; y; z) \in (S) \Leftrightarrow \Delta MAB \text{ vuông tại } M \Leftrightarrow MA^2 + MB^2 = AB^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 8y - 2z + 18 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 3.$$

Đó chính là phương trình mặt cầu (S) cần tìm.

✍ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt đánh giá:

▪ Ta có:

$$2R = AB = \sqrt{(3-1)^2 + (5-3)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow R = \sqrt{3}$$

\Rightarrow Các đáp án A và C bị loại.

▪ Với đáp án B thì:

$$(1+2)^2 + (3+4)^2 + (2+1)^2 = 3 \Leftrightarrow 67 = 3 \Rightarrow A \notin (S) \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận 1*, chúng ta đi xác định tâm và bán kính của mặt cầu (S), từ đó nhận được phương trình chính tắc của (S).
- Trong cách *giải tự luận 2 và 3*, chúng ta sử dụng phương pháp quỹ tích để xác định phương trình của (S) và chuyển nó về dạng chính tắc để lựa chọn được đáp án đúng.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, thông qua độ dài của bán kính R chúng ta loại bỏ được các đáp án A và B. Cuối cùng, để lựa chọn được đáp án đúng chúng ta kiểm tra điều kiện (S) đi qua điểm A.

Câu 47.

Đáp số trắc nghiệm C.

✍ *Lời giải tự luận:* Gọi \vec{n} là vtpt của mặt phẳng (P), ta được:

$$\overline{AB}(0; -1; 0) \text{ và } \overline{AC}(-1; 0; 1)$$

$$\vec{n} = [\overline{AB}, \overline{AC}] = \left(\begin{array}{c|cc} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{array} \right) = (-1; 0; -1).$$

Phương trình mặt phẳng (P) được cho bởi:

$$(P): \begin{cases} \text{qua } A(1; 1; 0) \\ \text{vtpt } \vec{n}(-1; 0; -1) \end{cases} \Leftrightarrow (P): x + z - 1 = 0, \text{ ứng với đáp án C.}$$

✍ *Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS:* Gọi \vec{n} là vtpt của mặt phẳng (P), ta có:

$$\overline{AB}(0; -1; 0) \text{ và } \overline{AC}(-1; 0; 1) \Rightarrow \vec{n} = [\overline{AB}, \overline{AC}] = (-1; 0; -1)$$

bằng cách thực hiện theo thứ tự:

- Thiết lập môi trường làm việc với vectơ cho máy tính bằng cách ấn:

$$\boxed{\text{MODE}} \boxed{\text{MODE}} \boxed{\text{MODE}} \boxed{3}$$

- Để nhập tọa độ cho vectơ \overline{AB} và vectơ \overline{AC} ta ấn:

$$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{VCT}} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{3} \boxed{=} \boxed{0} \boxed{=} \boxed{(-)} \boxed{1} \boxed{=} \boxed{0} \boxed{=} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{VCT}} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{=} \boxed{(-)} \boxed{1} \boxed{=} \boxed{0} \boxed{=} \boxed{1} \boxed{=}$$

- Để tính tọa độ của \vec{n} ta ấn:

-1
0
-1

Phương trình mặt phẳng (P) được cho bởi:

(P): $\begin{cases} \text{qua } A(1;1;0) \\ \text{vtp } \vec{n}(-1;0;-1) \end{cases} \Leftrightarrow (P): x + z - 1 = 0, \text{ ứng với đáp án C.}$

Lời giải tự luận 2: Giả sử mặt phẳng (P) có phương trình:

(P): $Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 > 0$.

Vì A, B, C thuộc (P), ta được:

$$\begin{cases} A + B + D = 0 \\ A + D = 0 \\ B + C + D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = -D \\ B = 0 \\ C = -D \end{cases}$$

Từ đó, ta được:

(P): $-Dx - Cz + D = 0 \Leftrightarrow (P): x + z - 1 = 0, \text{ ứng với đáp án C.}$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1: (Từ trái qua phải): Ta lần lượt đánh giá:

- Với (P) cho bởi đáp án A ta nhận thấy:
 $2.1 - 1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \Leftrightarrow A \in (P)$
 $2.1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 1 = 0 \Rightarrow B \notin (P) \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$
- Với (P) cho bởi đáp án B ta nhận thấy:
 $1 + 2.0 - 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \Leftrightarrow A \in (P)$
 $1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \Leftrightarrow B \in (P)$
 $2.1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 1 = 0 \Rightarrow C \notin (P) \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại.}$
- Với (P) cho bởi đáp án C ta nhận thấy:
 $1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \Leftrightarrow A \in (P)$
 $1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \Leftrightarrow B \in (P)$
 $1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \Leftrightarrow C \in (P)$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2: (Từ phải qua trái): Ta lần lượt đánh giá:

- Với (P) cho bởi đáp án D ta nhận thấy:
 $2.1 - 1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \Leftrightarrow A \in (P)$
 $2.1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 1 = 0 \Rightarrow B \notin (P) \Rightarrow \text{Đáp án D bị loại.}$
- Với (P) cho bởi đáp án C ta nhận thấy:
 $1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \Leftrightarrow A \in (P)$
 $1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \Leftrightarrow B \in (P)$
 $1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \Leftrightarrow C \in (P)$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 48.

Đáp số trắc nghiệm B.

Hướng dẫn: : Tọa độ vtcp của đường thẳng (d) cho dưới dạng tham số chính là hệ số của t ở hệ phương trình đó.

Câu 49.

Đáp số trắc nghiệm B.

✎ *Lời giải tự luận:* Gọi \vec{a} là một vtcp của (d), ta có $\vec{a}(2; -1; 1)$. Khi đó:

$$(P): \begin{cases} \text{qua } M(-2; 1; 1) \\ \text{vtpt } \vec{a}(2; -1; 1) \end{cases} \Leftrightarrow (P): 2.(x+2) - 1.(y-1) + 1.(z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (P): 2x - y + z + 4 = 0, \text{ ứng với đáp án B.}$$

✎ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt đánh giá:

- Mặt phẳng cho trong đáp án A đi qua M nhưng có vtpt $\vec{n}(2; 1; -1)$ nên không thể vuông góc với (d), do đó đáp án A bị loại.
- Mặt phẳng cho trong đáp án B đi qua M và có vtpt $\vec{n}(2; -1; 1)$ nên vuông góc với (d), do đó nó thỏa mãn.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 50.

Đáp số trắc nghiệm A.

✎ *Lời giải tự luận 1:* Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}(1; -2; -3)$.

Gọi (d) là đường thẳng qua M và vuông góc với (P), ta có:

$$(d): \begin{cases} \text{qua } M(1; -1; 1) \\ \text{vtcp } \vec{n}(1; -2; -3) \end{cases} \Leftrightarrow (D): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - 3t \end{cases}$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên (P), ta có:

$$(1+t) - 2(-1-2t) - 3(1-3t) + 14 = 0 \Leftrightarrow 14t + 14 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \\ \Rightarrow H(0; 1; 4).$$

Vì H là trung điểm của MM' nên suy ra M'(-1; 3; 7), ứng với đáp án A.

✎ *Lời giải tự luận 2:* Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}(1; -2; -3)$.

Gọi H(x; y; z) là hình chiếu vuông góc của M lên (P), ta có:

$$\begin{cases} H \in (P) \\ \overline{MH} \perp (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} H \in (P) \\ \overline{MH} // \vec{n} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y - 3z + 14 = 0 \\ x - 1 = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{-3} \end{cases} \Rightarrow H(0; 1; 4).$$

Vì H là trung điểm của MM' nên suy ra M'(-1; 3; 7), ứng với đáp án A.

✎ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}(1; -2; -3)$.

Ta lần lượt đánh giá:

- Với đáp án A thì:

$$\overline{MM'}(-2; 4; 6) \Rightarrow \overline{MM'} // \vec{n}, \text{ thỏa mãn.}$$

Toạ độ trung điểm H của MM' là H(0; 1; 4) \in (P), thỏa mãn.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

ĐỀ LUYỆN SỐ 3

KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

- Câu 1.** Vận tốc của một chất điểm chuyển động được biểu thị bởi công thức $v(t) = 8t + 3t^2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây (s) và $v(t)$ tính bằng mét/giây (m/s). Tìm gia tốc của chất điểm tại thời điểm mà vận tốc của chuyển động bằng 11.
 A. 12m/s^2 . B. 14m/s^2 . C. 16m/s^2 . D. 18m/s^2 .
- Câu 2.** Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ đồng biến trên các khoảng:
 A. $(-\infty; 1)$ và $[3; +\infty)$. B. $(-\infty; 1]$ và $[3; +\infty)$.
 C. $(-\infty; 1]$ và $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.
- Câu 3.** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + 4x + 3$. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} khi:
 A. $|a| \leq 1$. B. $a \geq 1$. C. $a \leq 2$. D. $|a| \leq 2$.
- Câu 4.** Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 3$. Hàm số có ba điểm cực trị x_1, x_2, x_3 . Tích $x_1.x_2.x_3$ bằng:
 A. -2 . B. -1 . C. 0 . D. 1 .
- Câu 5.** Cho hàm số $y = |x|(x + 4)$. Tọa độ điểm cực đại của hàm số là:
 A. $(1; 3)$. B. $(-2; 4)$. C. $(0; 2)$. D. $(0; 0)$.
- Câu 6.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$ bằng:
 A. $\frac{5}{2}$. B. 2 . C. $\frac{3}{2}$. D. 1 .
- Câu 7.** Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số bằng:
 A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. 4 .
- Câu 8.** Cho hàm số $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}$. Đồ thị hàm số có trục đối xứng là:
 A. $x = -3$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.
- Câu 9.** Tìm giá trị của m để phương trình $-x^4 + 2x^2 - 2 = m$ có bốn nghiệm phân biệt.
 A. $m > -1$. B. $-2 \leq m \leq -1$. C. $m < -2$. D. $-2 < m < -1$.
- Câu 10.** Cho hàm số (C): $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$. Nếu tiếp tuyến tại điểm M của (C) có hệ số góc bằng -9 thì tọa độ của điểm M là:
 A. $M(1; -9)$ hoặc $M(2; -20)$. B. $M(1; -9)$ hoặc $M(3; -25)$.
 C. $M(0; 2)$ hoặc $M(2; -20)$. D. $M(0; 2)$ hoặc $M(-1; 7)$.
- Câu 11.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$. Số giao điểm của đồ thị hàm số và trục Ox bằng:
 A. 0 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .
- Câu 12.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
 A. Với số thực a và các số nguyên m, n , ta có:

$$a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m \cdot n}$$

 B. Với hai số thực a, b cùng khác 0 và số nguyên n , ta có:

$$(ab)^n = a^n b^n; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

C. Với hai số thực a, b thỏa mãn $0 < a < b$ và với số nguyên n , ta có:
 $a^n < b^n$.

D. Với số thực a khác 0 và hai số nguyên m, n , ta có:
 Nếu $m > n$ thì $a^m > a^n$.

Câu 13. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Cơ số của logarit là một số thực bất kì.
 B. Cơ số của logarit phải là số nguyên.
 C. Cơ số của logarit phải là số nguyên dương.
 D. Cơ số của logarit phải là số dương khác 1.

Câu 14. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - 1}{\ln(1+x)}$ bằng:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = (x - 1)\ln^2 x$. Ta có $f'(1)$ bằng:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 16. Hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ \log_4 x + \log_4 y = 1 + \log_4 9 \end{cases}$$

có nghiệm là:

- A. $(-2; 18)$ hoặc $(18; -2)$. B. $(2; 18)$ hoặc $(18; 2)$.
 C. $(1; 8)$ hoặc $(8; 1)$. D. $(1; -8)$ hoặc $(-8; 1)$.

Câu 17. Bất phương trình $16^x > 0,125$ có tập nghiệm là:

- A. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$. B. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right)$. C. $\left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$. D. $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Câu 18. Bất phương trình $\log_{0,5}^2 x + \log_{0,5} x - 2 \leq 0$ có tập nghiệm là:

- A. $\left[\frac{1}{2}; 4\right]$. B. $\left(\frac{1}{2}; 4\right)$. C. $\left[\frac{1}{2}; 4\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 4\right]$.

Câu 19. Phương trình $(3 - 2\sqrt{2})^{3x} = 3 + 2\sqrt{2}$ có tập nghiệm là:

- A. $T = \{1\}$. B. $T = \left\{\frac{1}{3}\right\}$. C. $T = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$. D. $T = \{-1\}$.

Câu 20. Phương trình $\log_9[3\log_3(1 + \log_2 x)] = \frac{1}{2}$ có tập nghiệm là:

- A. $T = \{1\}$. B. $T = \{4\}$. C. $T = \{1; 2\}$. D. $T = \{2; 4\}$.

Câu 21. Phương trình $3^{4x+8} - 4 \cdot 3^{2x+5} + 27 = 0$ có tập nghiệm là:

- A. $T = \left\{\frac{3}{2}; -1\right\}$. B. $T = \left\{\frac{3}{2}; 1\right\}$. C. $T = \left\{-\frac{3}{2}; -1\right\}$. D. $T = \left\{-\frac{3}{2}; 1\right\}$.

Câu 22. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^4 x$ có dạng:

- A. $\frac{1}{8}(3x + 2\sin 2x + \frac{1}{4}\sin 4x) + C$. B. $\frac{1}{8}(3x - 2\sin 2x + \frac{1}{4}\sin 4x) + C$.
 C. $\frac{1}{8}(3x + 2\sin 2x - \frac{1}{4}\sin 4x) + C$. D. $\frac{1}{8}(3x - 2\sin 2x - \frac{1}{4}\sin 4x) + C$.

Câu 23. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$ có dạng:

- A. $\sqrt{1-x^2} + C$. B. $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + C$. C. $x\sqrt{1-x^2} + C$. D. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + C$.

- Câu 24.** Tích phân $\int_{1/e}^e |\ln x| dx$ bằng:
- A. $1 - \frac{1}{e}$. B. $2 - \frac{2}{e}$. C. $2 + \frac{2}{e}$. D. $1 + \frac{1}{e}$.
- Câu 25.** Biết $\int_1^2 f(x)dx = -4$, $\int_1^5 f(x)dx = 6$, giá trị của $\int_2^5 f(x)dx$ bằng:
- A. -4 . B. 6 . C. 2 . D. 10 .
- Câu 26.** Tích phân $I = \int_0^{\pi/3} x \cdot \cos x dx$ bằng:
- A. $\frac{\pi\sqrt{3}}{6} - \frac{1}{2}$. B. $\frac{\pi\sqrt{3}}{6} - 2$. C. $\frac{\pi\sqrt{3}}{6} + 2$. D. $\frac{\pi\sqrt{3}}{6} + \frac{1}{2}$.
- Câu 27.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^3 - 4x$, trục hoành, đường thẳng $x = -2$ và đường thẳng $x = 4$ bằng:
- A. $\frac{89}{2}$. B. 44 . C. $\frac{85}{2}$. D. $\frac{81}{2}$.
- Câu 28.** Tính thể tích khi S quay quanh Ox, biết $S = \{y = x^2 - 4x + 6, y = -x^2 - 2x + 6\}$.
- A. π . B. 2π . C. 3π . D. 4π .
- Câu 29.** Phần ảo của $z = -2i$ là:
- A. -2 . B. $-2i$. C. 0 . D. -1 .
- Câu 30.** Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thoả mãn: $|z| = |\bar{z} - 3 + 4i|$ là:
- A. $6x + 8y - 25 = 0$. B. $3x + 4y - 12 = 0$.
C. $6x + 8y + 25 = 0$. D. $3x + 4y + 12 = 0$.
- Câu 31.** Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi $z \neq i$, phần thực của số phức $\frac{z+i}{z-i}$ là:
- A. $\frac{x^2 + y^2 + 1}{x^2 + (y+1)^2}$ B. $\frac{x^2 + y^2 - 1}{x^2 + (y+1)^2}$ C. $\frac{x^2 + y^2 - 1}{x^2 + (y-1)^2}$ D. $\frac{x^2 + y^2 + 1}{x^2 + (y-1)^2}$
- Câu 32.** Các căn bậc hai của số phức $1 - 4\sqrt{3}i$ là:
- A. $\pm\sqrt{3}(2 - i)$. B. $\pm(2 - i\sqrt{3})$. C. $\pm(2 + i\sqrt{3})$. D. $\pm\sqrt{3}(2 + i)$.
- Câu 33.** Tìm số phức B để phương trình bậc hai $z^2 + Bz + 3i = 0$ có tổng bình phương hai nghiệm bằng 8.
- A. $B = \pm(3 + i)$. B. $B = \pm(3 - i)$. C. $B = \pm(2 - i)$. D. $B = \pm(2 + i)$.
- Câu 34.** Các nghiệm của phương trình $z^3 - 3z^2 + 4z - 2 = 0$ biểu diễn các điểm:
- A. $M_0(1; 0)$, $M_1(1; 1)$ và $M_2(1; -1)$ B. $M_0(1; 0)$, $M_1(1; 1)$ và $M_2(-1; -1)$
C. $M_0(1; 0)$, $M_1(-1; 1)$ và $M_2(1; -1)$ D. $M_0(-1; 0)$, $M_1(1; 1)$ và $M_2(1; -1)$
- Câu 35.** Cho khối chóp có đáy là n -giác. Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào đúng?
- A. Số cạnh của khối chóp bằng $n + 1$. B. Số mặt của khối chóp bằng $2n$.
C. Số đỉnh của khối chóp bằng $2n + 1$. D. Số mặt của khối chóp bằng số đỉnh của nó.
- Câu 36.** Cho phép vị tự tâm O biến A thành B, biết rằng $OA = 2OB$. Khi đó tỉ số vị tự là bao nhiêu?
- A. 2 . B. -2 . C. $\pm \frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

- Câu 37.** Một khối lăng trụ tam giác có các cạnh đáy bằng 13, 14, 15, cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 30^0 và có chiều dài bằng 8. Khi đó thể tích khối lăng trụ là:
 A. 340. B. 336. C. $274\sqrt{3}$. D. $124\sqrt{3}$.
- Câu 38.** Một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc α . Thể tích của hình chóp đó là:
 A. $\frac{a^3 \cdot \cot \alpha}{12}$. B. $\frac{a^3 \cdot \tan \alpha}{12}$. C. $\frac{a^2 \cdot \tan \alpha}{12}$. D. $\frac{a^3 \cdot \tan \alpha}{4}$.
- Câu 39.** Một hình cầu có thể tích bằng $\frac{4\pi}{3}$, nội tiếp một hình lập phương. Thể tích của hình lập phương đó bằng:
 A. 8. B. 4π . C. 1. D. $2\pi\sqrt{3}$.
- Câu 40.** Cho khối trụ bán kính $a\sqrt{3}$ và chiều cao $2a\sqrt{3}$. Thể tích của nó là:
 A. $4\pi a^3\sqrt{3}$. B. $9a^3\sqrt{3}$. C. $6\pi a^3\sqrt{3}$. D. $6\pi a^2\sqrt{3}$.
- Câu 41.** Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều cạnh bằng 2. Một mặt cầu có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình nón sẽ có bán kính là:
 A. $2\sqrt{3}$. B. 2. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 42.** Một hình nón sinh bởi một tam giác đều cạnh a khi quay quanh một đường cao. Một khối cầu có thể tích bằng thể tích khối nón thì có bán kính là:
 A. $\frac{a\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt[3]{3}}{8}$. C. $\frac{a\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{8}$. D. $\frac{a\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{2}$.
- Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba vectơ $\vec{a}(-2; 3; 1)$, $\vec{b}(5; -7; 0)$ và $\vec{c}(3; -2; 4)$. Giá trị $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c})$ bằng:
 A. -39. B. -33. C. 33. D. 39.
- Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(9; 0; 0), B(0; 9; 0), C(0; 0; 9). Tọa độ hình chiếu vuông góc H của O lên (ABC) là:
 A. (9; 9; 9). B. (9; 6; 3). C. (3; 3; 3). D. (3; 6; 9).
- Câu 45.** Mặt cầu (S) với tâm I(-1; 3; 0) và bán kính R = 3 có phương trình:
 A. $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 3$. B. $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 9$.
 C. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 3$. D. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 9$.
- Câu 46.** Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với A(2; 1; 4), B(-2; -3; 2) có phương trình:
 A. (P): $2x + 2y + z - 3 = 0$. B. (P): $2x + 2y + z - 1 = 0$.
 C. (P): $x + 2y + 2z - 3 = 0$. D. (P): $x + 2y + 2z - 4 = 0$.
- Câu 47.** Trong không gian tọa độ Oxyz, cho:
 (P): $3x + 4z + 12 = 0$ và (S): $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 1$.
 Khẳng định nào sau đây là đúng?
 A. (P) đi qua tâm mặt cầu (S).
 B. (P) cắt (S) theo một đường tròn và (P) không qua tâm (S).
 C. (P) tiếp xúc mặt cầu (S).
 D. (P) không cắt (S).

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng:

$$(P) x + y + \sqrt{2} = 0 \text{ và } (Q): -x + z + \sqrt{3} = 0.$$

Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

- A. 120° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho:

$$(d): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3} \text{ và } (P): x - y + z - 2 = 0.$$

Giao điểm của d và (P) có tọa độ là:

- A. $\left(\frac{1}{2}; 2; \frac{7}{2}\right)$. B. (0; 1; 2). C. (1; -1; 0). D. (1; 4; 0).

Câu 50. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' với AB = a, BC = b, CC' = c. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC' và CD' là:

- A. $\frac{abc}{\sqrt{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}}$. B. $\frac{ab^2}{\sqrt{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}}$.
C. $\frac{bc^2}{\sqrt{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}}$. D. $\frac{a^2c}{\sqrt{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}}$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ LUYỆN THI SỐ 3

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. D	4. C	5. B	6. D	7. C	8. B	9. D	10. C
11. C	12. B	13. D	14. B	15. A	16. B	17. C	18. A	19. C	20. B
21. C	22. A	23. B	24. B	25. D	26. A	27. B	28. C	29. A	30. A
31. C	32. B	33. A	34. A	35. D	36. C	37. B	38. B	39. A	40. C
41. D	42. A	43. A	44. C	45. B	46. B	47. D	48. B	49. B	50. A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ Lời giải tự luận: Tại thời điểm mà vận tốc của chuyển động bằng 11, ta có:

$$8t + 3t^2 = 11 \Leftrightarrow 3t^2 + 8t - 11 = 0 \xrightarrow{t > 0} t = 1.$$

Khi đó, ta có gia tốc của chất điểm được cho bởi:

$$a(1) = v'(1) = 8 + 6.1 = 14\text{m/s}^2 \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng đắn.}$$

☞ Nhận xét – Mở rộng: Như vậy, để có được kết quả đúng các em học sinh cần nhớ ý nghĩa vật lý của đạo hàm bậc hai.

Câu 2.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ Lời giải tự luận: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

- Đạo hàm:
 $y' = x^2 - 4x + 3$.
- Hàm số đồng biến khi:

$$y' \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3, \\ x \leq 1 \end{cases}$$

Vậy, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử*: Nhận xét rằng hàm đồng biến khi $y' \geq 0$ do đó sẽ có hai nửa đoạn (dấu ngoặc vuông "[,]") nên các đáp án A, C và D bị loại.
Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng*: Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta thực hiện theo hai bước:
Bước 1: Tính đạo hàm của hàm số.
Bước 2: Thiết lập điều kiện để hàm số đồng biến, từ đó rút ra được các khoảng cần tìm.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, chúng ta loại trừ ngay được các đáp án A, C và D thông qua việc đánh giá về sự tồn tại của các dấu ngoặc vuông. Trong trường hợp các đáp án được cho dưới dạng khác, chúng ta có thể đánh giá thông qua tính chất của hàm đa thức bậc ba – Bài toán sau minh họa cho nhận xét này.

Câu 3.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận*: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
 - Đạo hàm:
 $y' = x^2 + 2ax + 4$
 - Để hàm số đồng biến trên \mathbb{R} điều kiện là:
 $y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow f(x) = x^2 + 2ax + 4 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta_f \leq 0 \Leftrightarrow a^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow |a| \leq 2$.
- Vậy, với $|a| \leq 2$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp tự luận*: Ta có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:
 $y' = x^2 + 2ax + 4$.

Khi đó:

- Với $a = -2$ thì $y' = x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ do đó các đáp án A và B bị loại (vì chúng không chứa giá trị $a = -2$).
- Với $a = -3$ thì $y' = x^2 - 6x + 4$ không thể không âm với mọi $x \in \mathbb{R}$ do đó đáp án C bị loại.
Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 4.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận 1*: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = 4x^3 - 16x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_{2,3} = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 0.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

✍ *Lời giải tự luận 2:* Ta lần lượt có:

▪ Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

▪ Đạo hàm:

$$y' = 4x^3 - 2x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 2x = 0. \quad (1)$$

Vì x_1, x_2, x_3 là nghiệm của phương trình (1) nên theo định lí Vi-ét ta có:

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a} = 0.$$

Vậy, ta luôn có $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 0$.

✍ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Nhận xét rằng hàm trùng phương (là hàm số chẵn) luôn có một hoành độ cực trị bằng 0, nên tích các hoành độ cực trị luôn bằng 0.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Nhận xét - Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận 1*, chúng ta tìm ba nghiệm của phương trình $y' = 0$ rồi tính tích các nghiệm đó.
- Trong cách *giải tự luận 2*, chúng ta tìm tích ba nghiệm của phương trình $y' = 0$ bằng định lí Vi-ét.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, các em học sinh cần nhớ rằng với hàm trùng phương $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) luôn có một điểm cực trị là $(0; c)$ do đó $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 0$. Ngoài ra, ta cũng luôn có:

$$x_1 + x_2 + x_3 = x_1 + x_3 = 0,$$

$$x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3 + x_3 \cdot x_1 = x_3 \cdot x_1 = -\frac{3b}{4a}.$$

Câu 5.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận sử dụng quy tắc I:* Ta lần lượt có:

▪ Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

▪ Viết lại hàm số dưới dạng:

$$y = \begin{cases} -x(x+4) & \text{với } x \leq 0 \\ x(x+4) & \text{với } x > 0 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} -2x - 4 & \text{với } x \leq 0 \\ 2x + 4 & \text{với } x > 0 \end{cases}.$$

▪ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	\nearrow	\searrow	\nearrow
		CĐ	CT	$+\infty$
		4	0	

Vậy, tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-2; 4)$.

✍ *Lời giải tự luận sử dụng quy tắc II:* Ta lần lượt có:

▪ Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

▪ Viết lại hàm số dưới dạng:

$$y = \begin{cases} -x(x+4) & \text{với } x \leq 0 \\ x(x+4) & \text{với } x > 0 \end{cases}, \quad y' = \begin{cases} -2x - 4 & \text{với } x \leq 0 \\ 2x + 4 & \text{với } x > 0 \end{cases} \quad \text{và } y'' = \begin{cases} -4 & \text{với } x \leq 0 \\ 4 & \text{với } x > 0 \end{cases}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow y''(-2) = -4 < 0$$

Vậy, tọa độ điểm cực đại của hàm số là $(-2; y(-2)) = (-2; 4)$.

☞ *Nhận xét - Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên chúng ta chỉ có thể sử dụng cách giải tự luận. Tuy nhiên, người ta thường không lựa chọn quy tắc II cho các hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối, cụ thể quy tắc II không thể kiểm tra được đầu là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số, thêm vào đó với cách cho đáp án như vậy chúng ta chỉ có thể loại trừ được đáp án C bằng phép thử thông thường.

Câu 6.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận 1:* Điều kiện:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow \text{Tập xác định } D = [0; 1].$$

• Đạo hàm:

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{1-x}}, \quad y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{1-x}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Khi đó, ta có:

$$\min_{x \in D} y = \min\{y(0), y(\frac{1}{2}), y(1)\} = 1, \text{ đạt được khi } x = 0 \text{ hoặc } x = 1.$$

✍ *Lời giải tự luận 2:* Ta lần lượt có:

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{x} + \sqrt{1-x} \Leftrightarrow y^2 = x + 1 - x + 2\sqrt{x(1-x)} \geq 1 \Leftrightarrow y \geq 1 \\ &\Rightarrow \min_{x \in D} y = 1, \text{ đạt được khi } \sqrt{x(1-x)} = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 1. \end{aligned}$$

✍ *Lời giải tự luận 3:* Ta có điều kiện:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow \text{Đặt } x = \cos^2 t \text{ với } t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

Khi đó, hàm số được chuyển về dạng:

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{\cos^2 t} + \sqrt{1-\cos^2 t} = |\cos t| + |\sin t| \stackrel{t \in [0; \frac{\pi}{2}]}{=} \cos t + \sin t \\ &= \sqrt{2} \sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right) \stackrel{t \in [0; \frac{\pi}{2}]}{\geq} 1, \text{ do nhận thấy } \frac{\pi}{4} \leq t + \frac{\pi}{4} \leq \frac{3\pi}{4}. \end{aligned}$$

Suy ra $\min y = 1$ đạt được khi:

$$\sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \stackrel{t \in [0; \frac{\pi}{2}]}{\Leftrightarrow} \begin{cases} t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \\ t + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \end{cases}.$$

✍ *Lời giải tự luận 4:* Ta có điều kiện:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow \text{Đặt } x = \sin^2 t \text{ với } t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

Khi đó, hàm số được chuyển về dạng:

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{\sin^2 t} + \sqrt{1-\sin^2 t} = |\sin t| + |\cos t| \stackrel{t \in [0; \frac{\pi}{2}]}{=} \sin t + \cos t \\ &= \sqrt{2} \sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right) \stackrel{t \in [0; \frac{\pi}{2}]}{\geq} 1, \text{ do nhận thấy } \frac{\pi}{4} \leq t + \frac{\pi}{4} \leq \frac{3\pi}{4}. \end{aligned}$$

Suy ra $\min y = 1$ đạt được khi:

$$\sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \stackrel{t \in [0; \frac{\pi}{2}]}{\Leftrightarrow} \begin{cases} t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \\ t + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \end{cases}.$$

✍ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt thử:

• Với $y = 1$, ta có phương trình:

$$\sqrt{x} + \sqrt{1-x} = 1 \Leftrightarrow 2\sqrt{x(1-x)} = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 1.$$

Tức là, hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 1.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mẹo rợng:* Để tối ưu thời gian lựa chọn đáp án đúng cho một câu hỏi trắc nghiệm thuần túy, các em học sinh đều đã biết tới *phương pháp trích lược tự luận*. Cụ thể ở đây là việc bỏ qua bước "đạt được khi" nếu khẳng định được sự tồn tại giá trị x_0 thuộc tập điều kiện D sao cho $y(x_0)$ bằng giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất cần tìm.

Câu 7.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Điều kiện:

$$x^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow |x| \geq 1 \Rightarrow D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty).$$

- Giả sử (d_1) : $y = a_1x + b_1$ là tiệm cận xiên bên phải của đồ thị hàm số, ta có:

$$a_1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} \right) = -1,$$

$$b_1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} (y - ax) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 1} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{\sqrt{x^2 - 1} - x} = 0.$$

Vậy, đường thẳng (d_1) : $y = -x$ là tiệm cận xiên bên phải của (C).

- Giả sử (d_2) : $y = a_2x + b_2$ là tiệm cận xiên bên trái của đồ thị hàm số, ta có:

$$a_2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} = 1,$$

$$b_2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} (y - ax) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 1} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{\sqrt{x^2 - 1} + x} = 0.$$

Vậy, đường thẳng (d_2) : $y = x$ là tiệm cận xiên bên trái của (C).

Vậy, đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

☞ *Nhận xét – Mẹo rợng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên trong cách giải tự luận chúng ta sử dụng định nghĩa để tìm ra cụ thể hai đường tiệm cận cho đồ thị hàm số.

Tuy nhiên, nếu các em học sinh có thêm kiến thức về tiệm cận của đồ thị hàm vô tỉ dạng $y = \sqrt{Ax^2 + Bx + C}$ ($A \neq 0$) thì có thể lựa chọn được đáp án đúng bằng phép đánh giá, cụ thể ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Nếu $A < 0$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận bởi vì khi đó cả Tập xác định và miền giá trị của hàm số đều không chứa ∞ .

Trường hợp 2: Nếu $A > 0$ ta xét hai khả năng:

- *Khả năng 1:* Nếu $\Delta = B^2 - 4AC = 0$ thì hàm số có dạng:

$$y = \sqrt{A} \left| x - \frac{B}{2A} \right| \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số không có tiệm cận.}$$

- *Khả năng 2:* Nếu $\Delta = B^2 - 4AC \neq 0$ thì đồ thị hàm số có hai tiệm cận xiên, được xác định như sau:

* Giả sử (d) : $y = ax + b$ là tiệm cận xiên bên phải của đồ thị hàm số. Khi đó:

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{Ax^2 + Bx + C}}{x} = -\sqrt{A}.$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{Ax^2 + Bx + C} + x\sqrt{A}] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{Bx + C}{\sqrt{Ax^2 + Bx + C} - x\sqrt{A}} = -\frac{B}{2\sqrt{A}}$$

* Giả sử (d) : $y = ax + b$ là tiệm cận xiên bên trái của đồ thị hàm số.

Khi đó:

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{Ax^2 + Bx + C}}{x} = \sqrt{A}.$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{Ax^2 + Bx + C} - x\sqrt{A}] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{Bx + C}{\sqrt{Ax^2 + Bx + C} + x\sqrt{A}} = \frac{B}{2\sqrt{A}}.$$

Nếu việc tìm tiệm cận xiên không phải là mục đích chính của bài, thì có thể sử dụng ngay kết quả trên, như sau:

- Khi $x \rightarrow -\infty$, đồ thị có tiệm cận xiên bên phải $y = -(x\sqrt{A} + \frac{B}{2\sqrt{A}})$.
- Khi $x \rightarrow +\infty$, đồ thị có tiệm cận xiên bên trái $y = x\sqrt{A} + \frac{B}{2\sqrt{A}}$.

Phương pháp trên được mở rộng cho lớp hàm số dạng:

$$y = cx + d \pm \sqrt{Ax^2 + Bx + C}; \quad y = \sqrt[n]{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0}.$$

Câu 8.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Hàm số xác định trên $D = [-1; 1]$ là tập đối xứng.

Ta có:

$$f(-x) = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = f(x) \Rightarrow y = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} \text{ là hàm chẵn.}$$

Do đó, đồ thị hàm số nhận trục Oy: $x = 0$ làm trục đối xứng.

Nhận xét – Mở rộng: Trong trường hợp tổng quát, để chứng minh đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = a$ làm trục đối xứng, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Với phép biến đổi tọa độ

$$\begin{cases} X = x - a \\ Y = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = X + a \\ y = Y \end{cases}$$

hàm số có dạng:

$$Y = f(X + a) \Leftrightarrow Y = f(X) \tag{1}$$

Bước 2: Nhận xét rằng hàm số (1) là hàm số chẵn.

Bước 3: Vậy, đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = a$ làm trục đối xứng.

Câu 9.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Ta lần lượt có:

1. Hàm số xác định trên $D = \mathbb{R}$.
2. Sự biến thiên của hàm số:

- Giới hạn của hàm số tại vô cực:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y = -\lim_{x \rightarrow \infty} [x^4(1 + \frac{2}{x^2} - \frac{2}{x^4})] = -\infty.$$

- Bảng biến thiên:

$$y' = -4x^3 + 4x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	↗ CĐ -1	↘ CT -2	↗ CĐ -1	↘ -∞

Với $-2 < m < -1$ phương trình có bốn nghiệm phân biệt.

Câu 10.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$.

Từ giả thiết $K_M = -9$, ta được:

$$y'(x_M) = -9 \Leftrightarrow 3x_M^2 - 6x_M - 9 = -9 \Leftrightarrow x_M^2 - 2x_M = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ x_M = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(0; 2) \text{ hoặc } M(2; -20).$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS:* Ta lần lượt đánh giá:

- Vì $M(1; -9) \in (C)$ nên hệ số góc của tiếp tuyến tại M bằng:

$$k = y'(1) = -12 \text{ bằng cách ấn:}$$

MODE 1
 SHIFT d/dx ALPHA X \wedge 3 - 3 ALPHA X x^2 - 9 ALPHA X
 + 2, 2) = -12

⇒ Các đáp án A và B bị loại.

- Vì $M(-1; 7) \in (C)$ nên hệ số góc của tiếp tuyến tại M bằng:

$$k = y'(-1) = 0 \text{ bằng cách thay 2 ở đối dòng lệnh trên bằng -1:}$$

SHIFT d/dx ALPHA X \wedge 3 - 3 ALPHA X x^2 - 9 ALPHA X
 + 2, (- 1) = 0

⇒ Đáp án D bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, với hàm đa thức bậc ba (C) thì phương trình hoành độ tiếp điểm khi biết hệ số góc k là một phương trình bậc hai (kí hiệu là (*)), do vậy sẽ có ba trường hợp xảy ra:

- Nếu (*) vô nghiệm thì không có tiếp điểm, khi đó bài toán thường được phát biểu dưới dạng:

Cho hàm số (C): $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + 1$. Nếu tiếp tuyến tại điểm M của (C) có hệ số góc bằng -2 thì tọa độ của điểm M là:

- A. (0; 1). B. $(1; -\frac{1}{6})$. C. (6; 49). D. Cả A, B, C đều sai.

- Nếu (*) có một nghiệm thì có một tiếp điểm, khi đó bài toán thường được phát biểu như trên (tìm tọa độ tiếp điểm) hoặc dưới dạng:

Cho hàm số (C): $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x + 1$. Tiếp tuyến của (C) có hệ số góc bằng 1 (hoặc song song với đường thẳng $y = x + 1$ hoặc vuông góc với đường thẳng $x + y + 2 = 0$) có phương trình:

- A. $3x - 3y + 4 = 0$. C. $x - y + 2 = 0$.
 B. $2x - 2y + 3 = 0$. D. $x - y + 1 = 0$.

- Nếu (*) có hai nghiệm phân biệt thì có hai tiếp điểm, khi đó bài toán thường được phát biểu dưới các dạng:

Dạng 1: Tìm tọa độ các tiếp điểm.

Dạng 2: Giả sử các tiếp điểm là A, B tìm tọa độ (cũng có thể chỉ là hoành độ hoặc tung độ) trung điểm của đoạn AB

– Với dạng toán này các em học sinh có thêm một phép thử xuất phát từ tính chất của hàm đa thức bậc ba là "Đồ thị hàm đa thức bậc ba nhận điểm uốn U làm tâm đối xứng" suy ra U là trung điểm của AB.

Dạng 3: Giả sử các tiếp điểm là A, B lập phương trình đường thẳng AB.

Câu 11.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Phương trình hoành độ giao điểm:

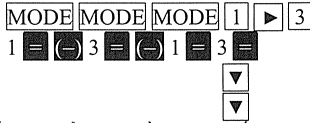
$$x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 2x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ hoặc } x = \pm 1.$$

Vậy, số giao điểm của đồ thị hàm số và trục Ox bằng 3.

☞ *Lời giải tự luận kết hợp với máy tính CASIO fx – 570MS:* Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ hoặc } x = \pm 1,$$

bằng cách ấn:



3
-1
1

Vậy, số giao điểm của đồ thị hàm số và trục Ox bằng 3.

👉 *Nhận xét – Mờ rộng:* Đề tăng độ khó cho bài toán, người ta có thể phát biểu dưới dạng:

Dạng 1: Giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x + 3$ với trục Ox có tọa độ là:

- A. $(2 - \sqrt{5}; 0)$.
- B. $(3; 0)$.
- C. $(2 + \sqrt{5}; 0)$.
- D. Cả A, B, C.

Dạng 2: Tổng hoành độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x + 3$ với trục Ox có tọa độ bằng:

- A. 3.
- B. 4.
- C. 5.
- D. 7.

Câu 12.

Đáp số trắc nghiệm B.

👉 *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

A. Sai, bởi:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}.$$

B. Đúng.

C. Sai, bởi với $a = \frac{1}{4}$, $b = \frac{1}{2}$ và $n = -1$ thì không thể có:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \quad (\text{vì nó tương đương với } 4 < 2).$$

D. Sai, bởi với $a = 1$ thì không thể có $1^m > 1^n$ (vì nó tương đương với $1 > 1$).

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 13.

Đáp số trắc nghiệm D.

Câu 14.

Đáp số trắc nghiệm B.

👉 *Lời giải tự luận:* Ta biến đổi:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\ln(1+x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \cdot \frac{x}{\ln(1+x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(1+x)} = 1 \cdot 1 = 1.$$

Câu 15.

Đáp số trắc nghiệm A.

👉 *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$f(x) = [(x-1)\ln x]' = \ln^2 x + \frac{2(x-1)\ln x}{x} \Rightarrow f(1) = \ln^2 1 + \frac{2(1-1)\ln 1}{1} = 0.$$

👉 *Lựa chọn đáp án bằng việc sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS, bằng cách thực hiện theo thứ tự:*



Vậy, ta được $f(1) = 0$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận* chúng ta thực hiện theo hai bước:
Bước 1: Tính đạo hàm của hàm số.
Bước 2: Tính giá trị của đạo hàm tại điểm x_0 .
- Trong cách *giải bằng máy tính CASIO fx-570MS*, chúng ta thực hiện theo hai bước:
Bước 1: Thiết lập môi trường cho máy tính (thường có thể bỏ qua).
Bước 2: Khai báo hàm số và điểm cần tính đạo hàm.

Câu 16.

Đáp số trắc nghiệm B.

👉 *Lời giải tự luận:* Điều kiện $x > 0, y > 0$.

Biến đổi hệ phương trình về dạng:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ \log_4(xy) = \log_4(4.9) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 20 \\ xy = 36 \end{cases}$$

suy ra x, y là nghiệm của phương trình:

$$t^2 - 20t + 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ và } y = 18 \\ x = 18 \text{ và } y = 2 \end{cases}$$

Vậy, hệ phương trình có nghiệm là $(2; 18)$ hoặc $(18; 2)$.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Các cách giải khác thực hiện tương tự như trong câu 16/Đề 1.

Câu 17.

Đáp số trắc nghiệm C.

👉 *Lời giải tự luận:* Biến đổi bất phương trình về dạng:

$$2^{4x} > 2^{-3} \Leftrightarrow 4x > -3 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{4}$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm là $x > -\frac{3}{4}$.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Ta có:

- Lựa chọn phép thử thực hiện tương tự câu 17/Đề 1.
- Sử dụng máy tính Fx giải phương trình $16^x = 0,125$ rồi sử dụng tính đơn điệu của hàm số để kết luận về tập nghiệm.

Câu 18.

Đáp số trắc nghiệm A.

👉 *Lời giải tự luận:* Điều kiện $x > 0$.

Đặt $t = \log_{0,5}x$, phương trình được viết lại dưới dạng:

$$t^2 + t - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq t \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq \log_{0,5}x \leq 1 \Leftrightarrow 0,5 \leq x \leq 4.$$

Vậy, bất phương trình có tập nghiệm là $\left[\frac{1}{2}; 4\right]$.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Lựa chọn phép thử thực hiện tương tự câu 17/Đề 1.

Câu 19.

Đáp số trắc nghiệm C.

👉 *Lời giải tự luận:* Biến đổi phương trình về dạng:

$$(3 - 2\sqrt{2})^{3x} = \frac{(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})}{3 - 2\sqrt{2}} = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} = (3 - 2\sqrt{2})^{-1} \Leftrightarrow 3x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 1$ thay vào phương trình ta thấy:
 $(3 - 2\sqrt{2})^3 = 3 + 2\sqrt{2} \Leftrightarrow 24\sqrt{2} = 0$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án A bị loại.
- Với $x = \frac{1}{3}$ thay vào phương trình ta thấy:
 $(3 - 2\sqrt{2})^1 = 3 + 2\sqrt{2} \Leftrightarrow 4\sqrt{2} = 0$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án B bị loại.
- Với $x = -\frac{1}{3}$ thay vào phương trình ta thấy:
 $(3 - 2\sqrt{2})^{-1} = 3 + 2\sqrt{2} \Leftrightarrow 1 = (3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})$, thoả mãn.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = -1$ thay vào phương trình ta thấy:
 $(3 - 2\sqrt{2})^{-3} = 3 + 2\sqrt{2} \Leftrightarrow 17 - 12\sqrt{2} = 0$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án D bị loại.
- Với $x = -\frac{1}{3}$ thay vào phương trình ta thấy:
 $(3 - 2\sqrt{2})^{-1} = 3 + 2\sqrt{2} \Leftrightarrow 1 = (3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})$, thoả mãn.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS, bằng cách thực hiện theo thứ tự:*

- Nhập $(3 - 2\sqrt{2})^{3x} - 3 - 2\sqrt{2}$ ta ấn:
 $\boxed{3} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{\sqrt{}} \boxed{2} \boxed{)} \boxed{^} \boxed{3} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\times} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{3} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{\sqrt{}} \boxed{2}$

- Khi đó, ta lần lượt với các giá trị $x = 1$, $x = \frac{1}{3}$ và $x = -\frac{1}{3}$:

$\boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{=}$ $\boxed{-33.9411}$

Suy ra, đáp án A bị loại.

$\boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{a^{b/c}} \boxed{3} \boxed{=}$ $\boxed{-5.6568}$

Suy ra, đáp án B bị loại.

$\boxed{\text{CALC}} \boxed{(-)} \boxed{1} \boxed{a^{b/c}} \boxed{3} \boxed{=}$ $\boxed{0}$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 20.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Biến đổi phương trình về dạng:

$$3\log_3(1 + \log_2 x) = 3 \Leftrightarrow \log_3(1 + \log_2 x) = 1 \Leftrightarrow 1 + \log_2 x = 3 \Leftrightarrow \log_2 x = 2 \Leftrightarrow x = 4.$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \{4\}$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1:* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 1$ thay vào phương trình ta thấy:
 $\log_9[3\log_3(1 + \log_2 1)] = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_9 0 = \frac{1}{2}$, vi phạm điều kiện logarit
 \Rightarrow Các đáp án A và C bị loại.
- Với $x = 2$ thay vào phương trình ta thấy:
 $\log_9[3\log_3(1 + \log_2 2)] = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_9(3\log_3 2) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_3 2^3 = 3$
 $\Leftrightarrow 2^3 = 3^3$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án D bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2:* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 4$ thay vào phương trình ta thấy:

$$\log_9[3\log_3(1 + \log_2 4)] = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_9(3\log_3 3) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_9 3 = \frac{1}{2}, \text{ đúng}$$

$x = 4$ là nghiệm của phương trình \Rightarrow Các đáp án A và C bị loại.

- Với $x = 2$ thay vào phương trình ta thấy:

$$\log_9[3\log_3(1 + \log_2 2)] = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_9(3\log_3 2) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_3 2^3 \neq 3$$

$\Leftrightarrow 2^3 = 3^3$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án D bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Với bài toán trên:

- Nếu các em học sinh lựa chọn kiểu trình bày theo các bước:

Bước 1: Đặt điều kiện có nghĩa cho phương trình.

Bước 2: Sử dụng phép biến đổi để tìm nghiệm của phương trình.

Bước 3: Kết luận về nghiệm cho phương trình.

Thì các em phải thực hiện một công việc khá công kềnh và dư thừa ở bước 1.

- Không nên sử dụng cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử* với máy tính CASIO fx-570MS bởi khi đó chúng ta cần nhập một hàm khá dài vào máy tính.

Câu 21.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Biến đổi phương trình về dạng:

$$3^{4x+8} - 12 \cdot 3^{2x+4} + 27 = 0.$$

Đặt $t = 2^{2x+4}$, ($t > 0$), phương trình có dạng:

$$t^2 - 12t + 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{2x+4} = 3 \\ 3^{2x+4} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+4=1 \\ 2x+4=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ x = -1 \end{cases}.$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \left\{ -\frac{3}{2}; -1 \right\}$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1* (từ trái qua phải): Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = -1$ thay vào phương trình ta thấy:

$$3^4 - 4 \cdot 3^3 + 27 = 0 \Leftrightarrow 81 - 108 + 27 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0, \text{ đúng}$$

$\Rightarrow x = -1$ là nghiệm của phương trình \Rightarrow Các đáp án B và D bị loại.

- Với $x = \frac{3}{2}$ thay vào phương trình ta thấy:

$$3^{14} - 4 \cdot 3^8 + 27 = 0 \Leftrightarrow 4756752 = 0, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2* (từ phải qua trái): Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 1$ thay vào phương trình ta thấy:

$$3^{12} - 4 \cdot 3^7 + 27 = 0 \Leftrightarrow 522720 = 0, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow \text{Các đáp án B và D bị loại.}$$

- Với $x = -\frac{3}{2}$ thay vào phương trình ta thấy:

$$3^2 - 4 \cdot 3^2 + 27 = 0 \Leftrightarrow 9 - 36 + 27 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0, \text{ đúng}$$

$\Rightarrow x = -\frac{3}{2}$ là nghiệm của phương trình \Rightarrow Đáp án A bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp tự luận và máy tính CASIO fx-570MS: bằng cách thực hiện theo thứ tự:*

- Nhập $3^{4x+8} - 4 \cdot 3^{2x+5} + 27$ ta án:

$$3 \wedge (4 \text{ ALPHA } \times + 8) - 4 \times 3 \wedge (2 \text{ ALPHA } \times + 5) + 27$$

- Khi đó, ta thử với các giá trị $x = -1$ và $x = \frac{3}{2}$:

$$\text{CALC } (-) 1 = \boxed{}$$

$\Rightarrow x = -1$ là nghiệm của phương trình \Rightarrow Các đáp án B và D bị loại.

$$\text{CALC } 3 \wedge \frac{3}{2} = \boxed{4780080}$$

$\Rightarrow x = \frac{3}{2}$ không là nghiệm của phương trình \Rightarrow Đáp án A bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 22.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\begin{aligned} \int f(x)dx &= \int \cos^4 x \cdot dx = \int \left(\frac{1 + \cos 2x}{2} \right)^2 dx = \frac{1}{4} \int (1 + 2\cos 2x + \cos^2 2x) dx \\ &= \frac{1}{4} \int [1 + 2\cos 2x + \frac{1}{2}(1 + \cos 4x)] dx \\ &= \frac{1}{8} \int (3 + 4\cos 2x + \cos 4x) dx = \frac{1}{8} (3x + 2\sin 2x + \frac{1}{4}\sin 4x) + C, \end{aligned}$$

ứng với đáp án A.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $F(x)$ trong đáp án A thì:

$$f(x) = F'(x) = \frac{1}{8} (3 + 4\cos 2x + \cos 4x) = \frac{1}{8} (3 + 4\cos 2x + 2\cos^2 2x - 1)$$

$$= \frac{1}{4} (1 + 2\cos 2x + \cos^2 2x) = \left(\frac{1 + \cos 2x}{2} \right)^2 = \cos^4 x \Rightarrow \text{Đáp án A đúng.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta sử dụng *phương pháp phân tích* để tìm nguyên hàm dựa trên các công thức hạ bậc. Cụ thể, chúng ta sử dụng:

- Các công thức sau:

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}; \quad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$

$$\sin^3 x = \frac{3\sin x - \sin 3x}{4}; \quad \cos^3 x = \frac{3\cos x + \cos 3x}{4}$$

được sử dụng trong các phép hạ bậc mang tính cục bộ.

- Hằng đẳng thức:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1.$$

được sử dụng trong các phép hạ bậc mang tính toàn cục cho các biểu thức, thí dụ như:

$$\begin{aligned} \sin^4 x + \cos^4 x &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x \\ &= 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = 1 - \frac{1}{4} (1 - \cos 4x) = \frac{1}{4} \cos 4x + \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin^6 x + \cos^6 x &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cdot \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) \\ &= 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x = 1 - \frac{3}{8} (1 - \cos 4x) = \frac{3}{8} \cos 4x + \frac{5}{8}. \end{aligned}$$

- Trong cách lựa chọn đáp án bằng phép thử, chúng ta thực hiện từ trái qua phải và nhận thấy đáp án A là đúng nên dừng phép thử tại đây.

Câu 23.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:*

Đặt $x = \cos t$, $0 < t < \pi$ suy ra:

$$dx = -\sin t \cdot dt \text{ và } f(x) \cdot dx = -\frac{\sin t \cdot dt}{\sin^3 t} = -\frac{dt}{\sin^2 t} = d(\cot t).$$

Khi đó:

$$\int f(x) dx = \int d(\cot t) = \cot t + C = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + C, \text{ ứng với đáp án B.}$$

✍ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $F(x) = \sqrt{1-x^2} + C$ thì:

$$f(x) = (\sqrt{1-x^2} + C)' = -\frac{2x}{2\sqrt{1-x^2}} \neq \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}} \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

- Với $F(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + C$ thì:

$$f(x) = \left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + C \right)' = \frac{\sqrt{1-x^2} + \frac{2x^2}{2\sqrt{1-x^2}}}{1-x^2} = \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}} \Rightarrow \text{Đáp án B đúng.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

✍ *Nhận xét - Mở rộng:* Trong bài tập trên sở dĩ ta có:

$$\sqrt{(1-x^2)^3} = \sin^3 t \text{ và } \cot t = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\text{là bởi: } 0 < t < \pi \Rightarrow \sin t > 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\sin^2 t} = \sin t \\ \sin t = \sqrt{1-\cos^2 t} = \sqrt{1-x^2} \end{cases}$$

Câu 24.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Vì qua $x = 1$ hàm số $y = \ln x$ đổi dấu từ - sang + nên:

$$\begin{aligned} \int_{1/e}^e |\ln x| dx &= \int_{1/e}^1 |\ln x| dx + \int_1^e |\ln x| dx = -\int_{1/e}^1 \ln x \cdot dx + \int_1^e \ln x \cdot dx \\ &= -x(\ln x - 1) \Big|_{1/e}^1 + x(\ln x - 1) \Big|_1^e = 2 - \frac{2}{e}, \text{ ứng với đáp án B.} \end{aligned}$$

✍ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS:* bằng cách thực hiện theo thứ tự:



Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 25.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx \Leftrightarrow \int_2^5 f(x) dx = \int_1^5 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx = 10, \text{ ứng với đáp án D.}$$

Câu 26.

Đáp số trắc nghiệm A.

