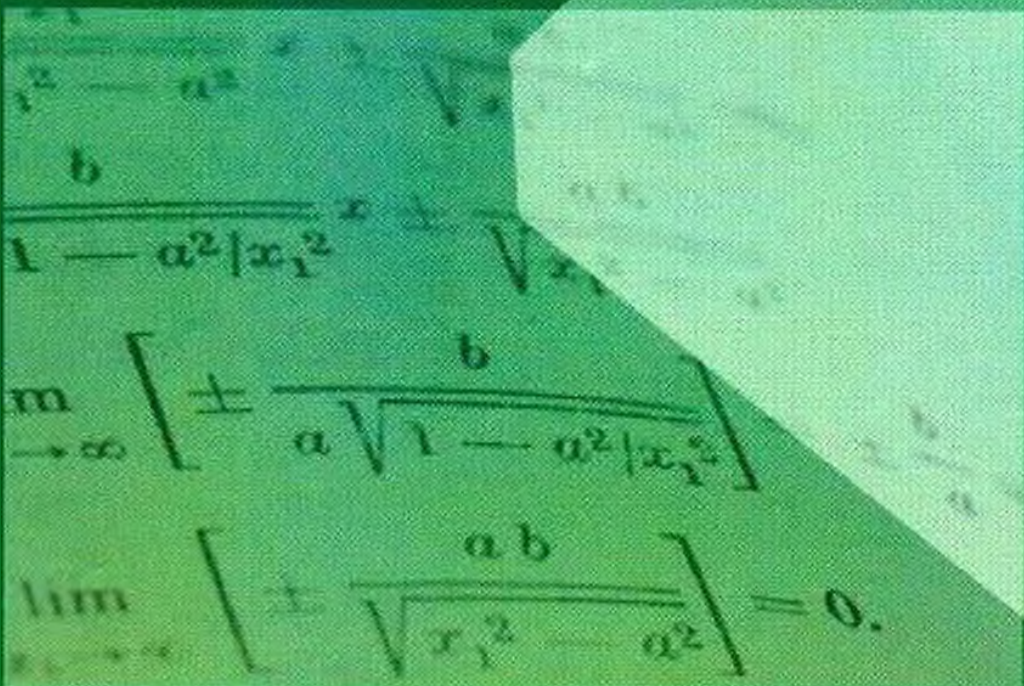
LÊ MẬU THẢO - LÊ MẬU THỐNG

ĐỀ THI TRẮC NGHIỆM

MÔN TOÁN

10 - 11 - 12
LUYỆN THI ĐẠI HỌC



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

LÊ MẬU THẢO – LÊ MẬU THỐNG

ĐỀ THI TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN

10 – 11 – 12

LUYỆN THI ĐẠI HỌC

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội
Điện thoại : (04) 9 714896 – (04) 9 724770 – Fax: (04) 9 714899

Chịu trách nhiệm xuất bản

Giám đốc : **PHÙNG QUỐC BẢO**
Tổng biên tập : **NGUYỄN BÁ THÀNH**

Biên tập
NS. Bình Thạnh

Chế bản
NS. Bình Thạnh

Trình bày bìa
Xuân Duyên

Tổng phát hành : Công ty TNHH DỊCH VỤ VĂN HÓA KHANG VIỆT
Địa chỉ : 374 Xô Viết Nghệ Tĩnh P.25 - Q.BT - TP.HCM
ĐT: 5117907 - Fax: 8999898
Email: binhthanhbookstore@yahoo.com

ĐỀ THI TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN
Mã số : 1L - 270 ĐH2007
In 2.000 cuốn, khổ 16×24 cm, tại Công ty in **VIỆT HƯNG**.
Số xuất bản : 852 - 2007/CXB/03 - 132/ĐHQGHN ngày 22/10/07.
Quyết định xuất bản số : 614 LK/XB
In xong và nộp lưu chiểu quý IV năm 2007.

MỤC LỤC

ĐỀ SỐ 1

Câu 1 (C) là đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 - x + 3}{x - 2}$

(d) là tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng: $x - 7y + 1 = 0$

Phương trình của (d) là:

A. $y = -7x + 39$ và $y = -7x + 3$ B. $y = -7x - 39$ và $y = -7x - 3$

C. $y = -7x - 39$ và $y = -7x + 3$ D. Một đáp số khác.

Câu 2. Lập phương trình tiếp tuyến chung của hai parabol:

$y = x^2 - 5x + 6$ và $y = -x^2 - x - 14$

A. $y = 3x - 10$ và $y = -9x - 2$ B. $y = -3x + 10$ và $y = 9x + 2$

C. $y = 3x - 10$ và $y = -9x + 2$ D. $y = -3x + 10$ và $y = 9x - 2$

Câu 3. Xác định m để hàm số: $y = \dfrac{x^2 - mx}{x^2 - x + 1}$ có cực trị.

A. $m > 1$ B. $-1 < m < 1$ C. $0 < m < 1$ D. m tuỳ ý

Câu 4. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của hàm số đồ thị: $y = x^3 - x^2 - 3x + 1$

A. $y = -\dfrac{2}{9}(7x + 6)$ B. $y = \dfrac{2}{9}(7x - 6)$

C. $y = -\dfrac{2}{9}(7x - 6)$ D. Một đáp số khác

Câu 5. Biết $a > 0 \Rightarrow \sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{a}\left|x + \dfrac{b}{2a}\right| + \varepsilon(x)$ với $\lim\limits_{x \to \infty} \varepsilon(x) = 0$. Các phương trình tiệm cận xiên của đồ thị hàm số:

$y = x + \sqrt{4x^2 + 2x + 1}$ là :

A. $y = 3x + \dfrac{1}{2}$ và $y = -x - \dfrac{1}{2}$ B. $y = 3x - \dfrac{1}{2}$ và $y = -x - \dfrac{1}{2}$

C. $y = -3x - \dfrac{1}{2}$ và $y = x - \dfrac{1}{2}$ D. $y = -3x + \dfrac{1}{2}$ và $y = -x + \dfrac{1}{2}$

Câu 6. Tính $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{1 + \cos x}dx$

A. $I = \dfrac{1}{2}(\pi + 2\ln 2)$ B. $I = \dfrac{1}{2}(2\ln 2 - \pi)$

C. $I = \frac{1}{2}(\pi - 2\ln 2)$ D. $I = \frac{1}{2}(\pi + \ln 2)$

Câu 7. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường:

$y = \sin x$ và $2x - \pi y = 0$ là:

A. $S = 2\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$ B. $S = 2\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$ C. $S = 2\left(1 - \frac{\pi}{6}\right)$ D. $S = 2\left(1 + \frac{\pi}{6}\right)$

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình: $C_n^{n-3} + A_{n-1}^3 = 130$ là:

A. $S = \{6\}$ B. $S = \{5\}$

C. $S = \{4\}$ D. Một đáp số khác.

Câu 9. Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm A(1; −1; 4) và đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng: $3x - y - z + 1 = 0$ và $x + 2y + z - 4 = 0$

A. $4x + y - 3 = 0$ B. $x + 4y + 2z - 5 = 0$

C. $3x - y - z = 0$ D. $3x + y - 2z + 6 = 0$

Câu 10. Thể tích của tứ diện ABCD với A(0; 0; −4); B(1; 1; −3); C(2; −2; −7); D(−1; 0; −9) là:

A. $V = \frac{7}{6}$ đvtt B. $V = \frac{15}{6}$ đvtt C. $V = \frac{7}{2}$ đvtt D. $V = \frac{9}{2}$ đvtt

Câu 11. Trong không gian Oxyz, gọi H là hình chiếu vuông góc của M(5; 1; 6) lên đường thẳng (d): $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{3}$. H có toạ độ:

A. (1; 0; −2) B. (−1; −2; 0) C. (1; −2; 4) D. (1; 2; 4)

Câu 12. Trong không gian Oxyz, toạ độ hình chiếu vuông góc của điểm (8; −3; −3) lên mặt phẳng $3x - y - z - 8 = 0$ là :

A. (2; −1; −1) B. (−2; 1; 1) C. (1; 1; −2) D. (−1; −1; 2)

Câu 13. Cho cotga = $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Tính giá trị của biểu thức: $E = \frac{\sqrt{2}\sin 4a - 3\cos 4a}{1 + 2\cos 4a}$

A. $E = \frac{13}{5}$ B. $E = \frac{5}{13}$ C. $E = -\frac{13}{5}$ D. $E = -\frac{5}{13}$

Câu 14. Cho phương trình: $2\cos 2x - 4(m - 1)\cos x + 2m - 1 = 0$. Xác định m để phương trình có nghiệm: $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

A. $x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ B. $x \in \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ C. $x \in \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ D. $x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$

Câu 15. Các họ nghiệm của phương trình: $\sin^{15}x + \cos^{40}x = 1$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k'\pi \end{array}\right.$

B. $\left[\begin{array}{l} x = +\frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k'2\pi \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + (2k+1)\pi \\ x = 2k'\pi \end{array}\right.$

D. Một đáp số khác

Câu 16. Cho a, b, c > 0 và a + b + c = 1.