🔗 *Lời giải tự luận:* Đặt:

$$\begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$$

Khi đó:

$$I = x \cdot \sin x \Big|_0^{\pi/3} - \int_0^{\pi/3} \sin x dx = \frac{\pi\sqrt{3}}{6} + \cos x \Big|_0^{\pi/3} = \frac{\pi\sqrt{3}}{6} - \frac{1}{2}, \text{ ứng với đáp án A.}$$

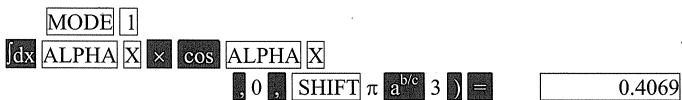
🔗 *Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá:* Với $x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$, ta lần lượt đánh giá:

$$x \cdot \cos x \geq 0 \Rightarrow \int_0^{\pi/3} x \cdot \cos x dx > 0 \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại.}$$

$$x \cdot \cos x \leq x \Rightarrow \int_0^{\pi/3} x \cdot \cos x dx < \int_0^{\pi/3} x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^{\pi/3} = \frac{\pi^2}{18} \approx 0.5483 \Rightarrow \text{Các đáp án C và D bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

🔗 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Sử dụng máy tính CASIO fx-570MS, bằng cách thực hiện theo thứ tự:



Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 27.

Đáp số trắc nghiệm B.

🔗 *Lời giải tự luận:* Hoành độ giao điểm của đồ thị với trục Ox là nghiệm của phương trình:

$$x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 4) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Xét dấu $x^3 - 4x$ trên $[-2; 4]$, được:

x	-2	0	2	4		
$x^3 - 4x$	0	+	0	-	0	+

Khi đó:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^4 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx + \int_2^4 |x^3 - 4x| dx \\ &= \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx + \int_2^4 (x^3 - 4x) dx = \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right) \Big|_0^2 + \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right) \Big|_2^4 = 44. \end{aligned}$$

🔗 *Nhận xét - Mở rộng:* Sử dụng máy tính để nhận được giá trị gần đúng của tích phân rồi so sánh với các đáp án.

Câu 28.

Đáp số trắc nghiệm C.

🔗 *Lời giải tự luận:* Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình:

$$x^2 - 4x + 6 = -x^2 - 2x + 6 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Thể tích vật tròn xoay cần tính là:

$$V = \pi \int_0^1 \left[(x^2 - 4x + 6)^2 - (-x^2 - 2x + 6)^2 \right] dx = \pi \int_0^1 (12x^3 - 36x^2 + 24x) dx = \pi (3x^4 - 12x^3 + 12x^2) \Big|_0^1 = 3\pi \text{ (đvtt)}.$$

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Sử dụng máy tính để nhận được giá trị gần đúng của tích phân rồi so sánh với các đáp án.

Câu 29. *Đáp số trắc nghiệm A.*

Câu 30.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Với số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm $M(x; y)$.

Ta có:

$$\begin{aligned} |z| &= |\bar{z} - 3 + 4i| \Leftrightarrow |x + yi| = |\overline{x + yi} - 3 + 4i| = |x - yi - 3 + 4i| = |x - 3 + (4 - y)i| \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x - 3)^2 + (4 - y)^2} \Leftrightarrow 6x + 8y - 25 = 0. \end{aligned}$$

Vậy, tập hợp điểm M thuộc đường thẳng (d): $6x + 8y - 25 = 0$.

Câu 31.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$w = \frac{z + i}{z - i} = \frac{x + yi + i}{x + yi - i} = \frac{x + (y + 1)i}{x + (y - 1)i} = \frac{[x + (y + 1)i][x - (y - 1)i]}{x^2 + (y - 1)^2} = \frac{(x^2 + y^2 - 1) + 2xi}{x^2 + (y - 1)^2}.$$

Do đó, số phức w có phần thực là $\frac{x^2 + y^2 - 1}{x^2 + (y - 1)^2}$.

Câu 32.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Giả sử số $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của $1 - 4\sqrt{3}i$, tức là ta có:

$$\begin{aligned} 1 - 4\sqrt{3}i &= (x + yi)^2 = x^2 - y^2 + 2xyi \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ 2xy = -4\sqrt{3} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{2\sqrt{3}}{x} \\ x^2 - \left(-\frac{2\sqrt{3}}{x}\right)^2 = 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{2\sqrt{3}}{x} \\ x^4 - x^2 - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{2\sqrt{3}}{x} \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ và } y = -\sqrt{3} \\ x = -2 \text{ và } y = \sqrt{3} \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 33.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Giả sử hai nghiệm của phương trình là z_1, z_2 , suy ra:

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -B \\ z_1 z_2 = 3i \end{cases}$$

Khi đó:

$$8 = z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = B^2 - 6i \Leftrightarrow B^2 = 8 + 6i = (3 + i)^2 \Leftrightarrow B = \pm(3 + i).$$

Vậy, với $B = \pm(3 + i)$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 34.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta biến đổi phương trình về dạng:

$$(z-1)(z^2-2z+2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} z-1=0 \\ z^2-2z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_0=1 \\ z_{1,2}=1 \pm i \end{cases}$$

Vậy, phương trình có ba nghiệm z_0, z_1, z_2 và chúng theo thứ tự được biểu diễn bằng các điểm $M_0(1; 0), M_1(1; 1)$ và $M_2(1; -1)$ trên mặt phẳng phức.

Câu 35.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Xét khối tứ diện tam giác (chóp 3–giác), ta có nhận xét:

- Nó có 6 cạnh (khác 3 + 1), nên đáp án A bị loại.
 - Nó có 4 mặt (khác 3.2), nên đáp án B bị loại.
 - Nó có 4 đỉnh (khác 3.2 + 1), nên đáp án C bị loại.
- Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 36.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Từ giả thiết $OA = 2OB$, suy ra:

$$OB = \frac{1}{2}OA \Rightarrow \overrightarrow{OB} = \pm \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} \Leftrightarrow k = \pm \frac{1}{2}.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 37.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Gọi h là độ dài đường cao của lăng trụ, ta có:

$$V = S.h. \tag{1}$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A_1 xuống (ABC) , ta có:

$$\widehat{A_1AH} = 30^\circ \Rightarrow h = A_1H = \frac{1}{2}AA_1 = 4. \tag{2}$$

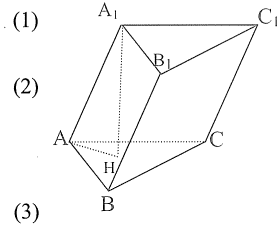
Gọi S là diện tích đáy và p là nửa chu vi của nó, ta có:

$$p = \frac{1}{2}(13 + 14 + 15) = 21.$$

$$S = \sqrt{p(p-13)(p-14)(p-15)} = 84. \tag{3}$$

Thay (2), (3) vào (1), ta được:

$$V = 84.4 = 336, \text{ ứng với đáp án B.}$$



Câu 38.

Đáp số trắc nghiệm B.

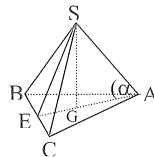
☞ *Lời giải tự luận:* Gọi G là trọng tâm ΔABC , suy ra:

$$SG \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{SAG} = \alpha;$$

$$SG = AG \cdot \tan \widehat{SAG} = \frac{2}{3}AE \cdot \tan \widehat{SAG} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \tan \alpha = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \tan \alpha.$$

Khi đó, ta có:

$$V = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC} \cdot SG = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \tan \alpha = \frac{a^3 \cdot \tan \alpha}{12}, \text{ ứng với đáp án B.}$$



Câu 39.

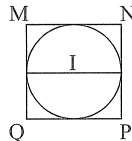
Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Gọi R là bán kính của mặt cầu, suy ra:

$$V_{\text{cầu}} = \frac{4\pi R^3}{3} \Leftrightarrow \frac{4\pi}{3} = \frac{4\pi R^3}{3} \Leftrightarrow R = 1.$$

Mặt phẳng trung trực của một cạnh hình lập phương cắt:

- Hình lập phương theo thiết diện là một hình vuông MNPQ bằng với một mặt của nó.
- Mặt cầu theo thiết diện là đường tròn lớn.



Từ đó, suy ra:

$$MN = 2R = 2,$$

$$V_{\text{lập phương}} = MN^3 = 2^3 = 8 \text{ (đvtt)}, \text{ ứng với đáp án A.}$$

☞ *Lựa chọn đáp án phép đánh giá kết hợp tự luận:* Ta lần lượt có:

- Gọi R là bán kính của mặt cầu, suy ra:

$$V_{\text{cầu}} = \frac{4\pi R^3}{3} \Leftrightarrow \frac{4\pi}{3} = \frac{4\pi R^3}{3} \Leftrightarrow R = 1.$$

Suy ra, các đáp án B và D bị loại bởi thể tích hình lập phương không thể chứa π .

- Hình lập phương ngoại tiếp mặt cầu nên có thể tích lớn hơn thể tích mặt cầu nên đáp án C bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 40.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có ngay:

$$V = \pi R^2 h = \pi (a\sqrt{3})^2 \cdot 2a\sqrt{3} = 6\pi a^3 \sqrt{3}, \text{ ứng với đáp án C.}$$

Câu 41.

Đáp số trắc nghiệm D.

Câu 42.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Hình nón có bán kính đáy $R = \frac{a}{2}$ và đường cao $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}.$$

- Mặt cầu có bán kính R, ta có:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Leftrightarrow \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24} \Leftrightarrow R = \frac{a\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{4}, \text{ ứng với đáp án A.}$$

Câu 43.

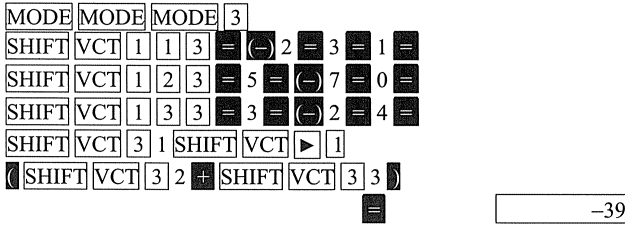
Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = (-2; 3; 1)[(5; -7; 0) + (3; -2; 4)] = (-2; 3; 1)(8; -9; 4) = -39,$$

\Rightarrow ứng với đáp án A.

☞ Lựa chọn đáp án bằng việc sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS: Bằng cách thực hiện theo thứ tự:



Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 44.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Nhận thấy rằng O.ABC là hình chóp đều nên H chính là trọng tâm của ΔABC , nên có tọa độ:

$G(3; 3; 3)$, ứng với đáp án C.

Câu 45.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận 1:* Mặt cầu (S) có:

$$(S): \begin{cases} \text{Tâm } I(-1; 3; 0) \\ R = 3 \end{cases} \Leftrightarrow (S): (x + 1)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 9, \text{ ứng với đáp án B.}$$

☞ *Lời giải tự luận 2:* Ta có:

$$M(x; y; z) \in (S) \Leftrightarrow IM = R \Leftrightarrow IM^2 = R^2 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 9.$$

Đó chính là phương trình mặt cầu (S) cần tìm.

Câu 46.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB được cho bởi:

$$(P): \begin{cases} \text{qua } I \text{ là trung điểm } \overline{AB} \\ \text{vtpt } \overline{AB} \end{cases} \Leftrightarrow (P): \begin{cases} \text{qua } I(0; -1; 3) \\ \text{vtpt } \overline{BA}(4; 4; 2) \end{cases} \Leftrightarrow (P): \begin{cases} \text{qua } I(0; -1; 3) \\ \text{vtpt } \vec{n}(2; 2; 1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (P): 2x + 2(y + 1) + z - 3 = 0 \Leftrightarrow (P): 2x + 2y + z - 1 = 0.$$

☞ Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt đánh giá:

- Với hai điểm A và B ta có $\overline{BA}(4; 4; 2)$

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB phải có vtpt cùng phương với vector \overline{BA} , nên các đáp án C và D bị loại.

- Gọi I là trung điểm AB, ta có $I(0; -1; 3)$, khi đó:
 - Với đáp án A, ta thấy:

$$2.0 + 2.(-1) + 3 - 3 = 0 \Leftrightarrow -2 = 0 \Rightarrow I \notin (P) \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 47.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; 2)$ và bán kính $R = 1$, từ đó suy ra:

$$I(0; 0; 2) \notin (P),$$

$$d(I, (P)) = \frac{|18+12|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 4 > R.$$

Vậy, ta có kết luận (P) không cắt (S), ứng với đáp án D.

Câu 48.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Gọi α là góc giữa (P) và (Q), ta có:

$$\cos \alpha = \frac{|-1|}{\sqrt{1+1} \cdot \sqrt{1+1}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \alpha = 30^\circ, \text{ ứng với đáp án B.}$$

Câu 49.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: Xét hệ phương trình tạo bởi (d) và (P):

$$\begin{cases} x = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3} \\ x-y+z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=-1 \\ 3x-z=-2 \\ x-y+z=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow (d) \cap (P) = \{M(0; 1; 2)\},$$

bằng cách thực hiện:

MODE	MODE	MODE	1	3
2	1	0	1	
3	0	1	2	
1	1	1	2	

0
1
2

Câu 50.

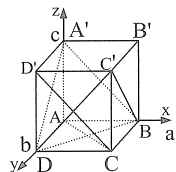
Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Chọn hệ tọa độ Axyz với B, D, A' theo thứ tự thuộc các tia Ox, Oy, Oz, ta được:

A(0; 0; 0), B(a; 0; 0), C(a; b; 0), D(0; b; 0),
 A'(0; 0; c), B'(a; 0; c), C'(a; b; c), D'(0; b; c).

Ta có:

$$d(BC', CD') = \frac{|[\overline{BC'}, \overline{CD'}] \cdot \overline{BC}|}{|[\overline{BC'}, \overline{CD'}]|} = \frac{abc}{\sqrt{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}}.$$



ĐỀ LUYỆN SỐ 4

KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. Đạo hàm bậc ba của hàm số $y = \tan x$ là:

- A. $\frac{1+3 \tan^2 x}{\cos^2 x}$. B. $\frac{2+6 \tan^2 x}{\cos^2 x}$. C. $\frac{2-6 \tan^2 x}{\cos^2 x}$. D. $\frac{1-3 \tan^2 x}{\cos^2 x}$.

Câu 2. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2$ nghịch biến trên các khoảng:

- A. $(-\infty; -1]$ và $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0]$ và $[1; +\infty)$.
C. $[-1; 0]$. D. $(0; 1)$.

Câu 3. Hàm số $y = x - \sqrt{x}$ đồng biến trên:

- A. $\left[-\infty; \frac{1}{4}\right]$. B. $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$. C. $\left[0; \frac{1}{4}\right]$. D. $(-\infty; 0]$.

Câu 4. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 24x + 1$. Tích các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số bằng:

- A. -2921. B. -2291. C. -2912. D. -2192.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$. Hàm số:

- A. Không có cực trị. B. Hai cực đại.
C. Hai cực trị và hoành độ cực tiểu nhỏ hơn hoành độ cực đại. D. Hai cực trị và hoành độ cực tiểu lớn hơn hoành độ cực đại.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{3}{4}x^4 - x^3$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng:

- A. -1. B. $-\frac{3}{4}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. 0.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{\cos x}{x}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số bằng:

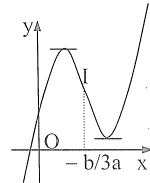
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 2}$. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm:

- A. $(0; 1)$. B. $(0; -2)$. C. $(-2; -2)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
B. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
C. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
D. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.



Câu 10. Cho hàm số (C): $y = x^4 - 24x^2 + 25$. Nếu tiếp tuyến tại điểm M của (C) song song với đường thẳng $64x + y + 4 = 0$ thì tọa độ của điểm M là:

- A. $M(2; -55)$ hoặc $M(-4; -103)$. B. $M(2; -55)$ hoặc $M(4; -103)$.
C. $M(-2; -55)$ hoặc $M(-4; -103)$. D. $M(-2; -55)$ hoặc $M(4; -103)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$. Số giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox bằng:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

- Câu 12.** Giá trị của $3^{1+2\sqrt{2}} : 9^{\sqrt{2}}$ là:
 A. 9. B. 7. C. 5. D. 3.
- Câu 13.** Giá trị của biểu thức $(0,5)\log_2 25 + \log_2(1,6)$ bằng:
 A. 1. B. 2. C. 3. D. 5.
- Câu 14.** Cho hàm số $y = \ln(x^2 - x + 1)$. Tập xác định của hàm số là:
 A. \mathbb{R} . B. $[0; +\infty)$. C. $[1; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.
- Câu 15.** Cho hàm số $y = xe^{-3x}$. Hàm số có:
 A. Một cực đại và một cực tiểu. B. Một cực đại.
 C. Một cực tiểu. D. Không có cực trị.
- Câu 16.** Hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 4^{-2x} + 4^{-2y} = 0,5 \end{cases}$$
 có nghiệm là:
 A. $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.
- Câu 17.** Bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + 2\log_3(2 - x) \geq 0$ có tập nghiệm là:
 A. $\left[\frac{1}{2}; 1\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$. C. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. D. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$.
- Câu 18.** Bất phương trình $(\sqrt{10}+3)^{\frac{x-3}{x-1}} < (\sqrt{10}-3)^{\frac{x+1}{x+3}}$ có tập nghiệm là:
 A. $(-3; -\sqrt{5}) \cup (1; \sqrt{5})$. B. $(-3; -\sqrt{5}) \cup (-1; \sqrt{5})$.
 C. $(-3; -\sqrt{3}) \cup (1; \sqrt{3})$. D. $(-3; -\sqrt{3}) \cup (-1; \sqrt{3})$.
- Câu 19.** Nếu $\ln(\ln x) = 1$ thì x bằng:
 A. $\frac{1}{e}$. B. e^e . C. $\frac{1}{e^e}$. D. e .
- Câu 20.** Phương trình $4^{x+1} - 6 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$ có tập nghiệm là:
 A. $T = \{0\}$. B. $T = \{1\}$. C. $T = \{0; 1\}$. D. Vô nghiệm.
- Câu 21.** Phương trình $\log_3 x + \log_3(x+2) = 1$ có tập nghiệm là:
 A. $T = \{0\}$. B. $T = \{1\}$. C. $T = \{1; 2\}$. D. $T = \{0; 2\}$.
- Câu 22.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ có dạng:
 A. $4\ln(1+x^2) + C$. B. $3\ln(1+x^2) + C$. C. $2\ln(1+x^2) + C$. D. $\ln(1+x^2) + C$.
- Câu 23.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x \cdot \cos x$ có dạng:
 A. $\frac{1}{2} \sin 3x - \frac{1}{6} \sin x + C$. B. $\frac{1}{6} \sin 3x - \frac{1}{2} \sin x + C$.
 C. $\frac{1}{6} \sin 3x + \frac{1}{2} \sin x + C$. D. $\frac{1}{2} \sin 3x + \frac{1}{6} \sin x + C$.
- Câu 24.** Tích phân $\int_0^{\pi/12} \cos^2 x \cdot dx$ bằng:
 A. $\frac{\pi+3}{24}$. B. $\frac{2\pi+3}{12}$. C. $\frac{2\pi-3}{12}$. D. $\frac{2\pi-3}{24}$.

- Câu 25. Tích phân $\int_{-1}^1 (3x+2)^4 dx$ bằng:
- A. $\frac{642}{5}$. B. $\frac{842}{5}$. C. $\frac{942}{5}$. D. $\frac{1042}{5}$.
- Câu 26. Biết $\int_0^a (3x^2 - 4x - 9)dx = -18$, khi đó a nhận giá trị bằng:
- A. $a = -3$. B. $a = 2$. C. $a = 3$. D. Cả A, B, C.
- Câu 27. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$ và $y = \sqrt[3]{x}$ bằng:
- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 28. Cho hình phẳng A giới hạn bởi các đường $x = \frac{2}{y}$, $y = 1$ và $y = 4$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình A quanh trục tung.
- A. π . B. 2π . C. 3π . D. 4π .
- Câu 29. Số $z + \bar{z}$ là:
- A. Số thực. B. Số ảo. C. 0. D. 2.
- Câu 30. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - i| = 1$ là:
- A. Đường tròn tâm $I(0; 1)$ bán kính $R = 1$. B. Đường tròn tâm $I(0; 1)$ bán kính $R = 2$.
 C. Đường tròn tâm $I(1; 0)$ bán kính $R = 2$. D. Đường tròn tâm $I(1; 0)$ bán kính $R = 1$.
- Câu 31. Phương trình $(2 - i)\bar{z} - 4 = 0$ (với ẩn z) có nghiệm là:
- A. $\frac{8}{5} - \frac{4}{5}i$. B. $\frac{8}{5} + \frac{4}{5}i$. C. $-\frac{8}{5} - \frac{4}{5}i$. D. $-\frac{8}{5} + \frac{4}{5}i$.
- Câu 32. Các căn bậc hai của số phức $-8 - 6i$ là:
- A. $\pm(1 + 3i)$. B. $\pm(1 - 3i)$. C. $\pm(3 + i)$. D. $\pm(3 - i)$.
- Câu 33. Để phương trình (với ẩn z) $z^2 + bz + c = 0$ nhận $z = 1 + i$ làm một nghiệm điều kiện là:
- A. $b = 1, c = -1$. B. $b = 2, c = -2$. C. $b = -2, c = 2$. D. $b = -1, c = 1$.
- Câu 34. Phương trình $z^3 - 2(1 + i)z^2 + 3iz + 1 - i = 0$ có nghiệm là:
- A. $1, 1 + i$ và i . B. $-1, 1 + i$ và i . C. $1, 1 - i$ và i . D. $1, 1 + i$ và $-i$.
- Câu 35. Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi (không phải hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 36. Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là:
- A. 3. B. 6. C. 9. D. 12.
- Câu 37. Nếu ba kích thước của một khối hộp chữ nhật tăng lên k lần thì thể tích của nó tăng lên:
- A. k lần. B. k^2 lần. C. k^3 lần. D. $3k^3$ lần.
- Câu 38. Đáy của một hình hộp đứng là hình thoi cạnh a , góc nhọn 60° . Đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của hình hộp. Khi đó thể tích của hình hộp là:
- A. a^3 . B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

- Câu 39.** Trong số các hình hộp nội tiếp một mặt cầu bán kính R thì:
- Hình hộp có đáy là hình vuông có thể tích lớn nhất.
 - Hình lập phương có thể tích lớn nhất.
 - Hình hộp có các kích thước tạo thành cấp số cộng công sai khác 0 có thể tích lớn nhất.
 - Hình hộp có các kích thước tạo thành cấp số nhân công bội khác 1 có thể tích lớn nhất.
- Câu 40.** Cho mặt cầu bán kính R và một hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao $2R$. Tỉ số thể tích của khối cầu và khối trụ là:
- $\frac{2}{3}$.
 - $\frac{3}{2}$.
 - 2.
 - $\frac{1}{2}$.
- Câu 41.** Một hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên của hình hộp bằng $2a$. Thể tích khối nón có đáy là đường tròn nội tiếp một đáy hình hộp và đỉnh là tâm của đáy còn lại của hình hộp là:
- $\frac{\pi a^3}{3}$.
 - $\frac{\pi a^3}{2}$.
 - πa^3 .
 - $2\pi a^3$.
- Câu 42.** Một hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O , góc ở đỉnh bằng 120° . Trên đường tròn đáy lấy một điểm A cố định và điểm M di động. Có bao nhiêu vị trí của M để diện tích tam giác SAM đạt giá trị lớn nhất?
- Có 1 vị trí.
 - Có 2 vị trí.
 - Có 3 vị trí.
 - Có vô số vị trí.
- Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai vector $\vec{a}\left(1; \frac{1}{2}; -\frac{2}{3}\right)$ và $\vec{b}\left(\frac{4}{3}; -5; \frac{3}{2}\right)$. Giá trị $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng:
- $-\frac{13}{6}$.
 - $-\frac{17}{6}$.
 - $\frac{17}{6}$.
 - $\frac{13}{6}$.
- Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vector $\vec{a}(1; -3; 4)$. Vector $\vec{b}(2; y; z)$ cùng phương với vector \vec{a} khi:
- $y=-3$ và $z=4$.
 - $y=-6$ và $z=8$.
 - $y=6$ và $z=-8$.
 - $y=3$ và $z=-4$.
- Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt cầu:
- $$(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 6x - 3y + 15z - 2 = 0$$
- có tâm I và bán kính R là:
- $I\left(1; -\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ và $R = \frac{49}{6}$.
 - $I\left(1; -\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ và $R = \frac{7\sqrt{6}}{6}$.
 - $I\left(-1; \frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$ và $R = \frac{49}{6}$.
 - $I\left(-1; \frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$ và $R = \frac{7\sqrt{6}}{6}$.
- Câu 46.** Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và có vtpt $\vec{n}(2; -1; 3)$ có phương trình:
- $(P): 2x - y + 3z - 4 = 0$.
 - $(P): 2x - y + 3z - 9 = 0$.
 - $(P): x - y + 3z - 4 = 0$.
 - $(P): x - y + 3z - 9 = 0$.
- Câu 47.** Trong không gian tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 4x - 3y + 2z + 28 = 0$ và điểm $I(0; 1; 2)$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:
- $x^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 29$.
 - $x^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = \frac{29}{3}$.
 - $x^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 29$.
 - $x^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = \frac{29}{3}$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình:

$$(d): \frac{1-x}{2} = 2y+1 = \frac{2z-1}{-2}.$$

Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng (d):

- A. (2; 1; -2). B. (-2; 1; -2). C. $\left(-2; \frac{1}{2}; -1\right)$. D. $\left(-2; \frac{1}{2}; -2\right)$

Câu 49. Trong không gian tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (α) và đường thẳng (Δ) có:

$$(\alpha): 2x + y + z + 5 = 0 \text{ và } (\Delta): \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - t \\ z = 2 - 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Tọa độ giao điểm của (Δ) và (α) là:

- A. (-2; -1; 0) B. (-5; 2; 3). C. (1; 3; 2). D. (-17; 9; 20).

Câu 50. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' với AB = a, BC = b, CC' = c. Khoảng cách từ điểm A' tới đường thẳng C'D là:

- A. $\frac{\sqrt{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}}{\sqrt{a^2 + c^2}}$. B. $\frac{\sqrt{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.
 C. $\frac{\sqrt{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}}{\sqrt{b^2 + c^2}}$. D. $\frac{\sqrt{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ LUYỆN SỐ 4

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. B	4. B	5. D	6. C	7. C	8. C	9. D	10. A
11. B	12. D	13. C	14. A	15. B	16. C	17. A	18. A	19. B	20. C
21. B	22. D	23. C	24. A	25. D	26. D	27. A	28. C	29. A	30. A
31. A	32. B	33. C	34. A	35. C	36. C	37. C	38. D	39. B	40. A
41. A	42. B	43. A	44. B	45. D	46. B	47. A	48. C	49. D	50. A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Ta lần lượt có:

$$f^{(1)}(x) = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x,$$

$$f^{(2)}(x) = \frac{2 \tan x}{\cos^2 x} = 2 \tan x \cdot (1 + \tan^2 x) = 2 \tan x + 2 \tan^3 x,$$

$$f^{(3)}(x) = \frac{2}{\cos^2 x} + \frac{6 \tan^2 x}{\cos^2 x} = \frac{2 + 6 \tan^2 x}{\cos^2 x} \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng đắn.}$$

Câu 2.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:
 $y' = x^2 + x$.
- Hàm số nghịch biến khi:
 $y' \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + x \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 0$.

Vậy, hàm số nghịch biến trên $[-1; 0]$.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Nhận xét rằng:

- Hàm số nghịch biến khi $y' \leq 0$ do đó sẽ có hai nửa đoạn (dấu ngoặc vuông "[,]") nên đáp án D bị loại.
- Hàm đa thức bậc ba với $a > 0$ nghịch biến trên đoạn nằm giữa hai nghiệm của phương trình $y' = 0$ nên các đáp án A và B bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Nhận xét – Mở rộng: Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng bằng phép thử, các em học sinh cần nắm vững kiến thức về tính chất của hàm đa thức bậc ba và dấu tam thức bậc hai.

Câu 3.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Ta có điều kiện:

$$x \geq 0 \Rightarrow D = [0; +\infty).$$

- Đạo hàm:

$$y' = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}.$$

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$1/4$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	0	$-1/4$	$+\infty$

(Note: In the original image, the region between $x=0$ and $x=1/4$ is shaded with diagonal lines. Arrows point from the 0 in the y' row to the $1/4$ in the x row, and from the $-1/4$ in the y row to the $1/4$ in the x row.)

Vậy, hàm số đồng biến trên $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt đánh giá:

- Vì $D = [0; +\infty)$ nên các đáp án A và D bị loại. Tới đây ta chỉ còn phải lựa chọn B và C.
- Lấy $x = \frac{1}{4}$ và $x = 1$ suy ra $y\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4}$ và $y(1) = 0$, tức là hàm số đồng biến trên $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$, suy ra đáp án C bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 4.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = 3x^2 - 6x - 24, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$$

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta sử dụng quy tắc 1 để giải.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá*, một vài em học sinh nếu cảm thấy khó hiểu thì hãy xem cách giải thích như sau:

Chúng ta đã thực hiện theo hai bước:

Bước 1: Tính đạo hàm để khẳng định hàm số có hai cực trị.

Bước 2: Nhận xét rằng:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$$

Suy ra, qua $x = 2$ hàm số có hướng đi lên, tức là ta có dáng:



Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ (đạt cực đại tại $x = 0$).

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 6.

Đáp số trắc nghiệm C.

👉 *Lời giải tự luận 1:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = 3x^3 - 3x^2,$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow 3x^2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 0.$$

- Bảng biến thiên: Với lưu ý rằng dấu của y' chỉ phụ thuộc vào dấu của $x - 1$:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$	CT $-1/4$		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\text{Min}_y = y(1) = -\frac{1}{4}$.

👉 *Lời giải tự luận 2:* Ta biến đổi:

$$y = \frac{3}{4}x^4 - x^3$$

$$\Leftrightarrow 4y = 3x^4 - 4x^3 = [2(x^4 - 2x^3 + x^2) + (x^4 - 2x^2 + 1) - 1]$$

$$= 2(x^2 - x)^2 + (x^2 - 1)^2 - 1 \geq -1$$

$$\Leftrightarrow y \geq -\frac{1}{4}$$

Suy ra $\text{Min}_y = y(1) = -\frac{1}{4}$ đạt được khi:

$$\begin{cases} x^2 - x = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

👉 *Lời giải tự luận kết hợp tính chất:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = 3x^3 - 3x^2,$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow 3x^2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 0.$$

Vì dấu của y' chỉ phụ thuộc vào dấu của $x - 1$ nên hàm đạt cực tiểu tại $x = 1$, từ đó suy ra:

$$\text{Min}_y = y(1) = -\frac{1}{4}, \text{ ứng với đáp án C.}$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt thử:

- Với $y = -1$, ta có phương trình:

$$\frac{3}{4}x^4 - x^3 = -1 \Leftrightarrow 3x^4 - 4x^3 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x^4 - 2x^3 + x^2) + (x^4 - 2x^2 + 1) + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2 - x)^2 + (x^2 - 1)^2 + 3 = 0, \text{ vô nghiệm} \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

- Với $y = -\frac{3}{4}$, ta có phương trình:

$$\frac{3}{4}x^4 - x^3 = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow 3x^4 - 4x^3 + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x^4 - 2x^3 + x^2) + (x^4 - 2x^2 + 1) + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2 - x)^2 + (x^2 - 1)^2 + 2 = 0, \text{ vô nghiệm} \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại.}$$

- Với $y = -\frac{1}{4}$, ta có phương trình:

$$\frac{3}{4}x^4 - x^3 = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow 3x^4 - 4x^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(3x^3 - x^2 - x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \text{có nghiệm } x = 1.$$

Tới đây, chúng ta dừng lại và khẳng định việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 7.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Từ đó, ta nhận được:

- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 0$ vì $\lim_{x \rightarrow 0} y = \infty$.

- Ta có:

$$\left| \frac{\sin x}{x} \right| \leq \frac{1}{|x|} \text{ và } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{|x|} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0$$

$$\Rightarrow y = 0 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

Vậy, đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 8.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Viết lại hàm số dưới dạng:

$$y = x + \frac{2}{x+2}$$

Từ đó, ta lần lượt có:

- Tiệm cận đứng $x = -2$.

- Tiệm cận xiên $y = x$.

Suy ra, đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(-2; -2)$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt đánh giá:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ nên tâm đối xứng có hoành độ bằng -2 , suy ra các đáp án A và B bị loại.
- Nhận thấy điểm $M(0; 1)$ thuộc đồ thị nhưng điểm $N(-4; 1)$ không thuộc đồ thị, suy ra đáp án D bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 9.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận 1:* Trước tiên, ta có:

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c; \quad y'' = 6ax + 2b.$$

Từ đồ thị ta lần lượt thấy:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0.$
- $y(0) > 0 \Rightarrow d > 0.$
- Đồ thị hàm số có hai cực trị với hoành độ x_1, x_2 cùng dấu và $x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 cùng dấu và $x_1 + x_2 > 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{c}{3a} > 0 \\ -\frac{2b}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow c > 0 \text{ và } b < 0.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Lời giải tự luận 2:* Trước tiên, ta có:

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c; \quad y'' = 6ax + 2b.$$

Từ đồ thị ta lần lượt thấy:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0.$
- $y(0) > 0 \Rightarrow d > 0.$
- Đồ thị hàm số có hai cực trị cùng dấu \Rightarrow Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm cùng dấu

$$\Rightarrow \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c > 0.$$

- Điểm uốn có hoành độ dương $\Rightarrow -\frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0.$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 10.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận.* Ta có $y' = 4x^3 - 48x.$

Giả sử $M(x; y)$ là tiếp điểm, khi đó:

$$\begin{aligned} y'(x) = -64 &\Leftrightarrow 4x^3 - 48x = -64 \Leftrightarrow x^3 - 12x + 16 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 2)(x^2 + 2x - 8) = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2(x + 4) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ hoặc } x = -4 \\ &\Rightarrow M(2; -55) \text{ hoặc } M(-4; -103). \end{aligned}$$

☞ *Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS.* Ta có:

$$y' = 4x^3 - 48x.$$

Từ giả thiết $k_M = -64$, ta được:

$$\begin{aligned} y'(x) = -64 &\Leftrightarrow 4x^3 - 48x = -64 \Leftrightarrow x^3 - 12x + 16 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = -4 \text{ hoặc } x = 2 \text{ bằng cách ấn:} \end{aligned}$$

MODE MODE MODE 1 ▶ 3

1 = 0 = (-) 12 = 16 =

_____ -4

▼

_____ 2

Khi đó, chúng ta có tọa độ các tiếp điểm là $M(-4; -103)$ hoặc $M(2; -55)$ bằng cách ấn:

ALPHA X ^ 4 = 24 ALPHA X x^2 + 25

CALC (-) 4 =

_____ -103

CALC 2 =

_____ -55

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: Ta lần lượt đánh giá:*

- Vì $M(2; -55) \in (C)$ nên hệ số góc của tiếp tuyến tại M bằng:

$$k = y'(1) = -12 \text{ bằng cách ấn:}$$

$$\boxed{\text{MODE}} \boxed{1} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{d/dx}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{X}} \boxed{\wedge} \boxed{4} \boxed{-} \boxed{24} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{X}} \boxed{\text{x}^2} \boxed{+} \boxed{25} \boxed{,} \boxed{2} \boxed{)} \boxed{=} \boxed{-64.0000}$$

⇒ Các đáp án C và D bị loại.

- Vì $M(-4; -103) \in (C)$ nên hệ số góc của tiếp tuyến tại M bằng:

$$k = y'(2) = 0 \text{ bằng cách thay 1 ở đời dòng lệnh trên bằng 2:}$$

$$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{d/dx}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{X}} \boxed{\wedge} \boxed{4} \boxed{-} \boxed{14} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{X}} \boxed{\text{x}^2} \boxed{+} \boxed{13} \boxed{,} \boxed{(-)} \boxed{4} \boxed{)} \boxed{=} \boxed{-64}$$

⇒ Đáp án B bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 11.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận: Phương trình hoành độ giao điểm:*

$$x^4 - 2x^2 - 1 = 0. \tag{1}$$

Đặt $t = x^2$, điều kiện $t \geq 0$. Phương trình có dạng:

$$t^2 - 2t - 1 = 0. \tag{2}$$

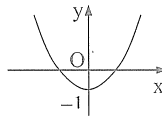
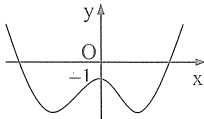
Phương trình (2) có $\Delta < 0$ nên có hai nghiệm trái dấu ($t_1 < 0 < t_2$, t_1 bị loại) và với t_2 , ta được:

$$x^2 = t_2 \Leftrightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{t_2}.$$

Vậy, số giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox bằng 2.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt đánh giá:*

- Hàm trùng phương nhận Oy làm trục đối xứng và $y(0) = -1$.
- Vì $a = 1 > 0$ nên nó chỉ có thể là:



Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 12.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận: Ta có:*

$$3^{1+2\sqrt{2}} \cdot 9^{\sqrt{2}} = 3^{1+2\sqrt{2}} \cdot 3^{3\sqrt{2}} = 3^{1+2\sqrt{2}+2\sqrt{2}} = 3, \text{ ứng với đáp án D.}$$

Câu 13.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận: Ta biến đổi:*

$$\frac{1}{2} \log_2 25 + \log_2(1,6) = \log_2 5 + \log_2(1,6) = \log_2(5 \cdot 1,6) = \log_2 8 = 3.$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử với máy tính CASIO fx - 570MS, bằng cách thực hiện:*

$$0.5 \boxed{\ln} \boxed{25} \boxed{=} \boxed{\ln} \boxed{2} \boxed{+} \boxed{\ln} \boxed{1.6} \boxed{=} \boxed{\ln} \boxed{2} \boxed{=} \boxed{3}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 14.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ **Lời giải tự luận:** Điều kiện là:

$$x^2 - x + 1 > 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \text{ luôn đúng.}$$

Vậy, tập xác định của hàm số là \mathbb{R} .

✍ **Lựa chọn đáp án bằng phép thử:** Ta lần lượt đánh giá:

- Xuất phát từ đáp án B, ta thay $x = 0$ vào hàm số được:
 $y = \ln 1 = 0$, tức là hàm số xác định tại $x = 0$.

Do đó, các đáp án C và D bị loại. Tới đây ta chỉ còn phải lựa chọn A và B.

- Lấy một điểm thuộc A nhưng không thuộc B, cụ thể $x = -1$, ta được:
 $y = \ln(1 + 1 + 1) = \ln 3$, tức là hàm số xác định tại $x = -1$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

✍ **Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS**, bằng cách thực hiện theo thứ tự:

- Nhập hàm số $y = \ln(x^2 - x + 1)$ ta ấn:

$$\ln \left(\left[\text{ALPHA} \right] \left[x^2 \right] - \left[\text{ALPHA} \right] \left[x \right] + 1 \right)$$

- Khi đó, ta lần lượt với các giá trị $x = 0$, $x = -1$ bằng cách ấn:

<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">CALC</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: 100px;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">CALC</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;">1.098</td> </tr> </table>	CALC	0		CALC	-1	1.098
CALC	0					
CALC	-1	1.098				

\Rightarrow hàm số xác định tại $x = 0$ và $x = -1$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

👂 **Nhận xét – Mở rộng:** Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta thiết lập điều kiện có nghĩa cho biểu thức trong hàm logarit. Và ở đó, việc giải một bất phương trình bậc hai được thực hiện bằng phép đánh giá.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, chúng ta định hướng từ nội dung bốn đáp án A, B, C, D, cụ thể ta chọn xuất phát điểm là $x = 0$ hoặc $x = 1$.
Khi chọn $x = 0$ để thay vào hàm số, ta có:
 - Nếu $x = 0$ thuộc tập xác định thì các đáp án C và D bị loại, do đó chỉ còn phải lựa chọn giữa A và B. Tới đây, chúng ta thử tiếp một phần tử x_0 thuộc $A \setminus B$ (cụ thể ta chọn $x_0 = -1$). Khi đó, nếu x_0 thuộc tập xác định thì đáp án A là đúng, trái lại thì đáp án B là đúng.
 - Nếu $x = 0$ không thuộc tập xác định thì các đáp án A và B bị loại, do đó chỉ còn phải lựa chọn giữa C và D. Tới đây, chúng ta thử tiếp với $x_0 = 1$. Nếu 1 thuộc tập xác định thì đáp án C là đúng, trái lại thì đáp án D là đúng.
- Cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử với máy tính CASIO fx-570MS* sẽ giúp chúng ta giảm thiểu được thời gian tính toán. Các em học sinh cần lưu ý cách khai báo hàm số logarit.

Câu 15. **Đáp số trắc nghiệm B.**

Câu 16. **Đáp số trắc nghiệm C.**

✍ **Lời giải tự luận:** Biến đổi hệ phương trình về dạng:

$$\begin{cases} (-2x) + (-2y) = -2 \\ 4^{-2x} + 4^{-2y} = 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4^{(-2x)+(-2y)} = \frac{1}{16} \\ 4^{-2x} + 4^{-2y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4^{-2x} \cdot 4^{-2y} = \frac{1}{16} \\ 4^{-2x} + 4^{-2y} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

suy ra 4^{-2x} , 4^{-2y} là nghiệm của phương trình:

$$t^2 - \frac{1}{2}t + \frac{1}{16} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4^{-2x} = 4^{-2y} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}.$$

Vậy, hệ phương trình có nghiệm là $x = y = \frac{1}{2}$.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Các cách giải khác thực hiện tương tự như trong câu 16/Đề 2.

Câu 17.

Đáp số trắc nghiệm A.

👉 *Lời giải tự luận:* Điều kiện ban đầu $\begin{cases} x^2 - 6x + 5 > 0 \\ 2 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x < 1. \quad (*)$

Biến đổi tương đương bất phương trình về dạng:

$$\begin{aligned} -\log_3(x^2 - 6x + 5) + \log_3(2 - x)^2 \geq 0 &\Leftrightarrow \log_3(x^2 - 6x + 5) \leq \log_3(x^2 - 4x + 4) \\ \Rightarrow x^2 - 6x + 5 \leq x^2 - 4x + 4 &\Leftrightarrow 2x \geq 1^{(*)} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x < 1. \end{aligned}$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm là $\frac{1}{2} \leq x < 1$.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Ta có:

- Lựa chọn phép thử thực hiện tương tự Câu 17/Đề 1.
- Sử dụng máy tính Fx giải phương trình $2^{3-6x} > 1$ rồi sử dụng tính đơn điệu của hàm số để kết luận về tập nghiệm.

Câu 18.

Đáp số trắc nghiệm A.

👉 *Lời giải tự luận:* Nhận xét rằng:

$$(\sqrt{10} + 3)(\sqrt{10} - 3) = 1 \Rightarrow \sqrt{10} - 3 = (\sqrt{10} + 3)^{-1}.$$

Khi đó bất phương trình được viết lại dưới dạng:

$$\begin{aligned} (\sqrt{10} + 3)^{\frac{x-3}{x-1}} < (\sqrt{10} + 3)^{\frac{x+1}{x+3}} &\Leftrightarrow (\sqrt{10} + 3)^{\frac{x-3}{x-1} + \frac{x+1}{x+3}} < 1 \Leftrightarrow \frac{x-3}{x-1} + \frac{x+1}{x+3} < 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 5}{(x-1)(x+3)} < 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < -\sqrt{5} \\ 1 < x < \sqrt{5} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy, nghiệm của bất phương trình là $(-3; -\sqrt{5}) \cup (1; \sqrt{5})$.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Lựa chọn phép thử thực hiện tương tự câu 17/Đề 1.

Câu 19.

Đáp số trắc nghiệm B.

👉 *Lời giải tự luận:* Biến đổi tương đương phương trình về dạng:

$$\ln x = e \Leftrightarrow x = e^e.$$

Vậy, phương trình có nghiệm $x = e^e$.

👉 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = \frac{1}{e}$ thay vào phương trình ta thấy:

$$\ln\left(\ln\frac{1}{e}\right) = 1 \Leftrightarrow \ln(-1) = 1, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

- Với $x = e^e$ thay vào phương trình ta thấy:
 $\ln(\ln e^e) = 1 \Leftrightarrow \ln e = 1$, thoả mãn.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS: bằng cách thực hiện theo thứ tự:*

- Nhập $\ln(\ln x)$ ta ấn:

$$\boxed{\ln} \boxed{(\ln)} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{X} \boxed{=}$$

- Khi đó, ta lần lượt với các giá trị $x = \frac{1}{e}$ và $x = e^e$:

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{a^{bc}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{e} \boxed{=}$$

Suy ra, đáp án A bị loại.

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{e} \boxed{\wedge} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{e} \boxed{=}$$

Suy ra, giá trị $x = e^e$ thoả mãn.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta sử dụng phương pháp biến đổi tương đương để giải, cụ thể:

$$\log_a f(x) = b \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) = a^b \end{cases}$$

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, chúng ta lần lượt với các giá trị trái qua phải để xem nó có phải là nghiệm của phương trình hay không?
- Cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS* sẽ giúp chúng ta giảm thiểu được thời gian tính toán.

Câu 20.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Đặt $t = 2^{x+1}$, $t > 0$.

Khi đó, phương trình có dạng:

$$t^2 - 6t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+1} = 2 \\ 2^{x+1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 1 \\ x + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \{0; 1\}$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 0$ thay vào phương trình ta thấy:
 $4 - 6.2 + 8 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$, đúng $\Rightarrow x = 0$ là nghiệm của phương trình
 \Rightarrow Các đáp án B và D bị loại.
- Với $x = 1$ thay vào phương trình ta thấy:
 $16 - 6.4 + 8 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$, đúng $\Rightarrow x = 1$ là nghiệm của phương trình
 \Rightarrow Đáp án A bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp tự luận và máy tính CASIO fx-570MS: bằng cách thực hiện theo thứ tự:*

- Nhập $4^{x+1} - 6.2^{x+1} + 8$ ta ấn:

$$4 \boxed{\wedge} \boxed{(\text{ALPHA})} \boxed{X} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{=} \boxed{6} \boxed{\times} \boxed{2} \boxed{\wedge} \boxed{(\text{ALPHA})} \boxed{X} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{=} \boxed{+} \boxed{8}$$

- Khi đó, ta thử với các giá trị $x = 0$ và $x = 1$:

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{0} \boxed{=}$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $F(x) = \ln(1 + x^2) + C$ trong đáp án D thì:

$$f(x) = [\ln(1 + x^2) + C]' = \frac{2x}{1+x^2} \Rightarrow \text{Đáp án D đúng.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta đã sử dụng phép biến đổi để xuất hiện dạng $\frac{u'}{u}$.

Đối với các hàm số hữu tỉ, chúng ta có hai nghiệm hàm mở rộng:

$$\int \frac{x dx}{x^2 \pm a} = \frac{1}{2} \ln|x^2 \pm a| + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C, \text{ với } a \neq 0.$$

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 1* (từ trái qua phải), chúng ta sử dụng định nghĩa nguyên hàm cùng với việc đánh giá hệ số của các đáp án trắc nghiệm để loại bỏ ngay được A, B, C.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 2* (từ phải qua trái), chúng ta thấy nó đúng ngay nên dừng lại ở đó và khẳng định việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 23.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\int f(x) dx = \frac{1}{2} \int (\cos 3x + \cos x) dx = \frac{1}{6} \sin 3x + \frac{1}{2} \sin x + C, \text{ ứng với đáp án C.}$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $F(x)$ trong đáp án A thì:

$$f(x) = F'(x) = \frac{3}{2} \cos 3x - \frac{1}{6} \cos x \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

- Với $F(x)$ trong đáp án B thì:

$$f(x) = F'(x) = \frac{1}{2} \cos 3x - \frac{1}{2} \cos x = -\sin 2x \cdot \sin x \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại.}$$

- Với $F(x)$ trong đáp án C thì:

$$f(x) = F'(x) = \frac{1}{2} \cos 3x + \frac{1}{2} \cos x = \cos 2x \cdot \cos x \Rightarrow \text{Đáp án C đúng.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $F(x)$ trong đáp án D thì:

$$f(x) = F'(x) = \frac{3}{2} \cos 3x + \frac{1}{6} \cos x \Rightarrow \text{Đáp án D bị loại.}$$

- Với $F(x)$ trong đáp án C thì:

$$f(x) = F'(x) = \frac{1}{2} \cos 3x + \frac{1}{2} \cos x = \cos 2x \cdot \cos x \Rightarrow \text{Đáp án C đúng.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta sử dụng *phương pháp phân tích* để tìm nguyên hàm dựa trên các phép biến đổi tích thành. Cụ thể, chúng ta có:

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) - \cos(x + y)]$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$

$$\cos x \cdot \sin y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) - \sin(x - y)]$$

- Trong cách lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 và 2, chúng ta thực hiện từ trái qua phải và từ phải qua trái.

Câu 24.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Ta có:

$$\int_0^{\pi/12} \cos^2 x \cdot dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/12} (1 + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\pi/12} = \frac{\pi + 3}{24}.$$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: Bằng cách thực hiện theo thứ tự:

MODE 1
 MODE MODE MODE MODE 2 (Thiết lập đơn vị đo rad)
 ∫dx (cos ALPHA X) X² , 0 SHIFT π a^{b/c} 12 = 0.2559

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 25.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Đặt t = 3x + 2 suy ra dt = 3dx.

Đổi cận:

- Với x = -1 thì t = -1
- Với x = 1 thì t = 5.

Khi đó:

$$\int_{-1}^1 (3x + 2)^4 dx = \frac{1}{3} \int_{-1}^5 t^4 dt = \frac{1}{15} t^5 \Big|_{-1}^5 = \frac{1042}{5}, \text{ ứng với đáp án D.}$$

Lời giải tự luận 2: Ta viết lại tích phân dưới dạng:

$$\int_{-1}^1 (3x + 2)^4 dx = \frac{1}{3} \int_{-1}^1 (3x + 2)^4 d(3x + 2) = \frac{1}{15} (3x + 2)^5 \Big|_{-1}^1 = \frac{1042}{5},$$

ứng với đáp án D.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: Bằng cách thực hiện theo thứ tự:

MODE 1
 ∫dx (3 ALPHA X + 2) ^ 4 (=) 1 1 = 208.4

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 26.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Ta có:

$$-18 = \int_0^a (3x^2 - 4x - 9) dx = (x^3 - 2x^2 - 9x) \Big|_0^a = a^3 - 2a^2 - 9a$$

$$\Leftrightarrow a^3 - 2a^2 - 9a + 18 = 0 \Leftrightarrow (a - 2)(a^2 - 9) = 0 \Leftrightarrow a = 2 \text{ hoặc } a = \pm 3,$$

Vậy, với a = 2 hoặc a = ±3 thỏa mãn điều kiện đề bài.

☞ *Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS:* Ta có:

$$-18 = \int_0^a (3x^2 - 4x - 9) dx = (x^3 - 2x^2 - 9x) \Big|_0^a = a^3 - 2a^2 - 9a$$

$$\Leftrightarrow a^3 - 2a^2 - 9a + 18 = 0 \Leftrightarrow a = 2 \text{ hoặc } a = \pm 3,$$

bằng cách ấn:

MODE 1

MODE MODE MODE 1 ▶ 3

1 = 2 = 9 = 18 =

▼

▼

3
-3
2

Vậy, với $a = 2$ hoặc $a = \pm 3$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS:* Bạn đọc tự thực hiện.

Câu 27.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình:

$$\sqrt{x} = \sqrt[3]{x} \Leftrightarrow x^3 = x^2 \Leftrightarrow x^2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Khi đó:

$$S = \int_0^1 |\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}| dx = \int_0^1 (\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}) dx = \left(\frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} - \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{12}$$

☞ *Nhận xét – Mô rộng:* Sử dụng máy tính để nhận được giá trị gần đúng của tích phân rồi so sánh với các đáp án.

Câu 28.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có ngay:

$$V = \pi \int_1^4 x^2 dy = 4\pi \int_1^4 \frac{dy}{y^2} = -\frac{4\pi}{y} \Big|_1^4 = 3\pi.$$

☞ *Nhận xét – Mô rộng:* Sử dụng máy tính để nhận được giá trị gần đúng của tích phân rồi so sánh với các đáp án.

Câu 29.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Giả sử $z = a + bi$, khi đó:

$$\bar{z} = a - bi \Rightarrow z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a, \text{ là số thực.}$$

Câu 30.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Với số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm $M(x; y)$.

Ta có:

$$1 = |z - i| = |x + yi - i| = |x + (y - 1)i| = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 1.$$

Vậy, tập hợp điểm M thuộc đường tròn tâm $I(0; 1)$ bán kính $R = 1$.

Câu 31.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận 1: Với số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có:

$$\begin{aligned} 0 &= (2-i)\bar{z} - 4 = (2-i)\overline{a+bi} - 4 = (2-i)(a-bi) - 4 = (2a-b-4) - (a+2b)i \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-b-4=0 \\ -(a+2b)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-b=4 \\ a+2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=8/5 \\ b=-4/5 \end{cases} \Leftrightarrow z = \frac{8}{5} - \frac{4}{5}i, \end{aligned}$$

ứng với đáp án A.

Lời giải tự luận 2: Ta biến đổi:

$$(2-i)\bar{z} - 4 = 0 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{4}{2-i} = \frac{4(2+i)}{2^2+1^2} = \frac{8}{5} + \frac{4}{5}i \Leftrightarrow z = \overline{\bar{z}} = \overline{\frac{8}{5} + \frac{4}{5}i} = \frac{8}{5} - \frac{4}{5}i,$$

ứng với đáp án A.

Câu 32.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Giả sử số $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của $-8 - 6i$, tức là ta có:

$$\begin{aligned} -8 + 6i &= (x + yi)^2 = x^2 - y^2 + 2xyi \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = -8 \\ 2xy = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{3}{x} \\ x^2 - \left(\frac{3}{x}\right)^2 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{3}{x} \\ x^4 + 8x^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{3}{x} \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ và } y = -3 \\ x = -1 \text{ và } y = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy, số $-8 + 6i$ có hai căn bậc hai là $\pm(1 - 3i)$.