Bất đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \geq 9$

B. $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$

C. $\left(1 + \frac{1}{a}\right)\left(1 + \frac{1}{b}\right)\left(1 + \frac{1}{c}\right) \geq 64$

D. Cả 3 câu trên đều đúng.

Câu 17. Cho ΔABC. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$E = \sqrt{1 + \text{tg}\frac{A}{2}.\text{tg}\frac{B}{2}} + \sqrt{1 + \text{tg}\frac{B}{2}.\text{tg}\frac{C}{2}} + \sqrt{1 + \text{tg}\frac{C}{2}.\text{tg}\frac{A}{2}}$$

A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$

Câu 18. Biết phương trình: $x^3 - (2m+1)x^2 + 2(3m-2)x - 8 = 0$. Có 3 nghiệm lập thành 1 cấp số nhân. Tính m?

A. m = –2. B. m = 3 C. m = – 3 D. m = 2

Câu 19. Để giải phương trình $6x^4 + 5x^5 - 38x^2 + 5x + 6 = 0$. Một học sinh đã tiến hành theo các giai đoạn sau:

I. Chia hai vế của phương trình cho $x^2 (x \neq 0)$ rồi đặt $t = x + \frac{1}{x}$, ta có

$6t^2 + 5t - 50 = 0$ (*). Giải phương trình (*) ta được $t = \frac{5}{2}, t = -\frac{10}{3}$

II. Theo bất đẳng thức Côsi ta có: $t = x + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{x.\frac{1}{x}} = 2$.

Vậy ta chỉ chọn nghiệm $t = \frac{5}{2} > 2$. $\left(\text{loại } t = -\frac{10}{3} < 2\right)$

III. $t = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = \frac{1}{2}$

Học sinh giải đúng hay sai ? Nếu sai thì sai từ giai đoạn nào ?

A. Sai từ giai đoạn I

B. Sai từ giai đoạn II

C. Sai từ giai đoạn III

D. Học sinh giải đúng.

Câu 20. Cho bất phương trình $\sqrt{3+x} + \sqrt{5-x} \le x^2 - 2x + m$.

Với giá trị nào của m thì bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in [-3, 5]$?

A. $m \ge 2$

B. $m \le 2$

C. $m \ge 5$

D. $0 \le m \le 5$

ĐÁP ÁN ĐỀ 1

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	A	6	C	11	D	16	C
2	C	7	B	12	A	17	B
3	D	8	B	13	C	18	B
4	D	9	A	14	C	19	B
5	A	10	C	15	A	20	C

GIẢI ĐỀ SỐ 1

Câu 1. (chọn câu A)

- Vì tiếp tuyến (d) vuông góc với đường thẳng $x - 7y + 1 = 0$ nên phương trình của (d) có dạng: $y = -7x + m$.
- Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) là:

$$\frac{2x^2 - x + 3}{x - 2} = -7x + m \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne 2 \\ 9x^2 - (m + 15)x + 2m + 3 \ne 0 \end{cases}$$

Phương trình (*) có nghiệm kép ($x \ne 2$)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ f(2) \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 42m + 117 = 0 \\ 36 - 2m - 30 + 2m + 3 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3 \vee m = 39$$

Vậy phương trình các tiếp tuyến phải tìm là: $\begin{cases} y = -7x + 3 \\ y = -7x + 39 \end{cases}$

Câu 2. (chọn câu C) (P_1): $y = x^2 - 5x + 6$; (P_2): $y = -x^2 - x - 14$

- Gọi $y = ax + b$ là phương trình tiếp tuyến chung của (P_1) và (P_2).
- Các phương trình sau đây có nghiệm kép:

$$\begin{cases} x^2 - 5x + 6 = ax + b \\ -x^2 - x - 14 = ax + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - (a + 5)x + (6 - b) = 0 \\ x^2 - (a + 1)x + (14 + b) = 0 \end{cases}$$

Vậy: $\begin{cases} \Delta_1 = (a+5)^2 - 4(6-b) = 0 \\ \Delta_2 = (a+1)^2 - 4(14+b) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 10a + 4b + 1 = 0 \quad (1) \\ a^2 + 2a - 4b - 55 = 0 \quad (2) \end{cases}$

$(1) + (2) \Rightarrow 2a^2 + 12a - 54 = 0 \Leftrightarrow a^2 + 6a - 27 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 3 \\ a = -9 \end{array}\right.$

Thay a vào (1) để tính b: • $a = 3 \Rightarrow b = -10$

• $a = -9 \Rightarrow b = 2$

Vậy phương trình các tiếp tuyến chung của (P_1) và (P_2) là:

$\begin{cases} y = 3x - 10 \\ y = -9x + 2 \end{cases}$

Câu 3. (Chọn câu D). $y = \dfrac{x^2 - mx}{x^2 - x + 1}$

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$ (vì $x^2 - x + 1 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$)
- $y' = \dfrac{(m+1)x^2 + 2x - m}{(x^2 - x + 1)^2}$

$y' = 0 \Leftrightarrow (m + 1)x^2 + 2x - m = 0$ (*)

Trường hợp 1: $m = -1$ thì phương trình (*) là $2x + 1 = 0$ có nghiệm đơn $x = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow$ Hàm số có một cực trị

Trường hợp 2: $m \neq -1$ thì phương trình (*) là phương trình bậc hai có.

$$\Delta' = 1 + m(m + 1) = m^2 + m + 1 > 0$$

Nên phương trình (*) tức phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow$ hàm số có hai cực trị.

Kết luận: Hàm số luôn có cực trị.

Câu 4. (Chọn câu D).

Hàm số $y = x^3 - x^2 - 3x + 1$

- Tập xác định D = R
- $y' = 3x^2 - 2x - 3$
- $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 3 = 0$ phương trình này có hai nghiệm phân biệt x_1 x_2 nên hàm số có hai cực trị y_1, y_2.

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	
y	$-\infty$	↗	y_1	↘	y_2	↗	$+\infty$

- Chia y cho y' ta được $\begin{cases} \text{Thương } \dfrac{1}{9}(3x-1) \\ \text{Dư } \dfrac{1}{2}(-20x+6) \end{cases}$

Vậy: $y = \dfrac{1}{9}(3x-1)y + \dfrac{1}{9}(-20x+6) \Rightarrow \begin{cases} y_1 = \dfrac{1}{9}(-20x_1+6) \\ y_2 = \dfrac{1}{9}(-20x_2+6) \end{cases}$

Vậy phương trình đường thẳng đi qua điểm cực đại $S_1(x_1; y_1)$ và điểm cực tiểu $S_2(x_2; y_2)$ là $y = \dfrac{1}{9}(-20x+6)$

Câu 5.(Chọn câu A)

$a > 0 \Rightarrow \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a}\left|x + \dfrac{b}{2a}\right| + \varepsilon(x)$ với $\lim\limits_{x\to\infty} \varepsilon(x)$

Ta có : $y = x + \sqrt{4x^2+2x+1} \Rightarrow y = x + 2\left|x+\dfrac{1}{4}\right| + \varepsilon(x)$, với $\lim\limits_{x\to\infty} \varepsilon(x)$

- $x \to -\infty \Rightarrow y = x - 2\left(x+\dfrac{1}{4}\right) = -x - \dfrac{1}{2}$
- $x \to +\infty \Rightarrow y = x + 2\left(x+\dfrac{1}{4}\right) = 3x + \dfrac{1}{2}$

Câu 6.(Chọn câu C)

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{1+\cos x}dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{2\cos^2\frac{x}{2}}dx$$

Chọn: $\begin{cases} u = x \Rightarrow du = dx \\ dv = \dfrac{x}{\cos^2\frac{x}{2}}.dx \Rightarrow v = 2tg\dfrac{x}{2} \end{cases}$. Vậy: $I = \dfrac{1}{2}uv\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} 2 - \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} v.du$

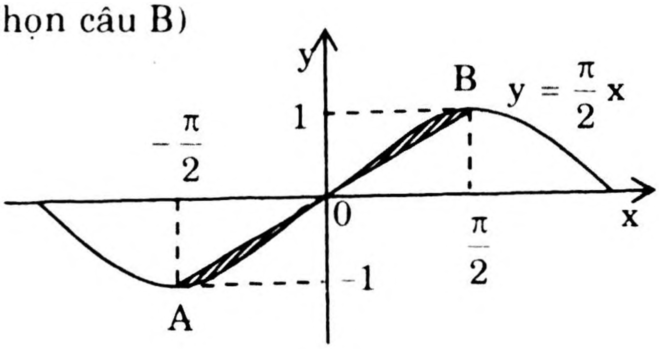
- $\dfrac{1}{2}uv\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} 2 = xtg\dfrac{x}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} 2 = \dfrac{\pi}{2}$

•

- $\dfrac{1}{2}\displaystyle\int v.du = \int_0^{\frac{\pi}{2}} tg\dfrac{x}{2}dx = -2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\left(\cos\frac{x}{2}\right)}{\cos\frac{x}{2}} = -2\ln\left|\cos\dfrac{x}{2}\right|\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -2\ln\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \ell n2$

Vậy : $I = \dfrac{\pi}{2} - \ln 2$ hay $I = \dfrac{1}{2}(\pi - 2\ln 2)$.

Câu 7. (Chọn câu B)



- Ta dễ thấy hai đường $\begin{cases} (C): y = \sin x \\ (d): y = \frac{2}{\pi}x \end{cases}$ cắt nhau tại 2 điểm.

  $A\left(-\frac{\pi}{2}; -1\right)$ và $B\left(\frac{\pi}{2}; 1\right)$

- Ngoài ra, hai hàm số y = sinx và $y = \frac{\pi}{2}x$ là hai hàm số lẻ nên diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (d) là :

$$S = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\sin x - \frac{2}{\pi}x\right)dx = -2\left[\cos x + \frac{x^2}{\pi}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 2\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

Chú ý: $\begin{cases} \bullet |x| > \frac{\pi}{2} \Rightarrow |y| = \frac{2}{\pi}|x > 1| \\ \bullet |\sin x| \le 1, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$

Do đó, ngoài hai giao điểm A và B nói trên thì (C) và (d) không còn giao điểm nào khác.

Câu 8.(Chọn câu B)

Ta có: $\begin{cases} C_n^{n-3} = \dfrac{n!}{(n-3)!3!} = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6} \\ A_{n+1}^3 = \dfrac{(n+1)!}{(n-2)!} = n(n+1)(n-1) \end{cases}$ $\left(n \in \mathbb{N}^*, n \ge 3\right)$

Vậy : $C_n^{n-3} + A_{n+1}^3 = 130 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} + n(n+1)(n-1) = 130$

$\Leftrightarrow 7n^3 - 3n^2 - 4n - 780 = 0 \Leftrightarrow (n-5)(7n^2 + 32n + 156) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 5 \\ 7n^2 + 32n + 156 = 0 \text{ vô nghiệm} \end{array}\right. \Leftrightarrow n = 5$

Câu 9.(Chọn câu A).

$\begin{cases} (\alpha): 3x - y - z + 1 = 0 \\ (\beta): x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$

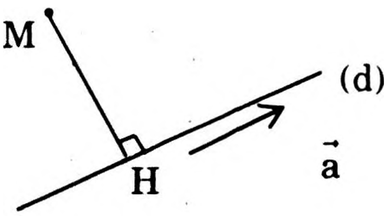
- Mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của (α) và (β) là mặt phẳng thuộc chùm mặt phẳng tạo bởi (α) và (β). Do đó, phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $m(3x - y - z + 1) + n(x + 2y + z - 4) = 0$ với $m^2 + n^2 > 0$
- Mặt phẳng (P) qua điểm A(1; −1; 4).
  Nên: $m(3 + 1 - 4 + 1) + n(1 - 2 + 4 - 4) = 0 \Leftrightarrow m - n = 0$
- Chọn $m = 1 \Rightarrow n = 1$
  Vậy phương trình mặt phẳng (P) là:
  $$(3x - y - z + 1) + (x + 2y + z - 4) = 0.$$
  Hay: $4x + y - 3 = 0$

Câu 10. (Chọn câu C)

Thể tích của tứ diện ABCD cho bởi công thức: $V = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}\right|$

- $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$
- $\overrightarrow{AC} = (2; -2; -3) \Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right] = (-1; 5; -4)$
- $\overrightarrow{AD} = (-1;\ 0; -5) \Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} = 1 + 0 + 20 = 21$

Vậy: $V = \frac{1}{6}.21 = \frac{7}{2}$ đvtt



Câu 11. (Chọn câu D)

- Vectơ của (d) là $\vec{a} = (-1; 2; 3)$
- Lấy $H \in (d)$ $\begin{cases} x_H = -t + 2 \\ y_H = 2t \\ z_H = 3t + 1 \end{cases}$

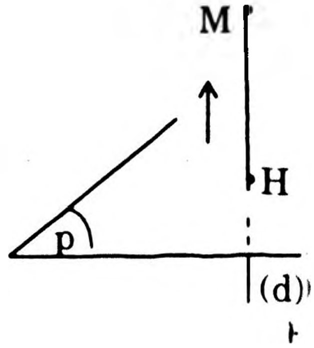
  H là hình chiếu vuông góc của M lên (d)

$\Leftrightarrow MH \perp (d) \Leftrightarrow \overrightarrow{MH}\,.\,\vec{a} = 0$ với $\overrightarrow{MH} = (-t - 3, 2t - 1, 3t - 5)$

$\Leftrightarrow -1(-t - 3) + 2(2t - 1) + 3(3t - 5) = 0 \Leftrightarrow 14t - 14 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Vậy: H(1; 2; 4)

Câu 12.(Chọn câu A)



- Vtpt của mp (P) là: $\vec{n} = (3; -1; -1)$
- Phương trình tham số của đường thẳng (d) qua M(8; −3; −3) và vuông góc với mặt phẳng (P) là:
  $\begin{cases} x = 8 + 3t \\ y = -3 - 1 \\ z = -3 - t \end{cases}$

- Toạ độ giao điểm H của (P) và (d) là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - y - z - 8 = 0 \\ x = 8 + 3t \\ y = -3 - t \\ z = -3 - t \end{cases}$$

$\Rightarrow 3(8 + 3t) - (-3 - t) - (-3 - t) - 8 = 0 \Leftrightarrow 11t + 22 = 0 \Leftrightarrow t = -2$

Vậy: $H(2; -1; -1)$

Câu 13. (Chọn câu C)

- $\cot ga = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow tga = \sqrt{2} \Rightarrow tg2a = \dfrac{2tga}{1 - tg^2a} = -2\sqrt{2}$

 Đặt: $t = tg2a = -2\sqrt{2}$, ta có: $\begin{cases} \sin 4a = \dfrac{2t}{1 + t^2} = \dfrac{-4\sqrt{2}}{9} \\ \cos 4a = \dfrac{1 - t^2}{1 + t^2} = \dfrac{-7}{9} \end{cases}$

Vậy: $E = \dfrac{\sqrt{2}\sin 4a - 3\cos 4a}{1 + 2\cos 4a} = \dfrac{\sqrt{2}\left(-\dfrac{4\sqrt{2}}{9}\right) - 3\left(-\dfrac{7}{9}\right)}{1 + 2\left(-\dfrac{7}{9}\right)} = -\dfrac{13}{5}$

Câu 14. (Chọn câu C)

- $2\cos2x - 4(m -)\cos x + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \cos(|t| \geq 1) \\ 4t^2 - 4(m - 1)t + 2m - 3 = 0 \ (*) \end{cases}$

 Ta thấy phương trình (*) có $\Delta' = 4(m - 2)^2$ nên phương trình (*) có hai nghiệm là: $\begin{cases} t_1 = \dfrac{1}{2} \\ t_2 = m - \dfrac{3}{2} \end{cases}$

- Phương trình đã cho có nghiệm $x \in \left(\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{3\pi}{2}\right) \Leftrightarrow$ phương trình (*) có nghiệm $t \in [-1; 0)$ mà $t_1 \notin [-1;0)$ nên bài toán thỏa mãn.