Câu 33.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Để $z = 1 + i$ làm một nghiệm của phương trình thì điều kiện là:

$$0 = (1+i)^2 + b(1+i) + c = (b+c) + (b+2)i \Leftrightarrow \begin{cases} b+c=0 \\ b+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2 \\ c=2 \end{cases}.$$

Vậy, với $b = -2$ và $c = 2$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 34.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Ta có biến đổi:

$$z^3 - 2(1+i)z^2 + 3iz + 1 - i = (z-1)[z^2 - (1+2i)z - 1 + i] \Leftrightarrow \begin{cases} z_0 = 1 \\ z^2 - (1+2i)z - 1 + i = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Với phương trình (*), ta có:

$$\Delta = (1+2i)^2 + 4(1-i) = 1.$$

Nên phương trình đó có hai nghiệm phân biệt là:

$$z_1 = \frac{1+2i+1}{2} = 1+i; \quad z_2 = \frac{1+2i-1}{2} = i.$$

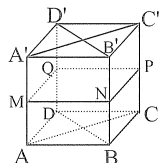
Vậy, phương trình có các nghiệm $1, 1+i$ và i .

Câu 35.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Giả sử (α) là mặt phẳng đối xứng của hình hộp đứng có đáy là hình thoi ABCD.A'B'C'D'.

Ta hãy xét hình thoi ABCD thì phép đối xứng \mathfrak{D} chỉ có thể biến ABCD thành chính nó hoặc A'B'C'D'.



- Nếu phép đối xứng \mathcal{D} biến hình thoi ABCD thành chính nó. Khi đó chỉ xảy ra hai trường hợp sau:
 - \mathcal{D} biến A thành A, khi đó B biến thành D, D biến thành B và C biến thành C. Mặt phẳng đối xứng (α) là mặt phẳng trung trực của BD, tức là mặt phẳng $(ACC'A')$.
 - \mathcal{D} biến A thành C thì (α) là mặt phẳng trung trực của cạnh AC.
 - Nếu \mathcal{D} biến hình thoi ABCD thành hình thoi $A'B'C'D'$ thì hiển nhiên (α) là mặt phẳng trung trực của cạnh AA' .
- Vậy, hình hộp đứng có đáy là hình thoi ABCD.A'B'C'D' có ba mặt phẳng đối xứng.

Câu 36.

Đáp số trắc nghiệm C.

Câu 37.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Ta có:

- Khối hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có ba kích thước a, b, c.
- Khối hộp chữ nhật $A_1B_1C_1D_1.A_1'B_1'C_1'D_1'$ có ba kích thước ka, kb, kc.

Từ đó, suy ra:

$$\frac{V_{A_1B_1C_1D_1A_1'B_1'C_1'D_1'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{(ka)(kb)(kc)}{abc} = k^3.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 38.

Đáp số trắc nghiệm D.

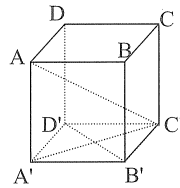
Lời giải tự luận: Với hình hộp đứng ABCD.A'B'C'D' thỏa mãn điều kiện đề bài ($\widehat{A'D'C'} = 60^\circ$), ta có:

$$A'A^2 = AC'^2 - A'C'^2 = B'D'^2 - A'C'^2 = \left(2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - a^2 = 2a^2$$

$$\Leftrightarrow A'A = a\sqrt{2}.$$

Khi đó, ta có:

$$V = S_{A'B'C'D'} \cdot A'A = 2S_{\Delta A'C'D'} \cdot A'A = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}.$$



Câu 39.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Hình hộp nội tiếp một mặt cầu là hình hộp chữ nhật và giả sử ba kích thước của nó là a, b, c thì ta có độ dài đường chéo là:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow 4R^2 = a^2 + b^2 + c^2 \geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}$$

$$\Leftrightarrow a^2b^2c^2 \leq \left(\frac{4R^2}{3}\right)^3 = \frac{64R^6}{27} \Leftrightarrow abc \leq \frac{8R^3\sqrt{3}}{9}$$

Thể tích khối hộp là:

$$V = abc \leq \frac{8R^3\sqrt{3}}{9}$$

tức $V_{\text{Max}} = \frac{8R^3\sqrt{3}}{9}$, đạt được khi:

$$a = b = c \Leftrightarrow \text{Hình hộp là hình lập phương.}$$

Câu 40.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Ta lần lượt có:

- Khối cầu có bán kính R nên:

$$V_1 = \frac{4\pi R^3}{3}$$

- Khối trụ có bán kính đáy R và chiều cao 2R nên:

$$V_2 = \pi R^2 h = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3$$

Từ đó, suy ra:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{4\pi R^3}{2\pi R^3} = \frac{2}{3}, \text{ ứng với đáp án A.}$$

Câu 41. Đáp số trắc nghiệm A.

Câu 42.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên SA.

Ta có, diện tích ΔSAM được cho bởi:

$$S = \frac{1}{2} SA \cdot MH.$$

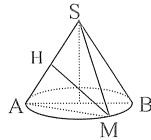
Do đó, diện tích ΔSAM đạt giá trị lớn nhất khi:

MH đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow MH = MS$

$\Leftrightarrow MS \perp SA$.

Tức M là giao điểm của đường tròn đáy hình nón với mặt phẳng (P) qua S và vuông góc với SA.

Từ giả thiết $\widehat{ASB} = 120^\circ$ suy ra tồn tại hai điểm M trên đường tròn đáy thỏa mãn yêu cầu đề bài.



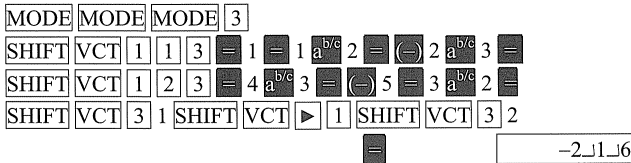
Câu 43.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Ta có:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \cdot (-5) - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{4}{3} - \frac{5}{2} - 1 = -\frac{13}{6}, \text{ ứng với đáp án A.}$$

Lựa chọn đáp án bằng việc sử dụng máy tính CASIO fx-570MS: Bằng cách thực hiện theo thứ tự:



Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 44.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Ta có:

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{-3}{y} = \frac{4}{z} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -6 \\ z = 8 \end{cases} \Rightarrow \vec{b}(2; -6; 8), \text{ ứng với đáp án B.}$$

Câu 45.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Viết lại phương trình dưới dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - y + 5z - \frac{2}{3} = 0.$$

Ta có $a = -1$, $b = \frac{1}{2}$, $c = -\frac{5}{2}$ và $d = -\frac{2}{3}$ nên:

$$a^2 + b^2 + c^2 - d = \frac{49}{6} > 0$$

từ đó, suy ra mặt cầu có tâm $I\left(-1; \frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$ và bán kính $R = \frac{7\sqrt{6}}{6}$.

Câu 46.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Mặt phẳng (P) được cho bởi:

$$(P): \begin{cases} \text{qua } A(1; 2; 3) \\ \text{vtpt } \vec{n}(2; -1; 3) \end{cases} \Leftrightarrow (P): 2.(x - 1) - 1.(y - 2) + 3.(z - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (P): 2x - y + 3z - 9 = 0, \text{ ứng với đáp án B.}$$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt đánh giá:

- Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}(2; -1; 3)$ nên các đáp án C và D bị loại.
- Thay tọa độ của $A(1; 2; 3)$ vào đáp án A, ta thấy:
 $2.1 - 2 + 3.3 - 4 = 0 \Leftrightarrow 5 = 0 \Rightarrow A \notin (P) \Rightarrow$ Đáp án A bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 47.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) nên có bán kính là:

$$R = d(I, (P)) = \frac{|-3 + 4 + 28|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2 + 2^2}} = \sqrt{29}.$$

Mặt cầu (S) có:

$$(S): \begin{cases} \text{Tâm } I(0; 1; 2) \\ R = \sqrt{29} \end{cases} \Leftrightarrow (S): x^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 29, \text{ ứng với đáp án A.}$$

Lựa chọn đáp án bằng trích lược tự luận: Ta lần lượt đánh giá:

- Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 1; 2)$ nên các đáp án C và D bị loại.
- Mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) nên có bán kính là:

$$R = d(I, (P)) = \frac{|-3 + 4 + 28|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2 + 2^2}} = \sqrt{29} \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 48.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Biến đổi phương trình của đường thẳng về dạng:

$$(d): \frac{x-1}{-2} = \frac{y+\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{z-\frac{1}{2}}{-1} \Rightarrow \text{vtcp } \vec{a}\left(-2; \frac{1}{2}; -1\right), \text{ ứng với đáp án C.}$$

Câu 49.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Thay phương trình của (Δ) vào (α) ta được:

$$2(1 + 3t) + 3 - t + 2 - 3t + 5 = 0 \Leftrightarrow 2t = -12 \Leftrightarrow t = -6$$

$$\Rightarrow (\Delta) \cap (\alpha) = \{M(-17; 9; 20)\}, \text{ ứng với đáp án D.}$$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải): Ta lần lượt đánh giá:

- Thay tọa độ của điểm trong đáp án A (thuộc (α)) vào phương trình đường thẳng (Δ) ta thấy:

$$\begin{cases} -2 = 1 + 3t \\ -1 = 3 - t \\ 0 = 2 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 4 \\ t = 2/3 \end{cases}, \text{ vô nghiệm} \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

- Thay tọa độ của điểm trong đáp án B (thuộc (α)) vào phương trình đường thẳng (Δ) ta thấy:

$$\begin{cases} -5 = 1 + 3t \\ 2 = 3 - t \\ 3 = 2 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \\ t = -1/3 \end{cases}, \text{ vô nghiệm} \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại.}$$

- Thay tọa độ của điểm trong đáp án C (thuộc (Δ)) vào phương trình mặt phẳng (α) ta thấy:

$$2 + 3 + 2 + 5 = 0 \Leftrightarrow 12 = 0, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow \text{Đáp án C bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái): Ta lần lượt đánh giá:

- Thay tọa độ của điểm trong đáp án D vào phương trình mặt phẳng (α) và đường thẳng (Δ) ta thấy:

$$-34 + 9 + 20 + 5 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0, \text{ đúng}$$

$$\begin{cases} -17 = 1 + 3t \\ 9 = 3 - t \\ 20 = 2 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow t = -6, \text{ có nghiệm.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 50.

Đáp số trắc nghiệm A.

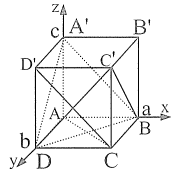
Lời giải tự luận: Chọn hệ tọa độ Axyz với B, D, A' theo thứ tự thuộc các tia Ox, Oy, Oz, ta được:

$$A(0; 0; 0), B(a; 0; 0), C(a; b; 0), D(0; b; 0),$$

$$A'(0; 0; c), B'(a; 0; c), C'(a; b; c), D'(0; b; c).$$

Ta có:

$$d(A', C'D) = \frac{|\overline{[A'C', C'D]}|}{|\overline{C'D}|} = \frac{|[(a; b; 0), (-a; 0; -c)]|}{|(-a; 0; -c)|} = \frac{\sqrt{b^2 c^2 + a^2 c^2 + a^2 b^2}}{\sqrt{a^2 + c^2}}.$$



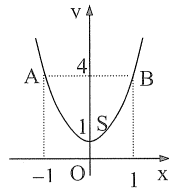
ĐỀ LUYỆN SỐ 5

KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

- Câu 1.** Giá trị của biểu thức $A = 2.1 C_n^2 - 3.2 C_n^3 + \dots + n(n-1)(-1)^n C_n^n$ bằng:
 A. -1 . B. 1 . C. 0 D. 1 .
- Câu 2.** Hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 - 1$ đồng biến trên các khoảng:
 A. $(-\infty; -1]$ và $[1; +\infty)$. B. $[-1; 0]$ và $[1; +\infty)$.
 C. $(-\infty; -1]$ và $[0; 1]$. D. $[-1; 1]$.
- Câu 3.** Hàm số $y = \sqrt{2+x-x^2}$ nghịch biến trên:
 A. $[\frac{1}{2}; 2]$. B. $[-1; \frac{1}{2}]$. C. $[2; +\infty)$. D. $[-1; 2]$.
- Câu 4.** Cho hàm số $y = x\sqrt{4-x^2}$. Hàm số có:
 A. Một cực đại và một cực tiểu. B. Một cực tiểu và hai cực đại.
 C. Một cực đại và không có cực tiểu. D. Một cực tiểu và không có cực đại.
- Câu 5.** Cho hàm số $y = \frac{x^2-x+4}{x-1}$. Tích các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số bằng:
 A. -15 . B. -10 . C. -5 . D. 0 .
- Câu 6.** Cho hàm số $y = \sin^4 x + \cos^4 x$. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng:
 A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. 3 .
- Câu 7.** Cho hàm số $y = 8^{x^3+1}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số bằng:
 A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. 3 .
- Câu 8.** Đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x}$ có số điểm uốn bằng:
 A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. 3 .
- Câu 9.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?
 A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
 B. $y = x^4 + 2x^2 + 1$.
 C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.
 D. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.



Câu 12. Giá trị của $2^{3-\sqrt{5}} \cdot 8^{\sqrt{5}}$ là:

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 8.

Câu 13. Giá trị của biểu thức $\frac{\log_2 240}{\log_{3,75} 2} - \frac{\log_2 15}{\log_{60} 2} + \log_2 1$ bằng:

- A. 4. B. 3. C. 1. D. -8.

Câu 14. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{3x}$ bằng:

- A. 0. B. 1. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$. Ta có $f(\ln 2)$ bằng:

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{9}{16}$. D. $\frac{16}{25}$.

Câu 16. Hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^{y+4x} = y^{5(y-\frac{x}{3})} \\ x^3 = y^{-1} \end{cases}$$

có nghiệm là:

- A. $(1; 1)$ và $(\frac{1}{8}; 2)$. B. $(1; 2)$ và $(2; \frac{1}{8})$.
 C. $(1; 1)$ và $(2; \frac{1}{8})$. D. $(2; 1)$ và $(2; \frac{1}{8})$.

Câu 17. Bất phương trình $\frac{1 - \log_4 x}{1 + \log_4 x} \leq \frac{1}{2}$ có tập nghiệm là:

- A. $(0; \frac{1}{4}) \cup [\sqrt[3]{4}; +\infty)$. B. $(0; \frac{1}{4}] \cup [\sqrt[3]{4}; +\infty)$.
 C. $(0; \frac{1}{4}) \cup [2; +\infty)$. D. $(0; \frac{1}{4}] \cup [2; +\infty)$.

Câu 18. Bất phương trình $(x-3)^{2x^2-7x} > 1$ có tập nghiệm là:

- A. $(3; \frac{7}{2}) \cup (4; +\infty)$. B. $(-3; \frac{7}{2}) \cup (4; +\infty)$.
 C. $(\frac{1}{3}; \frac{7}{2}) \cup (4; +\infty)$. D. $(-\frac{1}{3}; \frac{7}{2}) \cup (4; +\infty)$.

Câu 19. Phương trình $2^{x^2-2x} = \frac{3}{2}$ có tập nghiệm là:

- A. $T = \{1 - \sqrt{\log_3 2}; \sqrt{\log_3 2}\}$. B. $T = \{-\sqrt{\log_3 2}; \sqrt{\log_3 2}\}$.
 C. $T = \{1 - \sqrt{\log_3 2}; 1 + \sqrt{\log_3 2}\}$. D. $T = \{1 - \sqrt{\log_2 3}; 1 + \sqrt{\log_2 3}\}$.

Câu 20. Phương trình $\log_{\sqrt{2}} x \cdot \log_2 x \cdot \log_4 x = 8$ có tập nghiệm là:

- A. $T = \{2\}$. B. $T = \{1; 2\}$. C. $T = \{1; 4\}$. D. $T = \{4\}$.

Câu 21. Phương trình $3 \cdot 25^x + 2 \cdot 49^x = 5 \cdot 35^x$ có tập nghiệm là:

- A. $T = \{0; 1\}$. B. $T = \{0; \log_5 \frac{2}{3}\}$. C. $T = \{2; 1\}$. D. $T = \{2; \log_5 \frac{2}{3}\}$.

- Câu 22.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(1 + e^{-x})$ có dạng:
 A. $e^x - x + C$. B. $e^x + x + C$. C. $e^{-x} + x + C$. D. $e^{-x} - x + C$.
- Câu 23.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x \sqrt{2 \cos x - 1}$ có dạng:
 A. $\frac{1}{3} \sqrt{2 \cos x - 1} + C$. B. $-\frac{1}{3} \sqrt{(2 \cos x - 1)^3} + C$.
 C. $\frac{1}{6} \sqrt{2 \cos x - 1} + C$. D. $-\frac{1}{6} \sqrt{(2 \cos x - 1)^3} + C$.
- Câu 24.** Tích phân $\int_1^2 \frac{3dx}{x^2 - 3x}$ bằng:
 A. $-\ln 2$. B. $-2 \ln 2$. C. $2 \ln 2$. D. $\ln 2$.
- Câu 25.** Tích phân $\int_{-1}^{1/2} \frac{(2x+1)dx}{x^2 + x - 2}$ bằng:
 A. $-\ln 8$. B. $\ln \frac{3}{8}$. C. $\ln \frac{5}{8}$. D. $\ln \frac{7}{8}$.
- Câu 26.** Biết $\int_0^b (x-1)dx = 0$, khi đó b nhận giá trị bằng:
 A. $b = 0$ hoặc $b = 1$. B. $b = 0$ hoặc $b = 2$.
 C. $b = 3$ hoặc $b = 1$. D. $b = 2$ hoặc $b = 3$.
- Câu 27.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $y = 2x^2$ và $y = x^4 - 2x^2$ trong miền $x \geq 0$ bằng:
 A. $\frac{64}{15}$. B. $\frac{62}{15}$. C. $\frac{63}{15}$. D. $\frac{67}{15}$.
- Câu 28.** Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác đều cạnh là $2\sqrt{\sin x}$.
 A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $4\sqrt{3}$.
- Câu 29.** Phần thực của $z = 2i$ là:
 A. 2. B. $2i$. C. 0. D. 1.
- Câu 30.** Cho $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, khi đó $\frac{1}{z}$ bằng:
 A. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. B. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. C. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. D. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.
- Câu 31.** Phương trình $(2 + 3i)z = z - 1$ (với ẩn z) có nghiệm là:
 A. $\frac{1}{10} - \frac{3}{10}i$. B. $\frac{1}{10} + \frac{3}{10}i$. C. $-\frac{1}{10} + \frac{3}{10}i$. D. $-\frac{1}{10} - \frac{3}{10}i$.
- Câu 32.** Các căn bậc hai của số phức $-8 + 6i$ là:
 A. $\pm(1 + 3i)$. B. $\pm(1 - 3i)$. C. $\pm(3 + i)$. D. $\pm(3 + i)$.
- Câu 33.** Phương trình $z + \frac{1}{z} = 2i$ có nghiệm là:
 A. $(1 \pm \sqrt{2})i$. B. $(2 \pm \sqrt{2})i$. C. $2(1 \pm \sqrt{2})i$. D. $-(1 \pm \sqrt{2})i$.
- Câu 34.** Phương trình $z^3 + 1 = 0$ có nghiệm là:
 A. $\frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$ và 1. B. $\frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$ và -1 . C. $\frac{1 \pm i\sqrt{2}}{2}$ và 1. D. $\frac{1 \pm i\sqrt{2}}{2}$ và -1 .
- Câu 35.** Phép đối xứng qua mặt phẳng (P) biến đường thẳng (d) thành chính nó khi và chỉ khi:
 A. $(d) // (P)$. B. $(d) \subset (P)$.
 C. $(d) \perp (P)$. D. $(d) \subset (P)$ hoặc $(d) \perp (P)$.

- Câu 36. Một đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất:
 A. Hai mặt. B. Ba mặt. C. Bốn mặt. D. Năm mặt.
- Câu 37. Một khối lăng trụ đứng tam giác có các cạnh đáy bằng 37, 13, 30 và diện tích xung quanh bằng 480. Khi đó thể tích khối lăng trụ là:
 A. 2010. B. 1010. C. 1080. D. 2040.
- Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều có diện tích đáy bằng 4 và diện tích của một mặt bên bằng $\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp là:
 A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. B. 4. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 39. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?
 A. Hình chóp có đáy là tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.
 B. Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì có mặt cầu ngoại tiếp.
 C. Hình chóp có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.
 D. Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.
- Câu 40. Một hình trụ có bán kính đáy R, đường cao OO'. Cắt hình trụ đó bằng mặt phẳng (α) tùy ý vuông góc với đáy và cách O một khoảng h cho trước ($h < R$). Khi ấy mặt phẳng (α) có tính chất:
 A. Luôn tiếp xúc với một mặt trụ cố định.
 B. Luôn cách một mặt phẳng cho trước qua trục hình trụ một khoảng h.
 C. Cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông.
 D. Cả ba tính chất trên đều sai.
- Câu 41. Hình nón có bán kính đáy bằng R, đường cao $\frac{4R}{3}$. Khi đó, góc ở đỉnh của hình nón là 2α mà:
 A. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. B. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$. C. $\tan \alpha = \frac{3}{5}$. D. $\cot \alpha = \frac{3}{5}$.
- Câu 42. Một khối tứ diện đều cạnh a nội tiếp trong một khối nón. Thể tích khối nón là:
 A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{27}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{9}$.
- Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai vectơ $\vec{u}_1\left(\frac{1}{2}; -3; \frac{2}{3}\right)$, $\vec{u}_2\left(1; \frac{4}{3}; -\frac{3}{2}\right)$. Vectơ $\vec{u} = 3\vec{u}_1 - 2\vec{u}_2$ có độ dài bằng:
 A. $\frac{\sqrt{5209}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{5409}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{5609}}{6}$. D. $\frac{\sqrt{5809}}{6}$.
- Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(3; -1; 2), B(-5; 3; -2), C(1; 2; -3). Tọa độ trọng tâm ΔABC là:
 A. $\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; -1\right)$. B. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; -1\right)$. C. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; 1\right)$. D. $\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; 1\right)$.
- Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt cầu:
 (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$
 có tâm I và bán kính R là:
 A. I(4; -1; 0) và R = 16. B. I(4; -1; 0) và R = 4.
 C. I(-4; 1; 0) và R = 16. D. I(-4; 1; 0) và R = 4.

Câu 46. Trong không gian tọa độ Oxyz, cho điểm $A(-1; 2; 1)$ và hai mặt phẳng:

$$(\alpha): 2x + 4y - 6z - 5 = 0, (\beta): x - 2y - 3z = 0.$$

Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. (β) đi qua A và song song với (α) .
 B. (β) không đi qua A và song song với (α) .
 C. (β) đi qua A và không song song với (α) .
 D. (β) không đi qua A và không song song với (α) .

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) có phương trình:

$$(P): x + 2y - 2z + 5 = 0.$$

Khoảng cách từ $M(t; 2; -1)$ đến mặt phẳng (P) bằng 1 khi và chỉ khi:

- A. $t = -8$. B. $\begin{cases} t = -14 \\ t = -8 \end{cases}$. C. $t = -14$. D. $\begin{cases} t = -20 \\ t = -2 \end{cases}$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình:

$$(d): \frac{x+1}{2} = \frac{1-y}{3} = \frac{z-2}{5}.$$

Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng (d):

- A. $(2; 3; 5)$. B. $(-2; -3; -5)$. C. $(-2; 3; -5)$. D. $(2; -3; 5)$.

Câu 49. Trong không gian tọa độ Oxyz, cho đường thẳng (d) có phương trình:

$$(d): \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Phương trình nào sau đây cũng là phương trình của đường thẳng (d)?

- A. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -t \\ z = 3 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$.

Câu 50. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' với $AB = a, BC = b, CC' = c$. Khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (A'BD) là:

- A. $\frac{abc}{\sqrt{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}}$. B. $\frac{2abc}{\sqrt{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}}$.
 C. $\frac{4abc}{\sqrt{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}}$. D. $\frac{abc}{2\sqrt{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}}$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỂ LUYỆN THI SỐ 5

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. A	4. A	5. A	6. B	7. B	8. B	9. B	10. C
11. D	12. C	13. D	14. C	15. B	16. C	17. A	18. A	19. D	20. D
21. B	22. B	23. B	24. B	25. C	26. B	27. A	28. B	29. C	30. D
31. C	32. A	33. A	34. A	35. D	36. B	37. C	38. C	39. D	40. A
41. A	42. B	43. B	44. B	45. B	46. D	47. B	48. D	49. D	50. A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1.

Đáp số trắc nghiệm C.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$(1-x)^n = C_n^0 - C_n^1 x + C_n^2 x^2 - C_n^3 x^3 + \dots + (-1)^n C_n^n x^n. \quad (1)$$

Lấy đạo hàm bậc hai theo x hai vế của (1), ta được:

$$\begin{aligned} -n(1-x)^{n-1} &= -C_n^1 + 2C_n^2 x - 3C_n^3 x^2 + \dots + n(-1)^n C_n^n x^{n-1} \\ n(n-1)(1-x)^{n-2} &= 2.1 C_n^2 - 3.2 C_n^3 x + \dots + n(n-1)(-1)^n C_n^n x^{n-2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Thay x = 1 vào (2), ta được:

$$0 = 2.1 C_n^2 - 3.2 C_n^3 + \dots + n(n-1)(-1)^n C_n^n \Leftrightarrow A = 0 \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng đắn.}$$

👉 *Nhận xét - Mở rộng:* Như vậy, để có được đáp án đúng các em học sinh cần biết tới dạng toán “Sử dụng đạo hàm cấp cao để tính giá trị của biểu thức tổ hợp”.

Câu 2.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận 1:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = x^3 - x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

- Bảng biến thiên:

x	-∞	-1	0	1	+∞
y'	-	0	+	0	+
y	+∞	↘ -6	↗ -5	↘ -6	↗ +∞

Từ đó, suy ra hàm số đồng biến trên $[-1; 0]$ và $[1; +\infty)$.

✍ *Lời giải tự luận 2:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = x^3 - x, \quad y' \geq 0 \Leftrightarrow x^3 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty)$$

dựa trên việc xét dấu bằng cách vẽ trục số như sau:



Từ đó, suy ra hàm số đồng biến trên $[-1; 0]$ và $[1; +\infty)$.

✍ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Nhận xét rằng hàm đa thức bậc bốn dạng trùng phương với $a > 0$ thì:

- Có khoảng đồng biến chứa $+\infty$ nên các đáp án C và D bị loại.
- Có khoảng đồng biến không chứa $-\infty$ nên đáp án A bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

👉 *Nhận xét - Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận 1*, chúng ta thực hiện theo hai bước:

Bước 1: Tính đạo hàm của hàm số.

Bước 2: Thay vì thiết lập điều kiện $y' \geq 0$ chúng ta đi giải phương trình $y' = 0$ rồi lập bảng biến thiên cho trực quan (bởi việc giải bất phương trình bậc ba dễ gây nhầm lẫn).

- Trong cách *giải tự luận 2*, chúng ta thực hiện theo hai bước:

Bước 1: Tính đạo hàm của hàm số.

Bước 2: Thiết lập điều kiện $y' \geq 0$ chúng ta xác định được nghiệm của bất phương trình bằng việc xét dấu ngay trên trục số (miền ngoài cùng cùng dấu với hệ số a và sau đó đan dấu).

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, các em học sinh cần nắm vững kiến thức về tính chất của hàm đa thức bậc bốn dạng trùng phương.

Câu 3.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = [-1; 2]$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{1-2x}{2\sqrt{2+x-x^2}}, \quad y' \leq 0 \Leftrightarrow 1-2x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}.$$

Vậy, hàm số nghịch biến trên $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1: Ta lần lượt đánh giá:

- Tìm tập xác định của hàm số $D = [-1; 2]$, suy ra các đáp án C và D là sai.

- Xuất phát từ tính chất của hàm số $y = ax^2 + bx + c$ (với $a < 0$) nghịch biến trên $\left[-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$,

suy ra đáp án B không thỏa mãn.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2: Xuất phát từ tính chất của hàm số:

$$y = -x^2 + x + 2$$

nghịch biến trên $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$, suy ra các đáp án B, C, D không thỏa mãn.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 4.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Ta lần lượt có:

- Ta có điều kiện:
 $4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow D = [-2; 2]$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 4 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2} \in D.$$

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$			
y'			-	0	+	-			
y			0	-2	↗	↘	0		
			CT		CĐ	CT			

Từ đó, suy ra hàm số có một cực đại và một cực tiểu.

Lời giải tự luận nhanh: Ta lần lượt có:

- Điều kiện:
 $4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow D = [-2; 2]$.

- Đạo hàm:

$$y' = \sqrt{4-x^2} - \frac{2x^2}{2\sqrt{4-x^2}} = \frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}},$$

Từ đó, suy ra phương trình $y' = 0$ (có dạng $4 - 2x^2 = 0$) luôn có hai nghiệm phân biệt thuộc tập D và đổi dấu qua chúng. Suy ra, hàm số có một cực đại và một cực tiểu.
Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 5.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận 1: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Đạo hàm:

$$y' = 1 - \frac{4}{(x-1)^2}, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases}.$$

Khi đó, tích các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số bằng:

$$P = y(-1) \cdot y(3) = \frac{(-1)^2 + 1 + 4}{-1-1} \cdot \frac{3^2 - 3 + 4}{3-1} = -15.$$

Lời giải tự luận 1 kết hợp với máy tính CASIO fx-570MS: Ta có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Đạo hàm:

$$y' = 1 - \frac{4}{(x-1)^2}, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases}.$$

Khi đó, tích các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số là $P = -15$ được tính nhanh bằng cách ấn:

- Nhập hàm số $y = \frac{x^2 - x + 4}{x-1}$ ta ấn:

- Khi đó, ta lần lượt với các giá trị $x = -1$ và $x = 3$:

-3
5

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Lời giải tự luận 2: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}, \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 3.$$

Khi đó:

$$\frac{u'}{v'} = 2x - 1 \Rightarrow P = y(0) \cdot y(2) = [2(-1) - 1](2 \cdot 3 - 1) = -15.$$

Lời giải tự luận 2 kết hợp với máy tính CASIO fx-570MS: Ta có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}, \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 3.$$

Ta có:

$$\frac{u'}{v'} = 2x - 1.$$

Khi đó, tích các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số là $P = -15$ được tính nhanh bằng cách ấn:

- Nhập hàm số $y = 2x - 1$ ta ấn:

$$2 \text{ [ALPHA] [X] [=] 1}$$

- Khi đó, ta lần lượt với các giá trị $x = -1$ và $x = 3$:

$$\text{[CALC] } [-1] [=]$$

$$\boxed{-3}$$

$$\text{[CALC] } [3] [=]$$

$$\boxed{5}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

🔗 *Lời giải tự luận 3:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}, \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} \frac{u'}{v'} &= 2x - 1 \Rightarrow P = y(x_1) \cdot y(x_2) = (2x_1 - 1)(2x_2 - 1) \\ &= 4x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 1 = 4 \cdot (-3) - 2 \cdot 2 + 1 = -15. \end{aligned}$$

🔗 *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận 1*, chúng ta tìm hai nghiệm của phương trình $y' = 0$ rồi tính tích các giá trị của hàm số tại các nghiệm đó.
- Cách *giải tự luận 1* kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS chỉ có tính minh họa, bởi nó chỉ tỏ ra hiệu quả trong trường hợp nghiệm của phương trình $y' = 0$ là hoặc hàm số có hệ số lớn.
- Trong cách *giải tự luận 2*, chúng ta sử dụng kết quả:

"Với hàm phân thức $y = \frac{u}{v}$, giá trị cực đại cực tiểu được tính bằng cách thay hoành độ của chúng vào $\frac{u'}{v'}$ ".
- Trong cách *giải tự luận 3*, chúng ta sử dụng kết quả được giới thiệu trong lời giải tự luận 2 và định lý Vi-ét.

Câu 6.

Đáp số trắc nghiệm B.

🔗 *Lời giải tự luận 1:* Ta lần lượt có:

- Vì hàm số tuần hoàn với chu kì π và là hàm số chẵn nên ta xét trên $D = \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- Đạo hàm:

$$y' = 4\cos x \cdot \sin^3 x - 4\sin x \cdot \cos^3 x = 2(\sin^2 x - \cos^2 x)\sin 2x = -\sin 4x,$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sin 4x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{4} \Rightarrow x = 0, x = \frac{\pi}{4} \text{ và } x = \frac{\pi}{2}.$$

- Bảng biến thiên:

x	0	$\pi/4$	$\pi/2$
y'		-	+
y	1	1/2	1

↘ CT ↗

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $y_{\text{Max}} = 1$, đạt được khi $x = \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

✍ *Lời giải tự luận 2:* Ta biến đổi:

$$y = \sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x \leq 1$$

Từ đó, suy ra $y_{\text{Max}} = 1$, đạt được khi:

$$\sin^2 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

✍ *Lời giải tự luận 3:* Ta có đánh giá:

$$\begin{cases} \sin^4 x \leq \sin^2 x \\ \cos^4 x \leq \cos^2 x \end{cases} \Rightarrow y = \sin^4 x + \cos^4 x \leq \sin^2 x + \cos^2 x = 1.$$

Từ đó, suy ra $y_{\text{Max}} = 1$, đạt được khi:

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^4 x = \sin^2 x \\ \cos^4 x = \cos^2 x \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (1 - \sin^2 x)\sin^2 x = 0 \\ (1 - \cos^2 x)\cos^2 x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin^2 x \cdot \cos^2 x = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{4} \sin^2 2x = 0 &\Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

✍ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt thử:

- Với $y = 3$, ta có phương trình:
 $\sin^4 x + \cos^4 x = 3$, vô nghiệm bởi $|\sin x| \leq 1$ và $|\cos x| \leq 1 \Rightarrow$ Đáp án D bị loại.
- Với $y = 2$, ta có phương trình:

$$\sin^4 x + \cos^4 x = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^4 x = 1 \\ \cos^4 x = 1 \end{cases}, \text{ vô nghiệm} \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại.}$$

- Với $y = 1$, ta có phương trình:
 $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 \Leftrightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x = 1$
 $-\frac{1}{2} \sin^2 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Tới đây, chúng ta dừng lại và khẳng định việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 7.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có tập xác định $D = \mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Mặt khác, ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0, \text{ suy ra đường thẳng } y = 0 \text{ là tiệm cận ngang bên phải của đồ thị hàm số.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \infty, \text{ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang bên trái.}$$

Vậy, đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Câu 8.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

- Đạo hàm:

$$y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}, \quad y'' = -\frac{2}{9x^2\sqrt[3]{x^2}}.$$

Vi y'' đổi dấu khi qua $x_0 = 0 \in D$ nên đồ thị hàm số có một điểm uốn.

✍ *Nhận xét – Mở rộng:* Rất nhiều em học sinh sau khi thực hiện tính y' và y'' , rồi thiết lập phương trình $y'' = 0$ và thấy nó vô nghiệm nên đã kết luận hàm số không có điểm uốn.

Câu 9.

Đáp số trắc nghiệm B.

Câu 10.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có $y' = 4x^3 - 28x$.

Từ giả thiết $k_M = 24$, ta được:

$$y'(x_M) = 24 \Leftrightarrow 4x_M^3 - 28x_M = 24 \Leftrightarrow x_M^3 - 7x_M - 6 = 0 \Leftrightarrow (x_M - 3)(x_M^2 + 3x_M + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 3 = 0 \\ x_M^2 + 3x_M + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 3 \\ x_M = -1 \\ x_M = -2 \end{cases} \Rightarrow M(3; -32), M(-1; 0) \text{ hoặc } M(-2; -27).$$

☞ *Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS:* Ta có $y' = 4x^3 - 28x$.

Từ giả thiết $k_M = 24$, ta được:

$$y'(x_M) = 24 \Leftrightarrow 4x_M^3 - 28x_M = 24 \Leftrightarrow x_M^3 - 7x_M - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_M = 3, x_M = -2 \text{ hoặc } x_M = -1 \text{ bằng cách ấn:}$$

MODE	MODE	MODE	1	▶	3		
1	0	7	6				3
				▼			-2
				▼			-1

Khi đó, chúng ta có tọa độ các tiếp điểm là $M(3; -32)$, $M(-1; 0)$ hoặc $M(-2; -27)$ bằng cách ấn:

ALPHA	X	4	14	ALPHA	X	X ²	+	13		
CALC	3									-32
CALC	(-)	1								0
CALC	(-)	2								-27

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS:* Ta lần lượt đánh giá:

▫ Vì $M(1; 0) \in (C)$ nên hệ số góc của tiếp tuyến tại M bằng:

$$k = y'(1) = -12 \text{ bằng cách ấn:}$$

MODE	1										
SHIFT	d/dx	ALPHA	X	4	14	ALPHA	X	X ²	+	13	1
											=
											-24.0000

⇒ Các đáp án A và D bị loại.

▫ Vì $M(2; -27) \in (C)$ nên hệ số góc của tiếp tuyến tại M bằng:

$$k = y'(2) = 0 \text{ bằng cách thay 1 ở dòng lệnh trên bằng 2:}$$

SHIFT	d/dx	ALPHA	X	4	14	ALPHA	X	X ²	+	13	2
											=
											-24.0000

⇒ Đáp án B bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 11.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{4x-6}{x-1} = 6x+5 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 6x^2 - 5x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{3} \text{ và } x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{36}.$$

Lời giải tự luận 1 kết hợp với máy tính CASIO fx-570MS: Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{4x-6}{x-1} = 6x+5 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 6x^2 - 5x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2} \text{ và } x_2 = \frac{1}{3}, \text{ bằng cách ấn:}$$

MODE MODE MODE 1 ▶ 2

6 = (-) 5 = 1 =
 ▼
 a^{b/c}

0.5
0.3333
1_3

Khi đó $x_1^2 + x_2^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{13}{36}$, bằng cách ấn:

MODE 1

(1 a^{b/c} 2) x² + (1 a^{b/c} 3) x² =

13_36

Lời giải tự luận 2: Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{4x-6}{x-1} = 6x+5 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 6x^2 - 5x + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 5/6 \\ x_1 x_2 = 1/6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \left(\frac{5}{6}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{13}{36}.$$

Câu 12.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Ta có:

$$2^{2-3\sqrt{5}} \cdot 8^{\sqrt{5}} = 2^{2-3\sqrt{5}} \cdot (2^3)^{\sqrt{5}} = 2^{2-3\sqrt{5}} \cdot 2^{3\sqrt{5}} = 2^{2-3\sqrt{5}+3\sqrt{5}} = 2^4 = 16, \text{ ứng với đáp án C.}$$

Câu 13.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Ta biến đổi:

$$\begin{aligned} \log_2 240 \cdot \log_2 3,75 - \log_2 15 \cdot \log_2 60 &= (\log_2 60 + \log_2 4) \cdot \log_2 \frac{15}{4} - \log_2 15 \cdot \log_2 60 \\ &= (\log_2 60 + 2) \cdot (\log_2 15 - 2) - \log_2 15 \cdot \log_2 60 \\ &= -2\log_2 60 + 2\log_2 15 - 4 = -2(\log_2 15 + 2) + 2\log_2 15 - 4 = -8. \end{aligned}$$

Lựa chọn đáp án bằng trích lược tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS, bằng cách thực hiện:

$$BT = \frac{\ln 240 \cdot \ln 3,75}{(\ln 2)^2} - \frac{\ln 15 \cdot \ln 60}{(\ln 2)^2} = \frac{\ln 240 \cdot \ln 3,75 - \ln 15 \cdot \ln 60}{(\ln 2)^2} = -8$$

bằng cách ấn:

(ln 240 × ln 3.75 - ln 15 × ln 60) ÷ (ln 2) ^ 2 = -8

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 14.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Ta biến đổi:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{3x} = \frac{2}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{2x} = \frac{2}{3}.$$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS: Bạn đọc tự làm.

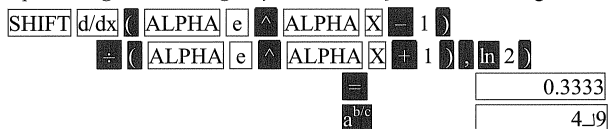
Câu 15.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Ta có:

$$f(x) = \frac{e^x(e^x + 1) - e^x(e^x - 1)}{(e^x + 1)^2} = \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2} \Rightarrow f(\ln 2) = \frac{2e^{\ln 2}}{(e^{\ln 2} + 1)^2} = \frac{4}{9}.$$

Lựa chọn đáp án bằng việc sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS, bằng cách ấn:



Vậy, ta được $f(\ln 2) = \frac{4}{9}$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 16.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Ký hiệu hệ các phương trình của hệ theo thứ tự là (1) và (2).

Điều kiện $x, y > 0$.

Thế (2) vào (1), ta được:

$$x^{x^{-3}+4x} = x^{-3.5(x^{-3}-\frac{x}{3})} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^{-3} + 4x = -15x^{-3} + 5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^4 - 16 = 0 \end{cases} \xrightarrow{x=2(1)} \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = \frac{1}{8} \end{cases}$$

Vậy, hệ phương trình có hai cặp nghiệm là $(1; 1)$ và $(2; \frac{1}{8})$.

Nhận xét - Mở rộng: Các phép thử thực hiện tương tự câu 16/Đề 2.

Câu 17.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Điều kiện $0 < x \neq \frac{1}{4}$. (*)

Đặt $t = \log_4 x$, bất phương trình được biến đổi về dạng:

$$\frac{1-t}{1+t} - \frac{1}{2} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1-3t}{1+t} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq \frac{1}{3} \\ t < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_4 x \geq \frac{1}{3} \\ \log_4 x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4^{\frac{1}{3}} \\ x < \frac{1}{4} \end{cases}$$

Kết hợp (*) ta được nghiệm của bất phương trình là $(0; \frac{1}{4}) \cup [\sqrt[3]{4}; \infty)$.

Nhận xét - Mở rộng: Lựa chọn phép thử thực hiện tương tự câu 17/Đề 1.

Câu 18.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Biến đổi tương đương bất phương trình về dạng:

$$(x-3)^{2x^2-7x} > (x-3)^0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ (x-3-1)(2x^2-7x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ (x-4)(2x^2-7x) > 0 \end{cases} (*) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < x < \frac{7}{2} \\ x > 4 \end{cases}$$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là $\left(3; \frac{7}{2}\right) \cup (4; +\infty)$.

Câu 19.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Lấy logarit cơ số 2 hai vế phương trình, ta được:

$$\log_2 2^{x^2-2x} = \log_2 \frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 - 2x = \log_2 3 - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 - \log_2 3 = 0,$$

ta có $\Delta' = \log_2 3 = \log_2 3 > 0$, suy ra phương trình có nghiệm $x = 1 \pm \sqrt{\log_2 3}$.

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \{1 - \sqrt{\log_2 3}; 1 + \sqrt{\log_2 3}\}$.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS:

▪ Ta thực hiện:

• Nhập 2^{x^2-2x} ta ấn:

$$2 \wedge (\text{ALPHA}) \text{X} \text{X}^2 - 2 (\text{ALPHA}) \text{X} \text{D}$$

• Khi đó, ta thử với giá trị $x = \sqrt{\log_2 3}$:

$$\text{CALC} \sqrt{(\text{LN}) 3 \text{a}^{\text{b/c}} (\text{LN}) 2 \text{D}} = \boxed{0.5155}$$

Do đó, các đáp án A, B bị loại.

Ta thử với đáp án $Q = 1 - \sqrt{\log_3 2}$:

$$\text{CALC} .1 - \sqrt{(\text{LN}) 2 \text{a}^{\text{b/c}} (\text{LN}) 3 \text{D}} = \boxed{0.774}$$

Đáp án C bị loại

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Nhận xét - Mở rộng: Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

▪ Trong cách *giải tự luận*, chúng ta sử dụng phương pháp logarit hoá để giải, cụ thể:

$$a^{f(x)} = b \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1, b > 0 \\ f(x) = \log_a b \end{cases}$$

▪ Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*:

Đề thực hiện phép thử cho $x = \sqrt{\log_2 3}$; $x = 1 - \sqrt{\log_2 3}$.

Câu 20.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Điều kiện $x > 0$.

Biến đổi phương trình về dạng:

$$2 \log_2 x \cdot \log_2 x \cdot \frac{1}{2} \log_2 x = 8 \Leftrightarrow \log_2^3 x = 8 \Leftrightarrow \log_2 x = 2 \Leftrightarrow x = 2^2 = 4.$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \{4\}$.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt đánh giá:

▪ Với $x = 4$ thay vào phương trình ta thấy:

$$\log_{\sqrt{2}} 4 \cdot \log_2 4 \cdot \log_2 4 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8, \text{ đúng} \Rightarrow \text{Các đáp án A và B bị loại.}$$

▪ Với $x = 1$ thay vào phương trình ta thấy:

$$0 = 8, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow \text{Đáp án C bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS – Bạn đọc tự giải.*

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Các em học sinh hãy giải thích tại sao ta không lựa chọn thực hiện phép thử với $x = 2$.

Câu 21.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Biến đổi phương trình về dạng:

$$3 \cdot 5^{2x} + 2 \cdot 7^{2x} = 5 \cdot (5 \cdot 7)^x \Leftrightarrow 3 \cdot 5^{2x} + 2 \cdot 7^{2x} = 5 \cdot 5^x \cdot 7^x.$$

Chia cả hai vế của phương trình cho 7^{2x} , ta được:

$$3 \left(\frac{5}{7}\right)^{2x} + 2 = 5 \left(\frac{5}{7}\right)^x \Leftrightarrow 3 \left(\frac{5}{7}\right)^{2x} - 5 \left(\frac{5}{7}\right)^x + 2 = 0.$$

Đặt $t = \left(\frac{5}{7}\right)^x$, ($t > 0$), phương trình có dạng:

$$3t^2 - 5t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{5}{7}\right)^x = 1 \\ \left(\frac{5}{7}\right)^x = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_{\frac{5}{7}} \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \left\{ 0; \log_{\frac{5}{7}} \frac{2}{3} \right\}$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải):* Ta lần lượt đánh giá:

▪ Với $x = 0$ thay vào phương trình ta thấy:

$$3 + 2 = 5 \Leftrightarrow 5 = 5, \text{ đúng} \Rightarrow x = 0 \text{ là nghiệm của phương trình}$$

\Rightarrow Các đáp án C và D bị loại.

▪ Với $x = 1$ thay vào phương trình ta thấy:

$$3 \cdot 25 + 2 \cdot 49 = 5 \cdot 35 \Leftrightarrow 173 = 175, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái):* Ta lần lượt đánh giá:

▪ Với $x = 1$ thay vào phương trình ta thấy:

$$3 \cdot 25 + 2 \cdot 49 = 5 \cdot 35 \Leftrightarrow 173 = 175, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow \text{Các đáp án A và C bị loại.}$$

▪ Với $x = 0$ thay vào phương trình ta thấy:

$$3 + 2 = 5 \Leftrightarrow 5 = 5, \text{ đúng} \Rightarrow x = 0 \text{ là nghiệm của phương trình}$$

\Rightarrow Đáp án D bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp tự luận và máy tính CASIO fx – 570MS:* bằng cách thực hiện theo thứ tự:

▪ Nhập $3 \cdot 25^x + 2 \cdot 49^x - 5 \cdot 35^x$ ta ấn:

$$3 \text{ [x] 25 [^] [ALPHA] [x] [+] 2 [x] 49 [^] [ALPHA] [x] [-] 5 [x] 35 [^] [ALPHA] [x]$$

▪ Khi đó, ta thử với các giá trị $x = 0$ và $x = 1$:

$$\text{[CALC] [0] [=] \quad \boxed{0}}$$

$\Rightarrow x = 0$ là nghiệm của phương trình \Rightarrow Các đáp án C và D bị loại.

$$\text{[CALC] [1] [=] \quad \boxed{-2}}$$

$\Rightarrow x = 1$ không là nghiệm của phương trình \Rightarrow Đáp án A bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

👉 *Nhận xét – Mờ rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ, cụ thể với phương trình:

$$\alpha_1 a^{2x} + \alpha_2 (ab)^x + \alpha_3 b^{2x} = 0,$$

Khi đó, chia hai vế của phương trình cho $b^{2x} > 0$ (hoặc a^{2x} , $(a.b)^x$), ta được:

$$\alpha_1 \left(\frac{a}{b}\right)^{2x} + \alpha_2 \left(\frac{a}{b}\right)^x + \alpha_3 = 0$$

Đặt $t = \left(\frac{a}{b}\right)^x$, điều kiện $t > 0$, ta được:

$$\alpha_1 t^2 + \alpha_2 t + \alpha_3 = 0.$$

Mờ rộng: Với phương trình mũ có chứa các nhân tử a^{2f} , b^{2f} , $(a.b)^f$, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Chia hai vế của phương trình cho $b^{2f} > 0$ (hoặc a^{2f} , $(a.b)^f$).

Bước 2: Đặt $t = \left(\frac{a}{b}\right)^f$, điều kiện $t > 0$.

Bước 1: Giải phương trình mới.

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 1, 2*, chúng ta thực hiện các phép thử từ trái qua phải và từ phải qua trái với việc lựa chọn các giá trị x thuận lợi cho mỗi phép thử.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử sử dụng máy tính CASIO fx-570MS*, chúng ta thực hiện tương tự như trong các bài tập khác.

Câu 22.

Đáp số trắc nghiệm B.

👉 *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\int f(x)dx = \int e^x(1 + e^{-x})dx = \int (e^x + 1)dx = e^x + x + C, \text{ ứng với đáp án B.}$$

👉 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $F(x) = e^x - x + C$ trong đáp án A thì:
 $f(x) = (e^x - x + C)' = e^x - 1 = e^x(1 - e^{-x}) \Rightarrow$ Đáp án A bị loại.
- Với $F(x) = e^x + x + C$ trong đáp án B thì:
 $f(x) = (e^x + x + C)' = e^x + 1 = e^x(1 + e^{-x}) \Rightarrow$ Đáp án B đúng.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

👉 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái):* Bạn đọc tự thực hiện.

Câu 23.

Đáp số trắc nghiệm B.

👉 *Lời giải tự luận:* Đặt $t = \sqrt{2\cos x - 1}$ suy ra:

$$dt = -\frac{\sin x \cdot dx}{\sqrt{2\cos x - 1}} = -\frac{\sin x \cdot dx}{t} \Leftrightarrow \sin x \cdot dx = -t dt \text{ và } f(x) \cdot dx = -t^2 dt.$$

Khi đó:

$$\int f(x)dx = -\int t^2 dt = -\frac{1}{3} t^3 + C = -\frac{1}{3} \sqrt{(2\cos x - 1)^3} + C, \text{ ứng với đáp án B.}$$

👉 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $F(x)$ trong đáp án A thì:
 $f(x) = F'(x) = -\frac{\sin x}{3\sqrt{2\cos x - 1}} \Rightarrow$ Các đáp án A và C bị loại.

- Với $F(x)$ trong đáp án B thì:
 $f(x) = F'(x) = \sin x \sqrt{2\cos x - 1}$, đúng.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 24.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Ta có:

$$\frac{3}{x^2 - 3x} = \frac{3}{x(x-3)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x} = \frac{(A+B)x - 3B}{x(x-3)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ -3B=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=-1 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{x^2 - 3x} = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x}$$

Khi đó:

$$\int_{-1}^2 \frac{3dx}{x^2 - 3x} = \int_{-1}^2 \frac{dx}{x-3} - \int_{-1}^2 \frac{dx}{x} = (\ln|x-3| - \ln|x|) \Big|_{-1}^2 = -2\ln 2, \text{ ứng với đáp án B.}$$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS: Bằng cách thực hiện theo thứ tự:



Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 25.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận 1: Đặt $t = x^2 + x - 2$ suy ra $dt = (2x + 1)dx$.

Đổi cận:

- Với $x = -1$ thì $t = -2$
- Với $x = \frac{1}{2}$ thì $t = -\frac{5}{4}$.

Khi đó:

$$\int_{-1}^{1/2} \frac{(2x+1)dx}{x^2+x-2} = \int_{-2}^{-5/4} \frac{dt}{t} = (\ln|t|) \Big|_{-2}^{-5/4} = \ln \frac{5}{8}, \text{ ứng với đáp án C.}$$

Lời giải tự luận 2: Ta viết lại tích phân dưới dạng:

$$\int_{-1}^{1/2} \frac{(2x+1)dx}{x^2+x-2} = \int_{-1}^{1/2} \frac{d(x^2+x-2)}{x^2+x-2} = (\ln|x^2+x-2|) \Big|_{-1}^{1/2} = \ln \frac{5}{8},$$

ứng với đáp án C.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS: Bằng cách thực hiện theo thứ tự:



Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 26.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Ta có:

$$0 = \int_0^b (x-1)dx = \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right) \Big|_0^b = \frac{1}{2}b^2 - b \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ b=2 \end{cases}, \text{ ứng với đáp án B.}$$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt đánh giá:

- Dựa theo tính chất 1, chúng ta thấy ngay $b = 0$ thỏa mãn điều kiện đề bài. Do đó, các đáp án C và D bị loại.

- Với $b = 1$, ta được:

$$\int_0^1 (x-1)dx = \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right) \Big|_0^1 = -\frac{1}{2} \neq 0 \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS:* Ta lần lượt có:

- Dựa theo tính chất 1, chúng ta thấy ngay $b = 0$ thỏa mãn điều kiện đề bài. Do đó, các đáp án C và D bị loại.
- Với $b = 1$, ta ấn:

$$\boxed{\int dx} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{X} \boxed{=} \boxed{1} \boxed{,} \boxed{0} \boxed{,} \boxed{1} \boxed{)} \boxed{=} \boxed{-0.5}$$

\Rightarrow Đáp án A bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS:* Ta lần lượt có:

- Với $b = 3$, ta ấn:

$$\boxed{\int dx} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{X} \boxed{=} \boxed{1} \boxed{,} \boxed{0} \boxed{,} \boxed{3} \boxed{)} \boxed{=} \boxed{1.5}$$

\Rightarrow Các đáp án C và D bị loại.