 $\Leftrightarrow t_2 \in [-1;0) \Leftrightarrow -1 \leq m - \dfrac{3}{2} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} \leq m < \dfrac{3}{2}$

Câu 15. (Chọn câu A)

Ta có: $\begin{cases} \sin^{15} x \leq \sin^2 x & (1) \\ \cos^{40} x \leq \cos^2 x & (2) \end{cases}$

$\Rightarrow \sin^{15} x + \cos^{40} x \leq 1 \quad (3)$

Phương trình $\sin^{15}x + \cos^{40}x = 1$ có nghiệm.

$\Leftrightarrow$ Dấu "=" ở (3) sảy ra

$\Leftrightarrow$ Dấu "=" ở (1) và (2) đồng thời xảy ra.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \, (k \in \mathbb{Z}) \\ \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \ell\pi \; (\ell \in \mathbb{Z}) \end{array}\right.$$

Câu 16. (Chọn câu C)

Với a, b, c > 0 và a + b + c = 1 nên:

- $1 + \dfrac{1}{a} = \dfrac{a+1}{a} = \dfrac{a+a+b+c}{a} \geq \dfrac{4}{a}\sqrt[4]{a^2bc} > 0$
- $1 + \dfrac{1}{b} = \dfrac{b+1}{b} = \dfrac{b+a+b+c}{b} \geq \dfrac{4}{b}\sqrt[4]{ab^2c} > 0$
- $\left(1 + \dfrac{1}{a}\right).\left(1 + \dfrac{1}{b}\right).\left(1 + \dfrac{1}{c}\right) \geq \dfrac{64}{abc}\sqrt{a^4b^4c^4} = 64$

Câu 17. (Chọn câu B)

Trước hết ta chứng minh hai công thức:

1. Với ΔABC bất kỳ, ta có: $\dfrac{A}{2} + \dfrac{B}{2} = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{C}{2}$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right) = \operatorname{cotg}\frac{C}{2} \Rightarrow \frac{\operatorname{tg}\frac{A}{2} + \operatorname{tg}\frac{B}{2}}{1 - \operatorname{tg}\frac{A}{2}.\operatorname{tg}\frac{B}{2}} = \frac{1}{\operatorname{tg}\frac{C}{2}}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\frac{A}{2}.\operatorname{tg}\frac{B}{2} + \operatorname{tg}\frac{B}{2}.\operatorname{tg}\frac{C}{2} + \operatorname{tg}\frac{C}{2}.\operatorname{tg}\frac{A}{2} = 1$$

2. Với ba số a, b, c > 0, ta có:

$$a + b + c \leq \sqrt{3(a^2 + b^2 + c^2)} \qquad (1)$$

$\Leftrightarrow (a + b + c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2)$

$\Leftrightarrow (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0 \qquad (2)$

Vì (2) đúng nên (1) đúng. Dấu "=" ở (1) xảy ra $\Leftrightarrow$ a = b = c

Bây giờ áp dụng bất đẳng thức (1) với:

$$\begin{cases} a = \sqrt{1 + \operatorname{tg}\frac{A}{2}.\operatorname{tg}\frac{B}{2}} \\ b = \sqrt{1 + \operatorname{tg}\frac{B}{2}.\operatorname{tg}\frac{C}{2}} \\ c = \sqrt{1 + \operatorname{tg}\frac{C}{2}.\operatorname{tg}\frac{A}{2}} \end{cases}$$

Ta có: $E = a + b + c \le \sqrt{3(a^2 + b^2 + c^2)}$

Hay: $E \le \sqrt{3\left(1 + tg\frac{A}{2}.tg\frac{B}{2} + 1 + tg\frac{B}{2}.tg\frac{C}{2} + 1 + tg\frac{C}{2}.tg\frac{A}{2}\right)}$

$= \sqrt{3(3+1)} = 2\sqrt{3}$

Vậy: $E_{max} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow A = B = C \Leftrightarrow \Delta ABC$ đều.

Câu 18. (Chọn câu B)

$x^3 - (2m + 1)x^2 + 2(3m - 2)x - 8 = 0$ (*)

Thuận: Giả sử phương trình (*) có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân $\Rightarrow x_2^2 = x_1x_3$ (1)

Theo định lý Viet ta có: $x_1.x_2.x_3 = 8$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow x_2^3 = 8 \Leftrightarrow x_2 = 2$

Mà: $x_2 = 2$ là nghiệm của phương trình (*)

Nên: $8 - 4(2m + 1) + 4(3m - 2) - 8 = 0 \Leftrightarrow m = 3$

Đảo: Thay m = 3 vào phương trình (*) ta có:

$x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 2)(x^2 - 5x + 4) = 0$

$\Leftrightarrow x = 1;\ x = 2;\ x = 4$

Ta dễ thấy ba nghiệm này lập thành một cấp số nhân có công bội q = 2

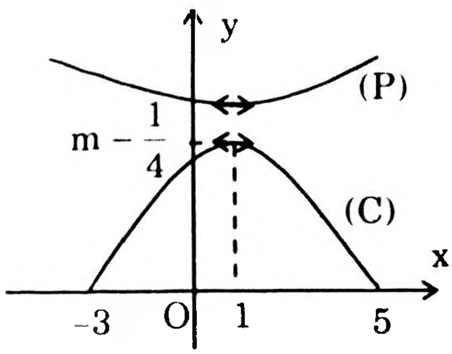
Câu 19. (Chọn câu B)

Sai từ giai đoạn II. Đúng là:

$$t = x + \frac{1}{x} \Rightarrow |t| = \left|x + \frac{1}{x}\right| = |x| + \left|\frac{1}{x}\right| \ge 2\sqrt{|x|.\left|\frac{1}{x}\right|} = 2$$

Nghĩa là $|t| \ge 2 \Leftrightarrow t \le -2 \vee t \ge 2$

Do đó nghiệm $t = -\frac{10}{3}$ cũng được chọn.



Câu 20. (Chọn câu C)

Xét hàm số $y = \sqrt{3 + x} + \sqrt{5 - x}$

- Điều kiện: $-3 \le x \le 5$
- $y' = \frac{1}{2\sqrt{3+x}} - \frac{1}{2\sqrt{5-x}}$ $(-3 < x < 5)$
- $y' = 0 \Leftrightarrow 3 + x = 5 - x \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 4$

- Bảng biến thiên:

x	-3		1		5
y'	|	+	0		|
y	$2\sqrt{2}$	↗	4	↘	$2\sqrt{2}$

- Hàm số $y = x^2 - 2x + m$ $(-3 \le x \le 5)$
  - $y' = 2x - 2$
  - $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = m - 1$

x	-3		1		5
y'		$-$	0	+	
y	$m+15$	↘	$m-1$	↗	$m+15$

Bất phương trình $\sqrt{3+x} + \sqrt{5-x} \le x^2 - 2x + m$ được nghiệm đúng với mọi $x \in [-3; 5]$

$\Leftrightarrow$ (P) ở trên hoặc tiếp xúc với (C) $\Leftrightarrow m - 1 \ge 4 \Leftrightarrow m \ge 5$.

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Xác định m để phương trình: $x^3 - 3x^2 - 6x + m + 2 = 0$ có đúng ba nghiệm.