- Với $b = 2$, ta sử dụng dấu con trỏ trên máy tính để sửa 3 thành 2 rồi ấn:

$$\boxed{=} \boxed{0}$$

$\Rightarrow b = 2$ thỏa mãn

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 27.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình:

$$2x^2 = x^4 - 2x^2 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

Khi đó:

$$S = \int_0^2 [2x^2 - (x^4 - 2x^2)] dx = \int_0^2 [4x^2 - x^4] dx = \int_0^2 (4x^2 - x^4) dx = \left(\frac{4}{3}x^3 - \frac{1}{5}x^5 \right) \Big|_0^2 = \frac{64}{15}$$

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Sử dụng máy tính để nhận được giá trị gần đúng của tích phân rồi so sánh với các đáp án.

Câu 28.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:*

Diện tích thiết diện $S(x)$ được cho bởi:

$$S(x) = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \sin x$$

Khi đó, thể tích vật thể được cho bởi:

$$V = \int_0^\pi S(x) dx = \sqrt{3} \int_0^\pi \sin x dx = -\sqrt{3} \cos x \Big|_0^\pi = 2\sqrt{3}$$

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Sử dụng máy tính để nhận được giá trị gần đúng của tích phân rồi so sánh với các đáp án.

Câu 29. Đáp số trắc nghiệm C.

Câu 30.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận 1:* Ta có:

$$\frac{1}{z} = z^{-1} = \frac{1}{|z|^2} \bar{z} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \cdot \overline{-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \text{ ứng với đáp án D.}$$

Câu 31.

Đáp số trắc nghiệm C.

✍ *Lời giải tự luận 1:* Với số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có:

$$\begin{aligned} (2+3i)z = z-1 &\Leftrightarrow (2+3i)(a+bi) = a+bi-1 \Leftrightarrow 2a-3b+(3a+2b)i = a-1+bi \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-3b=a-1 \\ 3a+2b=b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-3b=-1 \\ 3a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1/10 \\ b=3/10 \end{cases} \Leftrightarrow z = -\frac{1}{10} + \frac{3}{10}i, \text{ ứng với đáp án C.} \end{aligned}$$

✍ *Lời giải tự luận 2:* Ta biến đổi:

$$(2+3i)z = z-1 \Leftrightarrow (1+3i)z = -1 \Leftrightarrow z = \frac{-1}{1+3i} = \frac{-1(1-3i)}{1^2+3^2} = -\frac{1}{10} + \frac{3}{10}i, \text{ ứng với đáp án C.}$$

Câu 32.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận:* Giả sử số $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của $-8 + 6i$, tức là ta có:

$$\begin{aligned} -8 + 6i &= (x + yi)^2 = x^2 - y^2 + 2xyi \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = -8 \\ 2xy = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{x} \\ x^2 - \left(\frac{3}{x}\right)^2 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{x} \\ x^4 + 8x^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{x} \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ và } y = 3 \\ x = -1 \text{ và } y = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy, số $-8 + 6i$ có hai căn bậc hai là $\pm(1 + 3i)$.

Câu 33.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận 1:* Phương trình có dạng:

$$z^2 - 2iz + 1 = 0$$

Phương trình có $\Delta = (-2i)^2 - 4 = -8 \Rightarrow \Delta$ có hai căn bậc hai là $\pm 2i\sqrt{2}$.

Nên phương trình đó có hai nghiệm phân biệt là:

$$z_{1,2} = \frac{2i \pm 2i\sqrt{2}}{2} = (1 \pm \sqrt{2})i.$$

✍ *Lời giải tự luận 2:* Phương trình có dạng:

$$z^2 - 2iz + 1 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 2iz - 1 = -2 \Leftrightarrow (z-i)^2 = -2 \Leftrightarrow z-i = \pm i\sqrt{2} \Leftrightarrow z_{1,2} = (1 \pm \sqrt{2})i.$$

Vậy, phương trình có hai nghiệm $z_{1,2} = (1 \pm \sqrt{2})i$.

Câu 34.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta biến đổi phương trình về dạng:

$$(z+1)(z^2 - z + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z+1=0 \\ z^2 - z + 1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_0 = -1 \\ z_{1,2} = \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2} \end{cases}, \text{ ứng với đáp án A.}$$

Câu 35.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận:* Từ định nghĩa của phép đối xứng qua mặt phẳng (P) ta thấy ngay nếu:

$$(d) \subset (P) \Rightarrow \text{Đ}_{(P)}(d) = (d') \equiv (d) \Rightarrow \text{Các đáp án A và C bị loại.}$$

Xét trường hợp $(d) \perp (P)$, lấy điểm $M \in (d)$ ta có:

$$\text{Đ}_{(P)}(M) = M' \Rightarrow MM' \perp (P) \Rightarrow M' \in (d) \Rightarrow (d') \equiv (d).$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 36.

Đáp số trắc nghiệm B.

Câu 37.

Đáp số trắc nghiệm C.

✍ *Lời giải tự luận:* Gọi h là độ dài đường cao của lăng trụ, ta có:

$$S_{xq} = h.CV_d \Leftrightarrow 480 = h(37 + 13 + 30) \Leftrightarrow h = 6.$$

Gọi S là diện tích đáy và p là nửa chu vi của nó, ta có:

$$p = \frac{1}{2}(37 + 13 + 30) = 40.$$

$$S = \sqrt{p(p-37)(p-13)(p-30)} = \sqrt{40.3.27.10} = 180.$$

Khi đó, ta có:

$$V = S.h = 180.6 = 1080, \text{ ứng với đáp án C.}$$

Câu 38.

Đáp số trắc nghiệm C.

✍ *Lời giải tự luận:* Trước tiên, ta lần lượt có:

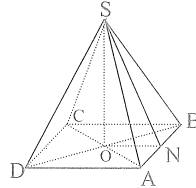
$$S_{\Delta ABCD} = AB^2 = 4 \Leftrightarrow AB = 2.$$

$$S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2}SN.AB \Leftrightarrow SN = \frac{2S_{\Delta SAB}}{AB} = \sqrt{2}$$

$$SO^2 = SN^2 - ON^2 = 2 - 1 = 1.$$

Khi đó, ta có:

$$V = \frac{1}{3}S_{\Delta ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 1 = \frac{4}{3}, \text{ ứng với đáp án C.}$$



Câu 39.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận:* Hình chóp chỉ có mặt cầu ngoại tiếp khi và chỉ khi đáy là đa giác nội tiếp một đường tròn.

Trong các đáp án trên chỉ có hình thang cân luôn nội tiếp được đường tròn, do đó đáp án D là đúng đắn.

Câu 40.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận:* Mặt phẳng (α) luôn tiếp xúc với một mặt trụ sinh bởi đường thẳng l (song song với OO' và cách OO' một khoảng h) khi quay quanh OO' .

Câu 41. Đáp số trắc nghiệm A.

Câu 42.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Tứ diện đều ABCD, gọi G là trọng tâm ΔABC .

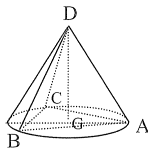
Khối nón ngoại tiếp tứ diện có bán kính đáy R và chiều cao h với:

$$R = GA = \frac{a\sqrt{3}}{3};$$

$$h = SG = \sqrt{SA^2 - GA^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Khi đó, thể tích của khối nón là:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{27}, \text{ ứng với đáp án B.}$$



Câu 43.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\vec{u} = 3\vec{u}_1 - 2\vec{u}_2 = 3\left(\frac{1}{2}; -3; \frac{2}{3}\right) - 2\left(1; \frac{4}{3}; -\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}; -9; 2\right) - \left(2; \frac{8}{3}; -3\right) = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{35}{3}; 5\right).$$

Từ đó, suy ra :

$$|\vec{u}| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{35}{3}\right)^2 + 5^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1225}{9} + 25} = \frac{\sqrt{5809}}{6}, \text{ ứng với đáp án D.}$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng việc sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS:* Bằng cách thực hiện theo thứ tự:

MODE MODE MODE 3
 SHIFT VCT 1 1 3 = 1 a^{b/c} 2 = (-) 3 = 2 a^{b/c} 3 =
 SHIFT VCT 1 2 3 = 1 4 a^{b/c} 3 = (-) 3 a^{b/c} 2 =
 3 SHIFT VCT 3 1 = 2 SHIFT VCT 3 2 =
 SHIFT Abs SHIFT VCT 3 4 =

12.7027

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 44.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Trọng tâm G của ΔABC có tọa độ:

$$G = \left(\frac{3-5+1}{3}; \frac{-1+3+2}{3}; \frac{2-2-3}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; -1\right), \text{ ứng với đáp án B.}$$

Câu 45.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có a = 4, b = -1, c = 0 và d = 1 nên: $a^2 + b^2 + c^2 - d = 16$

từ đó, suy ra mặt cầu có tâm I(4; -1; 0) và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 4$.

Câu 46.

Đáp số trắc nghiệm D.

Câu 47.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$1 = d(M, (P)) = \frac{|t+4+2+5|}{\sqrt{1+2^2+(-2)^2}} \Leftrightarrow |t+11|=3 \Leftrightarrow \begin{cases} t+11=-3 \\ t+11=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-14 \\ t=-8 \end{cases}, \text{ ứng với đáp án B.}$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Bạn đọc tự thực hiện.

Câu 48.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Biến đổi phương trình của đường thẳng về dạng:

$$(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-2}{5} \Rightarrow \text{vtcp } \vec{a}(2; -3; 5), \text{ ứng với đáp án D.}$$

Câu 49.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt đánh giá:

- Đường thẳng (d) có một vtcp $\vec{a}(2; -1; 1)$ nên các đáp án A và B bị loại.
- Đường thẳng (d) đi qua điểm M(0; 1; 2), thay tọa độ của M vào phương trình đường thẳng trong C ta thấy:

$$\begin{cases} 0 = 4 + 2t \\ 1 = 1 - t \\ 2 = 4 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 0 \\ t = -2 \end{cases}, \text{ vô nghiệm} \Rightarrow \text{Đáp án C bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 50.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Chọn hệ tọa độ Axyz với B, D, A' theo thứ tự thuộc các tia Ox, Oy, Oz, ta được:

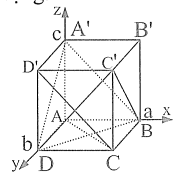
$$A(0; 0; 0), B(a; 0; 0), C(a; b; 0), D(0; b; 0), \\ A'(0; 0; c), B'(a; 0; c), C'(a; b; c), D'(0; b; c).$$

Sử dụng phương trình mặt phẳng, ta được phương trình mặt phẳng (A'BD) có dạng:

$$(A_1BD): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow (A'BD): bcx + acy + abz - abc = 0$$

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (A'BD) được cho bởi:

$$d = \frac{|-abc|}{\sqrt{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}} = \frac{abc}{\sqrt{b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2}}.$$



ĐỀ LUYỆN SỐ 6

KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\frac{x^2+1}{x}}$ là:

- A. $\frac{x^2+1}{2\sqrt{x^3(x^2+1)}}$. B. $\frac{x^2+1}{\sqrt{x^3(x^2+1)}}$. C. $\frac{x^2-1}{\sqrt{x^3(x^2+1)}}$. D. $\frac{x^2-1}{2\sqrt{x^3(x^2+1)}}$.

Câu 2. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 5$ nghịch biến trên các khoảng:

- A. $(-\infty; -1]$ và $[1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1]$ và $[0; 1]$.
C. $[-1; 0]$ và $[1; +\infty)$. D. $[-1; 1]$.

Câu 3. Hàm số $y = x - \frac{2}{x}$ đồng biến trên các khoảng:

- A. $[-2; 3]$. B. $[-2; 3] \setminus \{0\}$. C. $\mathbb{R} \setminus (-2; 2)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \sin 2x - x - 2$. Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm (với $k \in \mathbb{Z}$):

- A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 5$. Tổng các hoành độ cực đại và cực tiểu của hàm số bằng:

- A. -2. B. -1. C. 0. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = 2x + \frac{1}{x^2}$ với $x > 0$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng:

- A. -1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 7. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2+x+1}$. Phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

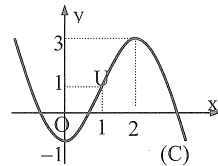
- A. $y = x + \frac{1}{4}$ và $y = -x - \frac{1}{4}$. B. $y = x + \frac{1}{2}$ và $y = -x - \frac{1}{2}$.
C. $y = x + 1$ và $y = -x - 1$. D. $y = x + 2$ và $y = -x - 2$.

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm:

- A. (1; 2). B. (2; 1). C. (1; -1). D. $(-\frac{1}{2}; 1)$.

Câu 9. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.
B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.
D. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.



Câu 10. Cho hàm số (C): $y = x^3 - 6x^2 + 8x + 1$. Tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $x - 4y + 4 = 0$ có phương trình:

- A. $4x + y - 11 = 0$. B. $4x + y - 9 = 0$. C. $4x + y - 6 = 0$. D. $4x + y + 6 = 0$.

- Câu 24.** Biết $\int_0^3 f(z)dz = 3$, $\int_0^4 f(x)dx = 7$, giá trị của $\int_3^4 f(t)dt$ bằng:
 A. -4. B. -10. C. 10. D. 4.
- Câu 25.** Tích phân $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x \cdot \cos 2x \cdot dx$ bằng:
 A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. D. $\frac{4}{3}$.
- Câu 26.** Tích phân $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x \cdot dx}{1 + \sin x}$ bằng:
 A. $4\ln 2$. B. $3\ln 2$. C. $2\ln 2$. D. $\ln 2$.
- Câu 27.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = \frac{1}{\sin^2 x}$; $y = \frac{1}{\cos^2 x}$; $x = \frac{\pi}{6}$; $x = \frac{\pi}{3}$ bằng:
 A. $\frac{8}{\sqrt{3}} - 4$. B. $\frac{8}{\sqrt{3}} - 3$. C. $\frac{8}{\sqrt{3}} - 2$. D. $\frac{8}{\sqrt{3}} - 1$.
- Câu 28.** Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = -1$ và $x = 1$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) là một hình vuông cạnh $2\sqrt{1-x^2}$.
 A. $\frac{16}{3}$. B. 5. C. $\frac{14}{3}$. D. 3.
- Câu 29.** Môđun của $-2iz$ bằng:
 A. $-2|z|$. B. $\sqrt{2}z$. C. $2|z|$. D. 2.
- Câu 30.** Số $\frac{3-4i}{4-i}$ bằng:
 A. $-\frac{16}{17} + \frac{13}{17}i$. B. $\frac{16}{17} + \frac{13}{17}i$. C. $\frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$. D. $-\frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$.
- Câu 31.** Phương trình $iz + 2 - i = 0$ (với ẩn z) có nghiệm là:
 A. $1 + i$. B. $1 + 2i$. C. $1 - 2i$. D. $1 - i$.
- Câu 32.** Các căn bậc hai của số phức $1 + 4\sqrt{3}i$ là:
 A. $\pm\sqrt{3}(2 - i)$. B. $\pm(2 - i\sqrt{3})$. C. $\pm(2 + i\sqrt{3})$. D. $\pm\sqrt{3}(2 + i)$.
- Câu 33.** Phương trình $z + \frac{1}{z} = \sqrt{2}$ có nghiệm là:
 A. $\frac{\sqrt{2}}{2}(1 \pm i)$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}(1 \pm i)$. C. $\frac{1}{2}(1 \pm i)$. D. $-\frac{1}{2}(1 \pm i)$.
- Câu 34.** Phương trình $z^4 + 4 = 0$ có nghiệm là:
 A. $\pm(1 + i)$ và $\pm(1 - i)$. B. $\pm(1 + i)$ và $\pm(2 - i)$.
 C. $\pm(2 + i)$ và $\pm(1 - i)$. D. $\pm(2 + i)$ và $\pm(2 - i)$.
- Câu 35.** Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
 A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 36.** Khối hai mươi mặt đều thuộc loại:
 A. {3; 4}. B. {3; 5}. C. {4; 3}. D. {4; 5}.

- Câu 37.** Các đường chéo của các mặt của hình hộp chữ nhật bằng $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{13}$. Thể tích của hình hộp đó là:
 A. 4. B. 5. C. 6. D. 8.
- Câu 38.** Một khối lăng trụ tam giác có các cạnh đáy bằng 19, 20, 37, chiều cao của khối lăng trụ bằng trung bình cộng của các cạnh đáy. Khi đó thể tích khối lăng trụ là:
 A. 2888. B. $1245\sqrt{2}$. C. 1123. D. 4273.
- Câu 39.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?
 A. Có duy nhất một mặt cầu đi qua hai đường tròn nằm trong hai mặt phẳng cắt nhau.
 B. Có duy nhất một mặt cầu đi qua hai đường tròn nằm trong hai mặt phẳng song song.
 C. Có duy nhất một mặt cầu đi qua hai đường tròn cắt nhau.
 D. Có duy nhất một mặt cầu đi qua hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt và không cùng nằm trong một mặt phẳng.
- Câu 40.** Cho hình trụ có bán kính đáy R, chiều cao cũng bằng R. Một hình vuông ABCD có hai cạnh AB và CD lần lượt là hai dây cung của hai đường tròn đáy. Mặt phẳng (ABCD) không vuông góc với mặt phẳng đáy của hình trụ. Diện tích hình vuông đó là:
 A. $5\frac{R^2}{2}$ B. $3R^2$ C. R^2 D. $\frac{3}{2}R^2$
- Câu 41.** Một hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay sinh bởi đường gấp khúc AC'A' khi quay quanh AA' bằng:
 A. $\pi a^2\sqrt{6}$. B. $\pi a^2\sqrt{3}$. C. $\pi a^2\sqrt{2}$. D. $\pi a^2\sqrt{5}$.
- Câu 42.** Một hình nón sinh bởi một tam giác đều cạnh a khi quay quanh một đường cao. Một mặt cầu có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình nón thì có bán kính là:
 A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, vectơ $\vec{u}\left(\frac{1}{2}; \frac{4}{3}; 2\right)$ có độ dài bằng:
 A. $\frac{\sqrt{217}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{207}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{197}}{6}$. D. $\frac{\sqrt{187}}{6}$.
- Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai vectơ $\vec{a}(1; 0; -1)$, $\vec{b}(2; 1; 1)$. Vectơ nào sau đây vuông góc với cả \vec{a} và \vec{b} :
 A. (1; 1; 0). B. (0; 1; 0). C. (1; -3; 1). D. (1; 3; 1).
- Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt cầu:
 (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$
 có tâm I và bán kính R là:
 A. $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{12}$. B. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 16$.
 C. $I(1; -2; 3)$ và $R = 4$. D. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 4$.
- Câu 46.** Mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp S.ABC với $S(3; 1; -2)$, $A(5; 3; -1)$, $B(2; 3; -4)$, $C(1; 2; 0)$ có phương trình:
 A. $x^2 + y^2 + z^2 - 5x - 7y + 8 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 5x - 7y + 3z + 14 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 + z^2 - 5x + 3z + 21 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 7y + 3z + 29 = 0$.
- Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - 2y + z + 6 = 0$ và điểm $M(1; 1; 0)$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng:
 A. 6. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình:

$$(d): \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = z+8.$$

Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng (d):

- A. (2; -3; 0). B. (-2; 3; 0). C. (2; -3; 1). D. (-2; -3; -1).

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình:

$$(d): \begin{cases} x = -t - 2 \\ y = 2 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 0 \end{cases}$$

Đường thẳng (d) đi qua điểm nào sau đây:

- A. (-2; 1; 0). B. (2; -1; 0). C. (0; -2; 0). D. (2; 1; 0).

Câu 50. Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại điểm A(3; 4; 3) có phương trình:

- A. $4x + 4y - 2z - 17 = 0$. B. $2x + 2y + z - 17 = 0$.
C. $2x + 4y + z - 17 = 0$. D. $x + y + z - 17 = 0$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỂ LUYỆN THI SỐ 6

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. D	4. C	5. B	6. C	7. B	8. A	9. A	10. B
11. B	12. A	13. C	14. C	15. B	16. C	17. A	18. A	19. A	20. C
21. C	22. B	23. B	24. D	25. B	26. D	27. A	28. A	29. C	30. C
31. B	32. C	33. A	34. A	35. D	36. B	37. C	38. A	39. D	40. A
41. A	42. A	43. A	44. C	45. C	46. B	47. B	48. C	49. C	50. B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ Lời giải tự luận 1: Ta có:

$$y' = \frac{\left(\frac{x^2+1}{x}\right)'}{2\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}} = \frac{\frac{2x^2 - (x^2+1)}{x^2}}{2\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}} = \frac{x^2-1}{2x^2\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}} = \frac{x^2-1}{2\sqrt{x^3(x^2+1)}} \Rightarrow \text{Đáp án D là đúng đắn.}$$

☞ Lời giải tự luận 2: Viết lại hàm số dưới dạng:

$$y = \sqrt{\frac{x^2+1}{x}} = \left(\frac{x^2+1}{x}\right)^{1/2} \Rightarrow y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{2x^2 - (x^2+1)}{x^2} \cdot \left(\frac{x^2+1}{x}\right)^{-1/2} = \frac{x^2-1}{2\sqrt{x^3(x^2+1)}}.$$

\Rightarrow Đáp án D là đúng đắn.

Câu 2.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận 1: Ta lần lượt có:

▪ Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

▪ Đạo hàm:

$$y' = 4x^3 - 4x,$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

▪ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$					
y'		-	0	+	0	-	0	+		
y	$+\infty$		\searrow	-6	\nearrow	-5	\searrow	-6	\nearrow	$+\infty$

Từ đó, suy ra hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1]$ và $[0; 1]$.

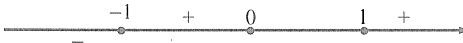
Lời giải tự luận 2: Ta lần lượt có:

▪ Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

▪ Đạo hàm:

$$y' = 4x^3 - 4x, \quad y' \geq 0 \Leftrightarrow x^3 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty).$$

Dựa trên việc xét dấu bằng cách vẽ trục số như sau:



Từ đó, suy ra hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1]$ và $[0; 1]$.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Nhận xét rằng hàm đa thức bậc bốn dạng trùng phương với $a > 0$ thì:

▪ Có khoảng nghịch biến chứa $-\infty$ nên các đáp án C và D bị loại.

▪ Có khoảng nghịch biến không chứa $+\infty$ nên đáp án A bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 3.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Ta lần lượt có:

▪ Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

▪ Đạo hàm:

$$y' = 1 + \frac{2}{x^2} > 0 \Rightarrow \text{hàm số đồng biến trên } D.$$

Vậy, hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt đánh giá:

▪ Vì $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ và với hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất thì $y' = 0$ hoặc vô nghiệm hoặc có hai nghiệm phân biệt đối xứng qua điểm 0. Do đó, các đáp án A và B bị loại. Tới đây ta chỉ còn phải lựa chọn C và D.

▪ Lấy $x = 1$ và $x = 2$ suy ra $y(1) = -1$ và $y(2) = 1$, tức là hàm số đồng biến trên $[1; 2]$, suy ra đáp án C bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 4.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận sử dụng quy tắc II: Ta lần lượt có:

▪ Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

▪ Đạo hàm:

$$y' = 2\cos 2x - 1, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 2\cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$y'' = -4\sin 2x \Rightarrow y''\left(-\frac{\pi}{6} + k\pi\right) = -4\sin\left(-\frac{\pi}{3} + 2k\pi\right) = 2\sqrt{3} > 0$$

Do đó, hàm số đạt cực tiểu tại các điểm $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Chọn $k = 0$, ta lần lượt tính các giá trị của hàm số tại $x = -\frac{\pi}{3}, x$

$$= \frac{\pi}{3}, x = -\frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{6}:$$

$$y\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{3} - 2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3} - 2,$$

$$y\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} - 2 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{3} - 2,$$

$$y\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{6} - 2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6} - 2 \text{ (nhỏ nhất)},$$

$$y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} - 2 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6} - 2.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Nhận xét – Mở rộng: Cho dù hàm số đã cho không tuần hoàn nhưng chúng ta vẫn có thể sử dụng phương pháp *lựa chọn đáp án bằng phép thử* bởi với mọi k giá trị của hàm số chỉ hơn kém nhau $k\pi$.

Câu 5.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận 1: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = x^2 + x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = -1.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Lời giải tự luận 2: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = x^2 + x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -1.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Lời giải tự luận dựa trên tính chất: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = x^2 + x, \quad y'' = 2x + 1, \\ y'' = 0 \Leftrightarrow 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x_U = -\frac{1}{2} \Rightarrow x_1 + x_2 = 2x_U = -1.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Lời giải trích lược tự luận dựa trên tính chất: Ta lần lượt có:

- Hàm đa thức bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hoành độ điểm uốn là:

$$x_U = -\frac{b}{3a} \Rightarrow x_U = -\frac{1}{2}$$

- Khi đó, tổng các hoành độ cực đại và cực tiểu của hàm số là:

$$x_1 + x_2 = 2x_U = -1.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, đề lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận 1*, chúng ta tìm hai nghiệm của phương trình $y' = 0$ rồi tính tổng hai nghiệm đó.
- Trong cách *giải tự luận 2*, chúng ta tìm tổng hai nghiệm của phương trình $y' = 0$ bằng định lí Vi-ét và cách giải này tỏ ra hiệu quả hơn trong trường hợp hai nghiệm của phương trình $y' = 0$ là.
- Trong cách *giải tự luận dựa trên tính chất*, các em học sinh cần biết được tính chất đối xứng của các điểm cực đại và cực tiểu (nếu có) của hàm đa thức bậc ba qua điểm uốn. Như vậy, nếu bài toán yêu cầu "Tính tổng các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số" thì ngoài cách giải tự luận thông thường chúng ta có thể thực hiện như sau:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm:

$$y' = x^2 + x, \quad y'' = 2x + 1, \quad y'' = 0 \Leftrightarrow 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x_U = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y_{CD} + y_{CT} = 2y_U = 2y\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{61}{12}.$$

Trong cách *giải trích lược tự luận dựa trên tính chất*, các em học sinh cần biết được mọi hàm đa thức bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ luôn có hoành độ điểm uốn là $x_U = -\frac{b}{3a}$ và tính chất đối xứng của các điểm cực đại và cực tiểu (nếu có) của hàm số qua điểm uốn.

Câu 6.

Đáp số trắc nghiệm A.

👉 *Lời giải tự luận 1:* Ta lần lượt có:

- Xét hàm số trên tập $D = (0; +\infty)$.
- Đạo hàm:

$$y' = 2 - \frac{2}{x^3}; \quad y' = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{2}{x^3} = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'			-	0
y			+	
			3	$+\infty$

CT

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\min_{x \in D} y = 3$, đạt được khi $x = 1$.

👉 *Lời giải tự luận 2:* Với $x > 0$, sử dụng bất đẳng thức Côsi ta có:

$$y = 2x + \frac{1}{x^2} = x + x + \frac{1}{x^2} \stackrel{\text{CosI}}{\geq} 3 \sqrt[3]{x \cdot x \cdot \frac{1}{x^2}} = 3$$

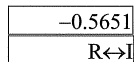
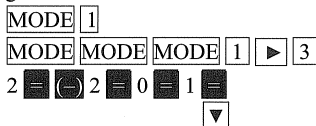
Suy ra $\min_{x \in D} y = 3$ đạt được khi $x = \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x^3 = 1 \Leftrightarrow x = 1$.

👉 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS:* Ta lần lượt thử:

- Với $y = -1$ bị loại bởi với $x > 0$ ta luôn có $y > 0$. Suy ra, đáp án A bị loại.
- Với $y = 2$, ta có phương trình:

$$2x + \frac{1}{x^2} = 2 \Leftrightarrow 2x^3 - 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x \approx -0.5651 \text{ (loại do } x > 0)$$

bằng cách ấn:

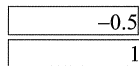
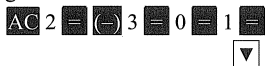


Suy ra, đáp án B bị loại.

- Với $y = 3$, ta có phương trình:

$$2x + \frac{1}{x^2} = 3 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = -2 \text{ (loại do } x > 0)$$

bằng cách ấn:



Tới đây, chúng ta dừng lại và khẳng định việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 7.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

- Giả sử $(d_1): y = a_1x + b_1$ là *tiệm cận xiên bên phải* của đồ thị hàm số, ta có:

$$a_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right) = -1,$$

$$b_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} [y - ax] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{x^2 + x + 1} + x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + x + 1} - x} = -\frac{1}{2}.$$

Vậy, đường thẳng $(d_1): y = -x - \frac{1}{2}$ là *tiệm cận xiên bên phải* của (C).

- Giả sử $(d_2): y = a_2x + b_2$ là *tiệm cận xiên bên trái* của đồ thị hàm số, ta có:

$$a_2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} = 1,$$

$$b_2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} [y - ax] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{x^2 + x + 1} - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + x + 1} + x} = \frac{1}{2}.$$

Vậy, đường thẳng $(d_2): y = x + \frac{1}{2}$ là *tiệm cận xiên bên trái* của (C).

Lựa chọn đáp án bằng trích lược tự luận: Ta có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

- Giả sử $(d_1): y = a_1x + b_1$ là *tiệm cận xiên bên phải* của đồ thị hàm số, ta có:

$$a_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right) = -1,$$

$$b_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} [y - ax] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{x^2 + x + 1} + x] = -\frac{1}{2}.$$

Vậy, đường thẳng $(d_1): y = -x - \frac{1}{2}$ là *tiệm cận xiên bên phải*.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn (bởi đường tiệm cận này chỉ có duy nhất trong đáp án B).

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta biết rằng đồ thị của hàm số luôn có hai tiệm cận xiên dạng $y = a_i x + b_i$, $i = 1, 2$ với:

$$b_i = \pm \frac{B}{2\sqrt{A}} = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Các đáp án A, C và D bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta thực hiện theo đúng phương pháp đã biết để tìm các đường tiệm cận của hàm vô tỉ.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, chúng ta cũng sử dụng kiến thức thu nhận được trong nhận xét của bài 4.

Tuy nhiên, các em học sinh dễ nhận thấy rằng:

- Phương pháp tự luận sẽ mất nhiều thời gian. Ngoài ra, rất nhiều em học sinh không có được kĩ năng tốt để thực hiện bởi nó được trình bày rất sơ lược trong sách giáo khoa.
- Phương pháp nháp nhanh cho dù giảm được một nửa thời gian (ở bài toán này) nhưng vẫn dễ gây nhầm lẫn trong tính toán. Ngoài ra, nếu có nhiều hơn một kết quả trắc nghiệm chứa phương trình $y = -x - \frac{1}{2}$ thì không thể giảm được thời gian.
- Phương pháp lựa chọn đáp án bằng phép thử sử dụng kiến thức không được trình bày trong sách giáo khoa nên hẳn nhiều em học sinh không biết hoặc không còn nhớ.

Do vậy, chúng ta sẽ quan tâm tới việc sử dụng định nghĩa để lựa chọn được đáp án đúng trong phương pháp *lựa chọn đáp án bằng phép thử*.

Câu 8.

Đáp số trắc nghiệm A.

👉 *Lời giải tự luận 1:* Ta lần lượt có:

- Tiệm cận đứng $x = 1$.
- Tiệm cận ngang $y = 2$.

Suy ra, đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(1; 2)$.

👉 *Lời giải tự luận 2:* Hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất luôn có tâm đối xứng là:

$$I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right) \Rightarrow I(1; 2), \text{ ứng với đáp án A.}$$

👉 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1:* Ta lần lượt đánh giá:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ nên tâm đối xứng có hoành độ bằng 1, suy ra các đáp án B và D bị loại.
- Nhận thấy điểm $M(0; -3)$ thuộc đồ thị nhưng điểm $N(2; 1)$ không thuộc đồ thị, suy ra đáp án C bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

👉 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2:* Tâm đối xứng có tung độ $y = \frac{a}{c} = 2$, suy ra các đáp án B, C và D bị loại. Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận 1*, chúng ta chuyển nó về việc tìm tọa độ giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số.
- Trong cách *giải tự luận 2*, các em học sinh cần nhớ được công thức về tâm đối xứng của đồ thị hàm số bậc nhất trên bậc nhất.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 1*, ta thực hiện:
 - Khẳng định được hoành độ tâm đối xứng bằng 1 ta loại được các đáp án B và D.
 - Để lựa chọn giữa A và C, ta lấy điểm M thuộc đồ thị và điểm N đối xứng với M qua điểm $I(1; -1)$. Vì N không thuộc đồ thị nên ta đã khẳng định được rằng điểm $I(1; -1)$ không phải là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 2*, bằng việc khẳng định được tung độ tâm đối xứng bằng 2 ta chỉ ra được ngay đáp án đúng.

Câu 9.

Đáp số trắc nghiệm A.

Câu 10.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có: $y' = 3x^2 - 12x + 8$.

Giả sử $M(x; y)$ là tiếp điểm, khi đó:

$$y'(x) = -4 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 8 = -4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow M(2; 1).$$

Từ đó, suy ra phương trình tiếp tuyến (d) có dạng:

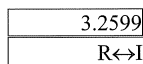
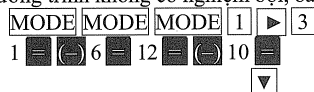
$$(d): y = -4(x - 2) + 1 \Leftrightarrow (d): 4x + y - 9 = 0.$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS:* Ta lần lượt đánh giá:

▫ Với đường thẳng trong đáp án A, ta có phương trình hoành độ:

$$x^3 - 6x^2 + 8x + 1 = 11 - 4x \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 12x - 10 = 0$$

Phương trình không có nghiệm bội, bằng cách ấn:



⇒ Đáp án A bị loại.

▫ Với đường thẳng trong đáp án B, ta có phương trình hoành độ:

$$x^3 - 6x^2 + 8x + 1 = 9 - 4x \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ là nghiệm bội} \Rightarrow y = 9 - 4x \text{ tiếp xúc với (C).}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 11.

Đáp số trắc nghiệm B.

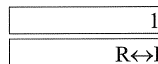
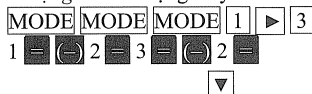
☞ *Lời giải tự luận:* Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 2x^2 - 1 = 1 - 3x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x - 2 = 0 \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy, số giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng bằng 1.

☞ *Nhận xét - Mở rộng:* Để sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS giải nhanh phương trình (*), ta ấn:



Câu 12.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\frac{(-18)^2 \cdot 5}{15^2 \cdot 3} = \frac{18^2 \cdot 5}{15^2 \cdot 3} = \frac{18 \cdot 18 \cdot 5}{15 \cdot 15 \cdot 3} = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{12}{5}, \text{ ứng với đáp án A.}$$

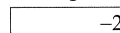
Câu 13.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta biến đổi:

$$\log_2 36 - \log_2 144 = \log_2 \frac{36}{144} = \log_2 \frac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2.$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử với máy tính CASIO fx - 570MS, bằng cách thực hiện:*



Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 14.

Đáp số trắc nghiệm C.

✍️ *Lời giải tự luận:* Ta biến đổi:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x} \cdot \frac{x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(e^{2x} - 1)}{2x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 2 \cdot 1 = 2.$$

✍️ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: Bạn đọc tự làm.*

Câu 15.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍️ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$y' = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1.$$

Câu 16.

Đáp số trắc nghiệm C.

✍️ *Lời giải tự luận:* Điều kiện:

$$\begin{cases} x + y > 0 \\ x - y > 0 \end{cases} \quad (*)$$

Từ phương trình thứ nhất của hệ lấy logarit cơ số 2 hai vế, ta được:

$$\log_2(x^2 - y^2) = \log_2 2 \Leftrightarrow \log_2(x + y) + \log_2(x - y) = 1 \Leftrightarrow \log_2(x + y) = 1 - \log_2(x - y)$$

Thế vào phương trình thứ hai, ta được:

$$1 - \log_2(x - y) - \log_3 2 \cdot \log_2(x - y) = 1 \Leftrightarrow (1 + \log_3 2) \log_2(x - y) = 0 \Leftrightarrow \log_2(x - y) = 0 \Leftrightarrow x - y = 1$$

Vậy, ta được hệ mới:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ thoả mãn điều kiện } (*).$$

Vậy, hệ phương trình có nghiệm là $(\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Các phép thử thực hiện tương tự câu 16/Đề 2.

Câu 17.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍️ *Lời giải tự luận:* Biến đổi tương đương bất phương trình về dạng:

$$0 < x^2 + x - 2 < x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 2 > 0 \\ x^2 < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -2 \\ |x| < \sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{5} < x < -2 \\ 1 < x < \sqrt{5} \end{cases}$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm là $(-\sqrt{5}; -2) \cup (1; \sqrt{5})$.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Ta có:

- Lựa chọn phép thử thực hiện tương tự câu 17/Đề 1.
- Sử dụng máy tính FX giải phương trình $\log_{0,1}(x^2 + x - 2) = \log_{0,1}(x + 3)$ rồi sử dụng tính đơn điệu của hàm số để kết luận về tập nghiệm.

Câu 18.

Đáp số trắc nghiệm A.

🔗 *Lời giải tự luận 1:* Biến đổi tương đương bất phương trình về dạng:

$$x^{\frac{x}{4}} \leq x^{\sqrt[4]{x}} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{x}{4} \leq \sqrt[4]{x} \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4\sqrt[3]{4}.$$

$$\begin{cases} 0 < x < 1 \\ \frac{x}{4} \geq \sqrt[4]{x} \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của bất phương trình là $1 \leq x \leq 4\sqrt[3]{4}$.

🔗 *Lời giải tự luận 2:* Sử dụng phép biến đổi:

$$x^{\frac{x}{4}} \leq x^{\sqrt[4]{x}} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (x-1)\left(\frac{x}{4} - \sqrt[4]{x}\right) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ \frac{x}{4} - \sqrt[4]{x} \leq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x-1 \leq 0 \\ \frac{x}{4} - \sqrt[4]{x} \geq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4\sqrt[3]{4}.$$

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Lựa chọn phép thử thực hiện tương tự câu 17/Đề 1.

Câu 19.

Đáp số trắc nghiệm A.

🔗 *Lời giải tự luận 1:* Biến đổi phương trình về dạng:

$$\begin{cases} x+1=1 \\ \begin{cases} 0 < x+1 \neq 1 \\ x+1=3-x \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ \begin{cases} -1 < x \neq 0 \\ x=1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}.$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \{0; 1\}$.

🔗 *Lời giải tự luận 2:* Biến đổi phương trình về dạng:

$$\begin{cases} x+1 > 0 \\ (x+1)[(x+1) - (3-x)] = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x(2x-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}.$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \{0; 1\}$.

🔗 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 0$ thay vào phương trình ta thấy:
 $1^1 = 1^3 \Leftrightarrow 1 = 1$, đúng \Rightarrow Các đáp án C và D bị loại.
- Với $x = 1$ thay vào phương trình ta thấy:
 $2^2 = 2^2 \Leftrightarrow 4 = 4$, đúng \Rightarrow Đáp án B bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

🔗 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 3$ thay vào phương trình ta thấy:
 $4^4 = 4^0$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án D bị loại.
- Với $x = 2$ thay vào phương trình ta thấy:
 $3^3 = 3^1$, mâu thuẫn \Rightarrow Các đáp án C và B bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS: bằng cách thực hiện theo thứ tự:*

- Nhập 2^{x^2+1} ta ấn:

$$\left(\left[\text{ALPHA} \right] \left[X \right] \left[+ \right] \left[1 \right] \right) \left(\left[\wedge \right] \left(\left[\text{ALPHA} \right] \left[X \right] \left[+ \right] \left[1 \right] \right) \right) \left(\left[\text{ALPHA} \right] \left[X \right] \left[+ \right] \left[1 \right] \right) \left(\left[\wedge \right] \left(\left[3 \right] \right) \left(\left[\text{ALPHA} \right] \left[X \right] \right) \right)$$

- Khi đó, ta lần lượt với các giá trị $x = 0, x = 1$:

$$\left[\text{CALC} \right] \left[0 \right] \left[= \right] \left[\text{ } \right] \left[0 \right]$$

$\Rightarrow x = 0$ là nghiệm \Rightarrow Các đáp án C và D bị loại.

$$\left[\text{CALC} \right] \left[1 \right] \left[= \right] \left[\text{ } \right] \left[0 \right]$$

$\Rightarrow x = 1$ là nghiệm \Rightarrow Đáp án B bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 20.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Biến đổi phương trình về dạng:

$$\log_2(2^{x+1} - 5) = \log_2 2^x \Leftrightarrow 2 \cdot 2^x - 5 = 2^x \Leftrightarrow 2^x = 5 \Leftrightarrow x = \log_2 5.$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \{\log_2 5\}$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 0$ thay vào phương trình ta thấy:
 $\log_2(2 - 5) = 0 \Leftrightarrow \log_2(-3) = 0$, vi phạm \Rightarrow Đáp án A bị loại.
- Với $x = 1$ thay vào phương trình ta thấy:
 $\log_2(2^2 - 5) = 1 \Leftrightarrow \log_2(-1) = 1$, vi phạm \Rightarrow Đáp án B bị loại.
- Với $x = 3$ thay vào phương trình ta thấy:
 $\log_2(16 - 5) = 4 \Leftrightarrow \log_2 11 = 4$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án D bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 3$ thay vào phương trình ta thấy:
 $\log_2(16 - 5) = 4 \Leftrightarrow \log_2 11 = 4$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án D bị loại.
- Với $x = \log_2 5$ thay vào phương trình ta thấy:
 $\log_2(2^{\log_2 5 + 1} - 5) = \log_2 5 \Leftrightarrow \log_2(2^{\log_2 10} - 5) = \log_2 5$
 $\Leftrightarrow \log_2(10 - 5) = \log_2 5$, đúng $\Rightarrow x = \log_2 5$ là nghiệm của phương trình.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS: – Bạn đọc tự thực hiện.*

Câu 21.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Chia cả hai vế của phương trình cho 9^x , ta được:

$$\left(\frac{4}{9}\right)^x + \left(\frac{6}{9}\right)^x = 2 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{2}{3}\right)^x = 2.$$

Đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x$, điều kiện $t > 0$. (*)

Phương trình được biến đổi về dạng:

$$t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm $T = \{0\}$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1:* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x < 0$ thì:
 $\Rightarrow 4^x + 6^x > 9^x + 9^x \Rightarrow$ Các đáp án A và B bị loại.
- Với $x = 0$ thay vào phương trình ta thấy:
 $1 + 1 = 2.1 \Leftrightarrow 2 = 2$, đúng \Rightarrow Đáp án D bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2:* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = -2$ thay vào phương trình ta thấy:
 $\frac{1}{16} + \frac{1}{36} = \frac{2}{81}$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án A bị loại.
- Với $x = -1$ thay vào phương trình ta thấy:
 $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{2}{9}$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án B bị loại.
- Với $x = 0$ thay vào phương trình ta thấy:
 $1 + 1 = 2.1 \Leftrightarrow 2 = 2$, đúng.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp tự luận và máy tính CASIO fx-570MS:* Bằng cách thực hiện theo thứ tự:

- Nhập $4^x + 6^x - 2.9^x$ ta ấn:
 $4 \text{ [ALPHA] [X] [+] 6 [ALPHA] [X] [-] 2 [X] 9 [ALPHA] [X]$

- Khi đó, ta thử với các giá trị $x = -2$, $x = -1$ và $x = 0$:

[CALC] [(-) 2] [] [] 85 [] 1296

$\Rightarrow x = -2$ không phải là nghiệm của phương trình \Rightarrow Đáp án A bị loại.

[CALC] [(-) 1] [] [] 7 [] 36

$\Rightarrow x = -1$ không phải là nghiệm của phương trình \Rightarrow Đáp án B bị loại.

[CALC] 0 [] [] 0

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 22.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\int f(x)dx = \int \frac{dx}{x^2 + 3x + 2} = \int \frac{dx}{(x+1)(x+2)} dx = \int \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx$$

$$= \ln|x+1| - \ln|x+2| + C = \ln \left| \frac{x+1}{x+2} \right| + C, \text{ ứng với đáp án B.}$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt đánh giá:

- Với F(x) trong đáp án A thì:

$$f(x) = \left(\ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C \right) = [\ln|x-2| - \ln|x-1| + C]'$$

$$= \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{(x-1)(x-2)} = \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

- Với F(x) trong đáp án B thì:

$$f(x) = \left(\ln \left| \frac{x+1}{x+2} \right| + C \right) = [\ln|x+1| - \ln|x+2| + C]'$$

$$= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x^2+3x+2} \Rightarrow \text{Đáp án B đúng.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp phép đánh giá:* Ta lần lượt thấy:

- Vì $x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$ nên nguyên hàm của nó không thể chứa $x - 1$ và $x - 2$. Do đó, các đáp án A và C bị loại.
- Với $F(x)$ trong đáp án B thì:

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(\ln \left| \frac{x+1}{x+2} \right| + C \right)' = [\ln|x+1| - \ln|x+2| + C]' \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x^2+3x+2} \Rightarrow \text{Đáp án B đúng.} \end{aligned}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta đã sử dụng phương pháp phân tích để tìm nguyên hàm các hàm số hữu tỉ.

Cụ thể, với hàm số đã cho ta phân tích:

$$\frac{1}{x^2+3x+2} = \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} = \frac{(A+B)x+2A+B}{(x+1)(x+2)}$$

Ta được hằng đẳng thức:

$$1 = (A+B)x + 2A + B. \quad (1)$$

Để xác định A, B trong (1) ta có thể lựa chọn một trong hai cách sau:

Cách 1: (Phương pháp đồng nhất hệ số): Đồng nhất đẳng thức, ta được:

$$\begin{cases} A+B=0 \\ 2A+B=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=-1 \end{cases}$$

Cách 2: (Phương pháp trị số riêng): Lần lượt thay $x = 1, x = 2$ vào hai vế của (1) ta được $A = 1$ và $B = -1$.

Tức là, ta có:
$$\frac{1}{x^2+3x+2} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}.$$

Bài toán tiếp theo sẽ mở rộng cho dạng nguyên hàm này.

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, chúng ta cần sử dụng một phép biến đổi logarit để đơn giản phép tính đạo hàm.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp với phép đánh giá*, chúng ta loại bỏ ngay được các đáp án A và C thông qua việc phân tích hàm số $f(x)$ dưới dấu tích phân.

Câu 23.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Đặt $t = \sqrt{x^2+1}$ suy ra:

$$dt = \frac{xdx}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{xdx}{t} \Leftrightarrow xdx = tdt \text{ và } f(x).dx = 2t^2dt.$$

Khi đó: $\int f(x).dx = 2\int t^2dt = \frac{2}{3}t^3 + C = \frac{2}{3}(x^2+1)^{\frac{3}{2}} + C$, ứng với đáp án B.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $F(x)$ trong đáp án A thì:

$$f(x) = \left[\frac{1}{3}(x^2+1)^{\frac{3}{2}} \right]' = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot 2x \cdot (x^2+1)^{\frac{1}{2}} = x\sqrt{x^2+1} \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

- Bởi các đáp án A, B chỉ khác nhau ở hệ số và giả thiết cho hệ số 2 nên việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 24.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\int_0^4 f(x) dx = \int_0^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx = \int_0^3 f(z) dz + \int_3^4 f(t) dt$$

$$\Leftrightarrow \int_3^4 f(t) dt = \int_0^4 f(x) dx - \int_0^3 f(z) dz = 7 - 3 = 4, \text{ ứng với đáp án D.}$$

Câu 25.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x \cdot \cos 2x \cdot dx = \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\cos 3x + \cos x) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \sin 3x + \sin x \right) \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{2}{3}, \text{ ứng với đáp án B.}$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS:* Bằng cách thực hiện theo thứ tự:

MODE 1
 MODE MODE MODE MODE 2 (Thiết lập đơn vị đo rad)
 ∫dx cos ALPHA X × cos (2 ALPHA X) ,
 () SHIFT π a^{b/c} 2 ; SHIFT () π a^{b/c} 2) =

0.6666

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 26.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận 1:* Đặt $t = 1 + \sin x$ suy ra $dt = \cos x \cdot dx$.

Đổi cận:

- Với $x = 0$ thì $t = 1$
- Với $x = \frac{\pi}{2}$ thì $t = 2$.

Khi đó:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x \cdot dx}{1 + \sin x} = \int_1^2 \frac{dt}{t} = (\ln |t|) \Big|_1^2 = \ln 2, \text{ ứng với đáp án D.}$$

☞ *Lời giải tự luận 2:* Ta viết lại tích phân dưới dạng:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x \cdot dx}{1 + \sin x} = \int_0^{\pi/2} \frac{d(1 + \sin x)}{1 + \sin x} = (\ln |1 + \sin x|) \Big|_0^{\pi/2} = \ln 2, \text{ ứng với đáp án D.}$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS:* Bằng cách thực hiện theo thứ tự:

MODE 1
 MODE MODE MODE MODE 2 (Thiết lập đơn vị đo rad)
 ∫dx cos ALPHA X ÷ (1 + sin ALPHA X) ,
 , 0 ; SHIFT π a^{b/c} 2) =

0.6931

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 27.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Gọi S là diện tích cần xác định, ta có:

$$S = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \left| \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right| dx$$

Ta biết rằng:

- Với $\frac{\pi}{6} \leq x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow 0 < \sin x < \cos x \Leftrightarrow \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} > 0$.
- Với $\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{3} \Rightarrow 0 < \cos x < \sin x \Leftrightarrow \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} < 0$.

Do đó:

$$\begin{aligned} S &= \int_{\pi/6}^{\pi/4} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx + \int_{\pi/4}^{\pi/3} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx \\ &= (-\cot x - \tan x) \Big|_{\pi/6}^{\pi/4} + (\cot x + \tan x) \Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = \frac{8}{\sqrt{3}} - 4 \text{ (đvdt)}. \end{aligned}$$

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Sử dụng máy tính để nhận được giá trị gần đúng của tích phân rồi so sánh với các đáp án.

Câu 28.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:*

Diện tích thiết diện S(x) được cho bởi:

$$S(x) = (2\sqrt{1-x^2})^2 = 4(1-x^2).$$

Khi đó, thể tích vật thể được cho bởi:

$$V = \int_{-1}^1 S(x) dx = 4 \int_{-1}^1 (1-x^2) dx = 4 \left(x - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{16}{3}.$$

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Sử dụng máy tính để nhận được giá trị gần đúng của tích phân rồi so sánh với các đáp án.

Câu 29.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Giả sử $z = a + bi$, khi đó:

$$-2iz = -2i(a + bi) = 2b - 2ai$$

$$\Rightarrow |-2iz| = \sqrt{(2b)^2 + (-2a)^2} = 2\sqrt{b^2 + a^2} = 2|z|, \text{ ứng với đáp án C.}$$

Câu 30.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\frac{3-4i}{4-i} = \frac{(3-4i)(4-i)}{4^2+1^2} = \frac{1}{17}(3-4i)(4+i) = \frac{16}{17} - \frac{13}{17}i, \text{ ứng với đáp án C.}$$

Câu 31.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận 1:* Với số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có:

$$0 = iz + 2 - i = i(a + bi) + 2 - i = (2 - b) + (a - 1)i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - b = 0 \\ a - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow z = 1 + 2i, \text{ ứng với đáp án B.}$$

☞ *Lời giải tự luận 2:* Ta biến đổi:

$$iz + 2 - i = 0 \Leftrightarrow iz = i - 2 \Leftrightarrow z = \frac{i-2}{i} = (i-2)(-i) = 1 + 2i, \text{ ứng với đáp án B.}$$

Câu 32.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Giả sử số $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của $1 + 4\sqrt{3}i$, tức là ta có:

$$1 + 4\sqrt{3}i = (x + yi)^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ 2xy = 4\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2\sqrt{3}}{x} \\ x^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{x}\right)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2\sqrt{3}}{x} \\ x^4 - x^2 - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2\sqrt{3}}{x} \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ và } y = \sqrt{3} \\ x = -2 \text{ và } y = -\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy, số $1 + 4\sqrt{3}i$ có hai căn bậc hai là $\pm(2 + i\sqrt{3})$.

Câu 33.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Phương trình có:

$$\Delta = 2 - 4 = -2 = (i\sqrt{2})^2.$$

Nên phương trình đó có hai nghiệm phân biệt là $z_{1,2} = \frac{\sqrt{2} \pm i\sqrt{2}}{2}$.

Câu 34.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta biến đổi phương trình về dạng:

$$z^4 = -4 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 2i & (1) \\ z^2 = -2i & (2) \end{cases}$$

▪ Giả sử số $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của $2i$, tức là ta có:

$$2i = (x + yi)^2 = x^2 - y^2 + 2xyi \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm y \\ xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 1 \\ x = y = -1 \end{cases}$$

Suy ra, phương trình (1) có hai nghiệm là $\pm(1 + i)$.

▪ Giả sử số $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của $-2i$, tức là ta có:

$$-2i = (x + yi)^2 = x^2 - y^2 + 2xyi \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm y \\ xy = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y = 1 \\ x = -y = -1 \end{cases}$$

Suy ra, phương trình (2) có hai nghiệm là $\pm(1 - i)$.

Vậy, phương trình đã cho có bốn nghiệm là $\pm(1 + i)$ và $\pm(1 - i)$.

Câu 35.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Với hình chóp tứ giác đều S.ABCD, gọi M, E, N, F theo thứ tự là trung điểm của AB, AD, CD, BC ta có nhận xét:

$$\mathbb{D}_{(SMN)}(S.ABCD) = S.BADC$$

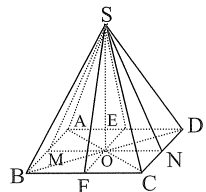
\Rightarrow (SMN) là một mặt phẳng đối xứng của hình chóp S.ABCD.

$$\mathbb{D}_{(SEF)}(S.ABCD) = S.DCBA$$

\Rightarrow (SEF) là một mặt phẳng đối xứng của hình chóp S.ABCD.

$$\mathbb{D}_{(SAC)}(S.ABCD) = S.ADCB$$

\Rightarrow (SAC) là một mặt phẳng đối xứng của hình chóp S.ABCD.



Diện tích của hình vuông ADBC là:

$$S = a^2 = \frac{5R^2}{2}, \text{ ứng với đáp án A.}$$

Câu 41.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Hình nón tròn xoay sinh bởi đường gấp khúc AC'A' khi quay quanh AA' có:

$$R = A'C' = a\sqrt{2} \text{ và } l = AC' = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{xq} = \pi Rl = \pi a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3} = \pi a^2 \sqrt{6}, \text{ ứng với đáp án A.}$$

Câu 42.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Ta lần lượt có:

- Hình nón có bán kính đáy $R = \frac{a}{2}$ và đường sinh $l = a$ nên:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_d = \pi Rl + \pi R^2 = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a + \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3\pi a^2}{4}.$$

- Mặt cầu có bán kính R, ta có:

$$S = 4\pi R^2 \Leftrightarrow 4\pi R^2 = \frac{3\pi a^2}{4} \Leftrightarrow R = \frac{a\sqrt{3}}{4}, \text{ ứng với đáp án A.}$$

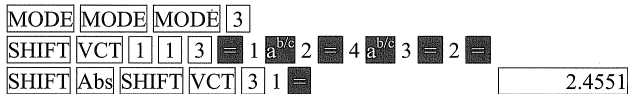
Câu 43.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Ta có:

$$|\vec{u}| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{16}{9} + 4} = \frac{\sqrt{217}}{6}, \text{ ứng với đáp án A.}$$

Lựa chọn đáp án bằng việc sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: Bằng cách thực hiện theo thứ tự:



Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 44.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Vector vuông góc với cả \vec{a} và \vec{b} là:

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) = (1; -3; 1),$$

ứng với đáp án C.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải): Ta lần lượt đánh giá:

- Với vector trong đáp án A, ta có:

$$\vec{a} \cdot (1; 1; 0) = (1; 0; -1) \cdot (1; 1; 0) = 1 \neq 0 \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

- Với vector trong đáp án B, ta có:

$$\vec{a} \cdot (0; 1; 0) = (1; 0; -1) \cdot (0; 1; 0) = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp (0; 1; 0), \text{ thỏa mãn}$$

$$\vec{b} \cdot (0; 1; 0) = (2; 1; 1) \cdot (0; 1; 0) = 1 \neq 0 \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại.}$$

- Với vectơ trong đáp án C, ta có:

$$\vec{a} \cdot (1; -3; 1) = (1; 0; -1) \cdot (1; -3; 1) = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp (1; -3; 1), \text{ thỏa mãn}$$

$$\vec{b} \cdot (1; -3; 1) = (2; 1; 1) \cdot (1; -3; 1) = 0 \Rightarrow \vec{b} \perp (1; -3; 1), \text{ thỏa mãn}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với vectơ trong đáp án D, ta có:

$$\vec{a} \cdot (1; 3; 1) = (1; 0; -1) \cdot (1; 3; 1) = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp (1; 3; 1), \text{ thỏa mãn}$$

$$\vec{b} \cdot (1; 3; 1) = (2; 1; 1) \cdot (1; 3; 1) = 6 \neq 0 \Rightarrow \text{Đáp án D bị loại.}$$

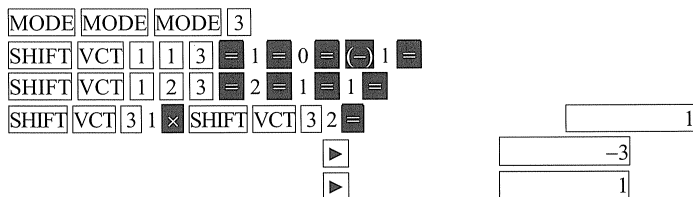
- Với vectơ trong đáp án C, ta có:

$$\vec{a} \cdot (1; -3; 1) = (1; 0; -1) \cdot (1; -3; 1) = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp (1; -3; 1), \text{ thỏa mãn}$$

$$\vec{b} \cdot (1; -3; 1) = (2; 1; 1) \cdot (1; -3; 1) = 0 \Rightarrow \vec{b} \perp (1; -3; 1), \text{ thỏa mãn}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng việc sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS:* Bằng cách thực hiện theo thứ tự:



Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 45.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có $a = 1, b = -2$ và $c = 3$ nên có:

$$a^2 + b^2 + c^2 - d = 16 > 0$$

từ đó suy ra, tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 4$.

Câu 46.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận 1:* Giả sử mặt cầu (S) có phương trình:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0, \text{ điều kiện } a^2 + b^2 + c^2 - d \geq 0.$$

Điểm S, A, B, C \in (S), ta được:

$$\begin{cases} 6a + 2b - 4c - d = 14 \\ 10a + 6b - 2c - d = 35 \\ 4a + 6b - 8c - d = 29 \\ 2a + 4b - d = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5/2 \\ b = 7/2 \\ c = -3/2 \\ d = 14 \end{cases}, \text{ thỏa mãn điều kiện.}$$

Vậy, phương trình mặt cầu (S) có dạng:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 5x - 7y + 3z + 14 = 0.$$

☞ *Lời giải tự luận 2:* Nhận xét rằng:

$$SA = SB = SC = 3, AB = BC = CA = \sqrt{18}$$

suy ra S.ABC là hình chóp tam giác đều.

☞ *Lời giải tự luận 3:* Nhận xét rằng:

SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau.

☞ *Lời giải tự luận 4:* Nhận xét rằng SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và bằng nhau, do đó mặt cầu ngoại tiếp hình chóp chính là mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương sinh bởi SA, SB, SC là SBDC.AB₁D₁C₁.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Bạn đọc tự thực hiện.

Câu 47.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$d(M, (P)) = \frac{|2 - 2 + 6|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1}} = 2, \text{ ứng với đáp án B.}$$

Câu 48.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Biến đổi phương trình của đường thẳng về dạng:

$$(d): \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+8}{1} \Rightarrow \text{vtcp } \vec{a}(2; -3; 1), \text{ ứng với đáp án C.}$$

Câu 49.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với điểm cho bởi đáp án A, ta có:

$$\begin{cases} -2 = -t - 2 \\ 1 = 2 + 2t \\ 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases}, \text{ vô nghiệm} \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

- Với điểm cho bởi đáp án B, ta có:

$$\begin{cases} 2 = -t - 2 \\ -1 = 2 + 2t \\ 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4 \\ t = -\frac{3}{2} \end{cases}, \text{ vô nghiệm} \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại.}$$

- Với điểm cho bởi đáp án C, ta có:

$$\begin{cases} 0 = -t - 2 \\ -2 = 2 + 2t \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = -2.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với điểm cho bởi đáp án D, ta có:

$$\begin{cases} 2 = -t - 2 \\ 1 = 2 + 2t \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4 \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases}, \text{ vô nghiệm} \Rightarrow \text{Đáp án D bị loại.}$$

- Với điểm cho bởi đáp án C, ta có:

$$\begin{cases} 0 = -t - 2 \\ -2 = 2 + 2t \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = -2.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 50.**Đáp số trắc nghiệm B.**

✍ *Lời giải tự luận:* Mặt cầu (S) có tâm I(1; 2; 2).

Gọi (P) là mặt phẳng thỏa mãn điều kiện đề bài, ta có:

$$(P): \begin{cases} \text{Qua A} \\ (P) \perp IA \end{cases} \Leftrightarrow (P): \begin{cases} \text{Qua A}(3; 4; 3) \\ \text{vtpt } \overline{IA}(2; 2; 1) \end{cases} \Leftrightarrow (P): 2x + 2y + z - 17 = 0, \text{ ứng với đáp án B.}$$

✍ *Lựa chọn đáp án bằng trích lược tự luận:* Mặt cầu (S) có tâm I(1; 2; 2).

Từ điều kiện (P) vuông góc với IA nên nó nhận $\overline{IA}(2; 2; 1)$ làm vtpt, suy ra các đáp án A, C và D bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

✍ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Từ điều kiện (P) phải đi qua A, ta lần lượt có:

- Thay tọa độ điểm A vào phương trình của mặt phẳng trong đáp án A, ta thấy:
 $12 + 16 - 6 - 17 = 0 \Leftrightarrow 5 = 0$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án A bị loại.
- Thay tọa độ điểm A vào phương trình của mặt phẳng trong đáp án C, ta thấy:
 $6 + 16 + 3 - 17 = 0 \Leftrightarrow 8 = 0$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án C bị loại.
- Thay tọa độ điểm A vào phương trình của mặt phẳng trong đáp án D, ta thấy:
 $3 + 4 + 3 - 17 = 0 \Leftrightarrow -7 = 0$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án D bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

ĐỀ LUYỆN SỐ 7

KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}$ là:

- A. $\frac{1}{2\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$.
 C. $\frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x-1}}$.

Câu 2. Hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng:

- A. $(-\infty; 1]$. B. $[1; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. \mathbb{R} .

Câu 3. Hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$ nghịch biến trên các khoảng:

- A. $(-\infty; 1)$ và $(1; 2]$. B. $(-\infty; 1)$ và $[2; +\infty)$.
 C. $[0; 1)$ và $(1; 2]$. D. $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. Hàm số có:

- A. Một cực đại. B. Một cực tiểu.
 C. Một cực đại và một cực tiểu. D. Không có cực trị.

Câu 5. Hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$, $f(0) = 0$ và đạt cực đại tại điểm $x = 1$, $f(1) = 1$. Các hệ số a, b, c, d bằng:

- A. $a = -2, b = 3, c = 0, d = 1$. B. $a = -2, b = 3, c = 1, d = 0$.
 C. $a = -1, b = 1, c = 1, d = 0$. D. $a = -2, b = 3$ và $c = d = 0$.

Câu 6. Cho hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0; 3)$ đạt tại x bằng:

- A. -1. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$. Phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

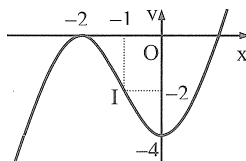
- A. $x = -2$ và $y = -1$. B. $x = -2$ và $y = 1$. C. $x = 2$ và $y = -1$. D. $x = 2$ và $y = 1$.

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + x + 4m$. Điểm $U(1; 3)$ là điểm uốn của đồ thị hàm số khi m nhận giá trị bằng:

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. Vô nghiệm.

Câu 9. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.
 B. $y = x^3 - 3x^2 - 4$.
 C. $y = x^3 + 3x^2 + 4$.
 D. $y = x^3 + 3x^2 - 4$.



- Câu 10. Cho hàm số (C): $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Hai tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 9x - 7$ tiếp xúc với (C) tại A, B. Phương trình đường thẳng (AB) có dạng:
 A. $x + y + 3 = 0$. B. $x + y - 5 = 0$. C. $x - y - 1 = 0$. D. $x - y + 1 = 0$.
- Câu 11. Cho hàm số (C): $y = x^3 + 3x^2 + 1$. Giao điểm của đồ thị hàm số với đường thẳng (d): $y = 2x + 5$ có tọa độ là:
 A. $(1 - \sqrt{5}; 3 - 2\sqrt{5})$. C. $(1 + \sqrt{5}; 3 + 2\sqrt{5})$.
 B. $(-1; 3)$. D. Cả A, B, C.
- Câu 12. Giá trị của $(0,5^{\sqrt{2}})^{\sqrt{8}}$ là:
 A. $\frac{1}{32}$. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{4}$.
- Câu 13. Trong các khẳng định sau đây khẳng định nào đúng?
 A. Có logarit của một số thực bất kì.
 B. Chỉ có logarit của một số thực dương.
 C. Chỉ có logarit của một số thực dương khác 1.
 D. Chỉ có logarit của một số thực lớn hơn 1.
- Câu 14. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{2x}}{x}$ bằng:
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{\ln(x+1)}{x}$ bằng:
 A. $\frac{x - (x+1)\ln(x+1)}{x^2(x+1)}$. B. $\frac{1}{x(x+1)}$. C. $-\frac{\ln(x+1)}{x^2}$. D. $\frac{\ln(x+1)}{x}$.
- Câu 16. Hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3^{-x} \cdot 2^y = 1152 \\ \log_{\sqrt{5}}(x+y) = 2 \end{cases}$$
 có nghiệm là:
 A. (2; 7). B. (7; -2). C. (-2; 7). D. (2; -7).
- Câu 17. Bất phương trình $\log_3 \frac{1-2x}{x} \leq 0$ có tập nghiệm là:
 A. $\left[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$. C. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$.
- Câu 18. Bất phương trình $\frac{1}{2\sqrt{x^2-2x}} \leq 2^{x-1}$ có tập nghiệm là:
 A. $(-\infty; 2]$. B. $(-\infty; 0]$. C. $[0; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.
- Câu 19. Phương trình $0,125 \cdot 4^{2x-3} = (4\sqrt{2})^x$ có tập nghiệm là:
 A. $T = \{0\}$. B. $T = \{2\}$. C. $T = \{4\}$. D. $T = \{6\}$.
- Câu 20. Phương trình $2\lg(2x) = \lg(x^2 + 27)$ có tập nghiệm là:
 A. $T = \{1\}$. B. $T = \{1; 2\}$. C. $T = \{3\}$. D. $T = \{\pm 3\}$.
- Câu 21. Phương trình $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 4$ có tập nghiệm là:
 A. $T = \{1; 2 - \sqrt{3}\}$. B. $T = \{-1; 2 + \sqrt{3}\}$. C. $T = \{\pm 1\}$. D. $T = \{2 \pm \sqrt{3}\}$.

- Câu 22.** Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2x + 1$ và $F(2) = 2$ thì $F(x)$ là:
 A. $x^2 + x - 1$. B. $x^2 + x - 2$. C. $x^2 + x - 3$. D. $x^2 + x - 4$.
- Câu 23.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot \sin x$ có dạng:
 A. $x \cdot \sin x - \cos x + C$. B. $x \cdot \sin x + \cos x + C$.
 C. $-x \cdot \cos x - \sin x + C$. D. $-x \cdot \cos x + \sin x + C$.
- Câu 24.** Tích phân $\int_0^3 x\sqrt{x^2+16}dx$ bằng:
 A. $\frac{64}{3}$. B. $\frac{61}{3}$. C. $\frac{58}{3}$. D. $\frac{55}{3}$.
- Câu 25.** Tích phân $\int_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{x+9}-\sqrt{x}}$ bằng:
 A. 12. B. 10. C. 8. D. 6.
- Câu 26.** Tích phân $\int_0^{\pi} |\cos x| dx$ bằng:
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 27.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2 - 2x$; $y = -x^2 + 4x$ bằng:
 A. 2. B. 5. C. 8. D. 9.
- Câu 28.** Diện tích của các hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = -x^2 + 4x - 3$ và các tiếp tuyến với nó tại các điểm $A(0; -3)$ và $B(3; 0)$ bằng:
 A. $\frac{9}{4}$. B. 2. C. $\frac{7}{4}$. D. 3.
- Câu 29.** Phần thực của số phức $z = \frac{5}{3}i$ là:
 A. 0. B. $\frac{5}{3}$. C. 5. D. i .
- Câu 30.** Số $\frac{1}{1+i}$ bằng:
 A. $1 + i$. B. $\frac{1}{2}(1 - i)$. C. $1 - i$. D. i .
- Câu 31.** Số $\frac{z^2 - (\bar{z})^2}{1 + zz}$ là:
 A. Số thực. B. Số ảo. C. 0. D. $-2i$.
- Câu 32.** Các căn bậc hai của số phức $4i$ là:
 A. $\pm\sqrt{2}(1 + i)$. B. $\pm(1 + i)$. C. $\pm(1 - i)$. D. $\pm\sqrt{2}(1 - i)$.
- Câu 33.** Trên tập số phức, số nghiệm của phương trình $x(x-i)(x^2+4)=0$ bằng:
 A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 34.** Phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ có nghiệm là:
 A. $1 \pm i$. B. $1 \pm 2i$. C. $-1 \pm 2i$. D. $-1 \pm i$.
- Câu 35.** Cho hai đường thẳng phân biệt (d) và (d') đồng phẳng. Có bao nhiêu phép đối xứng qua mặt phẳng biến (d) thành (d') ?
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 1 hoặc 2.

- Câu 36.** Cho phép vị tự tâm O biến A thành B, biết rằng $OA = 4OB$. Khi đó tỉ số vị tự là bao nhiêu?
 A. -4 . B. 4 . C. $\frac{1}{4}$. D. $\pm\frac{1}{4}$.
- Câu 37.** Ba kích thước của một hình hộp chữ nhật làm thành cấp số nhân có công bội là 2. Thể tích hình hộp đã cho là 1728. Khi đó, các kích thước của hình hộp là:
 A. 8, 16, 32. B. 2, 4, 8. C. $2\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$, $8\sqrt{3}$ D. 6, 12, 24.
- Câu 38.** Một khối mười hai mặt đều H có thể tích V và diện tích mỗi mặt của nó bằng S. Khi đó, tổng các khoảng cách từ một điểm nằm trong H đến các mặt của nó bằng:
 A. $\frac{3V}{4S}$. B. $\frac{V}{4S}$. C. $\frac{3V}{S}$. D. $\frac{V}{12S}$.
- Câu 39.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?
 A. Đường tròn đi qua ba điểm phân biệt nằm trên mặt cầu thì nằm hoàn toàn trên mặt cầu.
 B. Có duy nhất một mặt cầu đi qua bốn đỉnh của một hình thang cân cho trước.
 C. Hình chóp có đáy là hình thang vuông luôn nội tiếp một mặt cầu.
 D. Cả ba mệnh đề trên đều sai.
- Câu 40.** Một mặt trụ có bán kính đáy a, đường cao $OO' = a\sqrt{3}$. Một đoạn thẳng AB thay đổi sao cho góc giữa AB và trục của hình trụ bằng 30° , A, B thuộc hai đường tròn đáy của hình trụ. Tập hợp các trung điểm I của AB là:
 A. Một mặt trụ. B. Một mặt cầu. C. Một đường tròn. D. Một mặt phẳng.
- Câu 41.** Một hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên của hình hộp bằng 2a. Diện tích xung quanh của hình nón có đáy là đường tròn nội tiếp một đáy hình hộp và đỉnh là tâm của đáy còn lại của hình hộp là:
 A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{2}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$. C. $\frac{3\pi a^2}{2}$. D. $3\pi a^2$.
- Câu 42.** Một hình nón có bán kính đáy bằng a. Một dây cung thay đổi của đường tròn đáy có độ dài không đổi bằng a. Tập hợp các trung điểm của đoạn thẳng nối đỉnh hình nón với trung điểm dây cung đó là:
 A. Một mặt nón cố định. B. Một mặt phẳng cố định.
 C. Một mặt trụ cố định. D. Một đường tròn cố định.
- Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba vector $\vec{a}(-2; 3; 1)$, $\vec{b}(5; -7; 0)$ và $\vec{c}(3; -2; 4)$. Vector $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b} - 4\vec{c}$ có tọa độ là:
 A. (11; 7; 14). B. (11; 7; -14). C. (-11; 7; -14). D. (-11; -7; -14).
- Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A\left(9; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}\right)$ và $B\left(8; \frac{4}{3}; \frac{5}{4}\right)$. Hãy lựa chọn kết quả đúng:
 A. $\overline{AB}(17; 1; 1)$ và $|\overline{AB}| = \sqrt{291}$. B. $\overline{AB}\left(-1; \frac{5}{3}; \frac{3}{2}\right)$ và $|\overline{AB}| = \frac{\sqrt{217}}{6}$.
 C. $\overline{AB}(-17; -1; -1)$ và $|\overline{AB}| = \sqrt{291}$. D. $\overline{AB}\left(-1; \frac{5}{3}; -\frac{3}{2}\right)$ và $|\overline{AB}| = \frac{\sqrt{217}}{6}$.
- Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho bốn điểm $A(2; 3; 1)$, $B(4; 1; -2)$, $C(6; 3; 7)$, $D(-5; -4; 8)$. Thể tích của tứ diện ABCD bằng:
 A. $\frac{55}{3}$ (đvtt). B. 20(đvtt). C. $\frac{65}{3}$ (đvtt). D. $\frac{154}{3}$ (đvtt).

Câu 46. Mặt cầu (S) đi qua ba điểm A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 1) và tâm I nằm trên mặt phẳng (P): $x + y + z - 3 = 0$ có phương trình:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 1 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2z + 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 1 = 0$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho điểm I(1; 2; -5). Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của điểm I trên các trục Ox, Oy, Oz. phương trình mặt phẳng (MNP) là:

- A. $10x - 5y + 2z - 1 = 0$. B. $10x + 5y - 2z - 10 = 0$.
 C. $10x - 5y - 2z - 1 = 0$. D. $10x + 5y - 2z + 10 = 0$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình:

$$(d): \begin{cases} x = -t - 2 \\ 2y = 2 + 6t, t \in \mathbb{R} \\ z = 0 \end{cases}$$

Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng (d):

- A. (-1; 3; 0). B. (-2; 1; 0). C. (-1; 6; 0). D. (2; -6; 0).

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm M(1; 2; 3) và đường thẳng (d): $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$.

Mặt phẳng chứa điểm M và đường thẳng (d) có phương trình:

- A. $5x + 2y - 3z + 1 = 0$. B. $2x + 3y - 5z = 0$.
 C. $2x + 3y - 5z + 7 = 0$. D. $5x + 2y - 3z = 0$.

Câu 50. Cho hai đường thẳng (d₁) và (d₂) có phương trình:

$$(d_1): \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3} \text{ và } (d_2): \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 4t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2 + 6t \end{cases}$$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. (d₁) và (d₂) cắt nhau. B. (d₁) và (d₂) trùng nhau.
 C. (d₁) // (d₂). D. (d₁) và (d₂) chéo nhau.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ LUYỆN THI SỐ 2

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. C	4. D	5. D	6. B	7. B	8. B	9. D	10. C
11. D	12. B	13. B	14. B	15. A	16. C	17. A	18. D	19. D	20. C
21. C	22. D	23. D	24. B	25. A	26. C	27. D	28. A	29. A	30. B
31. B	32. A	33. D	34. C	35. D	36. D	37. D	38. C	39. A	40. C
41. B	42. D	43. C	44. B	45. D	46. D	47. B	48. A	49. D	50. C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận 1:* Ta có:

$$y' = -\frac{2(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})^2} = -\frac{2\left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2\sqrt{x-1}}\right)}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})^2} = -\frac{1}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})\sqrt{x^2-1}}$$

$$= -\frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{2\sqrt{x^2-1}} = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng đắn.}$$

☞ *Lời giải tự luận 2:* Viết lại hàm số dưới dạng:

$$y = \frac{2(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})} = \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} \Rightarrow y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$$

\Rightarrow Đáp án C là đúng đắn.

Câu 2.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0 \Rightarrow \text{hàm số nghịch trên } D.$$

Vậy, hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Nhận xét rằng hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất luôn đơn điệu (luôn đồng biến hoặc luôn nghịch biến) trên tập xác định của nó, do đó ta lựa chọn ngay đáp án C cho bài toán.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng bằng phép thử, các em học sinh cần nắm vững kiến thức về tính chất của hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất.

Câu 3.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{2x(x-1) - x^2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}.$$

- Hàm số nghịch biến khi $y' \leq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2$.

Vậy, nghịch biến trên các khoảng $[0; 1) \cup (1; 2]$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1:* Ta lần lượt đánh giá:

- Vì $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ và với hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất thì $y' = 0$ hoặc vô nghiệm hoặc có hai nghiệm phân biệt đối xứng qua điểm 1. Do đó, các đáp án A và B bị loại. Tới đây ta chỉ còn phải lựa chọn C và D.

- Lấy $x = 2$ và $x = 3$ suy ra $y(2) = 4$ và $y(3) = \frac{9}{2}$, tức là hàm số đồng biến trên $[2; 3]$, suy ra đáp án D bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2:* Với hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất có $ad < 0$ thì điều kiện $y' \leq 0$ tương đương với $Ax^2 + Bx + C \leq 0$ (với $A > 0$). Suy ra, chúng ta chỉ có thể nhận được $[\alpha; \beta]$ (với $\alpha + \beta = 2$).
Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 4.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Đạo hàm:

$$y' = -\frac{2}{(x-1)^2} < 0 \text{ với } \forall x \in D \Rightarrow \text{Hàm số không có cực trị.}$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Nhận xét rằng hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất không có cực trị nên ta thấy ngay việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mô rộp:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta sử dụng quy tắc 1 để giải.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, các em học sinh cần nắm vững kiến thức về tính chất cực trị của hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất.

Câu 5.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Đạo hàm:

$$f(x) = 3ax^2 + 2bx + c, \quad f'(x) = 6ax + 2b.$$

Để hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$, $f(0) = 0$ và đạt cực đại tại điểm $x = 1$, $f(1) = 1$ điều kiện là:

$$\begin{cases} f(0) = 0 \text{ và } f(1) = 1 \\ f'(0) = 0 \text{ và } f'(1) = 0 \\ f''(0) > 0 \text{ và } f''(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a + b + c + d = 1 \\ c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 2b > 0 \text{ và } 6a + 2b < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \\ c = d = 0 \end{cases}$$

Vậy, với $a = -2$, $b = 3$ và $c = d = 0$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt có đánh giá:

- Hàm số đi qua điểm $O(0; 0)$ nên $d = 0$, suy ra đáp án A bị loại.
- Hàm số đi qua điểm $A(1; 1)$ nên $a + b + c + d = 1$, suy ra đáp án B bị loại.
- Vì $y'(0) = 0$ nên $c = 0$, suy ra đáp án C bị loại.

Câu 6.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận 1:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = (0; 3)$.
- Đạo hàm:

$$y' = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2(x^3 - 1)}{x^2}; \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

▫ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+	+
y	↘	↘	↗	↗	↗
	↘		CT	↗	
			3		

Đưa vào bảng biến thiên, ta có $\text{Min}_{x \in (0;3)} y = y(1) = 3$ đạt được tại $x = 1$.

☞ *Lời giải tự luận 2:* Với $x \in (0; 2)$, sử dụng bất đẳng thức Côsi ta có:

$$x^2 + \frac{2}{x} = x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \geq 3\sqrt{x^2 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}} = 3.$$

Suy ra $\min_{x \in (0;3)} y = 3$ đạt được khi:

$$x^2 = \frac{1}{x} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x^3 = 1 \Leftrightarrow x = 1, \text{ ứng với đáp án B.}$$

☞ *Lời giải tự luận 3:* Ta biến đổi:

$$y = (x^2 - 2x + 1) + 2\left(x - 2 + \frac{1}{x}\right) + 3 = (x - 1)^2 + 2\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 + 3 \geq 3$$

Suy ra $\min_{x \in (0;3)} y = 3$ đạt được khi:

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \\ \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1, \text{ ứng với đáp án B.}$$

☞ *Lời giải tự luận kết hợp tính chất:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = (0; 2)$.
- Đạo hàm:

$$y' = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2(x^3 - 1)}{x^2}; \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vì qua $x = 1$ thì y' đổi dấu từ âm sang dương nên hàm đạt cực tiểu tại $x = 1$ (và đó cũng chính là giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0; 3)$).

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta có các đáp án A và D bị loại vì $x \in (0; 3)$.

Khi đó, ta có nhận xét:

$$\begin{cases} y(1) = 3 \\ y(2) = 5 \end{cases} \Rightarrow \min_{x \in (0;3)} y = 3 \text{ đạt được tại } x = 1.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 7.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Từ đó, ta nhận được kết luận:

- Đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng vì $\lim_{x \rightarrow -2} y = \infty$.
- Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá 1:* Với hàm phân thức $y = \frac{ax + b}{cx + d}$, ta lần lượt có:

- Tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c} = 1$ nên các đáp án A và C bị loại.
- Tiệm cận đứng là $x = -\frac{d}{c} = -2$ nên đáp án D bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá 2:* Ta lần lượt đánh giá:

- Hàm số xác định tại $x = 2$ nên không thể nhận đường thẳng $x = 2$ làm tiệm cận, suy ra các đáp án C và D bị loại.

- Hàm phân thức $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c} = 1$ nên đáp án A bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

👉 **Nhận xét – Mở rộng:** Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta thực hiện theo đúng phương pháp đã được học trong sách giáo khoa để tìm hai đường tiệm cận của hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 1*, chúng ta sử dụng lần lượt công thức về hai đường tiệm cận của hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất để loại bỏ dần các đáp án.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 2*, thì ở nhận xét đầu tiên chúng ta loại được các đáp án C và D bởi điểm $x = 2$ vẫn thuộc tập xác định của hàm số. Cuối cùng, bằng việc sử dụng công thức về phương trình đường tiệm cận ngang chúng ta loại bỏ được đáp án A (ở đây chúng ta không sử dụng công thức về phương trình đường tiệm cận đứng bởi chúng giống nhau trong hai đáp án).

Câu 8.

Đáp số trắc nghiệm B.

👉 **Lời giải tự luận:** Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

- Đạo hàm:

$$y' = 3x^2 - 6mx + 1, \quad y'' = 6x - 6m.$$

Điểm $U(1; 3)$ là điểm uốn của đồ thị điều kiện cần và đủ là:

$$\begin{cases} y''(1) = 0 \\ y(1) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 6m = 0 \\ 1 - 3m + 1 + 4m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Vậy, với $m = 1$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

👉 **Lựa chọn đáp án bằng phép thử:** Ta lần lượt đánh giá:

- Với $m = 0$ hàm số có dạng:

$$y = x^3 + x.$$

Suy ra:

$$y' = 3x^2 + 1, \quad y'' = 6x, \quad y'' = 0 \Leftrightarrow 6x = 0 \Leftrightarrow x_U = 0 \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

- Với $m = 1$ hàm số có dạng $y = x^3 - 3x^2 + x + 4$.

Suy ra:

$$y' = 3x^2 - 6x + 1, \quad y'' = 6x - 6, \\ y'' = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x_U = 1 \text{ và } y_U = 3 \Rightarrow U(1; 3), \text{ thỏa mãn.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

👉 **Nhận xét – Mở rộng:** Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta thực hiện theo các bước:
Bước 1: Xác định các đạo hàm y' và y'' .
Bước 2: Thiết lập điều kiện để đồ thị hàm số nhận điểm U làm điểm uốn.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, chúng ta thực hiện từ trái qua phải và cần tối thiểu hai lần thử mới lựa chọn được đáp án đúng.

Mở rộng: Các em học sinh hãy đề xuất một phép thử khác dựa trên tính chất điểm uốn của đồ thị hàm số bậc ba (Điểm uốn là tâm đối xứng).

Ta có các kết quả:

- Đồ thị hàm số bậc ba nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.
- Đồ thị hàm số bậc bốn dạng trùng phương nhận trục Oy làm trục đối xứng.
- Đồ thị các hàm phân thức nhận giao điểm hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

Câu 9.

Đáp số trắc nghiệm D.

Câu 10.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Ta có:

$$y' = 3x^2 - 6x.$$

Giả sử $M(x; y)$ là tiếp điểm, khi đó:

$$y'(x) = 9 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 9 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -1 \\ x_B = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(-1; -2) \\ B(3; 2) \end{cases}.$$

Khi đó, phương trình đường thẳng (AB) được cho bởi:

$$(AB): \begin{cases} \text{qua } A(-1; -2) \\ \text{qua } B(3; 2) \end{cases} \Leftrightarrow (AB): \frac{x+1}{3+1} = \frac{y+2}{2+2} \Leftrightarrow (AB): x - y - 1 = 0.$$

Lời giải tự luận kết hợp phép thử: Ta có:

$$y' = 3x^2 - 6x.$$

Giả sử $M(x; y)$ là tiếp điểm, khi đó:

$$y'(x) = 9 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 9 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -1 \\ x_B = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(-1; -2) \\ B(3; 2) \end{cases}.$$

Và tọa độ hai điểm A, B thỏa mãn phương trình trong C.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá: Nhận xét rằng đường thẳng (AB) sẽ phải đi qua điểm uốn U của đồ thị hàm số.

Ta lần lượt có:

$$y' = 3x^2 - 6x, y'' = 6x - 6,$$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow \text{Điểm uốn } U(1; 0)$$

Và tọa độ U chỉ thỏa mãn phương trình trong C.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 11.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 + 3x^2 + 1 = 2x + 5 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x^2 + 2x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 \pm \sqrt{5} \end{cases}.$$

▪ Với $x = -1 \Rightarrow y = 3$, được giao điểm $A(-1; 3)$.

▪ Với $x = -1 - \sqrt{5} \Rightarrow y = 3 - 2\sqrt{5}$, được giao điểm $B(-1 - \sqrt{5}; 3 - 2\sqrt{5})$.

▪ Với $x = -1 + \sqrt{5} \Rightarrow y = 3 + 2\sqrt{5}$, được giao điểm $C(-1 + \sqrt{5}; 3 + 2\sqrt{5})$.

Vậy, ta được $(d) \cap (C) = \{A, B, C\}$.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt đánh giá:

▪ Điểm $A(-1; 3)$ thuộc cả (C) và (d) nên các đáp án B và C bị loại.

▪ Điểm $B(-1 - \sqrt{5}; 3 - 2\sqrt{5})$ thuộc cả (C) và (d) nên đáp án A bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Nhận xét - Mở rộng: Để sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS thử tọa độ của các điểm A và B cho (C), ta lần lượt thực hiện:

▪ Nhập biểu thức $x^3 + x^2 + 1 - y$ ta ấn:

$$\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\times} \boxed{\wedge} \boxed{3} \boxed{+} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\times} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{=}$$

- Khi đó, ta lần lượt với các bộ $(-1; 3)$ $(-1 - \sqrt{5}; 3 - 2\sqrt{5})$:

CALC 1 3

Tức là, điểm A thuộc (C).

CALC 1 $\sqrt{5}$ 3 2 $\sqrt{5}$

Tức là, điểm B thuộc (C).

Câu 12.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ LỜI GIẢI TỰ LUẬN: Ta có:

$$(0,5^{\sqrt{2}})^{\sqrt{8}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}, \text{ ứng với đáp án B.}$$

Câu 13.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ LỜI GIẢI TỰ LUẬN:

- A. Sai, bởi chỉ có logarit của một số dương.
- B. Đúng.
- C. Sai, bởi logarit của 1 thì bằng 0.
- D. Sai, bởi có logarit của một số a thỏa mãn $0 < a < 1$.

Câu 14.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ LỜI GIẢI TỰ LUẬN: Ta biến đổi:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{2x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1 - e^{2x} + 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3(e^{3x} - 1)}{3x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(e^{2x} - 1)}{2x} = 3 - 2 = 1.$$

✍ Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS; Bạn đọc tự làm.

Câu 15.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ LỜI GIẢI TỰ LUẬN: Ta có:

$$y' = \frac{\frac{x}{x+1} - \ln(x+1)}{x^2} = \frac{x - (x+1)\ln(x+1)}{x^2(x+1)}.$$

✍ Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp tự luận: Viết lại hàm số dưới dạng:

$$y = \frac{1}{x} \cdot \ln(x+1)$$

Ta lần lượt đánh giá với dạng hàm số $y = uv$:

- Đáp án D bị loại bởi với dạng hàm này không thể có $y' = y$.
- Đáp án C bị loại bởi nó là dạng $u \cdot v$.
- Đáp án B bị loại bởi nó là dạng $v' \cdot u$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 16.

Đáp số trắc nghiệm C.

✍ LỜI GIẢI TỰ LUẬN: Điều kiện $x + y > 0$.

Biến đổi hệ phương trình về dạng:

$$\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 3^2 \cdot 2^7 \\ x + y = (\sqrt{5})^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{-x-2} \cdot 2^{y-7} = 1 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{-(5-y)-2} \cdot 2^{y-7} = 1 \\ x = 5 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6^{y-7} = 1 \\ x = 5 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - 7 = 0 \\ x = 5 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy, hệ phương trình có nghiệm là $(-2; 7)$.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Các phép thử thực hiện tương tự câu 16/Đề 2.

Câu 17.

Đáp số trắc nghiệm A.

🔗 *Lời giải tự luận:* Biến đổi tương đương bất phương trình về dạng:

$$0 < \frac{1-2x}{x} \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2x}{x} > 0 \\ \frac{1-2x}{x} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2x}{x} > 0 \\ \frac{1-3x}{x} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{2} \\ x < 0 \\ x \geq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq x < \frac{1}{2}.$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm là $\frac{1}{3} \leq x < \frac{1}{2}$.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Ta có:

- Lựa chọn phép thử thực hiện tương tự câu 17/Đề 1.
- Sử dụng máy tính Fx giải phương trình $\log_3 \frac{1-2x}{x} = 0$ rồi sử dụng tính đơn điệu của hàm số để kết luận về tập nghiệm.

Câu 18.

Đáp số trắc nghiệm D.

🔗 *Lời giải tự luận:* Biến đổi tương đương bất phương trình về dạng:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{x^2-2x}} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x} \Leftrightarrow \sqrt{x^2-2x} \geq 1-x \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x \leq 0 \\ x^2-2x \geq 0 \\ 1-x > 0 \\ x^2-2x \geq (1-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 2.$$

Vậy, nghiệm của bất phương trình là $x \geq 2$.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Lựa chọn phép thử thực hiện tương tự câu 17/Đề 1.

Câu 19.

Đáp số trắc nghiệm D.

🔗 *Lời giải tự luận:* Vì $0,125 = \frac{1}{8} = 2^{-3}$ nên ta biến đổi phương trình về dạng:

$$2^{-3} \cdot 2^{2(2x-3)} = (2^2 \cdot 2^2)^x \Leftrightarrow 2^{4x-9} = 2^{\frac{5x}{2}} \Leftrightarrow 4x-9 = \frac{5x}{2} \Leftrightarrow 3x = 18 \Leftrightarrow x = 6.$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \{6\}$.

🔗 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 0$ thay vào phương trình ta thấy:

$$0,125 \cdot 4^{-3} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{64} = 1, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

- Với $x = 2$ thay vào phương trình ta thấy:

$$0,125.4 = (4\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow \frac{1}{8}.4 = 32, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại.}$$

- Với $x = 4$ thay vào phương trình ta thấy:

$$0,125.4^5 = (4\sqrt{2})^4 \Leftrightarrow \frac{1}{8}.1024 = 1024, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow \text{Đáp án C bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 6$ thay vào phương trình ta thấy:

$$0,125.4^9 = (4\sqrt{2})^6 \Leftrightarrow \frac{1}{8}.4^9 = 4^{15}, \text{ thoả mãn.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS:* Bạn đọc tự thực hiện.

Câu 20.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Điều kiện:

$$\begin{cases} 2x > 0 \\ x^2 + 27 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0. \quad (*)$$

Biến đổi phương trình về dạng:

$$\lg(2x)^2 = \lg(x^2 + 27) \Leftrightarrow 4x^2 = x^2 + 27 \Leftrightarrow 3x^2 = 27 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = 3.$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \{3\}$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 1$ thay vào phương trình ta thấy:

$$2\lg 2 = \lg 28 \Leftrightarrow 4 = 28, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow \text{Các đáp án A và B bị loại.}$$

- Với $x = -3$ thay vào phương trình ta thấy:

$$2\lg(-6) = \lg 36, \text{ vi phạm} \Rightarrow \text{Đáp án D bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 3$ thay vào phương trình ta thấy:

$$2\lg 6 = \lg 36 \Leftrightarrow 36 = 36, \text{ đúng} \Rightarrow x = 3 \text{ là nghiệm của phương trình} \\ \Rightarrow \text{Các đáp án A và B bị loại.}$$

- Với $x = -3$ thay vào phương trình ta thấy:

$$2\lg(-6) = \lg 36, \text{ vi phạm} \Rightarrow \text{Đáp án D bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS:* bằng cách thực hiện theo thứ tự:

- Nhập $2\lg(2x) - \lg(x^2 + 27)$ ta ấn:

$$2 \log (2 \text{ [ALPHA] [X] }) = \log (\text{ [ALPHA] [X] } x^2 + 27)$$

- Khi đó, ta thử với các giá trị $x = 1$ và $x = -3$:

$$\text{[CALC] } 1 \text{ [=]} \quad \boxed{-0.8450}$$

$\Rightarrow x = 1$ không phải là nghiệm \Rightarrow Các đáp án A và B bị loại.

$$\text{[CALC] } (-) 3 \text{ [=]} \quad \boxed{\text{ERROR}}$$

$\Rightarrow x = -3$ không phải là nghiệm \Rightarrow Đáp án D bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 21.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Nhận xét rằng:

$$(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1.$$

Do đó, nếu đặt $t = (2 + \sqrt{3})^x$, điều kiện $t > 0$, thì $(2 - \sqrt{3})^x = \frac{1}{t}$.

Khi đó, phương trình tương đương với:

$$\frac{1}{t} + t = 4 \Leftrightarrow t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 + \sqrt{3} \\ t = 2 - \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2 + \sqrt{3})^x = 2 + \sqrt{3} \\ (2 + \sqrt{3})^x = 2 - \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2 + \sqrt{3})^x = 2 + \sqrt{3} \\ (2 + \sqrt{3})^x = (2 + \sqrt{3})^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm $T = \{\pm 1\}$.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 1$ thay vào phương trình ta thấy:
 $2 - \sqrt{3} + 2 + 2 - \sqrt{3} = 4 \Leftrightarrow 4 = 4$, đúng \Rightarrow Các áp án B và D bị loại.
- Với $x = -1$ thay vào phương trình ta thấy:

$$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 4 \Leftrightarrow \frac{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = 4, \text{ đúng} \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS: bằng cách thực hiện theo thứ tự:

- Nhập $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x$ ta ấn:

$$\boxed{2} \boxed{-} \boxed{\sqrt{3}} \boxed{3} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{+} \boxed{\sqrt{3}} \boxed{3} \boxed{+}$$

- Khi đó, ta lần lượt với các giá trị $x = 1$ và $x = -1$:

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{=} \boxed{4}$$

$\Rightarrow x = 1$ là nghiệm của phương trình \Rightarrow Các đáp án B và D bị loại.

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{(-)} \boxed{1} \boxed{=} \boxed{4}$$

$\Rightarrow x = -1$ là nghiệm của phương trình \Rightarrow Đáp án A bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Nhận xét – Mở rộng: Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ dạng 1 cho phương trình mũ, cụ thể với phương trình:

$$\alpha_1 a^x + \alpha_2 b^x + \alpha_3 = 0, \text{ với } a, b = 1$$

khi đó đặt $t = a^x$, điều kiện $t > 0$, suy ra $b^x = \frac{1}{t}$, ta được:

$$\alpha_1 t + \frac{\alpha_2}{t} + \alpha_3 = 0 \Leftrightarrow \alpha_1 t^2 + \alpha_3 t + \alpha_2 = 0.$$

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, chúng ta thực hiện tương tự như những bài toán khác.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS* các em học sinh cần thận trọng khi khai báo công thức vào máy tính.

Câu 22.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Với hàm số $f(x) = 2x + 1$ thì:

$$F(x) = x^2 + x + C.$$

Khi đó, để $F(2) = 2$ điều kiện là:

$$2 = 4 + 2 + C \Leftrightarrow C = -4 \Rightarrow F(x) = x^2 + x - 4, \text{ ứng với đáp án D.}$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải):* Ta lần lượt đánh giá:

▪ Với hàm số trong A thì:

$$F(2) = 4 + 2 - 1 = 5, \text{ không thỏa mãn} \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại}$$

▪ Với hàm số trong B thì:

$$F(2) = 4 + 2 - 2 = 4, \text{ không thỏa mãn} \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại}$$

▪ Với hàm số trong C thì:

$$F(2) = 4 + 2 - 3 = 3, \text{ không thỏa mãn} \Rightarrow \text{Đáp án C bị loại}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái):* Ta lần lượt đánh giá:

▪ Với hàm số trong D thì:

$$F(2) = 4 + 2 - 4 = 2, \text{ thỏa mãn.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 23.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Đặt:

$$\begin{cases} u = x \\ dv = \sin x \cdot dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$$

Khi đó:

$$\int f(x)dx = -x \cdot \cos x + \int \cos x \cdot dx = -x \cdot \cos x + \sin x + C, \text{ ứng với đáp án D.}$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải):* Ta lần lượt đánh giá:

▪ Với $F(x)$ trong đáp án A thì:

$$f(x) = F'(x) = \sin x + x \cdot \cos x + \sin x = 2\sin x + x \cdot \cos x \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

▪ Với $F(x)$ trong đáp án B thì:

$$f(x) = F'(x) = \sin x + x \cdot \cos x - \sin x = x \cdot \cos x \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại.}$$

▪ Với $F(x)$ trong đáp án C thì:

$$f(x) = F'(x) = -\cos x + x \cdot \sin x - \cos x = -2\cos x + x \cdot \sin x \Rightarrow \text{Đáp án C bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái):* Ta lần lượt đánh giá:

▪ Với $F(x)$ trong đáp án D thì:

$$f(x) = F'(x) = -\cos x + x \cdot \sin x + \cos x = x \cdot \sin x, \text{ đúng.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp đánh giá:* Ta lần lượt đánh giá:

▪ Để có được biểu thức $x \cdot \sin x$ sau phép lấy đạo hàm thì $F(x)$ phải chứa $x \cdot \cos x$, do đó các đáp án A và B bị loại.

▪ Với $F(x)$ trong đáp án C thì:

$$f(x) = F'(x) = -\cos x + x \cdot \sin x - \cos x = -2\cos x + x \cdot \sin x \Rightarrow \text{Đáp án C bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 24.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận 1: Đặt $t = \sqrt{x^2 + 16}$ suy ra $dt = \frac{x \cdot dx}{\sqrt{x^2 + 16}}$ hay $x \cdot dx = t \cdot dt$.

Đổi cận:

- Với $x = 0$ thì $t = 4$
- Với $x = 3$ thì $t = 5$.

Khi đó:

$$\int_0^3 x\sqrt{x^2 + 16} dx = \int_4^5 t^2 \cdot dt = \frac{1}{3} t^3 \Big|_4^5 = \frac{61}{3}, \text{ ứng với đáp án B.}$$

Lời giải tự luận 2: Ta viết lại tích phân dưới dạng:

$$\int_0^3 x\sqrt{x^2 + 16} dx = \frac{1}{2} \int_0^3 (x^2 + 16)^{\frac{1}{2}} d(x^2 + 16) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} (x^2 + 16)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^3 = \frac{61}{3}, \text{ ứng với đáp án B.}$$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: Bằng cách thực hiện theo thứ tự:

MODE 1
 $\int dx$ ALPHA X $\sqrt{(\text{ALPHA X } x^2 + 16)}$ 0 3 = 20.333

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 25.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Ta có:

$$\int_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}} = \int_0^{16} \frac{(\sqrt{x+9} + \sqrt{x}) dx}{x+9-x} = \frac{1}{9} \int_0^{16} (\sqrt{x+9} + \sqrt{x}) dx = \frac{1}{9} \left[\frac{2}{3} (x+9)^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right]_0^{16} = 12$$

ứng với đáp án A.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: bằng cách thực hiện theo thứ tự:

MODE 1
 $\int dx$ 1 = $\sqrt{(\text{ALPHA X } x + 9)}$ - $\sqrt{(\text{ALPHA X } x)}$ 0 16 = 12

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 26.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Vì qua $x = \frac{\pi}{2}$ hàm số $y = \cos x$ đổi dấu từ + sang - nên:

$$\int_0^{\pi} |\cos x| dx = \int_0^{\pi/2} \cos x dx + \int_{\pi/2}^{\pi} -\cos x dx = \int_0^{\pi/2} \cos x dx - \int_{\pi/2}^{\pi} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\pi/2} - \sin x \Big|_{\pi/2}^{\pi} = 2$$

ứng với đáp án C.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: bằng cách thực hiện theo thứ tự:

MODE 1
 MODE MODE MODE MODE 2 (Thiết lập đơn vị đo rad)
 $\int dx$ $\sqrt{(\cos \text{ ALPHA X } x^2)}$ 0 SHIFT π a^{b/c} 2 = 2

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 27.

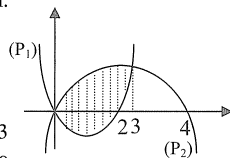
Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận:* Hoành độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình:

$$x^2 - 2x = -x^2 + 4x \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S = \int_0^3 (-x^2 + 4x - x^2 + 2x) dx = \int_0^3 (-2x^2 + 6x) dx = \left(-\frac{2}{3}x^3 + 3x^2 \right) \Big|_0^3 = 9 \text{ (đvdt)}$$



👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Sử dụng máy tính để nhận được giá trị gần đúng của tích phân rồi so sánh với các đáp án.

Câu 28.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận:*

Ta có đạo hàm:

$$y' = -2x + 4.$$

Ta lần lượt có:

- Phương trình tiếp tuyến của parabol tại điểm A có dạng:

$$(d_A): y = y'(0).x - 3 \Leftrightarrow (d_A): y = 4x - 3.$$

- Phương trình tiếp tuyến của parabol tại điểm B có dạng:

$$(d_B): y = y'(3)(x - 3) \Leftrightarrow (d_B): y = -2(x - 3) = -2x + 6.$$

- Hoành độ giao điểm của (d_A) và (d_B) là nghiệm của phương trình:

$$4x - 3 = -2x + 6 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và hai tiếp tuyến được cho bởi:

$$S = S_1 + S_2 = \int_0^{3/2} (4x - 3 + x^2 - 4x + 3) dx + \int_{3/2}^3 (-2x + 6 + x^2 - 4x + 3) dx$$

$$= \int_0^{3/2} x^2 dx + \int_{3/2}^3 (x^2 - 6x + 9) dx = \frac{1}{3}x^3 \Big|_0^{3/2} + \left(\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 9x \right) \Big|_{3/2}^3 = \frac{9}{4}.$$

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Sử dụng máy tính để nhận được giá trị gần đúng của tích phân rồi so sánh với các đáp án.

Câu 29.

Đáp số trắc nghiệm A.

Câu 30.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\frac{1}{1+i} = \frac{1}{1^2+1^2} \cdot \overline{1+i} = \frac{1}{2} \cdot (1-i) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i, \text{ ứng với đáp án B.}$$

Câu 31.

Đáp số trắc nghiệm B.

📖 *Lời giải tự luận:* Với số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta có:

$$\frac{z - (\overline{z})^2}{1 + z\overline{z}} = \frac{(a + bi)^2 - (\overline{a + bi})^2}{1 + (a + bi)a + bi} = \frac{(a + bi)^2 - (a - bi)^2}{1 + (a + bi)(a - bi)} = \frac{4ab}{1 + a^2 + b^2} i.$$

Vậy, số đã cho là một số ảo.

Câu 32.

Đáp số trắc nghiệm A.

📖 *Lời giải tự luận:* Giả sử số $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của $4i$, tức là ta có:

$$4i = (x + yi)^2 = x^2 - y^2 + 2xyi \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm y \\ 2xy = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = \sqrt{2} \\ x = y = -\sqrt{2} \end{cases}.$$

Vậy, số $-i$ có hai căn bậc hai là $\pm\sqrt{2}(1 + i)$.

Câu 33.

Đáp số trắc nghiệm D.

Câu 34.

Đáp số trắc nghiệm C.

📖 *Lời giải tự luận:* Phương trình có $\Delta' = -4 < 0$ nên nó có hai nghiệm $z_{1,2} = -1 \pm 2i$.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Cũng có thể sử dụng phép biến đổi:

$$z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)^2 = -4 \Leftrightarrow z + 1 = \pm 2i \Leftrightarrow z_{1,2} = -1 \pm 2i.$$

Câu 35.

Đáp số trắc nghiệm D.

📖 *Lời giải tự luận:* Với giả thiết ta có hai trường hợp là:

(d) // (d') hoặc (d) cắt (d').

Trường hợp 1: Nếu (d) // (d') thì với M, N thuộc (d), ta có:

$$\mathcal{D}_{(P)}(MN) = M'N' \in (d')$$

$\Rightarrow MNN'M'$ là hình bình hành.

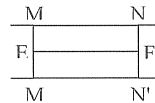
Ngoài ra vì EF là đường trung bình và vuông góc với MM' nên MM'N'N là hình chữ nhật.

Tức (P) là mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng ((d), (d')) và song song cách đều (d), (d').

Vậy, có đúng một phép đối xứng qua mặt phẳng biến (d) thành (d').

Trường hợp 2: Nếu (d) cắt (d') thì có đúng hai phép đối xứng qua mặt phẳng biến (d) thành (d').

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.



Câu 36.

Đáp số trắc nghiệm D.

📖 *Lời giải tự luận:* Từ giả thiết $OA = 4OB$, suy ra:

$$OB = \frac{1}{4}OA \Rightarrow \overline{OB} = \pm \frac{1}{4}\overline{OA} \Leftrightarrow k = \pm \frac{1}{4}.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 37.

Đáp số trắc nghiệm D.

📖 *Lời giải tự luận:* Gọi a, b, c là ba kích thước của hình hộp chữ nhật và theo thứ tự đó chúng lập thành một cấp số nhân với công bội bằng 2, ta có:

$$\begin{cases} abc = 1728 \\ b = 2a \\ c = 4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a^3 = 1728 \\ b = 2a \\ c = 4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^3 = 216 \\ b = 2a \\ c = 4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 12 \\ c = 24 \end{cases}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải):* Ta lần lượt có:

▪ Với đáp án A thì:

$$V = 8.16.32 = 4096 \neq 1728 \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

▪ Với đáp án B thì:

$$V = 2.4.8 = 64 \neq 1728 \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại.}$$

▪ Với đáp án C thì:

$$V = 2\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 8\sqrt{3} = 192\sqrt{3} \neq 1728 \Rightarrow \text{Đáp án C bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái):* Ta lần lượt có:

▪ Với đáp án D thì:

$$V = 6.12.24 = 1728, \text{ đúng.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 38.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Gọi H_1, H_2, \dots, H_{12} theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của M lên mười hai mặt của H, khi đó:

$$V_H = \frac{1}{3}MH_1.S + \frac{1}{3}MH_2.S + \dots + \frac{1}{3}MH_{12}.S \Leftrightarrow V = \frac{S}{3}(MH_1 + MH_2 + \dots + MH_{12})$$

$$\Leftrightarrow MH_1 + MH_2 + \dots + MH_{12} = \frac{3V}{S}, \text{ ứng với đáp án C.}$$

Câu 39.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận 1:* Vì có duy nhất một đường tròn đi qua ba điểm phân biệt cho trước nên nếu đường tròn đi qua ba điểm phân biệt nằm trên mặt cầu thì nằm hoàn toàn trên mặt cầu.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Lời giải tự luận 2:* Ta lần lượt nhận xét:

- Tập hợp các điểm nằm trên trục đường tròn ngoại tiếp một hình thang cân đều cách đều bốn đỉnh của nó, tức là có vô số mặt cầu đi qua bốn đỉnh của một hình thang cân cho trước. Do đó, mệnh đề trong B là sai.
- Hình lăng trụ đứng tứ giác ABCD.A'B'C'D' (có đáy là hình thang vuông) nhưng không thể nội tiếp một mặt cầu, suy ra các mệnh đề trong B và D là sai.
- Hình chóp có đáy là hình thang vuông không thể nội tiếp một mặt cầu bởi đáy của nó (hình thang vuông) không có đường tròn ngoại tiếp, suy ra mệnh đề trong C là sai.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 40.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* $\widehat{AB, OO'}$ là hình chiếu vuông góc của B xuống mặt đáy chứa tâm O, ta có:

$$(\widehat{AB, OO'}) = \widehat{ABB'} = 30^\circ,$$

$$AB' = BB' \cdot \tan \widehat{ABB'} = a\sqrt{3} \cdot \tan 30^\circ = a.$$

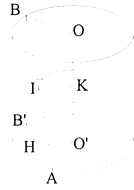
Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của AB và OO', ta có:

OHIK là hình chữ nhật $\Rightarrow IK \perp OO'$ tại điểm K cố định.