A. $\frac{1-\sqrt{5}}{2} < m < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{3(1-\sqrt{5})}{2} < m < \frac{3(1+\sqrt{5})}{2}$

C. $\frac{7(1-\sqrt{5})}{2} < m < \frac{7(1+\sqrt{5})}{2}$ D. Một kết quả khác.

Câu 2. Xác định m để hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + m - 2$ nghịch biến trong khoảng (1; 3).

A. $0 < m < -\frac{9}{4}$ B. $m \le -\frac{9}{4}$ C. $m > -\frac{9}{4}$ D. $m \ge -\frac{9}{4}$

Câu 3. Họ đường cong $y = \frac{(m-1)x + m}{x - m}$ $(m \ne 0)$ luôn luôn tiếp xúc với đường thẳng cố định nào sau đây:

A. $y = x + 1$ B. $y = -x - 1$ C. $y = x - 1$ D. $y = -x + 1$

Câu 4. Cho hàm số $y = e^{2x}.\cos 4x$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $3y - 2y' + 4y'' = 0$ B. $y + 2y' - 4y'' = 0$

C. $10y' + 2y' - 5y = 0$ D. $20y - 4y' + y'' = 0$

Câu 5. Tìm a và b để $f(x) = (ax - b)e^{3x}$ có đạo hàm là $f'(x) = (6x + 17)e^{3x}$

A. $a = 2, b = -5$ B. $a = -2, b = 5$

C. $a = 5, b = -2$ D. $a = -5, b = 2$

Câu 6. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số: $y = \dfrac{\ln x + 2}{\ln x - 1}$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là:

A. $y = 3x - 1$ B. $y = -3x + 1$ C. $y = x - 3$ D. $y = -x + 3$

Câu 7. Tính m để hàm số: $y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}(m^2 + 1)x^2 + (3m - 2)x + m$ đạt cực đại tại $x = 1$

A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = -1$ D. $m = -2$

Câu 8. Cho hàm số $y = 2\cos x + \cos 2x$. Tại $x = \dfrac{2\pi}{3}$ thì hàm số:

A. Đạt cực đại B. Đạt cực tiểu.

C. Không đạt cực trị D. Có giá trị $= -1 + \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 9. Phương trình mặt cầu có tâm ở trên Ox và tiếp xúc với hai mặt phẳng $3x - 2y + 6z - 7 = 0$ và $x + 2y - 2z + 5 = 0$ là:

A. $(x - 28)^2 + y^2 + z^2 = 121$ B. $\left(x + \dfrac{7}{8}\right)^2 + y^2 + z^2 = \dfrac{121}{64}$

C. A và B đều sai D. A và B đều đúng

Câu 10. Elip $\dfrac{x^2}{y^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ tiếp xúc với các đường thẳng:

$3x - 2y - 20 = 0$ và $x + 6y - 20 = 0$. Tính a^2 và b^2.

A. $a^2 = 40, b^2 = 10$ B. $a^2 = 10, b^2 = 40$

C. $a^2 = 25, b^2 = 9$ D. $a^2 = 9, b^2 = 25$

Câu 11. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$F = \sqrt{x^2 + y^2 + 4x + 4} + \sqrt{x^2 + y^2 - 8x + 16}$$

A. $F = 2\sqrt{10}$ khi $x = y = 1$ B. $F = 2\sqrt{10}$ khi $x = 1, y = -1$

C. $F = 6$ khi $-2 \le x \le 4$ và $y = 0$ D. $F = 6$ khi $2 \le x \le 4$ và $y = 0$

Câu 12. Góc giữa hai đường thẳng $x - 2y + 4 = 0$ và $mx + y + 4 = 0$ là 45^0 .Tính m.

A. $m = 3, m = -\frac{1}{3}$ B. $m = -3, m = \frac{1}{3}$

C. $m = 2, m = -\frac{1}{2}$ D. $m = -2, m = \frac{1}{2}$

Câu 13. Hàm số $y = \frac{2 + \cos x}{\sin x + \cos x - 2}$. Có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt:

A. 2 và $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ và -2 C. $-\frac{1}{3}$ và -3 D. Một giá trị khác

Câu 14. $x \in (0; \pi)$ và x thoả mãn bất phương trình:

$$2\cos 2x + 2(1 - \sqrt{3})\cos x + 2 - \sqrt{3} < 0:$$

A. $\frac{\pi}{6} < x < \frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{2} < x < \frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6} < x < \frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3} < x < \frac{3\pi}{4}$

Câu 15. Giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$F = \frac{ab\sqrt{c-1} + bc\sqrt{a-2} + ca\sqrt{b-3}}{abc}$$ Với $a \geq 2$, $b \geq 3$, $c \geq 1$ là:

A. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ B. $\frac{1}{9}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}}\right)$

C. $\frac{1}{8}\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ D. Một giá trị khác.

Câu 16. Một nguyên hàm của $f(x) = \frac{4x - 19}{x^2 - 7x + 6}$ là:

A. $F(x) = \ln|x-1| - 2\ln|x-6| + C$ B. $F(x) = 2\ln|x-1| - 3\ln|x-6| + C$

C. $F(x) = 2\ln|x-1| + 3\ln|x-6| + C$ D. $F(x) = 3\ln|x-1| + \ln|x-6| + C$

Câu 17. Trên đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ lấy 3 điểm A, B, C thẳng hàng. Gọi x_1, x_2, x_3 lần lượt là hoành độ của A, B, C. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x_1 + x_2 + x_3 = -a$ B. $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = b$

C. $x_1x_2x_3 = -c$ D. $x_1 + x_3 = 2x_2$

Câu 18. Cho tứ diện SABC với S(−1; 6; 2), A(0; 0; 6), B(0; 3, 0), C(−2; 0; 0) Phương trình chính tắc của đường cao vẽ từ S của SABC là:

A. $\frac{x+1}{3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-2}{-1}$ B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-2}{-1}$

C. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-2}{-1}$ D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-6}{-3} = \frac{z-2}{-1}$

Câu 19. Cho mặt cầu (S): $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 49$ và mặt phẳng (P): $2x - 3y + 6z - 72 = 0$.

Tìm điểm M ∈ (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất.

A. M(3; 5; -9) B. M(-3; -5; 9) C. M(-3; 5; -9) D. M(3; -5; 9)

Câu 20. Từ điểm (-1; 3) ta vẽ hai tiếp tuyến đến parabol $y^2 = 4x$. Phương trình đường thẳng đi qua hai tiếp điểm là:

A. $2x + 3y - 2 = 0$ B. $2x - 3y - 2 = 0$

C. $3x - 2y + 3 = 0$ D. $3x + 2y - 3 = 0$

ĐÁP ÁN ĐỀ 2

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	D	6	B	11	C	16	D
2	B	7	B	12	B	17	A
3	B	8	A	13	D	18	B
4	D	9	D	14	A	19	C
5	A	10	A	15	A	20	B

GIẢI ĐỀ SỐ 2

Câu 1. (Chọn câu D)

Phương trình $x^3 - 3x^2 - 6x + m + 2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt ⇔ Đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 6x + m + 2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt ⇔ Hàm số có hai cực trị trái dấu

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 6x + m + 2$

- D = R
- $y' = 3(x^2 - 2x - 2)$
- $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2 = 0$, ta thấy phương trình này có hai nghiệm x_1, x_2 nên hàm số có hai cực trị y_1, y_2.