Ngoài ra:

$$IK = OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy, tập hợp I thuộc đường tròn C(K, $\frac{a\sqrt{3}}{2}$) trong mặt phẳng (P) vuông góc với OO' tại K.



Câu 41.

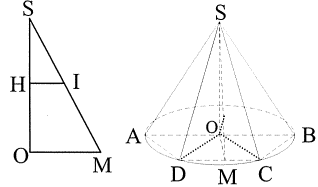
Đáp số trắc nghiệm B.

Câu 42.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Giả sử dây cung $CD = a$. Gọi H, M I theo thứ tự là trung điểm của SO, CD, SM, ta có:

$$\begin{aligned} IH &= \frac{1}{2} OM = \frac{a\sqrt{3}}{4} \\ \Rightarrow \begin{cases} IH = \frac{a\sqrt{3}}{4} \\ IH \perp SO \end{cases} \end{aligned}$$



Vậy, tập hợp các trung điểm I của đoạn thẳng SM là đường tròn C(H, $\frac{a\sqrt{3}}{4}$) trong mặt phẳng (P) vuông góc với SO tại H.

Câu 43.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Ta có:

$$\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b} - 4\vec{c} = 2(-2; 3; 1) + (5; -7; 0) - 4(3; -2; 4) = (-11; 7; -14).$$

Vậy, ta có $\vec{u}(-11; 7; -14)$.

Lựa chọn đáp án bằng việc sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: Bằng cách thực hiện theo thứ tự:

- Thiết lập môi trường làm việc với vector cho máy tính bằng cách ấn:

MODE MODE MODE 3

- Đề nhập tọa độ cho vector \vec{a} ta ấn:

SHIFT VCT 1 1 3 = (-) 2 = 3 = 1 =

- Đề nhập tọa độ cho vector \vec{b} ta ấn:

SHIFT VCT 1 2 3 = 5 = (-) 7 = 0 =

- Đề nhập tọa độ cho vector \vec{c} ta ấn:

SHIFT VCT 1 3 3 = 3 = (-) 2 = 4 =

- Đề tính $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b} - 4\vec{c}$ ta ấn:

2 SHIFT VCT 3 1 + SHIFT VCT 3 2 = 4 SHIFT VCT 3 3

-11
7
-14

Vậy, ta được $\vec{u}(-11; 7; -14)$, ứng với đáp án C.

☞ Nhận xét – Mô rộng: Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách giải tự luận chúng ta sử dụng các tính chất của các phép toán vectơ để tính.
- Trong cách lựa chọn đáp án bằng việc sử dụng máy tính CASIO fx-570MS chúng ta sử dụng chức năng tính vectơ của máy tính để tìm tọa độ của vectơ \vec{u} . Tuy nhiên, hầu hết các em học sinh khi lần đầu đọc cách làm đó đều có chung một nhận định là nó "quá phức tạp" và sẽ mất thời gian hơn cách giải bằng tự luận. Điều này hoàn toàn sai, nhất là với những vectơ có tọa độ lẻ.

Câu 44.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ Lời giải tự luận: Ta lần lượt có:

$$\vec{AB} = \left(8 - 9; \frac{4}{3} + \frac{1}{3}; \frac{5}{4} + \frac{1}{4} \right) = \left(-1; \frac{5}{3}; \frac{3}{2} \right),$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{-1^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2}, \text{ ứng với đáp án B.}$$

Câu 45.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ Lời giải tự luận: Ta lần lượt có:

$$\vec{AB}(2; -2; -3), \vec{AC}(4; 0; 6), \vec{AD}(-7; -7; 7),$$

$$[\vec{AB}, \vec{AC}] = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -3 \\ 0 & 6 & 4 \end{pmatrix} = (-12; -24; 8),$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}], \vec{AD}| = \frac{1}{6} |(-12; -24; 8) \cdot (-7; -7; 7)| = \frac{1}{6} \cdot 308 = \frac{154}{3}, \text{ ứng với đáp án D.}$$

☞ Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS: Ta có:

$$\vec{AB}(2; -2; -3), \vec{AC}(4; 0; 6), \vec{AD}(-7; -7; 7),$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}], \vec{AD}| = \frac{70}{3}, \text{ ứng với đáp án D.}$$

bằng cách ấn:

MODE	MODE	MODE	3	=	2	=	(-)	2	=	-3	=
SHIFT	VCT	1	1	3	=	4	=	0	=	6	=
SHIFT	VCT	1	2	3	=	(-)	7	=	(-)	7	=
SHIFT	VCT	1	3	3	=	(-)	7	=	(-)	7	=
(SHIFT)	VCT	3	1	×	SHIFT	VCT	3	2)		
SHIFT	VCT	▶	1	SHIFT	VCT	3	3	=			154

bằng cách ấn:

(-)	6	=	51.3333
-----	---	---	---------

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 46.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ Lời giải tự luận: Giả sử phương trình mặt cầu (S) có dạng:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0, \text{ điều kiện } a^2 + b^2 + c^2 - d \geq 0.$$

Vì A, B, C ∈ (S) và I ∈ (P) nên ta có hệ:

$$\begin{cases} 1 - 2a + d = 0 \\ 1 - 2b + d = 0 \\ 1 - 2c + d = 0 \\ a + b + c - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 1, c = 1, d = 1, \text{ thỏa mãn điều kiện (*).}$$

Vậy, phương trình mặt cầu (S) có dạng:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 1 = 0.$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1.1* (từ trái qua phải): Ta lần lượt đánh giá:

- Với mặt cầu trong đáp án A không đi qua điểm B nên đáp án A bị loại.
- Với mặt cầu trong đáp án B không đi qua điểm A nên đáp án B bị loại.
- Với mặt cầu trong đáp án C không đi qua điểm A nên đáp án C bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1.2* (từ trái qua phải): Ta lần lượt đánh giá:

- Với mặt cầu trong đáp án A có tâm $I(1; 0; 0) \equiv A$ nên đáp án A bị loại.
- Với mặt cầu trong đáp án B có tâm $I(0; 1; 0) \equiv B$ nên đáp án B bị loại.
- Với mặt cầu trong đáp án C có tâm $I(0; 0; 1) \equiv C$ nên đáp án C bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2* (từ phải qua trái): Ta lần lượt đánh giá:

- Với mặt cầu trong đáp án D có tâm $I(1; 1; 1)$ thuộc (P), ta thay tọa độ điểm A, B, C vào và nhận thấy:

$$1 - 2 + 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0, \text{ đúng } \Leftrightarrow A \in (S)$$

$$1 - 2 + 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0, \text{ đúng } \Leftrightarrow B \in (S)$$

$$1 - 2 + 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0, \text{ đúng } \Leftrightarrow C \in (S)$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 47.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:*

Vì $M(1; 0; 0)$, $N(0; 2; 0)$, $P(0; 0; -5)$ theo thứ tự thuộc các trục Ox , Oy , Oz nên phương trình mặt phẳng (MNP) có dạng:

$$(MNP): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 1 \Leftrightarrow (MNP): 10x + 5y - 2z - 10 = 0, \text{ ứng với đáp án B.}$$

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Ngoài cách giải trên, chúng ta đều biết rằng còn có thể thực hiện bài toán trên theo các cách sau:

- A. Lời giải tự luận 1;
- B. Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS;
- C. Lời giải tự luận 2;
- D. Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1: (Từ trái qua phải);
- E. Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2: (Từ phải qua trái).

Câu 48.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Biến đổi phương trình tham số của đường thẳng về dạng:

$$(d): \begin{cases} x = -2 - t \\ y = 1 + 3t \\ z = 0 \end{cases}, t \in \mathbb{R} \Rightarrow \text{vtcp } \vec{a}(-1; 3; 0), \text{ ứng với đáp án A.}$$

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Một vài học sinh khi thực hiện bài toán trên chỉ lưu ý tới hệ số của t nên lựa chọn đáp án C, hãy ghi nhớ rằng với phương trình tham số của đường thẳng thì hệ số của x , y , z luôn bằng 1.

Câu 49.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận:* Mặt phẳng thỏa mãn:

$$(P): \begin{cases} \text{qua } M(1; 2; 3) \\ \text{cặp vtcp } \vec{a}(1; -1; 1) \text{ và } \vec{b}(1; 2; 3) \end{cases} \Leftrightarrow (P): \begin{cases} \text{qua } M(1; 2; 3) \\ \text{vtpt } \vec{n}(5; 2; -3) \end{cases}$$

$\Leftrightarrow (P): 5x + 2y - 3z = 0$, ứng với đáp án B.

✍ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt đánh giá:

- Mặt phẳng (P) chứa (d) nên phải đi qua gốc $O(0; 0; 0)$ do đó các đáp án A và C bị loại.
- Mặt phẳng (P) cho bởi đáp án B không đi qua điểm M nên đáp án B bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 50.

Đáp số trắc nghiệm C.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Đường thẳng (d_1) đi qua điểm $M_1(1; 0; 3)$ và vtcp $\vec{a}_1(1; 2; 3)$.
- Đường thẳng (d_2) đi qua điểm $M_2(0; 1; 2)$ và vtcp $\vec{a}_2(1; 2; 3) = \vec{a}_1$.

Nhận xét rằng $M_1 \notin (d_2)$ nên (d_1) và (d_2) song song với nhau.

ĐỀ LUYỆN SỐ 8

KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

- Câu 1.** Biểu thức $A = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + (n-1)C_n^{n-1} + nC_n^n$ được rút gọn thành:
 A. $A = n.2^{n-1}$. B. $A = (n+1).2^{n-1}$. C. $A = (n-1).2^{n-1}$. D. $A = n.2^{n+1}$.

- Câu 2.** Hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ đồng biến trên khoảng:
 A. $(-\infty; -1]$. B. $[-1; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. D. \mathbb{R} .

- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	\nearrow CĐ 10	\searrow CT -22	\nearrow $+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có đúng một cực trị.
 B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.
 C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 10 và giá trị nhỏ nhất bằng -22.
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$.
- Câu 4.** Cho hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 9x - 3$. Hàm số có:
 A. Một cực đại và một cực tiểu. B. Hai cực đại.
 C. Hai cực tiểu. D. Không có cực trị.
- Câu 5.** Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + x - 1}{x - 1}$. Đường thẳng đi qua điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số có phương trình:
 A. $2x + y - 1 = 0$. B. $+y + 1 = 0$. C. $x - 2y - 3 = 0$. D. $x - 2y + 1 = 0$.

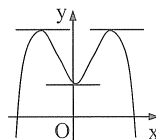
- Câu 6.** Cho hàm số $y = -x + 2 - \frac{1}{x}$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(0; 2)$ bằng:
 A. -2. B. -1. C. 0. D. 1.

- Câu 7.** Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{x + 1}$. Phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:
 A. $x = -1$ và $y = x - 4$. B. $x = -1$ và $y = -x + 4$.
 C. $x = 1$ và $y = -x - 4$. D. $x = 1$ và $y = x + 4$.

- Câu 8.** Đồ thị hàm số $y = \cos x$ có số điểm uốn bằng:
 A. 0. B. 1. C. 100. D. Vô số.

- Câu 9.** Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c < 0$.
 B. $a > 0, b > 0, c > 0$.
 C. $a < 0, b > 0, c > 0$.
 D. $a > 0, b < 0, c > 0$.



Câu 10. Cho hàm số (H): $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Hai tiếp tuyến của (H) vuông góc với đường thẳng $y = 3x + 2$ tiếp xúc với (H) tại A, B. Phương trình đường thẳng (AB) có dạng:
 A. $x - 2y + 3 = 0$. B. $x - 3y + 5 = 0$. C. $x + 3y + 5 = 0$. D. $x + 2y + 3 = 0$.

Câu 11. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = m$ tại 3 điểm phân biệt khi:
 C. $-3 < m < 1$. D. $-3 \leq m \leq 1$. E. $m > 1$. F. $m < -3$.

Câu 12. Biểu thức $\sqrt[5]{\frac{b}{a}} \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$, với $a > 0, b > 0$ được viết lại thành:

- A. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{2}{15}}$. B. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{15}}$. C. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{15}}$. D. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{2}{15}}$.

Câu 13. Cho hai số dương a và b. Đặt $X = \ln \frac{a+b}{2}$ và $Y = \frac{\ln a + \ln b}{2}$. Khi đó:

- A. $X > Y$. B. $X < Y$. C. $X \geq Y$. D. $X \leq Y$.

Câu 14. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x+1} - e}{x}$ bằng:

- A. $-3e$. B. $-e$. C. e . D. $3e$.

Câu 15. Cho hàm số $y = x - 2\ln x$. Hàm số có:

- A. Một cực đại và một cực tiểu. B. Một cực đại.
 C. Một cực tiểu. D. Không có cực trị.

Câu 16. Hệ phương trình:

$$\begin{cases} \log_2(x+1) = y-1 \\ \log_2 y = x \end{cases}$$

có nghiệm là:

- A. (0; 1) và (2; 1). B. (1; 1) và (1; 2).
 C. (0; 1) và (1; 2). D. (1; 0) và (2; 1).

Câu 17. Bất phương trình $\log_{0,5}(x^2 - 5x + 6) \geq -1$ có tập nghiệm là:

- A. $[1; 2) \cup (3; 4]$. B. $[1; 2] \cup [3; 4]$. C. $(1; 2) \cup (3; 4]$. D. $[1; 2) \cup (3; 4)$.

Câu 18. Bất phương trình $2^x + 2^{-x+1} - 3 < 0$ có tập nghiệm là:

- A. (0; 1). B. (0; 2). C. (1; 2). D. Vô nghiệm.

Câu 19. Phương trình $3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = 9 \cdot 5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2}$ có tập nghiệm là:

- A. $T = \{1\}$. B. $T = \{0\}$. C. $T = \{-1\}$. D. $T = \{-2\}$.

Câu 20. Phương trình $\log_3(6x^3 - 7x + 1) = \log_3(x^2 - 3x + 2)$ có tập nghiệm là:

- A. $T = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right\}$. B. $T = \left\{\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right\}$. C. $T = \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right\}$. D. $T = \left\{-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right\}$.

Câu 21. Phương trình $3^{1+x} + 3^{1-x} = 10$ có tập nghiệm là:

- A. $T = \{-1; 0\}$. B. $T = \{0; 1\}$. C. $T = \{-1; 1\}$. D. Vô nghiệm.

Câu 22. Cho hàm số $y = \frac{1}{\cos^2 x}$. Nếu F(x) là một nguyên hàm của hàm số và đồ thị của hàm số $y = F(x)$

đi qua điểm $M\left(\frac{\pi}{6}; 0\right)$ thì F(x) là:

- A. $\sqrt{3} - \tan x$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3} - \tan x$. C. $-\sqrt{3} + \tan x$. D. $-\frac{\sqrt{3}}{3} + \tan x$.

Câu 23. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.e^x$ có dạng:

- A. $x.e^x + C$. B. $x.e^x + e^x + C$. C. $x.e^x - e^x + C$. D. $x.e^x - C$.

Câu 24. Tích phân $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \left(\sin x - \frac{4}{\sin^2 x} \right) dx$ bằng:

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 25. Tích phân $\int_{-1}^2 |x| dx$ bằng:

- A. 0. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 26. Tích phân $\int_0^1 \left(e^{2x} + \frac{3}{x+1} \right) dx$ bằng:

- A. $\frac{e^2}{2} + 3 \ln 2 + \frac{1}{2}$. B. $\frac{e^2}{2} + 3 \ln 2 - \frac{1}{2}$. C. $\frac{e^2}{2} - 3 \ln 2 + \frac{1}{2}$. D. $\frac{e^2}{2} - 3 \ln 2 - \frac{1}{2}$.

Câu 27. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi:

$$x = -1; x = 2; y = 0; y = x^2 - 2x$$

bằng:

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 28. Diện tích của các hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 2x + 2$, tiếp tuyến với nó tại điểm $M(3; 5)$ và trục tung bằng:

- A. 9. B. 7. C. 5. D. 3.

Câu 29. Môđun của $1 - 2i$ bằng:

- A. 3. B. $\sqrt{5}$, C. 2. D. 1.

Câu 30. Số $(\sqrt{2} + 3i)^2$ bằng:

- A. $-7 + 6\sqrt{2}i$. B. $-7 - 6\sqrt{2}i$. C. $7 + 6\sqrt{2}i$. D. $7 - 6\sqrt{2}i$.

Câu 31. Số $\frac{z - \bar{z}}{z^3 + (\bar{z})^3}$ là:

- A. Số thực. B. Số ảo. C. i . D. 2.

Câu 32. Các căn bậc hai của số phức $-i$ là:

- A. $\pm \frac{1}{2}(1 - i)$. B. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(1 - i)$. C. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + i)$. D. $\pm \frac{1}{2}(1 + i)$.

Câu 33. Phương trình $z^2 + (1 - 3i)z - 2(1 + i) = 0$ có nghiệm là:

- A. 2i và $-1 + i$. B. $\pm 2i$. C. $-1 \pm i$. D. i và $-1 + 2i$.

Câu 34. Hai số phức có tổng của chúng bằng $4 - i$ và tích của chúng bằng $5(1 - i)$ là:

- A. 3 và $1 - i$. B. $3 - i$ và 1. C. 3i và $4 - 4i$. D. $3 + i$ và $1 - 2i$.

Câu 35. Cho hai đường thẳng (d) và (d') cắt nhau. Có bao nhiêu phép đối xứng qua mặt phẳng biến (d) thành (d') ?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

- Câu 36.** Cho hai đường thẳng song song (d) , (d') và một điểm O không nằm trên chúng. Có bao nhiêu phép vị tự tâm O biến (d) thành (d') ?
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 0 hoặc 1.
- Câu 37.** Tổng diện tích các mặt của hình lập phương bằng 96. Thể tích của khối lập phương đó là:
 A. 64. B. 91. C. 84. D. 48.
- Câu 38.** Khi độ dài cạnh của hình lập phương tăng thêm 2cm thì thể tích của nó tăng thêm 98cm^3 . Cạnh của hình lập phương đã cho là:
 A. 4cm. B. 5cm. C. 6cm. D. 3cm.
- Câu 39.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?
 A. Hình lăng trụ nội tiếp một mặt cầu nếu đáy của nó là đa giác nội tiếp.
 B. Hình lăng trụ nội tiếp một mặt cầu nếu tất cả các mặt của nó là đa giác nội tiếp.
 C. Hình lăng trụ nội tiếp một mặt cầu nếu có mặt bên vuông góc với mặt đáy.
 D. Đa diện nội tiếp một mặt cầu nếu các mặt của nó đều là đa giác nội tiếp.
- Câu 40.** Một khối trụ có bán kính đáy $a\sqrt{3}$, chiều cao $2a\sqrt{3}$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối trụ là:
 A. $8\pi a^3\sqrt{6}$. B. $6\pi a^3\sqrt{6}$. C. $\frac{4\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $4\pi a^3\sqrt{3}$.
- Câu 41.** Một hình nón có đường sinh bằng l và bằng đường kính đáy. Bán kính hình cầu nội tiếp hình nón là:
 A. $\frac{1}{3}l$. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}l$. C. $\frac{\sqrt{2}}{6}l$. D. $\frac{3}{4}l$.
- Câu 42.** Cho hình nón có đường sinh bằng đường kính đáy và bằng 2. Bán kính hình cầu ngoại tiếp hình nón đó là:
 A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai vectơ $\vec{u}_1(-1; -3; 6)$, $\vec{u}_2(2; 1; -5)$. Vectơ $\vec{u} = 2\vec{u}_1 - 5\vec{u}_2$ có tọa độ là:
 A. $(12; 11; -37)$. B. $(-12; -11; 37)$. C. $(12; 11; 37)$. D. $(-12; -11; -37)$.
- Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vectơ $\vec{a}\left(-1; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right)$. Vectơ $\vec{b}\left(-\frac{a}{2}; b; \frac{3c}{2}\right)$ vuông góc với vectơ \vec{a} khi:
 A. $4a + 3b + 3c = 0$. B. $4a - 3b + 3c = 0$. C. $2a + 3b + 3c = 0$. D. $2a - 3b + 3c = 0$.
- Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(5; 1; -2)$, $C(7; 9; 1)$. Diện tích của $\triangle ABC$ bằng:
 A. $\sqrt{481}$ (đvdt). B. $\sqrt{461}$ (đvdt). C. $\sqrt{441}$ (đvdt). D. $\sqrt{421}$ (đvdt).
- Câu 46.** Mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1; 3; 2)$, $B(3; 5; 0)$ và có tâm thuộc trục Ox có phương trình:
 A. $x^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 50$. B. $(x + 2)^2 + y^2 + z^2 = 22$.
 C. $(x - 5)^2 + y^2 + z^2 = 29$. D. $(x - 5)^2 + y^2 + z^2 = 5$.
- Câu 47.** Trong không gian tọa độ Oxyz, cho ba điểm $M(1; 0; 0)$, $N(0; 2; 0)$ và $P(0; 0; 3)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình:
 A. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$. B. $x + y + z - 6 = 0$.
 C. $6x + 3y + 2z - 1 = 0$. D. $6x + 3y + 2z + 1 = 0$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình:

$$(d): \begin{cases} -x = 3t + 2 \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng (d):

- A. (3; -1; 3). B. (-3; -1; 0). C. (3; -1; 0). D. (-3; 1; 3).

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình:

$$(d): \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{4}.$$

Đường thẳng (d) đi qua điểm nào sau đây:

- A. (2; -1; 5). B. (4; -1; 5). C. (4; 1; 5). D. (4; -1; -5).

Câu 50. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A(2; 0; 1) trên đường thẳng (d): $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ là:

- A. (1; 0; 2). B. (2; 2; 3). C. (0; -2; 1). D. (-1; 4; 0).

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ LUYỆN THI SỐ 8

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. D	4. A	5. A	6. C	7. A	8. D	9. C	10. B
11. A	12. A	13. C	14. C	15. C	16. C	17. A	18. A	19. B	20. D
21. C	22. D	23. C	24. D	25. C	26. B	27. A	28. A	29. B	30. A
31. B	32. B	33. A	34. D	35. B	36. D	37. A	38. D	39. B	40. A
41. B	42. D	43. B	44. D	45. A	46. C	47. A	48. B	49. B	50. A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^{n-1} x^{n-1} + C_n^n x^n. \quad (1)$$

Lấy đạo hàm theo x hai vế của (1), ta được:

$$n(1+x)^{n-1} = C_n^1 + 2C_n^2 x + \dots + (n-1)C_n^{n-1} x^{n-2} + nC_n^n x^{n-1}. \quad (2)$$

Thay x = 1 vào (2), ta được:

$$n.2^{n-1} = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + (n-1)C_n^{n-1} + nC_n^n \Leftrightarrow A = n.2^{n-1} \Rightarrow \text{Đáp án A là đúng đắn.}$$

☞ *Nhận xét - Mở rộng:* Như vậy, để có được biểu thức rút gọn của A chúng ta cần sử dụng kiến thức về nhị thức Newton và đạo hàm bậc nhất.

Câu 2.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0 \Rightarrow \text{hàm số đồng biến trên } D.$$

Vậy, hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Nhận xét rằng hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất luôn đơn điệu (luôn đồng biến hoặc luôn nghịch biến) trên tập xác định của nó, do đó ta lựa chọn ngay đáp án C cho bài toán.

Câu 3.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Tìm đáp án bằng phép kiểm tra từ A đến D:* Ta lần lượt :

- A sai, bởi theo bảng biến thiên thì hàm số có hai cực trị.
- B sai, bởi giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1 .
- C sai, bởi hàm số không có GTLN và GTNN trên \mathbb{R} .

Và tới đây ta dừng lại với lựa chọn D là đúng.

☞ *Tìm đáp án bằng phép kiểm tra từ D đến A:* Ta lần lượt :

- D đúng, bởi theo định nghĩa cực trị của hàm số. Và tới đây ta dừng lại.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Với bảng biến thiên này có thể đặt ra các câu hỏi khác:

1. Tìm khoảng đơn điệu của đồ thị hàm số.
2. Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có k nghiệm phân biệt.

Câu 4.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = 3x^2 + 12x + 9,$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = -3.$$

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$
y'	+	0	-	0
y	$-\infty$	↗ CD ↘ -3	↘ CT ↗ -7	$+\infty$

Vậy, hàm số có một cực đại và một cực tiểu.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta có đánh giá:

- Hàm đa thức bậc ba chỉ có thể xảy ra một trong hai trường hợp:
 - Không có cực trị.
 - Một cực đại và một cực tiểu.
 Suy ra, các đáp án B và C bị loại.
- Tính nhanh y' và nhận thấy phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt. Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta sử dụng quy tắc 1 để giải.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, các em học sinh cần nắm vững kiến thức về tính chất cực trị của hàm đa thức bậc ba.

Câu 5.**Đáp số trắc nghiệm A.**

☞ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{-x^2 + 2x}{(x-1)^2}, \quad y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy, đồ thị hàm số có các điểm cực trị $A(0; 1)$, $B(2; -3)$ và phương trình đường thẳng đi qua các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số được cho bởi:

$$(AB): \begin{cases} \text{qua } A(0; 1) \\ \text{qua } B(2; -3) \end{cases} \Leftrightarrow (AB): 2x + y - 1 = 0.$$

☞ *Lời giải tự luận kết hợp phép thử:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{-x^2 + 2x}{(x-1)^2}, \quad y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy, đồ thị hàm số có các điểm cực trị $A(0; 1)$, $B(2; -3)$ và tọa độ hai điểm A , B thỏa mãn phương trình trong A. Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Lời giải tự luận kết hợp tính chất:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{-x^2 + 2x}{(x-1)^2}, \quad y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

Tức là, hàm số có hai cực trị và tọa độ các điểm cực trị thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} y' = 0 \\ y = f(x) \end{cases} \Rightarrow y = \frac{(-x^2 + x - 1)'}{(x-1)'} \Leftrightarrow y = -2x + 1. \quad (*)$$

Thấy ngay tọa độ các điểm cực đại và cực tiểu cùng thỏa mãn (*).

Vậy phương trình đường thẳng đi qua các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị có dạng $y = -2x + 1$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng trích lược tự luận:* Phương trình đường thẳng đi qua hai cực trị của hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất luôn có dạng:

$$y = \frac{(-x^2 + x - 1)'}{(x-1)'} \Leftrightarrow y = -2x + 1.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá 1:* Ta lần lượt đánh giá:

- Phương trình đường thẳng đi qua hai cực trị của đồ thị hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất phải đi qua tâm đối xứng của đồ thị, tức là đi qua điểm $I(1; -1)$. Suy ra, các đáp án B và D bị loại.
- Hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất với $ad < 0$ khi có cực đại, cực tiểu thì phương trình đường thẳng đi qua hai điểm này sẽ có hướng đi xuống nên hệ số của x và y trong phương trình đường thẳng phải cùng dấu. Suy ra, đáp án C bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá 2:* Ta lần lượt đánh giá:

- Hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất với $ad < 0$ khi có cực đại, cực tiểu thì phương trình đường thẳng đi qua hai điểm này sẽ có hướng đi xuống nên hệ số của x và y trong phương trình đường thẳng phải cùng dấu. Suy ra, các đáp án C và D bị loại.

- Phương trình đường thẳng đi qua hai cực trị của đồ thị hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất phải đi qua tâm đối xứng của đồ thị, tức là đi qua điểm $I(1; -1)$. Suy ra, đáp án B bị loại. Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 6.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận 1: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = (0; 2)$.
- Đạo hàm:

$$y' = -1 + \frac{1}{x^2} = \frac{-x^2 + 1}{x^2}; \quad y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'			+	0	-
y				0	

CD

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\text{Max}_{x \in (0; 2)} y = y(1) = 0$.

Lời giải tự luận 2: Với $x \in (0; 2)$, sử dụng bất đẳng thức Côsi ta có:

$$x + \frac{1}{x} \geq 2 \Rightarrow y = 2 - \left(x + \frac{1}{x}\right) \leq 2 - 2 = 0$$

Suy ra $\text{Max}_{x \in (0; 2)} y = 0$ đạt được khi $x = \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$.

Lời giải tự luận 3: Ta biến đổi:

$$y = -\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 \leq 0 \Rightarrow \text{Max}_{x \in (0; 2)} y = 0 \text{ đạt được khi } \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Lời giải tự luận kết hợp tính chất: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- Đạo hàm:

$$y' = -1 + \frac{1}{x^2} = \frac{-x^2 + 1}{x^2}; \quad y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Vì $\text{ad} < 0$ (và $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt) nên hàm đạt cực đại tại $x = 1$, từ đó suy ra: $\text{Max}_{x \in (0; 2)} y = y(1) = 0$.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt thử:

- Với $y = 1$, ta có phương trình: $-x + 2 - \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 1 = 0$, vô nghiệm \Rightarrow Đáp án D bị loại.
- Với $y = 0$, ta có phương trình: $-x + 2 - \frac{1}{x} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in (0; 2)$.

Tới đây, chúng ta dừng lại và khẳng định việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Nhận xét – Mở rộng: Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận 1*, chúng ta sử dụng phương pháp đã được trình bày ở dạng 1.
- Trong cách *giải tự luận 2*, chúng ta sử dụng kiến thức về bất đẳng thức để tìm giá trị lớn nhất của hàm số (đây là dạng toán quen thuộc mà các em học sinh đã được làm quen ở các lớp 9, 10).

- Trong cách *giải tự luận 3*, chúng ta sử dụng phép biến đổi đại số thông thường để đánh giá hàm số.
- Trong cách *giải tự luận kết hợp tính chất*, các em học sinh cần nắm vững tính chất cực trị của hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất hoặc hình dung được bảng xét dấu của tam thức bậc hai.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, các em học sinh cần lưu ý hai điều:
 - Bài toán hỏi giá trị lớn nhất nên chúng ta bắt đầu từ giá trị lớn nhất trong các đáp án để thử và ngược lại nếu bài toán hỏi giá trị nhỏ nhất nên chúng ta bắt đầu từ giá trị nhỏ nhất trong các đáp án để thử.
 - Hàm số có giá trị lớn nhất bằng M thì sẽ phải tồn tại x_0 để $y(x_0) = M$.

Câu 7.

Đáp số trắc nghiệm A.

Giải tự luận: Ta có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Viết lại hàm số dưới dạng:

$$y = x - 4 + \frac{8}{x+1}$$

Từ đó, ta nhận được kết luận:

- Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng vì $\lim_{x \rightarrow -1} y = \infty$.
- Đường thẳng $y = x - 4$ là tiệm cận xiên vì $\lim_{x \rightarrow \infty} [y - (x - 4)] = 0$.

Lựa chọn đáp án bằng trích lược tự luận: Ta có phép biến đổi hàm số:

$$y = x - 4 + \frac{8}{x+1} \Rightarrow y = x - 4 \text{ là tiệm cận xiên của đồ thị.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá 1: Ta lần lượt đánh giá:

- Hàm số xác định tại $x = 1$ nên không thể nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận, suy ra các đáp án C và D bị loại.
- Hàm phân thức $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ có tiệm cận xiên là $y = Ax + B$, với $A = \frac{a}{d} = 1$ nên đáp án B bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá 2: Với hàm phân thức $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$, ta lần lượt có:

- Tiệm cận xiên là $y = Ax + B$, với $A = \frac{a}{d} = 1$ nên các đáp án B và C bị loại.
- Tiệm cận đứng là $x = -\frac{e}{d} = -1$ nên đáp án D bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Nhận xét – Mở rộng: Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta thực hiện theo đúng phương pháp đã được học trong sách giáo khoa để tìm hai đường tiệm cận của hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng trích lược tự luận*, được hiểu là phép nháp nhanh để đạt được mục tiêu đề ra cho dạng câu hỏi này với mọi hàm phân thức $y = \frac{u(x)}{v(x)}$, cụ thể chúng ta thực hiện phép chia đa thức để chuyển hàm số về dạng:

$$y = f(x) + \frac{u_1(x)}{v(x)}, \text{ với } u_1(x) \text{ có bậc nhỏ hơn } v(x)$$

Khi đó, ta thấy ngay:

- $y = f(x)$ là một tiệm cận của đồ thị.
 - Các đường tiệm cận đứng là nghiệm (nếu có) của phương trình $v(x) = 0$.
- Phương pháp này luôn được ưu tiên lựa chọn vì nó giúp chỉ ra được đáp án đúng một cách nhanh nhất. Tuy nhiên, để tránh sai sót không đáng có, các em học sinh hãy thận trọng ở bước chia đa thức.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 1*, thì ở nhận xét đầu tiên chúng ta loại được các đáp án C và D bởi điểm $x = 1$ vẫn thuộc tập xác định của hàm số. Cuối cùng, bằng việc sử dụng công thức về phương trình đường tiệm cận xiên, chúng ta loại bỏ được đáp án B (ở đây chúng ta không sử dụng công thức về phương trình đường tiệm cận đứng bởi chúng giống nhau trong hai đáp án).
 - Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 2*, chúng ta sử dụng lần lượt công thức về hai đường tiệm cận của hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất để loại bỏ dần các đáp án.

Việc lựa chọn đáp án đúng bằng những phép thử khác nhau phụ thuộc rất nhiều vào cách cho các lựa chọn trắc nghiệm.

Câu 8.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận:* Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

- Đạo hàm:

$$y' = -\sin x, \quad y'' = -\cos x.$$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow -\cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \text{ vô số nghiệm.}$$

Vậy, đồ thị hàm số có vô số điểm uốn.

Câu 9.

Đáp số trắc nghiệm C.

✍ *Lời giải tự luận:* Trước tiên, ta có:

$$y' = 4ax^3 + 2bx.$$

Từ đồ thị ta lần lượt thấy:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$.
- $y(0) > 0 \Rightarrow c > 0$.
- Đồ thị hàm số có ba cực trị \Rightarrow Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Rightarrow -\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b > 0$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 10.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$y' = \frac{-3}{(x-1)^2}.$$

Giả sử $M(x; y)$ là tiếp điểm, khi đó:

$$y'(x) = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{-3}{(x-1)^2} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow (x-1)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -2 \\ x_B = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(-2; 1) \\ B(4; 3) \end{cases}.$$

Khi đó, phương trình đường thẳng (AB) được cho bởi:

$$(AB): \begin{cases} \text{qua } A(-2; 1) \\ \text{qua } B(4; 3) \end{cases} \Leftrightarrow (AB): \frac{x+2}{4+2} = \frac{y-1}{3-1} \Leftrightarrow (AB): x - 3y + 5 = 0.$$

☞ *Lời giải tự luận kết hợp phép thử:* Ta có:

$$y' = \frac{-3}{(x-1)^2}.$$

Giả sử $M(x; y)$ là tiếp điểm, khi đó:

$$y'(x) = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{-3}{(x-1)^2} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow (x-1)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -2 \\ x_B = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(-2; 1) \\ B(4; 3) \end{cases}.$$

Và tọa độ hai điểm A, B thỏa mãn phương trình trong B.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 11.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận 1:* Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 3x^2 + 1 = m \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0. \quad (1)$$

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1 - m$, ta có:

▪ Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

▪ Đạo hàm:

$$y' = 3x^2 - 6x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 2.$$

▪ Bảng biến thiên:

x	-∞	0	2	+∞
y'	+	0	-	0
y	-∞	↗ 1 - m	↘ -3 - m	↗ +∞

Từ đó, để đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt thì (1) có ba nghiệm phân biệt, tức là:

$$y_{CD} \cdot y_{CT} < 0 \Leftrightarrow (1 - m)(-3 - m) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1.$$

Vậy, với $-3 < m < 1$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

☞ *Lời giải tự luận 2:* Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$, ta có:

▪ Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

▪ Đạo hàm:

$$y' = 3x^2 - 6x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 2.$$

▪ Bảng biến thiên:

x	-∞	0	2	+∞
y'	+	0	-	0
y	-∞	↗ 1	↘ -3	↗ +∞

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt khi:

$$-3 < m < 1.$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá:* Để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt thì m phải nhận giá trị có dạng $y_{CT} < m < y_{CD}$ (dạng này chỉ có ở trong A).

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 3x^2 + 1 = m \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0. \quad (*)$$

Khi đó:

▪ Với $m = -1$, phương trình (*) có dạng:

$$x^3 - 3x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x^2 - 2x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

\Rightarrow Có ba giao điểm $\Rightarrow m = -1$ thỏa mãn \Rightarrow Các đáp án C và D bị loại.

- Với $m = 1$, phương trình (*) có dạng:

$$x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 3$$

\Rightarrow Có hai giao điểm $\Rightarrow m = 1$ không thỏa mãn \Rightarrow Đáp án B bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

📖 *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận 1*, chúng ta thực hiện theo các bước:

Bước 1: Thiết lập phương trình hoành độ giao điểm, ta được một phương trình bậc ba ($f(x) = 0$).

Bước 2: Đề phương trình có ba nghiệm phân biệt, tức đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt, điều kiện là đồ thị hàm số $y = f(x)$ có CĐ, CT và $y_{CĐ}, y_{CT} < 0$.

- Trong cách *giải tự luận 2*, chúng ta thực hiện theo các bước:

Bước 1: Lập bảng biến thiên của hàm số.

Bước 2: Đề đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt, điều kiện là $y_{CT} < m < y_{CĐ}$.

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá*, chúng ta sử dụng nhận định ở bước 2 của lời giải tự luận 2.

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử*, chúng ta lựa chọn các giá trị tương ứng của m để thực hiện các phép thử và qua mỗi phép thử chúng sẽ loại bỏ được các đáp sai.

Và các em học sinh nên kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS để nhanh chóng tìm ra được nghiệm cho phương trình bậc ba.

Câu 12.

Đáp số trắc nghiệm A.

📖 *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\sqrt[3]{\frac{b}{a}} \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{2}{3}}} = \sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{2}{3}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{2}{15}}, \text{ ứng với đáp án A.}$$

Câu 13.

Đáp số trắc nghiệm C.

📖 *Lời giải tự luận 1:* Ta có nhận xét dựa trên bất đẳng thức về trung bình cộng và trung bình nhân:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow \ln \frac{a+b}{2} \geq \ln \sqrt{ab} = \frac{1}{2} \ln(ab) = \frac{\ln a + \ln b}{2} \Leftrightarrow X \geq Y.$$

📖 *Lời giải tự luận 2:* Xét hiệu:

$$\begin{aligned} X - Y &= \ln \frac{a+b}{2} - \frac{\ln a + \ln b}{2} = \ln \frac{a+b}{2} - \frac{1}{2} \ln(ab) = \ln \frac{a+b}{2} - \ln \sqrt{ab} \\ &= \ln \frac{a+b}{2\sqrt{ab}} \geq \ln \frac{2\sqrt{ab}}{2\sqrt{ab}} = \ln 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow X \geq Y. \end{aligned}$$

📖 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt đánh giá:

- Với đáp án $a = b = e$, ta có:

$$X = \ln \frac{e+e}{2} = \ln e = 1 \text{ và } Y = \frac{\ln e + \ln e}{2} = 1 \Rightarrow X = Y \Rightarrow \text{Các đáp án A và B bị loại.}$$

- Với đáp án $a = 1$ và $b = e$, ta có:

$$X = \ln \frac{1+e}{2} \approx 0.6201 \text{ và } Y = \frac{\ln 1 + \ln e}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow X > Y \Rightarrow \text{Đáp án D bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 14.

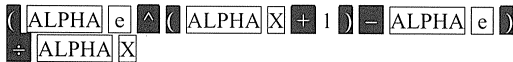
Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Ta biến đổi:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x+1} - e}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e(e^x - 1)}{x} = e \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = e, \text{ ứng với đáp án C.}$$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS: bằng cách thực hiện theo thứ tự:

- Nhập $\frac{e^{x+1} - e}{x}$ ta ấn:



- Khi đó, ta lần lượt với các giá trị $x = 1$ và $x = \frac{1}{8}$ bằng cách ấn:



Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Nhận xét – Mở rộng: Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta cần sử dụng phép biến đổi đại số (đặt nhân tử chung) để làm xuất hiện giới hạn cơ bản của hàm số mũ.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử sử dụng máy tính CASIO fx-570MS*, chúng ta thực hiện phép dự đoán giá trị giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ bằng cách thực hiện

theo hai bước:

Bước 1: Nhập hàm số $f(x)$ vào máy tính.

Bước 2: Sử dụng hàm CALC để tính:

- Giá trị của $f(x_0)$ nếu hàm số xác định tại điểm x_0 .
- Các giá trị của $f(x)$ với cho x xung quanh giá trị của x_0 nếu hàm số không xác định tại điểm x_0 .

Câu 15.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận 1: Ta lần lượt có:

- Miền xác định $D = (0; +\infty)$.
- Đạo hàm:

$$y' = 1 - \frac{2}{x}, \quad y' = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'			-	0	+
y		$+\infty$		$2 - 2\ln 2$	$+\infty$

Vậy, hàm số có một cực tiểu.

Lời giải tự luận 2: Ta lần lượt có:

- Miền xác định $D = (0; +\infty)$.
- Đạo hàm:

$$y' = 1 - \frac{2}{x}, \quad y' = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

$$y'' = \frac{2}{x^2} \Rightarrow y''(2) = \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow \text{Hàm số đạt cực tiểu tại } x = 2.$$

Vậy, hàm số có một cực tiểu.

Câu 16.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Điều kiện:

$$\begin{cases} x > -1 \\ y > 0 \end{cases}$$

Từ hệ suy ra:

$$\log_2(x+1) + x = \log_2 y + y - 1 \Leftrightarrow \log_2(x+1) + x + 1 = \log_2 y + y.$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$ là hàm đồng biến với $t > 0$, do đó phương trình có dạng:

$$f(x+1) = f(y) \Leftrightarrow x+1 = y.$$

Khi đó hệ được chuyển thành:

$$\begin{cases} y = x+1 \\ \log_2(x+1) = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x+1 \\ x+1 = 2^x \end{cases} \stackrel{\text{Bernoulli}}{\Leftrightarrow} \begin{cases} y = x+1 \\ \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 & \& y=1 \\ x=1 & \& y=2 \end{cases}$$

Vậy, hệ có hai cặp nghiệm $(0; 1)$ và $(1; 2)$.

Nhận xét – Mở rộng: Các phép thử thực hiện tương tự câu 16/Đề 2.

Câu 17.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Biến đổi tương đương bất phương trình về dạng:

$$-\log_2(x^2 - 5x + 6) \geq -1 \Leftrightarrow \log_2(x^2 - 5x + 6) \leq 1 \Leftrightarrow 0 < x^2 - 5x + 6 \leq 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 6 > 0 \\ x^2 - 5x + 6 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 6 > 0 \\ x^2 - 5x + 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x < 2 \\ 3 < x \leq 4 \end{cases}$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm là $[1; 2) \cup (3; 4]$.

Nhận xét – Mở rộng: Ta có:

- Lựa chọn phép thử thực hiện tương tự câu 17/Đề 1.
- Sử dụng máy tính Fx giải phương trình $\log_{0,5}(x^2 - 5x + 6) = -1$ rồi sử dụng tính đơn điệu của hàm số để kết luận về tập nghiệm.

Câu 18.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Đặt $t = 2^x$, điều kiện $t > 0$, phương trình được viết lại dưới dạng:

$$t + \frac{2}{t} - 3 < 0 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < t < 2 \Leftrightarrow 1 < 2^x < 2 \Leftrightarrow 0 < x < 1.$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm là $0 < x < 1$.

Nhận xét – Mở rộng: Lựa chọn phép thử thực hiện tương tự câu 17/Đề 1.

Câu 19.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Biến đổi phương trình về dạng:

$$3 \cdot 3^x + 9 \cdot 3^x + 27 \cdot 3^x = 9 \cdot 5^x + 5 \cdot 5^x + 25 \cdot 5^x \Leftrightarrow 39 \cdot 3^x = 39 \cdot 5^x \Leftrightarrow 3^x = 5^x \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \{0\}$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = 1$ thay vào phương trình ta thấy:
 $9 + 27 + 81 = 45 + 25 + 125 \Leftrightarrow 765 = 195$, mâu thuẫn \Rightarrow Đáp án A bị loại.
- Với $x = 0$ thay vào phương trình ta thấy:
 $3 + 9 + 27 = 9 + 5 + 25 \Leftrightarrow 39 = 39$, thỏa mãn.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái) – Bạn đọc tự thực hiện.*

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS: Bạn đọc tự thực hiện.*

Câu 20.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Biến đổi tương đương phương trình về dạng:

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ 6x^3 - 7x + 1 = x^2 - 3x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \\ 6x^3 - x^2 - 4x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \\ (x-1)(6x^2 + 5x + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \\ x = 1, x = -\frac{1}{2}, x = -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}; x = -\frac{1}{3}$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \left\{ -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3} \right\}$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép trích lược tự luận:* Ta cần có điều kiện tối thiểu:

$$6x^3 - 7x + 1 > 0. \quad (*)$$

- Với $x = \frac{1}{2}$, điều kiện (*) có dạng:

$$6 \cdot \frac{1}{8} - 7 \cdot \frac{1}{2} + 1 > 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{4} > 0, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow \text{Các đáp án A và B bị loại.}$$

- Với $x = \frac{1}{3}$, điều kiện (*) có dạng:

$$6 \cdot \frac{1}{27} - 7 \cdot \frac{1}{3} + 1 > 0 \Leftrightarrow -\frac{10}{9} > 0, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow \text{Đáp án C bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải):* Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = \frac{1}{2}$ thay vào phương trình ta thấy:

$$\log_3 \left(6 \cdot \frac{1}{8} - 7 \cdot \frac{1}{2} + 1 \right) = \log_3 \left(\frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 2 \right) \Leftrightarrow \log_3 \left(-\frac{7}{4} \right) = \log_3 \frac{3}{4}, \text{ vi phạm}$$

\Rightarrow Các đáp án A và B bị loại.

- Với $x = \frac{1}{3}$ thay vào phương trình ta thấy:

$$\log_3 \left(6 \cdot \frac{1}{27} - 7 \cdot \frac{1}{3} + 1 \right) = \log_3 \left(\frac{1}{9} - 3 \cdot \frac{1}{3} + 2 \right) \Leftrightarrow \log_3 \left(-\frac{10}{9} \right) = \log_3 \frac{10}{9}, \text{ vi phạm}$$

\Rightarrow Đáp án C bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2* (từ phải qua trái): Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = -\frac{1}{3}$ thay vào phương trình ta thấy:

$$\log_3 \left(-6 \cdot \frac{1}{27} + 7 \cdot \frac{1}{3} + 1 \right) = \log_3 \left(\frac{1}{9} + 3 \cdot \frac{1}{3} + 2 \right) \Leftrightarrow \log_3 \frac{28}{9} = \log_3 \frac{28}{9}, \text{ đúng}$$

$\Rightarrow x = -\frac{1}{3}$ là nghiệm của phương trình \Rightarrow Các đáp án A và C bị loại.

- Với $x = -\frac{1}{2}$ thay vào phương trình ta thấy:

$$\log_3 \left(-6 \cdot \frac{1}{8} + 7 \cdot \frac{1}{2} + 1 \right) = \log_3 \left(\frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{2} + 2 \right) \Leftrightarrow \log_3 \frac{15}{4} = \log_3 \frac{15}{4}, \text{ đúng}$$

$\Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ là nghiệm của phương trình \Rightarrow Đáp án B bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS*: Bạn đọc tự thực hiện.

☝ *Nhận xét - Mở rộng*: Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta sử dụng phương pháp biến đổi tương đương để giải, cụ thể:

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x) > 0.$$

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép trích lược tự luận*, chúng ta sử dụng điều kiện có nghĩa của hàm số logarit kiểm tra các nghiệm.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 1, 2*, chúng ta lần lượt với các giá trị từ trái qua phải và từ phải qua trái cùng với lưu ý sự tồn tại của chúng trong các đáp án khác.

Câu 21.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận*: Biến đổi phương trình về dạng:

$$3 \cdot 3^x + 3 \cdot 3^{-x} = 10.$$

Đặt $t = 3^x$, ($t > 0$), phương trình có dạng:

$$3t + \frac{3}{t} = 10 \Leftrightarrow 3t^2 - 10t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{3} \\ t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = \frac{1}{3} \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Vậy, phương trình có tập nghiệm là $T = \{-1\}$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử*: Ta lần lượt đánh giá:

- Với $x = -1$ thay vào phương trình ta thấy:

$$1 + 9 = 10 \Leftrightarrow 10 = 10, \text{ đúng} \Rightarrow x = -1 \text{ là nghiệm của phương trình}$$

\Rightarrow Các đáp án B và D bị loại.

- Với $x = 0$ thay vào phương trình ta thấy:

$$3 + 3 = 10 \Leftrightarrow 6 = 10, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp tự luận và máy tính CASIO fx - 570MS*: bằng cách thực hiện theo thứ tự:

- Nhập $3^{1-x} + 3^{1-x} - 10$ ta ấn:

$$3 \wedge (1 + \text{ALPHA} \times) + 3 \wedge (1 - \text{ALPHA} \times) - 10$$

- Khi đó, ta thử với các giá trị $x = -1$ và $x = 0$:

$$\text{CALC } 0 = \boxed{} \quad \boxed{}$$

$\Rightarrow x = -1$ là nghiệm của phương trình \Rightarrow Các đáp án B và D bị loại.

$$\text{CALC } 0 = \boxed{} \quad \boxed{-4}$$

\Rightarrow Đáp án A bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 22.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Với hàm số $y = \frac{1}{\cos^2 x}$ thì:

$$F(x) = \tan x + C.$$

Khi đó, để đồ thị của hàm số $y = F(x)$ đi qua điểm $M\left(\frac{\pi}{6}; 0\right)$ điều kiện là:

$$0 = \tan \frac{\pi}{6} + C \Leftrightarrow C = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow F(x) = \tan x - \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ ứng với đáp án D.}$$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1: Ta lần lượt đánh giá:

- Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{\cos^2 x}$ có dạng $F(x) = \tan x + C$ nên các đáp án A và B bị loại.

- Vì $\tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ nên đáp án C bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2: Ta lần lượt đánh giá:

- Vì $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ nên các đáp án A và B bị loại.
- Với $x = \frac{\pi}{6}$ thì $-\frac{\sqrt{3}}{3} + \tan \frac{\pi}{6} = 0$ nên đáp án D là đúng.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2: Ta lần lượt đánh giá:

- Vì $\tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ nên các đáp án A và C bị loại bởi nó không đi qua M.
- Với hàm số trong B thì:

$$f(x) = F'(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}, \text{ không thỏa mãn } \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Nhận xét – Mở rộng: Như vậy, để lựa chọn được đáp án đúng cho bài toán trên thì:

- Trong cách *giải tự luận*, chúng ta thực hiện tương tự bài 1.
- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 1*, chúng ta loại trừ dần bằng việc thực hiện theo hai bước:

Bước 1: Sử dụng bảng nguyên hàm cơ bản, chúng ta loại bỏ được các đáp án A và B bởi nó không có dạng $-\tan x$.

Bước 2: Tính giá trị của $\tan x$ tại $x = \frac{\pi}{6}$, để loại bỏ được đáp án C.

- Trong cách *lựa chọn đáp án bằng phép thử 2*, chúng ta loại trừ dần bằng việc thực hiện theo hai bước:

Bước 1: Sử dụng định nghĩa nguyên hàm, chúng ta loại bỏ được các đáp án A và B.

Bước 2: Thử tại $x = \frac{\pi}{6}$ cho đáp án D, để khẳng định được đáp án D là đúng đắn.

- Trong cách lựa chọn đáp án bằng phép thử 3, chúng ta thực hiện phép thử theo các đáp án.

Câu 23.

Đáp số trắc nghiệm C.

↳ Lời giải tự luận: Đặt:

$$\begin{cases} u = x \\ dv = e^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

Khi đó:

$$\int f(x)dx = x \cdot e^x - \int e^x dx = x \cdot e^x - e^x + C, \text{ ứng với đáp án C.}$$

↳ Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt đánh giá:

- Với $F(x)$ trong đáp án A thì:
 $f(x) = F'(x) = e^x + x \cdot e^x \Rightarrow$ Các đáp án A và D bị loại.
- Với $F(x)$ trong đáp án B thì:
 $f(x) = F'(x) = e^x + x \cdot e^x + e^x = 2e^x + x \cdot e^x \Rightarrow$ Đáp án B bị loại.

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 24.

Đáp số trắc nghiệm D.

↳ Lời giải tự luận: Ta có:

$$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \left(\sin x - \frac{4}{\sin^2 x} \right) dx = (-\cos x + 4\cot x) \Big|_{-\pi/4}^{\pi/4} = 8, \text{ ứng với đáp án D.}$$

↳ Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS, thực hiện theo thứ tự:

MODE 1
 MODE MODE MODE MODE 2 (Thiết lập đơn vị đo rad)
 [dx] ([sin] ALPHA X) 4 ÷ ([sin] ALPHA X) X² =
 () [SHIFT] π a^{b/c} 4 , [SHIFT] π a^{b/c} 4) = 8

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Câu 25.

Đáp số trắc nghiệm C.

↳ Lời giải tự luận: Vì qua $x = 0$ hàm số $y = x$ đổi dấu từ – sang + nên:

$$\int_{-1}^2 |x| dx = \int_{-1}^0 |x| dx + \int_0^2 |x| dx = -\int_{-1}^0 x \cdot dx + \int_0^2 x \cdot dx = -\frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^0 + \frac{x^2}{2} \Big|_0^2 = \frac{5}{2},$$

ứng với đáp án C.

↳ Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS: bằng cách thực hiện theo thứ tự:

MODE 1
 [dx] [] ([ALPHA] X) X²) , () 1 2) = 2.5

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 26.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\int_0^1 \left(e^{2x} + \frac{3}{x+1} \right) dx = \left(\frac{1}{2} e^{2x} + 3 \ln |x+1| \right) \Big|_0^1 = \frac{e^2}{2} + 3 \ln 2 - \frac{1}{2}, \text{ ứng với đáp án B.}$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS:* Bạn đọc tự thực hiện.

Câu 27.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Gọi S là diện tích cần xác định, ta có:

$$S = \int_{-1}^2 |x^2 - 2x| dx$$

Ta đi xét dấu hàm số $f(x) = x^2 - 2x$ trên $[-1; 2]$, được:

x	-1	0	2
y'	+	0	-
		+	0

Khi đó:

$$S = \int_{-1}^0 (x^2 - 2x) dx + \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left(\frac{1}{3} x^3 - x^2 \right) \Big|_{-1}^0 + \left(x^2 - \frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_0^2 = \frac{8}{3} \text{ (đvdt)}$$

☞ *Nhận xét - Mở rộng:* Sử dụng máy tính để nhận được giá trị gần đúng của tích phân rồi so sánh với các đáp án.

Câu 28.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:*

a. Ta có đạo hàm:

$$y' = 2x - 2.$$

Phương trình tiếp tuyến của parabol tại điểm M có dạng:

$$(d): y = y'(3)(x - 3) + 5 \Leftrightarrow (d): y = (2 \cdot 3 - 2)(x - 3) + 5 \Leftrightarrow (d): y = 4x - 7.$$

Khi đó:

$$S = \int_0^3 [(x^2 - 2x + 2) - (4x - 7)] dx = \int_0^3 (x^2 - 6x + 9) dx = \left(\frac{1}{3} x^3 - 3x^2 + 9x \right) \Big|_0^3 = 9.$$

☞ *Nhận xét - Mở rộng:* Sử dụng máy tính để nhận được giá trị gần đúng của tích phân rồi so sánh với các đáp án.

Câu 29.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$|z| = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}, \text{ ứng với đáp án B.}$$

Câu 30.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$(\sqrt{2} + 3i)^2 = 2 + 6i\sqrt{2} + 9i^2 = -7 + 6\sqrt{2}i, \text{ ứng với đáp án A.}$$

Câu 31.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Với số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta có:

$$\frac{z - \bar{z}}{z^3 + (\bar{z})^3} = \frac{(a + bi) - (a - bi)}{(a + bi)^3 + (a - bi)^3} = \frac{2bi}{2(a^3 - 3ab^2)} = \frac{b}{a^3 - 3ab^2} i.$$

Vậy, số đã cho là một số ảo.

Câu 32.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Giả sử số $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của $-i$, tức là ta có:

$$-i = (x + yi)^2 = x^2 - y^2 + 2xyi \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm y \\ 2xy = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Vậy, số $-i$ có hai căn bậc hai là $\pm \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i)$.

Câu 33.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận:* Phương trình có:

$$\Delta = (1 - 3i)^2 + 8(1 + i) = -8 - 6i + 8 + 8i = 2i.$$

Giả sử số $\delta = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của $\Delta = 2i$, tức là ta có:

$$2i = (x + yi)^2 = x^2 - y^2 + 2xyi \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm y \\ xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 1 \\ x = y = -1 \end{cases}$$

Tức là, biệt số Δ có hai căn bậc hai là $\pm(1 + i)$.

Nên phương trình đó có hai nghiệm phân biệt là:

$$z_1 = \frac{3i - 1 + (1 + i)}{2} = 2i; \quad z_2 = \frac{3i - 1 - (1 + i)}{2} = -1 + i.$$

Câu 34.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận:* Với hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn điều kiện đề bài, ta có:

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 4 - i \\ z_1 \cdot z_2 = 5(1 - i) \end{cases}$$

suy ra z_1, z_2 là nghiệm của phương trình:

$$z^2 - (4 - i)z + 5(1 - i) = 0$$

phương trình có $\Delta = (4 - i)^2 - 20(1 - i) = -5 + 12i$.

Giả sử số $\delta = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của $\Delta = -5 + 12i$, tức là ta có:

$$-5 + 12i = (x + yi)^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{6}{x} \\ x^2 - \left(\frac{6}{x}\right)^2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{6}{x} \\ x^4 + 5x^2 - 36 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{6}{x} \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ và } y = 3 \\ x = -2 \text{ và } y = -3 \end{cases}$$

Tức là, biệt số Δ có hai căn bậc hai là $\pm(2 + 3i)$.

Nên phương trình đó có hai nghiệm phân biệt là:

$$z_1 = \frac{4 - i + (2 + 3i)}{2} = 3 + i; \quad z_2 = \frac{4 - i - (2 + 3i)}{2} = 1 - 2i.$$

Câu 35.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Giả sử (d) và (d') cắt nhau tại I, suy ra mặt phẳng đối xứng (P) phải đi qua I.

Với điểm $M \in (d)$ ta có:

$$D_{(P)}(M) = M' \in (d')$$

$\Rightarrow (P)$ là mặt phẳng trung trực của MM'

$\Rightarrow \Delta IMM'$ là tam giác cân $\Rightarrow IH$ là tia phân giác của $\widehat{MIM'}$

Tức (P) là mặt phẳng qua I, vuông góc với mặt phẳng ((d), (d')) và chứa tia phân giác của góc tạo bởi (d) và (d') (có hai tia phân giác).

Vậy, có đúng hai phép đối xứng qua mặt phẳng biến (d) thành (d').

Câu 36.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Với giả thiết ta có hai trường hợp là:

$O \in ((d), (d'))$ hoặc $O \notin ((d), (d'))$.

Trường hợp 1: Nếu $O \in ((d), (d'))$, với $M \in (d)$ ta có:

$$V_O^k(M) = M' \in (d') \Rightarrow \overline{OM'} = k \overline{OM}.$$

Gọi H, H' theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của O lên (d) và (d'), suy ra:

$$\overline{OH'} = k \overline{OH} \Rightarrow k \text{ không đổi.}$$

Vậy, trong trường hợp này có đúng một phép vị tự tâm O biến (d) thành (d').

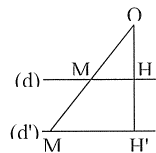
Trường hợp 2: Nếu $O \notin ((d), (d'))$ thì không có phép vị tự tâm O nào biến (d) thành (d'), bởi nếu trái lại với $M \in (d)$ ta có:

$$V_O^k(M) = M' \in (d') \Rightarrow \overline{OM'} = k \overline{OM} \Rightarrow O, M, M' \text{ thẳng hàng}$$

$\Rightarrow O \in ((d), (d'))$, mâu thuẫn.

Vậy, trong trường hợp này không có phép vị tự tâm O nào biến (d) thành (d').

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.



Câu 37.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Gọi a là cạnh của hình lập phương, ta có:

$$6a^2 = 96 \Leftrightarrow a^2 = 16 \Leftrightarrow a = 4.$$

Khi đó, thể tích của khối lập phương đó là:

$$V = a^3 = 4^3 = 64, \text{ ứng với đáp án A.}$$

Câu 38.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Gọi a là độ dài cạnh của hình lập phương và V, V' theo thứ tự là thể tích của hình lập phương ban đầu, hình khi tăng.

Ta có:

$$98 = V' - V = (a + 2)^3 - a^3 = 6a^2 + 12a + 8$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 2a - 15 = 0 \Leftrightarrow a \stackrel{a > 0}{=} 3 \text{ cm, ứng với đáp án D.}$$

Câu 39.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận 1: Ta lần lượt nhận xét:

- Hình lăng trụ xiên tam giác ABC.A'B'C' (có đáy là đa giác nội tiếp) nhưng không thể nội tiếp một mặt cầu, suy ra mệnh đề trong A là sai.

- Hình lăng trụ đứng tứ giác ABCD.A'B'C'D' (có đáy là hình thang vuông) nhưng không thể nội tiếp một mặt cầu, suy ra mệnh đề trong C là sai.
- Đa diện hình 1/trang 4 (sách giáo khoa) có các mặt đều là hình chữ nhật nhưng không thể có mặt cầu ngoại tiếp, suy ra mệnh đề trong D là sai.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Lời giải tự luận 2: Xét hình lăng trụ có tất cả các mặt của nó là đa giác nội tiếp, suy ra các mặt bên của nó là hình chữ nhật. Do đó, lăng trụ này có mặt cầu ngoại tiếp với tâm là giao điểm của trục đường tròn đáy và mặt phẳng trung trực một cạnh bên.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Câu 40.

Đáp số trắc nghiệm A.

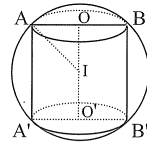
Lời giải tự luận: Gọi I là trung điểm của OO'.

Khi đó, khối cầu ngoại tiếp khối trụ có tâm I và bán kính là:

$$R = IA = \sqrt{OA^2 + OI^2} = \sqrt{OA^2 + \left(\frac{OO'}{2}\right)^2} = \sqrt{3a^2 + 3a^2} = a\sqrt{6}.$$

Do đó, ta được:

$$V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(a\sqrt{6})^3 = 8\pi a^3\sqrt{6}, \text{ ứng với đáp án A.}$$



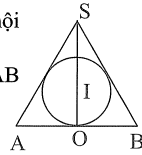
Câu 41.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Với hình nón đỉnh S đường kính đáy AB, ta suy ra:

- (SAB) cắt mặt cầu với thiết diện là đường tròn lớn và là đường tròn nội tiếp ΔSAB.
- ΔSAB là tam giác đều nên tâm I của mặt cầu chính là trọng tâm ΔSAB (có cạnh bằng l) và bán kính:

$$r = \frac{1}{3}SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}l = \frac{\sqrt{3}}{6}l, \text{ ứng với đáp án B.}$$



Câu 42.

Đáp số trắc nghiệm D.

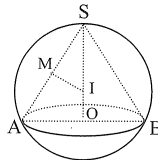
Lời giải tự luận: Gọi M là trung điểm SA và trong mặt phẳng (SAO) dựng Mx vuông góc với SA cắt SO tại I.

Trong ΔSMI, ta có:

$$OA = \frac{1}{2}SA \Rightarrow \widehat{OSA} = 30^\circ.$$

Khi đó, hình cầu ngoại tiếp hình có tâm I và bán kính là:

$$R = SI = \frac{SM}{\cos \angle ISM} = \frac{SA}{2 \cos 30^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \text{ ứng với đáp án D.}$$



Câu 43.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận:

Ta có:

$$\vec{u} = 2\vec{u}_1 - 5\vec{u}_2 = 2(-1; -3; 6) - 5(2; 1; -5) = (-12; -11; 37).$$

Vậy, ta có $\vec{u}(-12; -11; 37)$.

⚡ Nhận xét - Mở rộng: Với những biểu thức chứa ba vector, để đảm bảo tính chính xác, các em học sinh hãy kiểm tra kết quả bằng máy tính CASIO fx-570MS.

Câu 44.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Ta có:

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \frac{a}{2} - \frac{3b}{4} + \frac{3c}{4} = 0 \Leftrightarrow 2a - 3b + 3c = 0 \Rightarrow \text{Ứng với đáp án D.}$$

Câu 45.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Ta có:

$$\overline{AB}(4; 0 - 3) \text{ và } \overline{AC}(6; 8; 0),$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\overline{AB}, \overline{AC}]| = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 8 & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 0 & 6 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 6 & 8 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} |(24; -18; 32)|$$

$$= \sqrt{481} \text{ (dvdt), ứng với đáp án A.}$$

Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: Ta có:

$$\overline{AB}(4; 0 - 3) \text{ và } \overline{AC}(6; 8; 0),$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\overline{AB}, \overline{AC}]| = \frac{1}{2} |(24; -18; 32)| = \sqrt{481} \text{ (dvdt),}$$

bằng cách ấn:

The image shows a sequence of calculator button presses: MODE, MODE, MODE, 3, SHIFT, VCT, 1, 1, 3, =, 4, 0, =, (-), 3, =, SHIFT, VCT, 1, 2, 3, =, 6, 8, =, 0, =, SHIFT, VCT, 3, 1, *, SHIFT, VCT, 3, 2, =, followed by two right arrow keys. Below this, the buttons SHIFT, Abs, SHIFT, VCT, 3, 4, =, and 2, = are shown. To the right, a digital display shows the following values: 24, -18, 32, 43.8634, and 21.9317.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 46.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận 1: Mặt cầu (S) có tâm I ∈ Ox, có dạng:

$$(S): (x - a)^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Vì A, B ∈ (S) nên ta có hệ:

$$\begin{cases} (1-a)^2 + 3^2 + 2^2 = R^2 \\ (3-a)^2 + 5^2 = R^2 \end{cases} \Rightarrow a = 5 \text{ và } R^2 = 29.$$

Vậy, phương trình mặt cầu (S) có dạng:

$$(S): (x - 5)^2 + y^2 + z^2 = 29.$$

Lời giải tự luận 2: Mặt cầu (S) có tâm I(a; 0; 0) và vì nó đi qua A và B nên:

$$IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (1 - a)^2 + 3^2 + 2^2 = (3 - a)^2 + 5^2 \Leftrightarrow a = 5.$$

Vậy, ta có:

$$(S): \begin{cases} \text{Tâm I} \\ \text{Đi qua A} \end{cases} \Leftrightarrow (S): \begin{cases} \text{Tâm I}(5; 0; 0) \\ R = IA = \sqrt{29} \end{cases} \Leftrightarrow (S): (x - 5)^2 + y^2 + z^2 = 29.$$

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải): Ta lần lượt đánh giá:

- Với mặt cầu trong đáp án A, có tâm I(0; 2; 0) ∉ Ox nên đáp án A bị loại.
- Với mặt cầu trong đáp án B có tâm thuộc Ox, ta thay tọa độ điểm A, B vào và nhận thấy:

$$(1 + 2)^2 + 3^2 + 2^2 = 22 \Leftrightarrow 22 = 22, \text{ đúng.}$$

$$(3 + 2)^2 + 5^2 = 22 \Leftrightarrow 50 = 22, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow \text{Đáp án B bị loại.}$$

- Với mặt cầu trong đáp án C có tâm thuộc Ox, ta thay tọa độ điểm A, B vào và nhận thấy:

$$(1 - 5)^2 + 3^2 + 2^2 = 29 \Leftrightarrow 29 = 29, \text{ đúng.}$$

$$(3 - 5)^2 + 5^2 = 29 \Leftrightarrow 29 = 29, \text{ đúng.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái): Ta lần lượt đánh giá:

- Với mặt cầu trong đáp án D có tâm thuộc Ox, ta thay tọa độ điểm A, B vào và nhận thấy:

$$(1 - 5)^2 + 3^2 + 2^2 = 5 \Leftrightarrow 29 = 5, \text{ mâu thuẫn} \Rightarrow \text{Đáp án D bị loại.}$$

- Với mặt cầu trong đáp án C có tâm thuộc Ox, ta thay tọa độ điểm A, B vào và nhận thấy:

$$(1 - 5)^2 + 3^2 + 2^2 = 29 \Leftrightarrow 29 = 29, \text{ đúng.}$$

$$(3 - 5)^2 + 5^2 = 29 \Leftrightarrow 29 = 29, \text{ đúng.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

Câu 47.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Vì M, N, P theo thứ tự thuộc các trục Ox, Oy, Oz nên phương trình mặt phẳng (MNP) có dạng:

$$(MNP): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow (MNP): 6x + 3y + 2z - 6 = 0, \text{ ứng với đáp án A.}$$

Nhận xét - Mở rộng: Ngoài cách giải trên, chúng ta đều biết rằng còn có thể thực hiện bài toán trên theo các cách sau:

- Lời giải tự luận 1;
- Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS;
- Lời giải tự luận 2;
- Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1: (Từ trái qua phải);
- Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2: (Từ phải qua trái).

Câu 48.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Biến đổi phương trình tham số của đường thẳng về dạng:

$$(d): \begin{cases} x = -2 - t \\ y = 1 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{vtcp } \vec{a}(-3; -1; 0), \text{ ứng với đáp án B.}$$

Câu 49.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 1 (từ trái qua phải): Ta lần lượt đánh giá:

- Với điểm cho bởi đáp án A, ta có:

$$\frac{2-1}{3} = \frac{-1+3}{2} = \frac{5-1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = 1 = 1, \text{ vô nghiệm} \Rightarrow \text{Đáp án A bị loại.}$$

- Với điểm cho bởi đáp án B, ta có:

$$\frac{4-1}{3} = \frac{-1+3}{2} = \frac{5-1}{4} \Leftrightarrow 1 = 1 = 1, \text{ thỏa mãn.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử 2 (từ phải qua trái): Bạn đọc tự thực hiện.

Câu 50.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận 1: Đường thẳng (d) có vtcp $\vec{a}(1; 2; 1)$.

Giả sử $H(x; y; z)$, vì thuộc (d) nên:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 2 \\ z = x + 1 \end{cases} \quad (I)$$

Từ điều kiện:

$$AH \perp (d) \Leftrightarrow \overline{AH} \perp \vec{a} \Leftrightarrow \overline{AH} \cdot \vec{a} = 0 \Leftrightarrow x - 2 + 2y + z - 1 = 0 \Leftrightarrow x + 2y + z - 3 = 0. \quad (1)$$

Giải hệ phương trình tạo bởi (I) và (1), ta được $H(1; 0; 2)$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Lời giải tự luận 2: Đường thẳng (d) có vtcp $\vec{a}(1; 2; 1)$ và có dạng tham số:

$$(d): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Vì H thuộc (d) nên:

$$H(1 + t; 2t; 2 + t) \Rightarrow \overline{AH}(t - 1; 2t; 1 + t),$$

$$AH \perp (d) \Leftrightarrow \overline{AH} \perp \vec{a} \Leftrightarrow \overline{AH} \cdot \vec{a} = 0$$

$$\Leftrightarrow t - 1 + 4t + 1 + t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow H(1; 0; 2), \text{ ứng với đáp án A.}$$

Lời giải tự luận 3: Gọi (R) là mặt phẳng thỏa mãn:

$$(R): \begin{cases} \text{qua A} \\ (R) \perp (d) \end{cases} \Leftrightarrow (R): \begin{cases} \text{Qua } A(2; 0; 1) \\ \text{vtpt } \vec{n}(1; 2; 1) \end{cases} \Leftrightarrow (R): x + 2y + z - 3 = 0.$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng (d), suy ra H là giao điểm của (d) với (R). Do đó, tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1} \\ x + 2y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 2 \\ z = x + 1 \\ x + 2y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow H(1; 0; 2), \text{ ứng với đáp án A.}$$

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017

Môn: TOÁN

ĐỀ MINH HỌA

(Đề gồm có 08 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

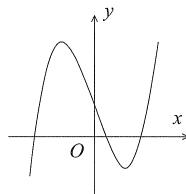
Câu 1. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

A. $y = -x^2 + x - 1.$

B. $y = -x^3 + 3x + 1.$

C. $y = x^4 - x^2 + 1.$

D. $y = x^3 - 3x + 1.$



Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

Câu 3. Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào ?

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right).$

B. $(0; +\infty).$

C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right).$

D. $(-\infty; 0).$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên :

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	\parallel	$-$	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 5. Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

A. $y_{CD} = 4.$

B. $y_{CD} = 1.$

C. $y_{CD} = 0.$

D. $y_{CD} = -1.$

Câu 6. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

- A. $\min_{[2; 4]} y = 6$. B. $\min_{[2; 4]} y = -2$. C. $\min_{[2; 4]} y = -3$. D. $\min_{[2; 4]} y = \frac{19}{3}$.

Câu 7. Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

- A. $y_0 = 4$. B. $y_0 = 0$. C. $y_0 = 2$. D. $y_0 = -1$.

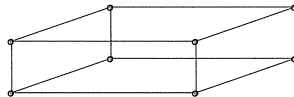
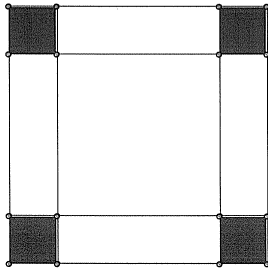
Câu 8. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

- A. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. D. $m = 1$.

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x + 1}{\sqrt{mx^2 + 1}}$ có hai tiệm cận ngang.

- A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.
B. $m < 0$. C. $m = 0$. D. $m > 0$.

Câu 10. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



- A. $x = 6$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng

biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$. B. $m \leq 0$. C. $1 \leq m < 2$. D. $m \geq 2$.

Câu 12. Giải phương trình $\log_4(x - 1) = 3$.

- A. $x = 63$. B. $x = 65$. C. $x = 80$. D. $x = 82$.

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$.

- A. $y' = x.13^{x-1}$. B. $y' = 13^x.\ln 13$. C. $y' = 13^x$. D. $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$.

Câu 14. Giải bất phương trình $\log_2(3x - 1) > 3$.

- A. $x > 3$. B. $\frac{1}{3} < x < 3$. C. $x < 3$. D. $x > \frac{10}{3}$.

Câu 15. Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = [-1; 3]$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-1; 3)$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai ?

- A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0$.
B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0$.
C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \log_7 2 + x^2 < 0$.
D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x \log_2 7 < 0$.

Câu 17. Cho các số thực dương a, b , với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$. B. $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b$.
C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$. D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$.

- A. $y' = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$. B. $y' = \frac{1 + 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$.
C. $y' = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$. D. $y' = \frac{1 + 2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$.

Câu 19. Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

- A. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}$. B. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$.
C. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$. D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$.

Câu 20. Cho hai số thực a và b , với $1 < a < b$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng ?

- A. $\log_a b < 1 < \log_b a$. B. $1 < \log_a b < \log_b a$.
C. $\log_b a < \log_a b < 1$. D. $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Câu 21. Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách : Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu ? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

- A. $m = \frac{100 \cdot (1,01)^3}{3}$ (triệu đồng). B. $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng).
 C. $m = \frac{100 \times 1,03}{3}$ (triệu đồng). D. $m = \frac{120 \cdot (1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng).

Câu 22. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

- A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.
 C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$. D. $V = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 23. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.
 C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C$.

Câu 24. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét ?

- A. 0,2m. B. 2m. C. 10m. D. 20m.

Câu 25. Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx$.

- A. $I = -\frac{1}{4}\pi^4$. B. $I = -\pi^4$. C. $I = 0$. D. $I = -\frac{1}{4}$.

Câu 26. Tính tích phân $I = \int_1^e x \ln x dx$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = \frac{e^2 - 2}{2}$. C. $I = \frac{e^2 + 1}{4}$. D. $I = \frac{e^2 - 1}{4}$.

Câu 27. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

- A. $\frac{37}{12}$. B. $\frac{9}{4}$. C. $\frac{81}{12}$. D. 13.

Câu 28. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

- A. $V = 4 - 2e$. B. $V = (4 - 2e)\pi$. C. $V = e^2 - 5$. D. $V = (e^2 - 5)\pi$.

Câu 29. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} .

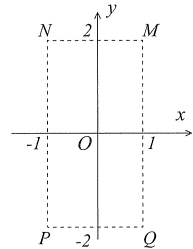
- A. Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng $-2i$.
 B. Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng -2 .
 C. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i$.
 D. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2 .

Câu 30. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.

- A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$. B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. C. $|z_1 + z_2| = 1$. D. $|z_1 + z_2| = 5$.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 3-i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?

- A. Điểm P . B. Điểm Q . C. Điểm M . D. Điểm N .



Câu 32. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

- A. $w = 7 - 3i$. B. $w = -3 - 3i$. C. $w = 3 + 7i$. D. $w = -7 - 7i$.

Câu 33. Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A. $T = 4$. B. $T = 2\sqrt{3}$. C. $T = 4 + 2\sqrt{3}$. D. $T = 2 + 2\sqrt{3}$.

Câu 34. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3 + 4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 4$. B. $r = 5$. C. $r = 20$. D. $r = 22$.

Câu 35. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $V = 3\sqrt{3}a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. C. $V = \sqrt{2}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a, AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V = \frac{7}{2}a^3$. B. $V = 14a^3$. C. $V = \frac{28}{3}a^3$. D. $V = 7a^3$.

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD).

A. $h = \frac{2}{3}a$. B. $h = \frac{4}{3}a$. C. $h = \frac{8}{3}a$. D. $h = \frac{3}{4}a$.

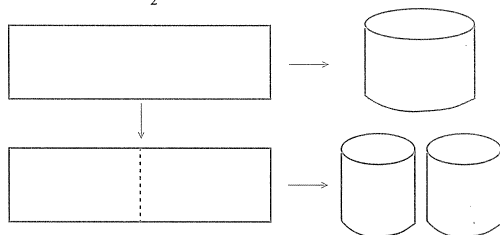
Câu 39. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại $A, AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

A. $l = a$. B. $l = \sqrt{2}a$. C. $l = \sqrt{3}a$. D. $l = 2a$.

Câu 40. Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50\text{cm} \times 240\text{cm}$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50cm , theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây) :

- Cách 1 : Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2 : Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = 1$. C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$.

Câu 41. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_p của hình trụ đó.

A. $S_p = 4\pi$. B. $S_p = 2\pi$. C. $S_p = 6\pi$. D. $S_p = 10\pi$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. B. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. D. $V = \frac{5\pi}{3}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 3x - z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$. B. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$. C. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$. D. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$$(S) : (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9.$$

Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

- A. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$. B. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.
C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$. D. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- A. $d = \frac{5}{9}$. B. $d = \frac{5}{29}$. C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình :

$$\frac{x - 10}{5} = \frac{y - 2}{1} = \frac{z + 2}{1}.$$

Xét mặt phẳng $(P) : 10x + 2y + mz + 11 = 0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ .

- A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = -52$. D. $m = 52$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

- A. $x + y + 2z - 3 = 0$. B. $x + y + 2z - 6 = 0$.
C. $x + 3y + 4z - 7 = 0$. D. $x + 3y + 4z - 26 = 0$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P) : 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

- A. $(S) : (x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 8$.
B. $(S) : (x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 10$.
C. $(S) : (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 8$.
D. $(S) : (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 10$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng d có phương trình : $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

A. $\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

C. $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.

D. $\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(0; -1; 1)$, $C(2; 1; -1)$ và $D(3; 1; 4)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó ?

A. 1 mặt phẳng.

B. 4 mặt phẳng.

C. 7 mặt phẳng.

D. Có vô số mặt phẳng.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN ĐỀ MINH HỌA CỦA BỘ GD&ĐT 2017

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. B	4. D	5. A	6. A	7. C	8. B	9. D	10. C
11. A	12. B	13. B	14. A	15. C	16. D	17. D	18. A	19. C	20. D
21. B	22. A	23. B	24. C	25. C	26. C	27. A	28. D	29. D	30. A
31. B	32. B	33. C	34. C	35. A	36. D	37. D	38. B	39. D	40. C
41. A	42. B	43. D	44. A	45. C	46. B	47. A	48. D	49. B	50. C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1.

Đáp số trắc nghiệm D.

Giải: *Lời giải tự luận:* Đồ thị biểu diễn hàm đa thức bậc ba với $a > 0$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

Nhận xét – Mở rộng: Để lựa chọn được đáp án đúng ở dạng câu hỏi này các em học sinh cần nhớ kĩ phần tổng kết các dạng đồ thị sau ba bài toán khảo sát và vẽ đồ thị hàm số:

- Các dạng đồ thị hàm đa thức bậc ba.
- Các dạng đồ thị hàm đa thức bậc bốn dạng trùng phương.
- Các dạng đồ thị hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất:

Để tăng độ khó người ta có thể thay (A) bằng:

- Hàm số $y = x^3 + 3x + 1$, khi đó để loại bỏ (A) ta cần sử dụng nhận xét hàm số này không có cực trị ($y' = 3x^2 + 3 > 0$, mọi x) nên bị loại.
- Hàm số $y = x^3 - 3x - 1$, khi đó để loại bỏ (A) ta cần sử dụng nhận xét hàm số này có $y_a = y(0) = -1 < 0$ nên bị loại.

Câu 2. Câu hỏi “*Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?*” được thực hiện bằng cách kiểm tra dần từ A đến D hoặc từ D đến A.

Đáp số trắc nghiệm C.

Giải: *Tìm đáp án bằng phép kiểm tra từ A đến D:* Ta lần lượt:

- A sai, bởi theo định nghĩa thì với giả thiết đã cho “*Đồ thị hàm số sẽ có 2 tiệm cận ngang*”.
- B sai, bởi nhận xét như trên.
- C đúng, bởi nhận xét như trên và tới đây ta dừng lại.

Giải: *Tìm đáp án bằng phép kiểm tra từ D đến A:* Ta lần lượt:

- D sai, bởi theo định nghĩa thì tiệm cận ngang (nếu có) phải có phương trình $y = y_0$.
- C đúng, bởi theo định nghĩa thì với giả thiết đã cho “*Đồ thị hàm số sẽ có 2 tiệm cận ngang*”. Và tới đây ta dừng lại.

Nhận xét – Mở rộng: Để lựa chọn được đáp án đúng ở dạng câu hỏi này các em học sinh cần nhớ kĩ định nghĩa về tiệm cận của đồ thị hàm số.

Định nghĩa 1: Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là đường tiệm cận ngang (gọi tắt là tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0.$$

Định nghĩa 2: Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường tiệm cận đứng (gọi tắt là tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \pm\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \pm\infty.$$

Định nghĩa 3: Đường thẳng $y = ax + b$ được gọi là đường tiệm cận xiên (gọi tắt là tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$$

Câu 3.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận 1: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:
 $y' = 8x^3, y' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$		$+\infty$

↘ 1 ↗

Từ đó, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

Lời giải tự luận 2: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:
 $y' = 8x^3$.
- Hàm số đồng biến khi:
 $y' \geq 0 \Leftrightarrow 8x^3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

👉 Nhận xét – Mở rộng: Câu hỏi có thể được đổi thành “Hàm số nghịch biến trên khoảng nào?”

Câu 4.

Đáp số trắc nghiệm D.

Tìm đáp án bằng phép kiểm tra từ A đến D: Ta lần lượt:

- A sai, bởi theo bảng biến thiên thì hàm số có hai cực trị.
 - B sai, bởi giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1 .
 - C sai, bởi hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên \mathbb{R} .
- Và tới đây ta dừng lại với lựa chọn D là đúng.

Tìm đáp án bằng phép kiểm tra từ D đến A: Ta lần lượt:

- D đúng, bởi theo định nghĩa cực trị của hàm số. Và tới đây ta dừng lại.

👉 Nhận xét – Mở rộng: Với bảng biến thiên này có thể đặt ra các câu hỏi khác:

- 1). Tìm khoảng đơn điệu của đồ thị hàm số.
- 2). Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có k nghiệm phân biệt.

Câu 5.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận sử dụng quy tắc II: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
 - Đạo hàm:
 $y' = 3x^2 - 3, y'' = 6x$.
- $$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} y''(-1) = 4 > 0 \\ y''(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Giá trị cực đại của hàm số bằng 4.}$$

Lời giải tự luận sử dụng quy tắc I: Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:
 $y' = 3x^2 - 3, y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$	↗	↘	↗	↘	↗
		CD	CT			$+\infty$
		4	0			

Vậy, giá trị cực đại của hàm số bằng 4.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta xét hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = y_{CD} \\ y' = 0 \end{cases}$$

Ta lần lượt có:

- Với (A) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^3 - 3x + 2 = 4 \\ 3x^2 - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = -1$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 6.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Ta lần lượt có:

- Xét hàm số trên tập $D = [2; 4]$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ (loại) hoặc } x = 3.$$

Ta có $y(2) = 7, y(3) = 6, y'(4) = \frac{19}{3}$.

Khi đó, ta có:

$$\min_{x \in D} y = \min \left\{ 7, 6, \frac{19}{3} \right\} = 6 \text{ đạt được khi } x = 3.$$

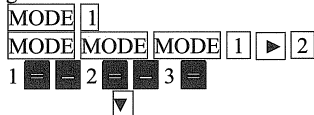
Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: Ta lần lượt có:

- Xét hàm số trên tập $D = [2; 4]$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ (loại) hoặc } x = 3$$

bằng cách ấn:



-1
3

Ta có:

$$y(2) = 7, y(3) = 6, y'(4) = \frac{19}{3}$$

bằng cách ấn:



Khi đó, ta có:

$$\min_{x \in D} y = \min \left\{ 7, 6, \frac{19}{3} \right\} = 6 \text{ đạt được khi } x = 3.$$

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Ta lần lượt thử:

- Với $y = -3$ (C), ta có phương trình:

$$\frac{x^2 + 3}{x - 1} = -3 \Leftrightarrow x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = -3, \text{ bị loại do không thuộc đoạn } [2; 4].$$

- Với $y = -2$ (B), ta có phương trình:

$$\frac{x^2 + 3}{x - 1} = -2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1, \text{ bị loại do không thuộc } [2; 4]$$

- Với $y = 6$ (A), ta có phương trình:

$$\frac{x^2 + 3}{x - 1} = 6 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \in [2; 4]$$

Tới đây, chúng ta dừng lại và khẳng định việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Trong cách lựa chọn đáp án bằng phép thử ta thực hiện từ “**bé đến lớn**” bởi yêu cầu của câu hỏi là tìm giá trị min.

Câu 7.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Phương trình hoành độ giao điểm:

$$-2x + 2 = x^3 + x + 2 \Leftrightarrow x^3 + 3x = 0 \tag{*}$$

$$\Leftrightarrow x(x^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y(0) = 2.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Để tăng độ khó người ta thường cho (*) dưới dạng phức tạp hơn. Thí dụ:

$$1) \quad x^3 - x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ do } x^2 - x + 1 = 0 \text{ vô nghiệm.}$$

$$2) \quad x^3 - 2mx^2 + m^2x + m = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 2mx + m^2 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ do } x^2 - 2mx + m^2 + 1 = 0 \text{ vô nghiệm.}$$

Câu 8.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

- Đạo hàm:

$$y' = 4x^3 + 4mx = 4x(x^2 + m), \quad y' = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + m) = 0. \tag{1}$$

Hàm số có cực đại, cực tiểu

$$\Leftrightarrow (1) \text{ có ba nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow m < 0. \tag{*}$$

Khi đó, (1) có ba nghiệm phân biệt

$$x = 0, \quad x = \pm\sqrt{-m}$$

và tọa độ ba điểm cực trị:

$$A(0; 1), \quad B(-\sqrt{-m}; -m^2 + 1), \quad C(\sqrt{-m}; -m^2 + 1)$$

Ta có ΔABC vuông cân tại A khi:

$$BA \perp CA \Leftrightarrow \overline{BA} \cdot \overline{CA} = 0 \Leftrightarrow (-\sqrt{-m}; -m^2) \cdot (\sqrt{-m}; -m^2) = 0 \Leftrightarrow m + m^4 = 0 \Leftrightarrow m(m^3 + 1) = 0$$

$$\stackrel{(*)}{\Leftrightarrow} m = -1.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Câu hỏi có thể được đổi thành “Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị lập thành một tam giác đều”, khi đó điều kiện là:

$$\begin{cases} AB = AC \text{ (ld)} \\ AB = BC \end{cases} \Leftrightarrow AB^2 = AC^2.$$

Câu 9.

Đáp số trắc nghiệm D.

📖 *Lời giải tự luận:* Để đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang, điều kiện là:

Các giới hạn $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y$ tồn tại và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y \neq \lim_{x \rightarrow +\infty} y$.

Ta lần lượt có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{-\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{-\sqrt{m}}, \text{ điều kiện } m > 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}}, \text{ điều kiện } m > 0.$$

Vậy, với $m > 0$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Với dạng câu hỏi này, các em học sinh cần nắm vững định nghĩa tiệm cận ngang và giới hạn một phía. Cụ thể khi $x \rightarrow -\infty$ thì đưa x vào căn bậc chẵn sẽ cần có dấu “-” trước căn.

Câu 10.

Đáp số trắc nghiệm C.

📖 *Lời giải tự luận:* Từ hình vẽ ta có ngay thể tích hình hộp bằng:

$$V = x(12 - 2x)^2 = \frac{1}{4} \cdot 4x \cdot (12 - 2x) \cdot (12 - 2x) \stackrel{\text{Così}}{\leq} \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{4x + (12 - 2x) + (12 - 2x)}{3} \right]^3 = 128$$

suy ra $V_{\text{Min}} = 128$ đạt được khi:

$$4x = 12 - 2x \Leftrightarrow 6x = 12 \Leftrightarrow x = 2.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

📖 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử:* Từ hình vẽ, ta có ngay thể tích hình hộp bằng:

$$V = x(12 - 2x)^2 \Rightarrow V(6) = 0, V(3) = 108, V(2) = 128, V(4) = 56 \\ \Rightarrow V_{\text{Max}} = 128 \text{ đạt được khi } x = 2.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

📖 *Lựa chọn đáp án bằng phép thử kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS:* Từ hình vẽ, ta có ngay thể tích hình hộp bằng:

$$V = x(12 - 2x)^2 \Rightarrow V(6) = 0, V(3) = 108, V(2) = 128, V(4) = 56$$

Câu 14.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có biến đổi tương đương:

$$3x - 1 > 2^3 \Leftrightarrow 3x > 9 \Leftrightarrow x > 3 \Rightarrow \text{Đáp án A là đúng đắn.}$$

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Đây là dạng phương trình logarit cơ bản:

$$\log_a f(x) > b \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > a^b & \text{ khi } a > 1 \\ 0 < f(x) < a^b & \text{ khi } 0 < a < 1 \end{cases}$$

Câu 15.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Hàm số xác định khi:

$$x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases} \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng đắn.}$$

Câu 16.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có biến đổi: Với $f(x) < 1$ ta có:

$$\bullet \quad 2^x \cdot 7^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log_2(2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \log_2 2^x + \log_2 7^{x^2} < 0 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0 \Rightarrow \text{A đúng.}$$

$$\bullet \quad f(x) < 1 \Leftrightarrow \ln(2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \ln 2^x + \ln 7^{x^2} < 0 \Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0 \Rightarrow \text{B đúng.}$$

$$\bullet \quad 2^x \cdot 7^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log_7(2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \log_7 2^x + \log_7 7^{x^2} < 0 \Leftrightarrow x \log_7 2 + x^2 < 0 \Rightarrow \text{C đúng.}$$

Vi $x \in \mathbb{R}$ nên khẳng định $x + x^2 \log_2 7 < 0 \Leftrightarrow x(1 + x \log_2 7) < 0 \Leftrightarrow 1 + x \log_2 7 < 0$ là sai \Rightarrow D sai.

Chọn đáp án D.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Lời giải trên minh họa phương pháp giải bất phương trình mũ bằng phép logarit hóa.

Câu 17.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có biến đổi:

$$\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a(ab) = \frac{1}{2}(\log_a a + \log_a b) = \frac{1}{2}(1 + \log_a b) \Rightarrow \text{Đáp án D là đúng đắn.}$$

Câu 18.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có ngay:

$$y' = \frac{4^x - 4^x \cdot \ln 4 \cdot (x+1)}{(4^x)^2} = \frac{1 - \ln 2^2 \cdot (x+1)}{(2^2)^x} = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}} \Rightarrow \text{Đáp án A là đúng đắn.}$$

Câu 19.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Với 3 là ước chung lớn nhất của (6; 45), ta có biểu diễn:

$$\log_6 45 = \frac{\log_3 45}{\log_3 6} = \frac{\log_3(9 \cdot 5)}{\log_3(2 \cdot 3)} = \frac{2 + \log_3 5}{\log_3 2 + 1} = \frac{2 + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} + 1} = \frac{2ab + a}{b + ab} \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng đắn.}$$

Câu 20.

Đáp số trắc nghiệm D.

Câu 21.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Trước tiên, ta có:

Lãi suất 12%/năm = 1%/tháng do vay ngắn hạn.

- Sau tháng 1 ông A còn nợ:
 $100.1,01 - m$ (triệu)
- Sau tháng 2 ông A còn nợ:
 $(100.1,01 - m).1,01 - m$ (triệu)
- Sau tháng 3 ông A hết nợ:

$$[(100.1,01 - m).1,01 - m].1,01 - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1} \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng đắn.}$$

Câu 22.

Đáp số trắc nghiệm A.

Câu 23.

Đáp số trắc nghiệm B:

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\int \sqrt{2x-1} dx = \frac{1}{2} \int (2x-1)^{1/2} d(2x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x-1)^{3/2}}{3/2} + C = \frac{1}{3} (2x-1)\sqrt{2x-1} + C$$

\Rightarrow Đáp án B là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Đây là dạng toán “*Tìm nguyên hàm sử dụng bảng nguyên hàm cơ bản*”.

Câu 24.

Đáp số trắc nghiệm C.

✍ *Lời giải tự luận:* Thời gian từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là:

$$-5t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 2(\text{s}).$$

Khi đó, quãng đường cần tìm được cho bởi

$$s = \int_0^2 v(t) dt = \int_0^2 (-5t + 10) dt = \left(-\frac{5t^2}{2} + 10t \right) \Big|_0^2 = 10(\text{m}) \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng đắn.}$$

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Câu hỏi đặt ra yêu cầu các em học sinh cần nhớ được ý nghĩa vật lí của tích phân.

Câu 25.

Đáp số trắc nghiệm C.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có biến đổi:

$$I = - \int_0^\pi \cos^3 x \cdot d(\cos x) = - \frac{\cos^4 x}{4} \Big|_0^\pi = 0 \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng đắn.}$$

✍ *Lựa chọn đáp án sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS:* Ta có ngay $I = 0$.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Như vậy, với câu hỏi dạng này ta thường sử dụng ngay máy tính.

Câu 26.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ Lựa chọn đáp án sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: Ta có ngay:

$$I \approx = \frac{e^2 + 1}{4} \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng đắn.}$$

☞ Lời giải tự luận: Sử dụng tích phân từng phần:

$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x \cdot dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

Khi đó:

$$I = \frac{x^2 \ln x}{2} \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x \cdot dx = \frac{e^2}{2} - \frac{x^2}{4} \Big|_1^e = \frac{e^2 + 1}{4} \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng đắn.}$$

☞ Nhận xét - Mở rộng: Như vậy, với câu hỏi dạng này nếu sử dụng máy tính cần có phép đánh giá.

Câu 27.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ Lời giải tự luận: Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = -2, x = 0, x = 1.$$

Từ đó, diện tích cần tìm được cho bởi:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx - \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \\ &= \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^1 = \frac{8}{3} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12} \Rightarrow \text{Đáp án A là đúng đắn.} \end{aligned}$$

☞ Nhận xét - Mở rộng: Để có nhanh kết quả, các em học sinh nên kết hợp sử dụng máy tính.

Câu 28.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS: Phương trình hoành độ giao điểm:

$$2(x - 1)e^x = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Từ đó, thể tích cần tìm được cho bởi:

$$V = \pi \int_0^1 [2(x - 1)e^x]^2 dx = 4\pi \int_0^1 (x - 1)^2 e^{2x} dx = \pi(e^2 - 5) \Rightarrow \text{Đáp án D là đúng đắn.}$$

Câu 29.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ Lời giải tự luận: Ta có ngay $\bar{z} = 3 + 2i$ nên có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Câu 30.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ Lời giải tự luận: Ta có:

$$z_1 + z_2 = (1 + i) + (2 - 3i) = 3 - 2i \Rightarrow |z_1 + z_2| = |3 - 2i| = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13} \Rightarrow \text{Đáp án A là đúng đắn.}$$

Câu 31.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có biến đổi:

$$z = \frac{3-i}{1+i} = \frac{(3-i)(1-i)}{1^2 - i^2} = 1 - 2i \Rightarrow \text{Điểm } Q(1; -2) \text{ là điểm biểu diễn của } z.$$

Câu 32.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$w = i(2 + 5i) + (2 - 5i) = -3 - 3i \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng đắn.}$$

Câu 33.

Đáp số trắc nghiệm C.

✍ *Lời giải tự luận:* Xét phương trình:

$$z^4 - z^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow (z^2 - 4)(z^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 2 \\ z = \pm i\sqrt{3} \end{cases}.$$

Suy ra:

$$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 2 + 2 + \sqrt{3} + \sqrt{3} = 4 + 2\sqrt{3} \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng đắn.}$$

Câu 34.

Đáp số trắc nghiệm C.

✍ *Lời giải tự luận:* Giả sử $w = x + iy$, ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có:

$$w - i = (3 + 4i)z \Leftrightarrow z = \frac{w - i}{3 + 4i} \Leftrightarrow z = \frac{[x + (y - 1)i](3 - 4i)}{3^2 + 4^2} = \frac{3x + 4(y - 1) + [3(y - 1) - 4x]i}{25}$$

$$\Rightarrow 16 = |z|^2 = \left(\frac{3x + 4y - 4}{25}\right)^2 + \left(\frac{3y - 4x - 3}{25}\right)^2 \Rightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 400 \Rightarrow r = 20$$

\Rightarrow Đáp án C là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Trong lời giải trên các em học sinh cần có kỹ năng biến đổi đa thức, cụ thể:

$$\begin{aligned} \left(\frac{3x + 4y - 4}{25}\right)^2 + \left(\frac{3y - 4x - 3}{25}\right)^2 &= \frac{1}{625} \left\{ [3x + 4(y - 1)]^2 + [3(y - 1) - 4x]^2 \right\} \\ &= \frac{1}{625} [25x^2 + 25(y - 1)^2] = \frac{1}{25} [x^2 + (y - 1)^2]. \end{aligned}$$

Câu 35.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$C'A^2 = C'C^2 + AC^2 = C'C^2 + 2AB^2 = 3AB^2 \Leftrightarrow 3AB^2 = 3a^2 \Leftrightarrow AB = a.$$

Khi đó, thể tích $V = a^3$.

Câu 36.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có ngay:

$$V = \frac{1}{3} SA_{ABCD} = \frac{1}{3} a \cdot \sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3} \Rightarrow \text{Đáp án D là đúng đắn.}$$

Câu 37.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận:* Từ giả thiết ta có ngay:

$$V_{AMNP} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{24} \cdot 6a \cdot 7a \cdot 4a = 7a^3 \Rightarrow \text{Đáp án D là đúng đắn.}$$

Câu 38. Bạn đọc tự vẽ hình.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Gọi H là trung điểm của AD, suy ra:

$$SH \perp (ABCD) \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} \Leftrightarrow SH = \frac{3V_{ABCD}}{S_{ABCD}} = \frac{3 \cdot \frac{4}{3} a^3}{(a\sqrt{2})^2} = 2a.$$

Hạ HK vuông góc SD, suy ra HK \perp (SCD) từ đó vì:

$$AB \parallel (SCD) \Rightarrow d = d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(H, (SCD)) = 2HK.$$

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HD^2} \Rightarrow HK = \frac{2a}{3} \Rightarrow d = \frac{4a}{3} \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng đắn.}$$

Câu 39.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận:* Độ dài đường sinh l của hình nón chính bằng độ dài đoạn BC nên:

$$l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a \Rightarrow \text{Đáp án D là đúng đắn.}$$

Câu 40.

Đáp số trắc nghiệm C.

✍ *Lời giải tự luận:* Đường tròn với bán kính bằng r sẽ có chu vi $C = 2\pi r$ và diện tích $S = \pi r^2$, suy ra $S = \frac{C^2}{4\pi}$.

Gọi độ dài tấm tôn là a thì tổng diện tích đáy của thùng theo hai cách lần lượt là:

$$S_1 = \frac{a^2}{4\pi}, \quad S_2 = 2 \cdot \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{4\pi} = \frac{a^2}{8\pi}$$

Khi đó:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_1}{S_2} = 2 \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng đắn.}$$

Câu 41. Bạn đọc tự vẽ hình.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận:* Từ giả thiết suy ra hình trụ có bán kính đáy $r = 1$, chiều cao $h = 1$. Do đó:

$$S_{\text{tp}} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 4\pi \Rightarrow \text{Đáp án A là đúng đắn.}$$

Câu 42. Bạn đọc tự vẽ hình.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm AB, tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSAB , tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp và tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSAB . Suy ra MNPQ là hình vuông, từ đó:

$$PN = QM = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}, \quad NB = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

$$R = PB = \sqrt{PN^2 + NB^2} = \frac{\sqrt{15}}{6} \Rightarrow V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{5\pi\sqrt{15}}{54} \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng đắn.}$$

Câu 43.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Ta có ngay mặt phẳng (P) có vptpt $\vec{n}(3; 0; -1)$.

Câu 44.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Mặt cầu (S): $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$ có tâm $I(-1; 2; 1)$ và bán kính $R = 3$.

Câu 45.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Khoảng cách từ A đến (P) được cho bởi:

$$d(A, (P)) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}} \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng đắn.}$$

Câu 46.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Đường thẳng (Δ) có vtcp $\vec{a}(5; 1; 1)$ và mặt phẳng (P) có vptpt $\vec{n}(10; 2; m)$.

Đề (P) vuông góc với đường thẳng (Δ) điều kiện là:

$$\vec{n} / \vec{a} \Leftrightarrow \frac{10}{5} = \frac{2}{1} = \frac{m}{1} \Rightarrow m = 2 \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng đắn.}$$

Câu 47.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Mặt phẳng được cho bởi:

$$(P): \begin{cases} \text{Qua } A(0; 1; 1) \\ \text{vptpt } \overline{AB}(1; 1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow 1 \cdot (x - 0) + 1 \cdot (y - 1) + 2 \cdot (z - 1) = 0 \Leftrightarrow (P): x + y + 2z - 3 = 0$$

\Rightarrow Đáp án A là đúng đắn.

Câu 48.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Gọi d là khoảng cách từ I tới (P), ta có:

$$d = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 + 1 + 2 \cdot 1 + 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 3.$$

Gọi R là bán kính mặt cầu, suy ra:

$$R = \sqrt{d^2 + r^2} = \sqrt{10}.$$

Suy ra phương trình mặt cầu (S) có dạng:

$$(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 10 \Rightarrow \text{Đáp án D là đúng đắn.}$$

Nhận xét - Mở rộng: Câu hỏi được xây dựng khi xét vị trí tương đối của mặt phẳng với mặt cầu.

Câu 49.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên (d) với vtcp $\vec{a}(1; 1; 2)$, ta có:

$$H(t+1; t; 2t-1),$$

$$AH \perp (d) \Leftrightarrow \overline{AH} \perp \vec{a} \Leftrightarrow \overline{AH} \cdot \vec{a} = 0 \Leftrightarrow t + t + 2 \cdot (2t - 3) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(2; 1; 1).$$

Phương trình đường thẳng (Δ) được cho bởi:

$$(\Delta): \begin{cases} \text{Qua } A(1; 0; 2) \\ \text{vtcp } \overline{AH}(1; 1; -1) \end{cases} \Leftrightarrow (\Delta): \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1} \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng đắn.}$$

Nhận xét – Mở rộng: Câu hỏi thuộc dạng “*Lập phương trình đường thẳng qua A vuông góc với (d) và cắt (d)*”.

Câu 50.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Nhận xét rằng A, B, C, D không đồng phẳng. Suy ra có các trường hợp:

- Có 1 điểm nằm khác phía với 3 điểm so với mặt phẳng (P). Suy ra có 4 mặt phẳng thỏa mãn.
- Mỗi phía của mặt phẳng (P) có 2 điểm. Suy ra có 3 mặt phẳng thỏa mãn.

Vậy, có 7 mặt phẳng thỏa mãn điều kiện đề bài.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2017

ĐỀ THI THỬ NGHIỆM
(Đề thi gồm có 07 trang)

Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Mã đề thi 01

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

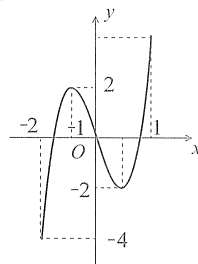
Câu 1. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$?

- A. $x = 1$. B. $y = -1$. C. $y = 2$. D. $x = -1$.

Câu 2. Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung ?

- A. 0. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây ?



- A. $x = -2$.
B. $x = -1$.
C. $x = 1$.
D. $x = 2$.

Câu 4. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(\frac{1}{3}; 1)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; \frac{1}{3})$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(\frac{1}{3}; 1)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
f'	-	+	0	-
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

- A. $[-1; 2]$. B. $(-1; 2)$. C. $(-1; 2]$. D. $(-\infty; 2]$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Cực tiểu của hàm số bằng -3 .
 B. Cực tiểu của hàm số bằng 1 .
 C. Cực tiểu của hàm số bằng -6 .
 D. Cực tiểu của hàm số bằng -2 .

Câu 7. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu ?

- A. 216 (m/s).
 B. 30 (m/s).
 C. 400 (m/s).
 D. 54 (m/s).

Câu 8. Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6}$.

- A. $x = -3$ và $x = -2$.
 B. $x = -3$.
 C. $x = 3$ và $x = 2$.
 D. $x = 3$.

Câu 9. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

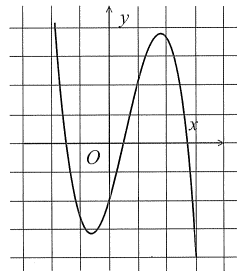
- A. $(-\infty; -1]$.
 B. $(-\infty; -1)$.
 C. $[-1; 1]$.
 D. $[1; +\infty)$.

Câu 10. Biết $M(0; 2), N(2; -2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

- A. $y(-2) = 2$.
 B. $y(-2) = 22$.
 C. $y(-2) = 6$.
 D. $y(-2) = -18$.

Câu 11. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
 B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.
 C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
 D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.



Câu 12. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.
 B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.
 C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$.
 D. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

Câu 13. Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$.

- A. $x = 9$.
 B. $x = 3$.
 C. $x = 4$.
 D. $x = 10$.

Câu 14. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot \mathcal{Z}^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con ?

- A. 48 phút.
 B. 19 phút.
 C. 7 phút.
 D. 12 phút.

Câu 15. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $P = x^{\frac{1}{2}}$.
 B. $P = x^{\frac{13}{24}}$.
 C. $P = x^{\frac{1}{4}}$.
 D. $P = x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 16. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$.
 B. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.
 C. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$.
 D. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.