Chia y cho $\frac{1}{3}y'$ ta có $\begin{cases} \text{Thương } (x - 1) \\ \text{Dư } -2x + m \end{cases}$

Vậy: $y = \frac{1}{3}y'(x - 1) - 2x + m$

$\Rightarrow \begin{cases} y_1 = -2x_1 + m \\ y_2 = -2x_2 + m \end{cases}$

$$\Rightarrow y_1.y_2 = 4x_1x_2 - 2m(x_1 + x_2) + m^2 \begin{cases} x_1x_2 = -2 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

$$= -8 - 4m + m^2$$

$y_1y_2 < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m - 8 < 0 \Leftrightarrow 2 - 2\sqrt{3} < m < 2 + 2\sqrt{3}$

Câu 2. (Chọn câu B)

Hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + m - 2$

- $D = \mathbb{R}$
- $y' = 3x^2 + 4mx = x(3x + 4m)$

– Với $m = 0 \Rightarrow y' = 3x^2 \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng (1, 3)

– Với $m \neq 0 \Rightarrow y' = 0$ có hai nghiệm $\begin{cases} x = 0 \\ x = -\dfrac{4m}{3} \end{cases}$

(m > 0)

x	$-\infty$		$-\dfrac{4m}{3}$		0		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	

(m < 0)

x	$-\infty$		0		$-\dfrac{4m}{3}$		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	

Vậy hàm số nghịch biến trong khoảng (1; 3)

$$\Leftrightarrow (1; 3) \subset \left(0; -\frac{4m}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 0 < 1 < 3 \leq -\dfrac{4m}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -\frac{9}{4}$$

Câu 3. (Chọn câu B)

- $y = \dfrac{(m-1)x + m}{x - m}$ $(m \neq 0)$ (1)

$\Leftrightarrow xy - my = mx - x + m$ $(x \neq m)$

$\Leftrightarrow (x + y + 1)m - x(y + 1) = 0$ (*)

Phương trình (*) không phụ thuộc vào m

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x(y + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy họ đường cong (1) đi qua điểm cố định A(0; –1)

- $y' = \dfrac{-m^2}{(x - m)^2} \Rightarrow y'(0) = -1$ $(m \neq 0)$

Phương trình tiếp tuyến của họ đường cong (1) tại điểm cố định $A(0; -1)$ là: $y + 1 = -1(x - 0) \Leftrightarrow y = -x - 1$

Kết luận: Họ đường cong (1) luôn tiếp xúc với đường thẳng cố định: $y = -x - 1$.

Câu 4. (Chọn câu D)

$y = e^{2x}.\cos 4x$

$\Rightarrow y' = 2e^{2x}.\cos 4x - 4e^{2x}.\sin 4x = 2e^{2x}(\cos 4x - 2\sin 4x)$

$y'' = 4e^{2x}(\cos 4x - 2\sin 4x) + 2e^{2x}(-\sin 4x - 8\cos 4x)$

$= 4e^{2x}(-3\cos 4x - 4\sin 4x)$

Xét mệnh đề $Ay + By' + Cy'' = 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow e^{2x}[(A + 2B - 12C)\cos 4x - (4B + 16C)\sin 4x] = 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} A + 2B - 12C = 0 \\ 4B + 16C = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} A + 2B - 12C = 0 \\ B = -4C \end{cases} \Leftrightarrow A - 20C = 0$

Chọn: $A = 20$, $C = 1$ và $B = -4$

Ta có: $20y - 4y' + y'' = 0$

Câu 5. (Chọn câu A)

$f(x) = (ax - b)e^{3x} \Rightarrow f'(x) = a.e^{3x} + 3(ax - b).e^{3x} = (3ax + a - 3b)e^{3x}$

Để $f'(x) = (6x + 17)e^{3x}$ ta phải có: $\begin{cases} 3a = 6 \\ a - 3b = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \end{cases}$

Câu 6. (Chọn câu B)

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = 1$ là:

$y = y'(1)\ (x - 1) + y\ (1)$

Với $y = \dfrac{\ln x + 2}{\ln x - 1}$, ta có:

- $y(1) = \dfrac{\ln 1 + 2}{\ln 1 - 1} = -2$
- $y' = \dfrac{-3}{x(\ln x - 1)^2} \Rightarrow y'(1) = -3$

Vậy phương trình tiếp tuyến nói trên là:

$y = -3(x - 1) - 2$ hay $y = -3x + 1$

Càu 7. (Chọn câu B)

Hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}(m^2 + 1)x^2 + (3m - 2)x + m$

- $D = R$
- $y' = x^2 - (m^2 + 1)x + 3m - 2$

Thuận: Hàm số đạt cực trị tại $x = 1 \Rightarrow y'(1) = 0$

$\Leftrightarrow 1 - (m^2 + 1) + 3m - 2 = 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 2 \end{array}\right.$

Đảo:

- Với $m = 1 \Rightarrow y' = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \geq 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$

  $\Rightarrow$ hàm số không đạt cực trị tại $x = 1$
- Với $m = 2 \Rightarrow y' = x^2 - 5x + 4$

  $y'' = 2x - 5$

  Lúc đó: $\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) = -3 < 0 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$

Câu 8. (Chọn câu A)

$y = 2\cos x + \cos 2x$

$\Rightarrow \begin{cases} y' = -2\sin x - 2\sin 2x = -2\sin x(1 + 2\cos x) \\ y'' = -2\cos x - 4\cos 2x = -2(\cos x + 2\cos 2x) \end{cases}$

Với $x = \dfrac{2\pi}{3} \begin{cases} y'\left(\dfrac{2\pi}{3}\right) = -2\sin\dfrac{2\pi}{3}\left(1 + 2.\cos\dfrac{2\pi}{3}\right) = 0 \\ y''\left(\dfrac{2\pi}{3}\right) = -2\left(\cos\dfrac{2\pi}{3} + 2\cos\dfrac{4\pi}{3}\right) < 0 \end{cases}$

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = \dfrac{2\pi}{3}$

Câu 9. (Chọn câu D)

Gọi I(m; 0; 0) là tâm mặt cầu. Vì mặt cầu tiếp xúc với hai mặt phẳng .

$\begin{cases} (P): 3x - 2y + 6z - 7 = 0 \\ (Q): x + 2y - 2z + 5 = 0 \end{cases}$

Nên d(I, P) = d(I, Q) = bán kính mặt cầu.

$\Leftrightarrow \dfrac{|3m-7|}{7} = \dfrac{|m+5|}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3(3m-7) = 7(m+5) \\ 3(3m-7) = -7(m+5) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 28 \\ m = -\dfrac{7}{8} \end{array}\right.$

- Với $m = 28$ thì mặt cầu có $\begin{cases} \text{Tâm } I(28; 0; 0) \\ \text{Bán kính } R = 11 \end{cases}$
- Với $m = -\dfrac{7}{8}$ thì mặt cầu có $\begin{cases} \text{Tâm } I\left(-\dfrac{7}{8}; 0; 0\right) \\ \text{Bán kính } R = \dfrac{11}{8} \end{cases}$

Vậy phương trình hai mặt cầu là: $(x-28)^2+y^2+z^2=121$

$$\left(x+\frac{7}{8}\right)^2+y^2+z^2=\frac{121}{64}$$

Câu 10. (Chọn câu A)

(E): $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ tiếp xúc với đường thẳng $Ax+By+C=0$

$\Leftrightarrow a^2A^2+b^2B^2=C^2$

Áp dụng ta được $\begin{cases}9a^2+4b^2=400\\ a^2+36b^2=400\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=40\\ b^2=10\end{cases}$

Câu 11. (Chọn câu C)

$$F=\sqrt{x^2+y^2+4x+4}+\sqrt{x^2+y^2-8x+16}$$

$\Leftrightarrow F=\sqrt{(x+2)^2+y^2}+\sqrt{(x-4)^2+y^2}$

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, chọn $\begin{cases}M(x;y)\\ A(-2;0)\\ B(4;0)\end{cases}$

Ta có: $\begin{cases}MA=\sqrt{(x+2)^2+y^2}\\ MB=\sqrt{(x-4)^2+y^2}\end{cases}\Rightarrow F=MA+MB\geq AB=6$

Vậy $F_{mm}=6$ khi M ở trên đoạn AB, lúc đó $\begin{cases}-2\leq x\leq 4\\ y=0\end{cases}$

Câu 12. (Chọn câu B)

Vectơ pháp tuyến của hai đường thẳng là: $\begin{cases}\vec{n}=(1;-2)\\ \vec{n}=(m;1)\end{cases}$

φ là góc nhọn giữa hai đường thẳng, ta có: $\cos=\frac{|\vec{n}\vec{n'}|}{|\vec{n}||\vec{n'}|}$

$\Rightarrow \cos 45^0=\frac{|m-2|}{\sqrt{5}.\sqrt{m^2+1}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow 5(m^2+1)=2(m-2)^2$

$$3m^2+8m-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-3\\ m=\frac{1}{3}\end{array}\right.$$

Câu 13. (Chọn câu D)

$y=\frac{2+\cos x}{\sin x+\cos x-2}\Leftrightarrow y\sin x+(y-1)\cos x=2y+2$

Phương trình này có nghiệm.