Câu 17. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

- A. $S = (2; +\infty)$.
 B. $S = (-\infty; 2)$.
 C. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.
 D. $S = (-1; 2)$.

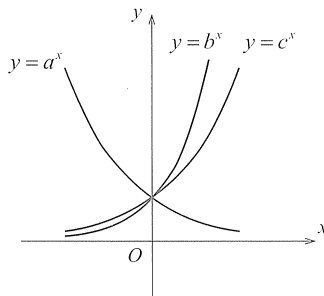
Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 + \sqrt{x+1})$.

- A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$.
 B. $y' = \frac{1}{1+\sqrt{x+1}}$.
 C. $y' = \frac{1}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$.
 D. $y' = \frac{2}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$.

Câu 19. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1.

Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $a < b < c$.
 B. $a < c < b$.
 C. $b < c < a$.
 D. $c < a < b$.



Câu 20. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3-m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

- A. $[3; 4]$.
 B. $[2; 4]$.
 C. $(2; 4)$.
 D. $(3; 4)$.

Câu 21. Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất P_{\min} của biểu thức

$$P = \log_a^2(a^2) + 3\log_b\left(\frac{a}{b}\right).$$

- A. $P_{\min} = 19$.
 B. $P_{\min} = 13$.
 C. $P_{\min} = 14$.
 D. $P_{\min} = 15$.

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.
 B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.
 C. $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$.
 D. $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$.

Câu 30. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$.

- A. $\bar{z} = 3 - i$. B. $\bar{z} = -3 + i$. C. $\bar{z} = 3 + i$. D. $\bar{z} = -3 - i$.

Câu 31. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2 - i) + 13i = 1$.

- A. $|z| = \sqrt{34}$. B. $|z| = 34$. C. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$. D. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.

Câu 32. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

- A. $M_1\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $M_3\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$. D. $M_4\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

Câu 33. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

- A. $P = \frac{1}{2}$. B. $P = 1$. C. $P = -1$. D. $P = -\frac{1}{2}$.

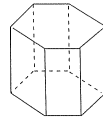
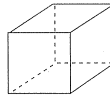
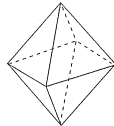
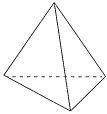
Câu 34. Xét số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{3}{2} < |z| < 2$. B. $|z| > 2$. C. $|z| < \frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

- A. $h = \frac{\sqrt{3}a}{6}$. B. $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. C. $h = \frac{\sqrt{3}a}{3}$. D. $h = \sqrt{3}a$.

Câu 36. Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?



- A. Tứ diện đều. B. Bát diện đều. C. Hình lập phương. D. Lăng trụ lục giác đều.

Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm của tam giác BCD . Tính thể tích V của khối chóp $AGBC$.

- A. $V = 3$. B. $V = 4$. C. $V = 6$. D. $V = 5$.

Câu 38. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

- A. $V = \frac{8}{3}$. B. $V = \frac{16}{3}$. C. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39. Cho khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15 π . Tính thể tích V của khối nón (N) .

- A. $V = 12\pi$. B. $V = 20\pi$. C. $V = 36\pi$. D. $V = 60\pi$.

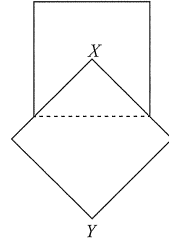
Câu 40. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$. B. $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$. C. $V = 3\pi a^2 h$. D. $V = \pi a^2 h$.

Câu 41. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a$ và $AA' = 2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

- A. $R = 3a$. B. $R = \frac{3a}{4}$. C. $R = \frac{3a}{2}$. D. $R = 2a$.

Câu 42. Cho hai hình vuông cùng có cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ bên). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY .



- A. $V = \frac{125(1+\sqrt{2})\pi}{6}$. B. $V = \frac{125(5+2\sqrt{2})\pi}{12}$.
 C. $V = \frac{125(5+4\sqrt{2})\pi}{24}$. D. $V = \frac{125(2+\sqrt{2})\pi}{4}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(-2; 2; 1)$. B. $I(1; 0; 4)$. C. $I(2; 0; 8)$. D. $I(2; -2; -1)$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1 \\ y=2+3t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z=5-t \end{cases}$. Vector nào

dưới đây là vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (0; 3; -1)$. B. $\vec{u}_2 = (1; 3; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (1; -3; -1)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 2; 5)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC) ?

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$. B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.
 C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d vuông góc với (P) .
 C. d song song với (P) . D. d nằm trong (P) .

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;-6;-2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

- A. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{AM}{BM} = 2$. C. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{3}$. D. $\frac{AM}{BM} = 3$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$, $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

- A. $(P): 2x - 2z + 1 = 0$. B. $(P): 2y - 2z + 1 = 0$.
 C. $(P): 2x - 2y + 1 = 0$. D. $(P): 2y - 2z - 1 = 0$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$ và $D(1;1;1)$, với $m > 0, n > 0$ và $m + n = 1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D . Tính bán kính R của mặt cầu đó ?

- A. $R = 1$. B. $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $R = \frac{3}{2}$. D. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

----- HẾT -----

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Đề tăng độ khó người ta thường cho (*) dưới dạng không có nghiệm hữu tỉ theo ẩn phụ $t = x^2, t \geq 0$. Thí dụ:

1). $x^4 - x^2 - 1 = 0 \Rightarrow$ Vì $ac = -1 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm trái dấu ẩn $t = x^2$, suy ra có 2 nghiệm $x = \pm\sqrt{t_0}, t_0 > 0$.

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt nên có 2 điểm chung.

2). $x^4 - 3x^2 + 1 = 0 \Rightarrow$ Vì $\Delta > 0, S > 0, P > 0$ nên phương trình có hai nghiệm dương ẩn $t = x^2$, suy ra có 4 nghiệm $x = \pm\sqrt{t_1}, x = \pm\sqrt{t_2}$.

Phương trình có 4 nghiệm phân biệt nên có 4 điểm chung.

3). $x^4 + 3x^2 + 1 = 0 \Rightarrow$ Vì $\Delta > 0, S < 0, P > 0$ nên phương trình có hai nghiệm âm ẩn $t = x^2$, suy vô nghiệm.

Nên không có điểm chung.

Như vậy, với câu hỏi về “Số giao điểm”, các em học sinh cần có kiến thức đoán số nghiệm phân biệt của phương trình hoành độ giao điểm.

Với hai hàm số đã cho, câu hỏi có thể được đổi thành “Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị”.

Câu 3.

Đáp số trắc nghiệm B.

👉 *Lời giải tự luận:* Điểm cực đại là khi đồ thị chuyển hướng từ “Tăng sang giảm” nên $x = -1$.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Nếu câu hỏi là “Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào?” thì là khi đồ thị chuyển hướng từ “giảm sang tăng” nên $x = 1$ (ứng với C).

Sử dụng đồ thị này có thể đặt câu hỏi:

- 1) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.
- 2) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.
- 3) Tọa độ điểm uốn của đồ thị hàm số $f(x)$.
- 4) Phương trình của hàm số $y = f(x)$.

Câu 4.

Đáp số trắc nghiệm A.

👉 *Lời giải tự luận 1:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = 3x^2 - 4x + 1, y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = \frac{1}{3}.$$

- Bảng biến thiên:

x	-∞	1/3	1	+∞
y'	-	0	+	0
y	-∞	↗	↘	+∞

Từ đó, suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

👉 *Lời giải tự luận 2:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = 3x^2 - 4x + 1$$

- Hàm số nghịch biến khi:

$$y' \leq 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq x \leq 1 \Rightarrow \text{Hàm số nghịch biến trên khoảng } \left(\frac{1}{3}; 1\right).$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng phép đánh giá:* Hàm đa thức bậc ba với $a > 0$ nghịch biến trên đoạn nằm giữa hai nghiệm của phương trình $y' = 0$ nên việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Câu hỏi có thể được đổi thành “**Hàm số đồng biến trên khoảng nào?**”

Câu 5.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ *Lời giải tự luận:* Từ bảng biến thiên suy ra ngay điều kiện là $-1 < m < 2$.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Với bảng biến thiên này có thể đặt ra các câu hỏi khác:

- 1). Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt.
- 2). Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm.

Câu 6.

Đáp số trắc nghiệm D.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}, y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -3.$$

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	$-$	-1	$+$	1	$+$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$+$
y	$-\infty$	\nearrow	\nearrow	\searrow	$ $	\searrow	\searrow	\nearrow
	$-\infty$	-6	$-\infty$	$ $	$+\infty$	2	$+\infty$	$+\infty$

Vậy, cực tiểu của hàm số bằng 2.

☞ *Lời giải tắt:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}, y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -3.$$

Dựa trên việc xét dấu bằng cách vẽ trục số như sau:



Từ đó, suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu là $y(1) = 2$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Câu hỏi có thể là:

- 1) Cực đại của hàm số bằng -6 .
- 2) Hàm số có bao nhiêu cực trị?
- 3) Phương trình đường thẳng đi qua CĐ và CT của hàm số.

Câu 7.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có $v = s' = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$

Bài toán được chuyển về dạng “Tìm GTLN của hàm số $v = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$ trên đoạn $[0; 10]$ ”.

Ta lần lượt có:

▪ Tập xác định $D = [0; 10]$.

▪ Đạo hàm:

$$v' = -3t + 18, v' = 0 \Leftrightarrow -3t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = 6.$$

▪ Khi đó:

$$v_{\max} = \max\{v(0), v(10), v(6)\} = v(6) = 54 \text{ m/s.}$$

✍ *Lời giải tắt:* Ta có $v = s' = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$

Bài toán được chuyển về dạng “Tìm GTLN của hàm số $v = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$ trên đoạn $[0; 10]$ ”.

Ta có:

▪ Parabol $v = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$ có hoành độ đỉnh $t = 6 \in [0; 10]$ nên đạt GTLN tại $t = 6$ và $v(6) = 54$.

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Bài toán chuyển động vật lí sử dụng ý nghĩa của đạo hàm bậc nhất. Tiếp tới là yêu cầu tìm GTLN của hàm số trên một đoạn.

Bài toán tổng quát: *Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên một đoạn.* Giả sử là đoạn $[a; b]$, ta thực hiện theo các bước:

Bước 1: Tính đạo hàm y' , rồi giải phương trình $y' = 0$ để tìm các nghiệm $x \in (a, b)$.
Giả sử các nghiệm là x_1, x_2, \dots

Bước 2: Tính các giá trị $f(a), f(b), f(x_1), f(x_2), \dots$

Bước 3: Từ đó:

a. $\text{Min } y = \text{Min}\{f(a), f(b), f(x_1), f(x_2), \dots\}.$
 $x \in [a, b]$

b. $\text{Max } y = \text{Max}\{f(a), f(b), f(x_1), f(x_2), \dots\}.$
 $x \in [a, b]$

Câu 8.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận 1:* Ta lần lượt có:

▪ Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$.

▪ Các giới hạn:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6} \text{ (gấp dạng } \frac{0}{0} \text{ nên ta cần nhân liên hợp)}$$

$$y = \frac{(2x - 1)^2 - (x^2 + x + 3)}{(x^2 - 5x + 6)(2x - 1 + \sqrt{x^2 + x + 3})} = \frac{3x + 1}{(x - 3)(2x - 1 + \sqrt{x^2 + x + 3})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} y = \frac{-7}{6} \text{ nên } x=2 \text{ không phải tiệm cận đứng.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6} \left(\frac{2.3 - 1 - \sqrt{3^2 + 3 + 3}}{0} = \frac{5 - \sqrt{15}}{0} = \infty \right) \Rightarrow x = 3 \text{ là tiệm cận.}$$

Vậy, đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = 3$

✍ *Lời giải tự luận 2:* Biến đổi hàm số về dạng:

$$y = \frac{(2x-1)^2 - (x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} = \frac{3x^2-5x-2}{(x-2)(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})}$$

$$= \frac{3x+1}{(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} \Rightarrow x=3 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án D là đúng đắn.

🌀 *Nhận xét – Mở rộng:* Nhiều học sinh mắc sai lầm khi khẳng định đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x=2$ và $x=3$ bởi:

$$x^2-5x+6=0 \Leftrightarrow x=2, x=3.$$

Để tránh sai lầm đó các em cần nhớ lại định nghĩa:

Định nghĩa 1: Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là **đường tiệm cận ngang** (gọi tắt là **tiệm cận ngang**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0.$$

Định nghĩa 2: Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là **đường tiệm cận đứng** (gọi tắt là **tiệm cận đứng**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \pm\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \pm\infty.$$

Câu 9.

Đáp số trắc nghiệm A.

✍ *Lời giải tự luận 1:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{2x}{x^2+1} - m$$

- Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} khi $y' \geq 0$ với mọi x

$$\frac{2x}{x^2+1} - m \geq 0, \forall x \Leftrightarrow \frac{2x}{x^2+1} \geq m, \forall x \Leftrightarrow \min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = \frac{2x}{x^2+1} \geq m$$

- Ta có:

$$f'(x) = \frac{2-2x^2}{(x^2+1)^2}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2-2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0
y	$-\infty$	↘	↗	$+\infty$

Từ đó, suy ra $\min f(x) = -1$. Do đó, điều kiện là $m \leq -1$ (tức $m \in (-\infty; -1]$).

✍ *Lời giải tự luận 2:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = \frac{2x}{x^2+1} - m$$

- Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} khi $y' \geq 0$ với mọi x

$$\frac{2x}{x^2+1} - m \geq 0, \forall x \Leftrightarrow \frac{2x}{x^2+1} \geq m, \forall x \Leftrightarrow \min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = \frac{2x}{x^2+1} \geq m$$

- Ta có:

$$x^2 + 1 \geq -2x, \forall x \Leftrightarrow \frac{-2x}{x^2 + 1} \geq -1, \forall x. \text{ dấu "=" xảy ra khi } x = -1.$$

Từ đó, suy ra $\min f(x) = -1$. Do đó, điều kiện là $m \leq -1$ (tức $m \in (-\infty; -1]$).

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Câu hỏi có thể được chuyển thành tính đơn điệu của hàm số trên một đoạn.

Câu 10.

Đáp số trắc nghiệm D.

📖 *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c.$$

- Để $M(0; 2), N(2; -2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số điều kiện là:

$$\begin{cases} y(0) = 2 \\ y(2) = -2 \\ y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ 8a + 4b + 2c + d = -2 \\ c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow y = x^3 - 3x^2 + 2.$$

Vậy, giá trị của hàm số tại $x = -2$ là $y(-2) = (-2)^3 - 3(-2)^2 + 2 = -18$.

📖 *Lời giải tự luận kết hợp với máy tính CASIO fx-570MS:* Ta lần lượt có:

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm:

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c.$$

- Để $M(0; 2), N(2; -2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số điều kiện là:

$$\begin{cases} y(0) = 2 \\ y(2) = -2 \\ y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ 8a + 4b + 2c + d = -2 \\ c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ c = 0 \\ 8a + 4b = -4 \\ 12a + 4b = 0 \end{cases}$$

- Giải nhanh hệ phương trình bằng cách ẩn:

```

MODE 1
MODE MODE 1 2
8 = 4 = (-) 4 =
12 = 4 = 0 = [ ] 1
[ ] -3
    
```

Suy ra $a = 1, b = -3, c = 0, d = 2$ do đó $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Khi đó, giá trị của hàm số tại $x = -2$ là $y(-2) = (-2)^3 - 3(-2)^2 + 2 = -18$ bằng cách ẩn:

```

MODE 1
( (-) 2 ) ^ 3 - ( (-) 2 ) ^ 2 * 3 + 2 = [ ] -18
    
```

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Câu này thuộc dạng toán cơ bản “Tìm hàm số biết các cực trị” hoặc “Cực trị của hàm số và các bài toán liên quan”

Câu 11.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận 1:* Trước tiên, ta có:

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c; \quad y'' = 6ax + 2b.$$

Từ đồ thị ta lần lượt thấy:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0.$
- $y(0) < 0 \Rightarrow d < 0.$
- Đồ thị hàm số có hai cực trị với hoành độ x_1, x_2 trái dấu và $x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu và $x_1 + x_2 > 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{c}{3a} < 0 \\ -\frac{2b}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow c > 0 \text{ và } b > 0.$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

☞ *Lời giải tự luận 2:* Trước tiên, ta có:

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c; \quad y'' = 6ax + 2b.$$

Từ đồ thị ta lần lượt thấy:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0.$
- $y(0) < 0 \Rightarrow d < 0.$
- Đồ thị hàm số có hai cực trị trái dấu \Rightarrow Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm trái dấu

$$\Rightarrow \frac{c}{3a} < 0 \Rightarrow c > 0.$$

- Điểm uốn có hoành độ dương $\Rightarrow -\frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0.$

Do đó, việc lựa chọn đáp án A là đúng đắn.

Câu 12.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng cách kiểm tra lần lượt:* Ta có:

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ đúng} \Rightarrow \text{Đáp án A là đúng. Và tới đây ta dừng lại.}$$

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Đây là dạng toán “*Tìm đẳng thức đúng*” dựa vào các phép biến đổi loga.

Câu 13.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có biến đổi:

$$3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 4.$$

☞ *Nhận xét – Mở rộng:* Đây là dạng toán “*Giải phương trình mũ bằng cách đưa về cùng cơ số*”.

Câu 14.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ *Lời giải tự luận:* Từ giả thiết ta có:

$$625000 = s(0).2^3 \Rightarrow s(0) = 625000: 8$$

Sau t phút số vi khuẩn là 10 triệu con thì:

$$10^7 = s(0).2^t \Rightarrow 2^t = 128 = 2^7 \Rightarrow t = 7 \text{ (phút)}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án C là đúng đắn.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Đây là bài toán ứng dụng thực tiễn và được chuyển về việc giải phương trình $a^x = b$.

Câu 15.

Đáp số trắc nghiệm B.

👉 *Lời giải tự luận:* Ta có biến đổi:

$$P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot x^2}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^{2+2}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{4}{3}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{4}{3}}} = x^{1+\frac{1}{3}} = x^{\frac{4}{3}} = x^{1\frac{1}{3}}$$

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

👉 *Sử dụng máy tính CASIO fx-570MS:* Ta lần lượt:

MODE 1				
3 a^{b/c} 2 + 2 =	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td style="padding: 2px 5px;">3</td><td style="padding: 2px 5px;"> </td><td style="padding: 2px 5px;">2</td></tr></table>	3		2
3		2		
÷ 3 =	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;"> </td><td style="padding: 2px 5px;">6</td></tr></table>	1		6
1		6		
+ 1 =	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td style="padding: 2px 5px;">2</td><td style="padding: 2px 5px;"> </td><td style="padding: 2px 5px;">6</td></tr></table>	2		6
2		6		
+ 4 =	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td style="padding: 2px 5px;">13</td><td style="padding: 2px 5px;"> </td><td style="padding: 2px 5px;">24</td></tr></table>	13		24
13		24		

Do đó, việc lựa chọn đáp án B là đúng đắn.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Đây là dạng toán dựa vào phép biến đổi lũy thừa.

Câu 16.

Đáp số trắc nghiệm A.

👉 *Lựa chọn đáp án bằng cách biến đổi:* Ta có:

$$\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = \log_2 (2a^3) - \log_2 b = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = \log_2 2 + 3 \log_2 a - \log_2 b$$

⇒ Đáp án A là đúng.

Và tới đây ta dừng lại.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Đây là dạng toán “*Tìm đẳng thức đúng*” dựa vào các phép biến đổi loga.

Câu 17.

Đáp số trắc nghiệm C.

👉 *Lời giải tự luận:* Ta có biến đổi tương đương:

$$x + 1 > 2x - 1 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow S = \left(\frac{1}{2}; 2 \right) \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng.}$$

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Đây là dạng toán “*Giải bất phương trình logarit bằng phép biến đổi tương đương*” với lưu ý khi cơ số nhỏ hơn 1 thì dấu bất đẳng thức đổi chiều.

Câu 18.

Đáp số trắc nghiệm A.

👉 *Lời giải tự luận:* Ta có ngay:

$$y' = \frac{(1 + \sqrt{x+1})'}{1 + \sqrt{x+1}} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{1 + \sqrt{x+1}} = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1 + \sqrt{x+1})} \Rightarrow \text{Đáp án A là đúng.}$$

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Đây là dạng toán “*Tính đạo hàm của hàm số logarit*” và các em học sinh cần nhớ:

$$(\ln U)' = \frac{U'}{U} \text{ và } (\sqrt{U})' = \frac{U'}{2\sqrt{U}}.$$

Câu 19.

Đáp số trắc nghiệm B.

👉 *Lời giải tự luận:* Từ đồ thị ta có ngay:

- Hàm số $y = a^x$ nghịch biến nên $0 < a < 1$.
- Hai hàm số $y = b^x$ và $y = c^x$ đồng biến nhưng hàm số $y = b^x$ tăng nhanh hơn nên $1 < c < b$.

Suy ra $a < c < b \Rightarrow$ Đáp án B là đúng.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Đây là dạng toán “*Đánh giá đồ thị của hàm số mũ theo cơ số*”.

Câu 20.

Đáp số trắc nghiệm C.

👉 *Lời giải tự luận:* Biến đổi phương trình về dạng:

$$6^x + 3 \cdot 2^x = m(2^x + 1) \Leftrightarrow \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1} = m$$

Từ đó, phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$ khi đường thẳng $y = m$ cắt phần trên khoảng $(0; 1)$ của đồ thị hàm số $y = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1}$.

Ta có đạo hàm:

$$y' = \frac{(6^x \cdot \ln 6 + 3 \cdot 2^x \cdot \ln 2)(2^x + 1) - (6^x + 3 \cdot 2^x) \cdot 2^x \cdot \ln 2}{(2^x + 1)^2} = \frac{6^x \cdot 2^x (\ln 6 - \ln 2) + 6^x \cdot \ln 6 + 3 \cdot 2^x \cdot \ln 2}{(2^x + 1)^2}$$

Vì $y' > 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$, suy ra:

$$y(0) < y < y(1) \Leftrightarrow 2 < y < 4.$$

Vậy, với $2 < m < 4$ thỏa mãn điều kiện đầu bài.

👉 *Lựa chọn đáp án bằng lời giải tự luận kết hợp phép thử:* Biến đổi phương trình về dạng:

$$6^x + 3 \cdot 2^x = m(2^x + 1) \Leftrightarrow \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1} = m$$

Từ đó, phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$ khi đường thẳng $y = m$ cắt phần trên khoảng $(0; 1)$ của đồ thị hàm số $y = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1}$.

* Với $x = 0$ thì $y(0) = \frac{1 + 3 \cdot 1}{1 + 1} = 2$.

* Với $x = 1$ thì $y(1) = \frac{6 + 3 \cdot 2}{2 + 1} = 4$.

\Rightarrow Đáp án C là đúng.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Đây là dạng toán “*Sử dụng phương pháp hàm số tìm điều kiện có nghiệm của phương trình $f(x) = m$ trên khoảng $(a; b)$* ”.

Câu 21.

Đáp số trắc nghiệm D.

👉 *Lời giải tự luận:* Biến đổi P về dạng:

$$P = \left(2 \log_{\frac{a}{b}} a \right)^2 + 3(\log_b a - \log_b b) = \frac{4}{\left(\log_{\frac{a}{b}} a \right)^2} + 3(\log_b a - 1) = \frac{4}{(1 - \log_a b)^2} + \frac{3}{\log_a b} - 3.$$

Đặt $t = \log_a b$ vì $a > b > 1$ nên $0 < t < 1$. Ta được:

$$P = \frac{4}{(1-t)^2} + \frac{3}{t} - 3, \quad P' = -\frac{8}{(1-t)^3} - \frac{3}{t^2}, \quad P' = 0 \Leftrightarrow \frac{8}{(1-t)^3} - \frac{3}{t^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 8t^2 - 3(1-t)^3 = 0 \Leftrightarrow 3t^3 - t^2 + 9t - 3 = 0 \Leftrightarrow (3t-1)(t^2+3) = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{3}.$$

▪ Bảng biến thiên:

x	0	1/3	1		
y'		-	0	+	0
y	$+\infty$		15		$+\infty$

Suy ra $P_{\min} = 15$ đạt được khi $t = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \log_a b = \frac{1}{3}$.

☞ *Lựa chọn đáp án bằng lời giải tự luận kết hợp phép thử sử dụng máy tính CASIO fx - 570MS:*
 Biến đổi P về dạng:

$$P = \left(2 \log_a \frac{a}{b} \right)^2 + 3(\log_b a - \log_b b) = \frac{4}{\left(\log_a \frac{a}{b} \right)^2} + 3(\log_b a - 1) = \frac{4}{(1 - \log_a b)^2} + \frac{3}{\log_a b} - 3.$$

Đặt $t = \log_a b$ vì $a > b > 1$ nên $0 < t < 1$. Ta được:

$$P = \frac{4}{(1-t)^2} + \frac{3}{t} - 3.$$

- Nhập P vào máy tính.
- Thử với $P = 13$, thấy vô nghiệm.
- Thử với $P = 13$, thấy vô nghiệm.
- Thử với $P = 15$, nhận được $t = \frac{1}{3} \Rightarrow$ Đáp án D là đúng.

☞ *Nhận xét - Mở rộng:* Đây là dạng câu hỏi khó và mất nhiều thời gian trong đề thi.

Câu 22.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Ta có ngay:

$$\int f(x)dx = \int \cos 2x \cdot dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C \Rightarrow \text{Đáp án A là đúng.}$$

☞ *Nhận xét - Mở rộng:* Đây là dạng toán “*Tìm nguyên hàm cơ bản*”.

Câu 23.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ *Lời giải tự luận:* Sử dụng tính chất nguyên hàm ta có ngay:

$$I = \int_1^2 f'(x)dx = f(x) \Big|_1^2 = f(2) - f(1) = 2 - 1 = 1 \Rightarrow \text{Đáp án A là đúng.}$$

☞ *Nhận xét - Mở rộng:* Đây là dạng toán “*Tính tích phân cơ bản*”.

Câu 24.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có:

$$\int_2^3 f(x)dx = \int_2^3 \frac{dx}{x-1} = \ln|x-1| \Big|_2^3 = \ln 2, \quad \int_2^3 f(x)dx = F(x) \Big|_2^3 = F(3) - F(2) = F(3) - 1.$$

Suy ra:

$$F(3) - 1 = \ln 2 \Leftrightarrow F(3) = \ln 2 + 1 \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng.}$$

👂 *Nhận xét - Mở rộng:* Chỉ cần sử dụng đúng tính chất của nguyên hàm, tích phân ta sẽ có được kết quả đúng.

Câu 25.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Sử dụng phép đổi biến:

$$I = \int_0^2 f(2x)dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(2x)d(2x) \stackrel{t=2x}{=} \frac{1}{2} \int_0^4 f(t)dt = \frac{1}{2} \int_0^4 f(x)dx = 16 : 2 = 8 \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng.}$$

👂 *Nhận xét - Mở rộng:* Đây là dạng toán “*Tính tích phân bằng phương pháp đổi biến*” với lưu ý:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt.$$

Câu 26.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Ta có biến đổi:

$$\int_3^4 \frac{dx}{x^2+x} = \int_3^4 \frac{dx}{x(x+1)} = \int_3^4 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) dx = (\ln|x| - \ln|x+1|) \Big|_3^4 = \ln \frac{16}{15} = 4\ln 2 - \ln 3 - \ln 5$$

$$\Rightarrow a = 4, b = -1, c = -1 \Rightarrow a + b + c = 4 - 1 - 1 = 2 \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng.}$$

👂 *Nhận xét - Mở rộng:* Đây là dạng toán “*Tính tích phân bằng phương pháp phân tích*”.

Câu 27.

Đáp số trắc nghiệm D.

✍ *Lời giải tự luận:* Gọi S là diện tích toàn phần. Từ giả thiết, ta có:

$$S_1 = 2S_2 \Rightarrow S_1 = \frac{2}{3}S = \frac{2}{3} \int_0^{\ln 4} e^x dx = \frac{2}{3} e^x \Big|_0^{\ln 4} = 2.$$

Suy ra:

$$2 = S_1 = \int_0^k e^x dx = e^x \Big|_0^k = e^k - 1 \Leftrightarrow e^k = 3 \Leftrightarrow k = \ln 3 \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng.}$$

👂 *Nhận xét - Mở rộng:* Đây là dạng toán “*Tính diện tích hình phẳng*”.

Câu 28.

Đáp số trắc nghiệm B.

✍ *Lời giải tự luận:* Với hệ trục tọa độ Oxy, ta được phương trình elíp là $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$.

Khi đó, diện tích S mảnh vườn cần tìm được chia làm 2 phần đối xứng qua trục lớn.

Gọi diện tích của một phần là S_0 thì được giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{25 - \frac{25x^2}{64}}$ và 2 đường

$x = -4, x = 4$, suy ra:

$$S = 2S_0 = 2 \int_{-4}^4 \sqrt{25 - \frac{25x^2}{64}} dx = 2 \cdot \frac{5}{8} \int_{-4}^4 \sqrt{64 - x^2} dx.$$

Đặt $x = 8 \sin t$, $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ thì $dx = 8 \cos t dt$.

Đổi cận:

$$* x = -4 \Rightarrow \sin t = -\frac{1}{2} \Rightarrow t = -\frac{\pi}{6}. \quad * x = 4 \Rightarrow \sin t = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}.$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} S &= \frac{5}{4} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \sqrt{64 - 64 \sin^2 t} \cdot 8 \cos t dt = 80 \int_{-\pi/6}^{\pi/6} |\cos t| \cos t dt = 80 \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \cos^2 t dt \\ &= 40 \int_{-\pi/6}^{\pi/6} (1 + \cos 2t) dt = 40 \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{-\pi/6}^{\pi/6} = 40 \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right). \end{aligned}$$

Suy ra số tiền ông An cần để trồng hoa là:

$$T = 100.000.S \approx 7.653.000 \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng.}$$

📖 *Lời giải tự luận kết hợp sử dụng máy tính CASIO fx-570MS:* Với hệ trục tọa độ Oxy, ta được phương trình Elíp là $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$.

Khi đó, diện tích S mảnh vườn cần tìm được chia làm 2 phần đối xứng qua trục lớn.

Gọi diện tích của một phần là S_0 thì được giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{25 - \frac{25x^2}{64}}$ và 2 đường

$x = -4$, $x = 4$, suy ra:

$$S = 2S_0 = 2 \int_{-4}^4 \sqrt{25 - \frac{25x^2}{64}} dx \stackrel{\text{CASIO fx-570MS}}{\approx} 7.653.$$

Suy ra số tiền ông An cần để trồng hoa là:

$$T = 100.000.S \approx 7.653.000 \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng.}$$

👂 *Nhận xét - Mở rộng:* Câu hỏi được xây dựng dựa theo bài toán cơ bản “*Tính diện tích hình Elíp trong sách giáo khoa*”.

Câu 29.

Đáp số trắc nghiệm C.

📖 *Lời giải tự luận:* Từ hình vẽ suy ra:

$$M(3; -4) \Rightarrow z = 3 - 4i \Rightarrow z \text{ có phần thực bằng } 3 \text{ và phần ảo bằng } -4 \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng.}$$

👂 *Nhận xét - Mở rộng:* Đây là kiến thức về “*Minh họa hình học của số phức*”, cụ thể:

$$M(a; b) \Rightarrow z = a + bi.$$

Câu 30.

Đáp số trắc nghiệm D.

📖 *Lời giải tự luận:* Ta có biến đổi:

$$z = 3i^2 + i = -3 + i \Rightarrow \bar{z} = -3 - i \Rightarrow \text{Đáp án D là đúng.}$$

👂 *Nhận xét - Mở rộng:* Đây là kiến thức về “*Số phức liên hợp*”, cụ thể:

$$z = a + bi \text{ (} a, b \in \mathbb{R} \text{)} \Rightarrow \bar{z} = a - bi.$$

Câu 31.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận 1: Ta có biến đổi:

$$z(2-i) = 1-13i \Rightarrow z = \frac{1-13i}{2-i} = \frac{(1-13i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{15-25i}{4-i^2} = 3-5i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2+5^2} = \sqrt{34}$$

⇒ Đáp án A là đúng.

Lời giải tự luận 2: Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta có biến đổi:

$$1-13i = (a+ib)(2-i) = (2a+b) - i(a-2b) \Rightarrow \begin{cases} 2a+b=1 \\ a-2b=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z = 3-5i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2+5^2} = \sqrt{34} \Rightarrow \text{Đáp án A là đúng.}$$

Nhận xét - Mở rộng: Đây là dạng toán “*Tìm số phức z thỏa mãn điều kiện K cho trước*”, sau đó với $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thì môđun của z được cho bởi $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 32.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận 1: Xét phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$, ta có:

$$\Delta' = 8^2 - 4 \cdot 17 = -4 = 4i^2 \Rightarrow z_{1,2} = \frac{8 \pm 2i}{4} = 2 \pm \frac{1}{2}i \Rightarrow z_0 = 2 + \frac{1}{2}i$$

$$\Rightarrow w = iz_0 = 2i + \frac{1}{2}i^2 = -\frac{1}{2} + 2i \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; 2\right) \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng.}$$

Lời giải tự luận 2: Biến đổi phương trình về dạng:

$$4z^2 - 16z + 16 = -1 \Leftrightarrow (2z-4)^2 = i^2 \Leftrightarrow 2z-4 = \pm i \Rightarrow z_{1,2} = 2 \pm \frac{1}{2}i \Rightarrow z_0 = 2 + \frac{1}{2}i$$

$$\Rightarrow w = iz_0 = 2i + \frac{1}{2}i^2 = -\frac{1}{2} + 2i \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; 2\right) \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng.}$$

Nhận xét - Mở rộng: Đây là dạng toán “*Phương trình bậc hai của số phức*”.

Câu 33.

Đáp số trắc nghiệm C.

Lời giải tự luận: Với $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thì $\bar{z} = a - bi$.

Khi đó, từ giả thiết ta có:

$$3+2i = (1+i)(a+bi) + 2(a-bi) = (3a-b) + (a-b)i \Rightarrow \begin{cases} 3a-b=3 \\ a-b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1/2 \\ b=-3/2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b = -1 \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng.}$$

Nhận xét - Mở rộng: Đây là dạng toán “*Tìm số phức z thỏa mãn điều kiện K cho trước*”.

Câu 34.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Biến đổi giả thiết về dạng:

$$(|z|+2) + (2|z|-1)i = \frac{\sqrt{10}}{z} = \left(\frac{\sqrt{10}}{|z|^2}\right)\bar{z}$$

Vì môđun của hai số phức ở VT và VP bằng nhau nên ta được:

$$(|z+2|^2 + (2|z|-1)^2 = \frac{10}{|z|^2}, \text{ do } |\bar{z}| = |z|$$

Đặt $t = |z|$, $t \geq 0$ ta nhận được phương trình:

$$(t+2)^2 + (2t-1)^2 = \frac{10}{t^2} \Leftrightarrow 5t^2 + 5 = \frac{10}{t^2} \Leftrightarrow t^4 + t^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow (t^2 - 1)(t^2 + 2) = 0 \Rightarrow t = 1$$

$\Rightarrow |z| = 1 \Rightarrow$ Đáp án D là đúng.

Lựa chọn đáp án bằng phép thử: Ta lần lượt:

▪ Với $|z| = 2$ thì:

$$2(1+2i) = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{z} = 4 + 3i \Leftrightarrow z = \frac{\sqrt{10}}{4+3i} \Leftrightarrow z = \frac{\sqrt{10}}{25}(4-3i) \Leftrightarrow |z| = \frac{2}{5} \text{ (KTM)}$$

▪ Với $|z| = 12$ thì:

$$1+2i = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{z} = 3+i \Leftrightarrow z = \frac{\sqrt{10}}{3+i} \Leftrightarrow z = \frac{\sqrt{10}}{10}(3-i) \Leftrightarrow |z| = 1 \text{ (MT)}$$

\Rightarrow Đáp án D là đúng.

Nhận xét – Mở rộng: Với các em học sinh đây là dạng toán lạ. Ý tưởng là giải phương trình vô căn là môđun của số phức.

Câu 35.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Ta có ngay:

$$V = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot h \Rightarrow h = \frac{3V}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3 \cdot a^3}{\frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4}} = a\sqrt{3} \Rightarrow \text{Đáp án D là đúng.}$$

Nhận xét – Mở rộng: Bài toán sử dụng công thức tính thể tích hình chóp biết diện tích đáy và độ dài đường cao.

Câu 36.

Đáp số trắc nghiệm A.

Lời giải tự luận: Hình tứ diện không có tâm đối xứng.

Câu 37.

Đáp số trắc nghiệm B.

Lời giải tự luận: Với G là trọng tâm ΔBCD thì $S_{\Delta GBC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC}$, ta có

$$V_{A.GBC} = \frac{1}{3} h \cdot S_{\Delta GBC} = \frac{1}{3} h \cdot \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} V_{ABCD} = 4 \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng.}$$

Nhận xét – Mở rộng: Bài toán sử dụng công thức tính thể tích hình chóp khi đáy thay đổi.

Câu 38.

Đáp số trắc nghiệm D.

Lời giải tự luận: Học sinh tự phác thảo hình vẽ.

Gọi H là hình chiếu của C' trên mặt phẳng (ABC), suy ra:

$$(\widehat{AC'}, (\widehat{ABC})) = \widehat{C'AH} = 60^\circ, C'H = C'A \cdot \sin C'AH = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}.$$

Khi đó:

$$V_{ABC.A'B'C'} = C'H.S_{\Delta ABC} = 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{3}.$$

$$V_{C.A'B'C'} = \frac{1}{3} C'H.S_{AA'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

$$V_{ABCB'C'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C.A'B'C'} = 8\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{16\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \text{Đáp án D là đúng.}$$

☞ Nhận xét – Mở rộng: Bài toán tính thể tích khối đa diện là phần còn lại của hai khối đa diện cơ bản.

Câu 39.

Đáp số trắc nghiệm A.

☞ Lời giải tự luận: Sử dụng công thức tính diện tích xung quanh hình nón, ta được:

$$S_{xq} = \pi Rl = 15\pi \Rightarrow l = 5.$$

Thể tích hình nón được cho bởi:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 l = 12\pi \Rightarrow \text{Đáp án A là đúng.}$$

☞ Nhận xét – Mở rộng: Bài toán tính thể tích khối nón.

Câu 40.

Đáp số trắc nghiệm B.

☞ Lời giải tự luận: Vì ΔABC đều với cạnh a nên có bán kính đường tròn ngoại tiếp $R = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Khi đó, thể tích khối trụ ngoại tiếp lăng trụ được cho bởi:

$$V = \pi R^2 l = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot h = \frac{\pi a^2 h}{3} \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng.}$$

☞ Nhận xét – Mở rộng: Bài toán tính thể tích khối trụ.

Câu 41.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ Lời giải tự luận: Học sinh tự phác thảo hình vẽ.

Thấy ngay mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$ cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối hộp, suy ra:

$$R = OC = \frac{1}{2} A'A'C = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 + AD^2 + A'A^2} = \frac{3a}{2} \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng.}$$

☞ Nhận xét – Mở rộng: Bài toán “Tìm tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện”.

Câu 42.

Đáp số trắc nghiệm C.

☞ Lời giải tự luận: Ta lần lượt từ trên xuống:

- Quay hình vuông thứ nhất quanh trục XY ta được khối trụ có chiều cao $h = 5$, bán kính đáy $r = \frac{5}{2}$, suy ra thể tích V_1 của nó bằng:

$$V_1 = \pi r^2 h = \frac{125\pi}{4}.$$

- Quay hình vuông thứ hai quanh trục XY ta được hai khối nón bằng nhau với chiều cao h và bán kính đáy r là $h = r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$, suy ra thể tích V_2 của nó bằng:

$$V_2 = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{125\pi\sqrt{2}}{6}.$$

- Quay phần trũng của hai hình vuông là tam giác vuông và khi quanh trục XY ta được khối nón với chiều cao h và bán kính đáy r là $h = r = \frac{5}{2}$, suy ra thể tích V_3 của nó bằng:

$$V_3 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{125\pi}{24}.$$

Vậy, thể tích V của vật thể tròn xoay khi quanh trục XY bằng:

$$V = V_1 + V_2 - V_3 = \frac{125\pi}{4} + \frac{125\pi\sqrt{2}}{6} - \frac{125\pi}{24} = \frac{125\pi(5 + 4\sqrt{2})}{24} \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng.}$$

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Bài toán cần có phép phân tích hình.

Câu 43.

Đáp số trắc nghiệm B.

👉 *Lời giải tự luận:* Ta có ngay trung tọa độ trung điểm của AB là $I(1; 0; 4) \Rightarrow$ Đáp án D là đúng.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Sử dụng công thức trung điểm của đoạn thẳng AB với $A(x_A; y_A; z_A)$ và

$$B(x_B; y_B; z_B) \text{ là } I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right).$$

Câu 44.

Đáp số trắc nghiệm A.

👉 *Lời giải tự luận:* Ta có ngay vtcp của (d) là $\vec{a}(0; 3; -1) \Rightarrow$ Đáp án A là đúng.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Bài toán ngược “Tìm vtcp của đường thẳng biết phương trình tham số của nó”.

Câu 45.

Đáp số trắc nghiệm C.

👉 *Lời giải tự luận:* Sử dụng công thức phương trình mặt phẳng chắn, ta có:

$$(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1 \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng.}$$

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Sử dụng công thức phương trình mặt phẳng chắn (ABC) với $A(a; 0; 0)$,

$$B(0; b; 0) \text{ và } C(0; 0; c) \text{ là } (ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

Câu 46.

Đáp số trắc nghiệm C.

👉 *Lời giải tự luận:* Bán kính R của mặt cầu được cho bởi:

$$R = d(I, (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 - 2(-1) - 8|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 3.$$

Khi đó, phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với (P) được cho bởi:

$$(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9 \Rightarrow \text{Đáp án C là đúng.}$$

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Bài toán “Lập phương trình mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng”.

Câu 47.

Đáp số trắc nghiệm A.

📖 *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt :

- Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}(3; -3; 2)$.
- Đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-1; 0; 5) \notin (P)$ và có vtcp $\vec{a}(1; -3; -1)$.

Suy ra:

$$\vec{a} \cdot \vec{n} = (0; 3; -1)(3; -3; 2) = 10 \neq 0 \Rightarrow (d) \text{ cắt và không vuông góc với } (P)$$

\Rightarrow Đáp án A là đúng.

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Bài toán “Xét vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng”.

Câu 48.

Đáp số trắc nghiệm A.

📖 *Lời giải tự luận:* Ta có ngay:

$$\frac{AM}{BM} = \frac{d(A, Oxz)}{d(B, Oxz)} = \frac{3}{|-6|} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Đáp án A là đúng.}$$

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Bài toán được chuyển về tính tỉ số khoảng cách từ điểm tới mặt phẳng. Với lưu ý trong các trường hợp đặc biệt khi $A(x_A; y_A; z_A)$ thì:

$$d(A, (Oxy)) = |z_A|, d(A, (Oxz)) = |y_A|, d(A, (Oyz)) = |x_A|.$$

Câu 49.

Đáp số trắc nghiệm B.

📖 *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt:

- Đường thẳng (d_1) đi qua điểm $A(2; 0; 0)$ và có vtcp $\vec{a}_1(-1; 1; 1)$.
- Đường thẳng (d_2) đi qua điểm $B(0; 1; 2)$ và có vtcp $\vec{a}_2(2; -1; -1)$.

Suy ra, mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ được cho bởi:

$$(P) : \begin{cases} \text{Qua trung điểm } AB \text{ là } M \\ \text{vtpt } \vec{n} = [\vec{a}_1, \vec{a}_2] \end{cases} \Leftrightarrow (P) : \begin{cases} \text{Qua } M\left(1; \frac{1}{2}; 1\right) \\ \text{vtpt } \vec{n}(0; 1; -1) \end{cases} \Leftrightarrow (P) : 1 \cdot \left(y - \frac{1}{2}\right) - 1(z - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (P) : 2y - 2z + 1 = 0 \Rightarrow \text{Đáp án B là đúng.}$$

👉 *Nhận xét – Mở rộng:* Bài toán cơ bản “Viết phương trình mặt phẳng song song và cách đều hai đường thẳng chéo nhau cho trước”.

Câu 50.

Đáp số trắc nghiệm A.

📖 *Lời giải tự luận:* Ta lần lượt :

- Phương trình mặt phẳng (ABC) được cho bởi

$$(ABC) : \frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow (ABC) : nx + my + mnz - mn = 0.$$

- Mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) với A cố định và đi qua D cố định có tâm I là hình chiếu vuông góc của D trên mặt phẳng (Oxy), suy ra $I(1; 1; 0)$.

Kiểm tra:

$$R = ID = 1.$$

$$R = d(D, (ABC)) = \frac{|n + m - mn|}{\sqrt{n^2 + m^2 + n^2 m^2}} = \frac{|n + m - mn|}{\sqrt{(n+m)^2 - 2nm + n^2 m^2}} = \frac{|1 - mn|}{\sqrt{1 - 2nm + n^2 m^2}} = 1$$

\Rightarrow Đáp án A là đúng.

7 bí quyết dạy, ôn tập tốt để thi trắc nghiệm Môn Toán THPT quốc gia

Dân trí Nhận định về Đề thi minh họa Toán THPT quốc gia, Tiến sĩ phương pháp giảng dạy Toán Lê Thống Nhất cho biết, tỷ lệ các câu kiểm tra kiến thức cơ bản ở mức độ cho mục tiêu tốt nghiệp THPT nhiều hơn những câu đòi hỏi vận dụng kiến thức nhằm tới việc dùng kết quả để tuyển sinh đại học.



Thời gian 1,8 phút/câu

Theo Tiến sĩ Phương pháp giảng dạy toán Lê Thống Nhất chia sẻ tại BigSchool.vn, với ưu thế về số câu ở hình thức trắc nghiệm nên các kiến thức toán lớp 12 có trong đề được phủ rộng hơn so với đề tự luận. Mặt khác, với 50 câu nên các dạng bài có tính “đánh đố” đã không xuất hiện mà tất cả đều là các câu liên quan tới các kiến thức toán cơ bản trong chương trình từ mức độ kiểm tra kiến thức tới mức độ vận dụng sự hiểu biết.

Tỷ lệ các câu kiểm tra kiến thức cơ bản ở mức độ cho mục tiêu tốt nghiệp THPT nhiều hơn những câu đòi hỏi vận dụng kiến thức nhằm tới việc dùng kết quả để tuyển sinh đại học (đối với những trường không đòi hỏi cao về năng lực toán học).

Cấu trúc đề thi có thể thấy gồm 7 nội dung đúng theo 7 chương trong chương trình toán lớp 12, với mỗi nội dung được sắp thứ tự theo mức độ cao dần để học sinh có thể dễ lựa chọn nhanh về thứ tự làm các câu dễ ở từng nội dung.

Ở đây cũng cần nhắc lại thời gian trung bình dành cho mỗi câu, kể cả đọc câu hỏi, nhớ lại kiến thức cơ bản và thực hiện việc lựa chọn đáp án dù là bằng cách sử dụng máy tính cầm tay hay kiểm tra thử các đáp án sẽ chỉ là 1,8 phút đều đòi hỏi tốc độ cao của học sinh khi tái hiện kiến thức hay quyết định hướng làm bài.

Tiến sĩ Nhất đã đưa ra 7 lưu ý khi ôn tập môn Toán trắc nghiệm như sau:

1. Các câu trực tiếp sử dụng máy tính cầm tay để đi đến kết quả chiếm khoảng 1/3 số câu trong đề này. Các câu này tuy không cần quan tâm tới các bước giải nhưng học sinh vẫn cần biết khái niệm để nhận dạng và thực hiện việc sử dụng máy tính cầm tay thành thạo. Như vậy, việc ôn tập thi trắc nghiệm môn toán không chỉ dừng lại ở việc luyện tập kỹ năng sử dụng máy tính cầm tay.

2. Khi dạy cho học sinh, các thầy cô cần phân tích những sai lầm hay gặp phải để học sinh tránh được những đáp án có tính chất “bẫy” học sinh vào lựa chọn đáp án sai. Việc đọc hiểu các đáp án là việc cũng cần rèn luyện cho học sinh. Thầy cô cần có những diễn đạt khác nhau về các mệnh đề, các kết luận của bài toán để chỉ ra những cách hiểu sai về các khái niệm toán.

3. Không những dạy kĩ từng khái niệm cơ bản, thầy cô cần dạy cho học sinh những điều khái quát khi học xong các vấn đề. Ngoài việc dạy từng loại hàm số với các dạng đồ thị của mỗi loại hàm số này, cần tổng kết để so sánh đối chiếu. Chẳng hạn với câu 1 thì khi học sinh nắm được sự khái quát này có thể loại bỏ ngay các đáp án A, B, C vì các hàm số này không thể có dạng đồ thị như đã cho nên chọn ngay đáp án D mà không cần tính đạo hàm hàm số này, tốc độ làm bài chắc chắn sẽ nhanh hơn.

4. Về mức độ các dạng toán liên quan tới một khái niệm, thầy cô cần xuất phát từ thí dụ đơn giản, đơn thuần là áp dụng định nghĩa, nhưng cũng tiến tới các thí dụ đòi hỏi hiểu khái niệm hơn, đưa ra bài toán để học sinh tránh hiểu sai về khái niệm. Chẳng hạn với câu 2 chỉ cần học sinh áp dụng định nghĩa về đường tiệm ngang nhưng tới câu 9 thì đòi hỏi phải hiểu hơn và vận dụng tốt hơn về khái niệm.

5. Khi dạy một loại toán, thầy cô cần dạy những cách giải khác nhau để khi gặp các tình huống trong đề thi học sinh có thể lựa chọn cách làm nào nhanh nhất tùy theo các phương án mà đề thi đưa ra.

6. Ngoài việc dạy học sinh làm các bài toán với những con số cụ thể, các thầy cô cần dạy cả những bài toán có tính tổng quát và ghi nhớ kết quả tổng quát. Chẳng hạn bài toán tổng quát để nhất của câu 10 là cho tấm kim loại hình vuông có cạnh là a (đ.v.đ.d) và người ta cắt đi ở 4 góc các hình vuông cạnh x (đ.v.đ.d) để gấp thành cái hộp không nắp ($a > 2x$). Xác định x để thể tích hình hộp lớn nhất. Thể tích $V = x(a - 2x)(a - 2x)$ (đ.v.đ.t). Bài toán này có thể áp dụng bất đẳng thức Cô – si hoặc xét hàm số sẽ có ngay kết quả V lớn nhất khi $x = a/6$. Vậy khi gặp bài cụ thể như câu 10 học sinh thấy ngay $x = 2$ nên chọn đáp án C. Có thể tổng quát khó hơn là tấm kim loại ban đầu là hình chữ nhật.

7. Khi dạy các khái niệm toán học, thầy cô cần phân tích ý nghĩa hình học hoặc ý nghĩa vật lý nếu có của khái niệm và quay lại các ý nghĩa này khi học thêm các khái niệm khác. Chẳng hạn khi học khái niệm đạo hàm tại một điểm, thầy cô nhấn mạnh ý nghĩa vật lý và ý nghĩa hình học nhưng khi học xong khái niệm nguyên hàm cần quay trở lại vấn đề này. Nếu trước đây cho hàm $S = f(t)$ với S (đ.v.đ.d) là quãng đường đi được tại thời điểm t (đ.v.t.g) thì $S' = f'(t)$ (đ.v.v.t) chính là vận tốc của chuyển động tại thời điểm t (đ.v.t.g).



Tiến sĩ Phương pháp giảng dạy Toán Lê Thống Nhất chia sẻ tại BigSchool.vn

“Tôi hy vọng các thầy cô hiểu đúng về dạy thi trắc nghiệm môn toán. Không phải chúng ta bỏ qua được những gì mà khi dạy thi tự luận chúng ta đã thực hiện mà chúng ta vẫn phải dạy thật kỹ các kiến thức cơ bản. Qua đó, các bạn học sinh lớp 12 có đọc bài viết này cũng cảm nhận được về cách học của mình để không hoang mang với hình thức thi mới” - TS Lê Thống Nhất nhấn mạnh.

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU.....	3
ĐỀ LUYỆN SỐ 1	7
ĐỀ LUYỆN SỐ 2	38
ĐỀ LUYỆN SỐ 3	64
ĐỀ LUYỆN SỐ 4	87
ĐỀ LUYỆN SỐ 5	110
ĐỀ LUYỆN SỐ 6	132
ĐỀ LUYỆN SỐ 7	156
ĐỀ LUYỆN SỐ 8	179
ĐỀ MINH HỌA (Bộ GD&ĐT)	204
ĐỀ THI THỬ NGHIỆM (Bộ GD&ĐT)	225

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội
Điện thoại: Biên tập – Chế bản: (04) 39714896
Quản lý xuất bản: (04) 39728806 ; Tổng Biên tập: (04) 39715011
Fax: (04) 39729436

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc – Tổng biên tập: TS. PHẠM THỊ TRÂM

Biên tập nội dung:

ĐẶNG THỊ PHƯƠNG ANH

Biên tập chuyên ngành:

NGUYỄN THỊ HUỆ

Chế bản:

MINH LONG

Trình bày bìa:

GIA LONG

Sửa bản in:

THANH PHƯƠNG

Đối tác liên kết:

CÔNG TY TNHH MTV TM & DV VĂN HOÁ MINH LONG

**GIẢI BỘ ĐỀ TRẮC NGHIỆM KÌ THI THPT
MÔN TOÁN**

ISBN: 978-604-62-7704-0

Mã số: 1L-127 PT2017

In 4.000 cuốn, khổ 21x30cm, tại Công ty cổ phần Văn hóa Hà Nội

Địa chỉ: 240 Minh Khai, Hai Bà Trưng, Hà Nội

Cơ sở in: KCN Đình Bảng, Từ Sơn, Bắc Ninh

Số XNĐKXB: 487-2017/CXB,IPH/16-108/ĐHQGHN, ngày 24/02/2017

Quyết định xuất bản số: 131 LK-TN/QĐ-NXB ĐHQGHN ngày 09/03/2017

In xong và nộp lưu chiểu quý II năm 2017.