$\Leftrightarrow y^2 + (y-1)^2 \geq (2y+2)^2 \Leftrightarrow 2y^2 + 10y + 3 \leq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{-5-\sqrt{19}}{2} \leq y \leq \dfrac{-5+\sqrt{19}}{2}$

Vậy $\begin{cases} y_{max} = \dfrac{-5+\sqrt{19}}{2} \\ y_{min} = \dfrac{-5-\sqrt{19}}{2} \end{cases}$

Câu 14. (Chọn câu A)

$2\cos 2x + 2(1-\sqrt{3})\cos x + 2 - \sqrt{3} < 0$

$\Leftrightarrow 2(2t^2 - 1) + 2(1-\sqrt{3})t + 2 - \sqrt{3} < 0$ với $t = \cos x$

$\Leftrightarrow 4t^2 + 2(1-\sqrt{3})t - \sqrt{3} < 0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} < t < \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} < \cos x < \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Với $0 < x < \pi$ nên ta chọn $\dfrac{\pi}{6} < x < \dfrac{2\pi}{3}$

Câu 15.(Chọn câu A)

$$F = \frac{ab\sqrt{c-1} + bc\sqrt{a-2} + ca\sqrt{b-3}}{abc}$$

$$\Leftrightarrow F = \frac{\sqrt{a-2}}{a} + \frac{\sqrt{b-3}}{b} + \frac{\sqrt{c-1}}{c} \begin{cases} a \geq 2 \\ b \geq 3 \\ c \geq 1 \end{cases}$$

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có:

- $\sqrt{a-2} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{2(a-2)} \leq \dfrac{1}{\sqrt{2}}\dfrac{2+a-2}{2} = \dfrac{a}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{a-2}}{a} \leq \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$
- $\sqrt{b-2} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{3(b-3)} \leq \dfrac{1}{\sqrt{3}}\dfrac{3+b-3}{2} = \dfrac{b}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{b-3}}{b} \leq \dfrac{1}{2\sqrt{3}}$
- $\sqrt{c-1} = \sqrt{1(c-1)} \leq \dfrac{1+c-1}{2} = \dfrac{c}{2} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{c-1}}{c} \leq \dfrac{1}{2}$

Vậy: $F \leq \dfrac{1}{2\sqrt{2}} + \dfrac{1}{2\sqrt{3}} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{1}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$$F_{max} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

Câu 16. (Chọn câu D)

Ta có: $f(x) = \dfrac{4x - 19}{x^2 - 7x + 6} = \dfrac{4x - 19}{(x-1)(x-6)} = \dfrac{M}{x-1} + \dfrac{N}{x-6}$

$\Leftrightarrow 4x - 19 = M(x - 6) + N(x - 1) \Leftrightarrow \begin{cases} M + N = 4 \\ 6M + N = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M = 3 \\ N = 1 \end{cases}$

Vậy: $f(x) = \dfrac{3}{x-1} = \dfrac{1}{x-6}$

$\Rightarrow F(x) = 3\int \dfrac{1}{x-1}dx + \int \dfrac{1}{x-6}dx = 3\ln|x-1| + \ln|x-6| + C$

Câu 17. (Chọn câu A)

Gọi $y = kx + m$ là phương trình đường thẳng đi qua ba điểm A, B, C

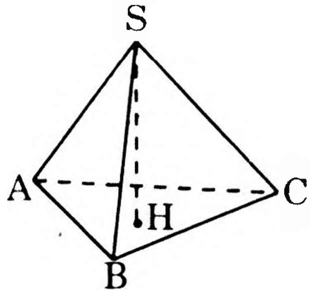
Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (ABC) là: $x^3 + ax^2 + bx + c = kx + m$

$\Leftrightarrow x^3 + ax^2 + (b - k)x + (c - m) = 0 \quad (*)$

Phương trình (*) có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 nên theo định lý Viet ta có:

$x_1 + x_2 + x_3 = -a.$

Câu 18.(Chọn câu B)



Đường cao SH ⊥ (ABC) nên SH có vectơ chỉ phương là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) đó là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$

$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (0;3;-6) \\ \overrightarrow{AC} = (-2;0;-6) \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-18;12;6)$

Vậy SH có vectơ chỉ phương là $\vec{n} = (-18;12;6)$ hay $\overrightarrow{n_0} = (3;-2;-1)$

$\Rightarrow$ Phương trình chính tắc của (SH) là: $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-6}{-2} = \dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 19. (Chọn câu C)

Điểm M phải ở trên đường thẳng d qua tâm I của mặt cầu (S) và d ⊥ (P). Ta có $I(-1; 2; -3)$ và vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (2;-3;6)$

$\Rightarrow$ Phương trình tham số của (d) là: $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 + 6t \end{cases}$

- Toạ độ giao điểm M của mặt cầu (S) và (d) là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases}(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=49\\ x=-1+2t\\ y=2-3t\\ z=-3+6t\end{cases}$$

$\Rightarrow (21)^2+(-3t)^2+(6t)^2=49 \;\Rightarrow t=\pm 1$

- Với t = 1, ta có M(1; −1; 3)

$$\Rightarrow d_1 = d(M, P) = \frac{|2-3(-1)+6(3)-72|}{7} = 1$$

- Với t = −1, ta có M(−3, 5, −9)

$$\Rightarrow d_2 = d(M, P) = \frac{|(-3)2-3(5)+6(-9)-72|}{7} = 3$$

Theo đề bài ta phải chọn M(−3; 5; −9)

Câu 20. (Chọn câu B)

Gọi $T_1(x_1,y_1)$ và $T_2(x_2, y_2)$ là hai tiếp điểm.

- Phương trình tiếp tuyến của (P): $y^2 = 4x$ tại T_1 và T_2 là:

$$\begin{cases}y_1.y = 2(x_1+x)\\ y_2.y = 2(x_2+x)\end{cases}$$

- Hai tiếp tuyến này qua điểm (−1; 3) nên:

$$\begin{cases}3y_1 = 2(x_1-1)\\ 3y_2 = 2(x_2-1)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x_1-3y_1-2=0\\ 2x_2-3y_2-2=0\end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng đi qua hai tiếp điểm T_1 và T_2 là:

$2x-3y-2=0$

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Với giá trị nào của m thì hàm số: $y=\dfrac{x^2-mx+m}{x+1}$ nghịch biến trong khoảng $\left(-2,-\dfrac{3}{2}\right)$?

A. $m \ge 0$ B. $m \le 0$ C. $m \ge -\dfrac{3}{8}$ D. $m \le -\dfrac{3}{8}$

Câu 2. Tiệm cận xiên hoặc ngang của đồ thị hàm số:

$y=\dfrac{mx^2(m^2-m+1)x-(m^2-1)}{x+1}$ luôn tiếp xúc với đường cong (C) có phương trình:

A. $y = x^2 - 1$ B. $y = -x^2 + 1$

C. $y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$ D. $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

Câu 3. Phương trình tập hợp các điểm cực trị của đồ thị hàm số :

$$y = \frac{2x^2 - (m-1)x + m}{x+2} \text{ là :}$$

A. $y = 2x^2 + 12x + 1\ (x \neq -2)$ B. $y = 2x^2 - 12x + 1\ (x \neq -2)$

C. $y = -2x^2 - 4x + 1\ (x \neq -2)$ D. $y = -2x^2 + 4x + 1\ (x \neq -2)$

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - ax + 5}{x^2 + b}$ nhận điểm $\left(\frac{1}{2}; 6\right)$ làm điểm cực trị ?

A. $a = 4, b = 1$ B. $a = 1, b = 4$ C. $a = -4, b = 1$ D. $a = 1, b = -4$

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - x - 1}{x+1}$ có đồ thị (C). Từ điểm A(4; 0) vẽ được mấy tiếp tuyến với (C) ?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2m(m-4)x + 9m^2 - m$ cắt trục hoành Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng khi:

A. $m = -1$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = -2$

Câu 7. Tính: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^5 x}{\sin^5 x + \cos^5 x}dx$ và $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^5 x}{\sin^5 x + \cos^5 x}dx$

A. $I = J = \frac{\pi}{4}$ B. $I = \frac{\pi}{6}; J = \frac{\pi}{3}$ C. $I = \frac{\pi}{3}; J = \frac{\pi}{6}$ D. $I = \frac{\pi}{2} J = 0$

Câu 8. Họ nguyên hàm của $f(x) = x^3.e^x$ là:

A. $F(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)e^x + C$ B. $F(x) = (x^3 + 3x^2 + 6x + 6)e^x + C$

C. $F(x) = (x^3 - 3x^2 + 6x - 6)e^x + C$ D. Một dạng khác

Câu 9. Cho M ∈ elip (E): $\frac{x}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\ (a > b)$

Mệnh đề nào sau đây đúng ? (F_1, F_2 là hai tiêu điểm của (E))

A. $OM^2 + MF_1.MF_2 = 2a^2$ B. $OM^2 + MF_1.MF_2 = a^2 + b^2$

C. $OM^2 + 2MF_1.MF_2 = 2a^2 + b^2$ D. Cả ba mệnh đề trên đều sai

Câu 10. Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2, 1)$ không cùng phương với trục tung và cách điểm $B(1, -2)$ một khoảng bằng 3.

Phương trình của Δ là:

A. $4x + 3y + 5 = 0$ B. $4x - 3y - 5 = 0$

C. $x - 2y + 1 = 0$ D. $x + 2y - 1 = 0$

Câu 11. Phương trình các tiếp tuyến chung của parabol $y^2 = 4x$ và đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ là:

A. $x - y + 4 = 0$ và $x + y + 4 = 0$

B. $x - y + 1 = 0$ và $x + y + 1 = 0$

C. $2x - y + 1 = 0$ và $2x + y + 1 = 0$

D. $x - 2y - 2 = 0$ và $x + 2y - 2 = 0$

Câu 12. ΔABC có đặc điểm gì nếu :

$$\frac{2(\cos^2 A + \cos^2 B)}{\sin^2 A + \sin^2 B} = \cot g^2 A + \cot g^2 B\,?$$

A. ΔABC cân B. ΔABC vuông C. ΔABC đều D. ΔABC vuông cân

Câu 13. Phương trình $\cos 2x + 2(m + 1)\sin x - 3m - 2 = 0$ có nghiệm duy nhất. $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ khi:

A. $-1 < m < -\frac{1}{3}$ B. $-1 < m \le -\frac{1}{3}$

C. $-1 \le m \le -\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3} \le m < -1$

Câu 14. Tập nghiệm của phương trình: $|\sin x - \cos x| + 4\sin 2x = 1$ là :

A. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\,;\, k'2\pi \,/\, k, k' \in \mathbb{Z}\right\}$

B. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi\,;\, k'2\pi \,/\, k, k' \in \mathbb{Z}\right\}$

C. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi\,;\, \pi + k'2\pi \,/\, k, k' \in \mathbb{Z}\right\}$

D. $S = \left\{k\frac{\pi}{2}\,;\, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Câu 15. Xác định m để phương trình: $\cos^2 4x - (m + 3)\cos 8x - 2m + 1 = 0$ có nghiệm:

A. $m \in \left[-4, \frac{1}{3}\right]$ B. $m \in \left[-\frac{1}{3}, 4\right]$ C. $m \in \left[\frac{1}{3}, 2\right]$ D. $m \in \left[-2, -\frac{1}{3}\right]$

Câu 16. Tìm a để bất phương trình sau tương đương: $\begin{cases}(a-1)x - a + 3 > 0\\(a+1)x - a + 2 > 0\end{cases}$

A. $-1 < a < 1$ B. $a = -5$

C. $a = 5$ D. $a > 1 \vee a < -1$

Câu 17. Cho $0 \le x \le 3$ và $0 \le y \le 4$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = (3 - x)(4 - y)(2x + 3y)$

A. $A_{max} = 27$ khi $x = 0, y = 1$ B. $A_{max} = 16$ khi $x = 1, y = 0$

C. $A_{max} = 36$ khi $x = 0, y = 2$ D. $A_{max} = 30$ khi $x = y = 1$

Câu 18. Tìm các số x, y $\in (0, \pi)$ và thoả mãn hệ: $\begin{cases}\cot gx - \cot gy = x - y\\4x + 3y = \pi\end{cases}$

A. $x = y = \dfrac{\pi}{7}$ B. $x = \dfrac{4\pi}{5}, y = \dfrac{\pi}{15}$

C. $x = \dfrac{\pi}{15}, y = \dfrac{4\pi}{5}$ D. Một đáp án khác

Câu 19. Định m để bất phương trình: $\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+6} + \sqrt{3x+12} > m$ có nghiệm.

A. m tuỳ ý B. $m > 5$ C. $m \ge 5$ D. $m < 5$

Câu 20. Đường thẳng $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z+3}{-1}$ vông góc với đường thẳng nào sau đây ?

A. $x = 2 - 3t, t = -2t, z = 1 + 5t$ B. $\begin{cases}2x - y - z + 1 = 0\\x + 2y - z - 2 = 0\end{cases}$

C. $x = 2, y = 3 - 3t, z = 1 + t$ D. Một đường thẳng khác

ĐÁP ÁN ĐỀ 3

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	A	6	B	11	B	16	C
2	D	7	A	12	A	17	C
3	A	8	C	13	B	18	A
4	A	9	B	14	D	19	A
5	C	10	A	15	B	20	B

GIẢI ĐỀ SỐ 3

Câu 1. (Chọn câu A)

$$y = \frac{x^2 - mx + m}{x + 1}$$

- $D = R\setminus\{-1\}$
- $y' = \frac{x^2 + 2x - 2m}{(x + 1)^2}$.

Xét $f(x) = x^2 + 2x - 2m$

- $\Delta' = 1 + 2m$

Trường hợp 1: $\Delta' \le 0 \Rightarrow f(x) \ge 0,\ \forall x \in D \Rightarrow y' \ge 0,\ \forall x \in D$

$\Rightarrow$ Hàm số không thể nghịch biến trong khoảng $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$.

Trường hợp 2: $\Delta' > 0$, tức $m > -\frac{1}{2}$ lúc đó $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 : $(x_1 + x_2 = -2)$

Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		x_1		-1		x_2		$+\infty$
y'		$+$	0		‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	y_1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	y_2	↗	$+\infty$

Để hàm số nghịch biến trong khoảng $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$ ta phải chọn:

$x_1 \le -2 < x_2$

Vậy: $\left[\begin{array}{l} f(-2) = 0 \\ 1.f(-2) < 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow f(-2) \le 0 \Leftrightarrow 4 - 4 - 2m \le 0 \Leftrightarrow m \ge 0$

Kết hợp điều kiện ở trên $m > -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m \ge 0$

Câu 2. (Chọn câu D)

$$y = \frac{mx^2 - (m^2 - m + 1)x - (m^2 - 1)}{m + 1} \Leftrightarrow y = mx - (m^2 + 1) + \frac{2}{x + 1}$$

- Phương trình tiệm cận xiên ($m \ne 0$) hoặc tiệm cận ngang ($m = 0$) của đồ thị hàm số $y = mx - (m^2 + 1)$
- Xét parabol (C): $y = ax^2 + bx + c \quad (a \ne 0)$
- Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và tiệm cận xiên là

$ax^2 + bx + c = mx - (m^2 + 1)$

$\Leftrightarrow ax^2 + (b - m)x + (c + m^2 + 1) = 0 \qquad (*)$

- Tiệm cận xiên luôn tiếp xúc với (C)

  $\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có nghiệm kép, $\forall m \Leftrightarrow \Delta = 0, \forall m$

  $\Leftrightarrow (b - m^2) - 4a(a + m^2 + 1) = 0, \ \forall m$

  $\Leftrightarrow (1 - 4a)m2 - 2bm + (b2 - 4ac - 4a) = 0, \ \forall m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4a = 0 \\ b = 0 \\ b^2 - 4ac - 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{4} \\ b = 0 \\ c = -1 \end{cases}$$

Vậy: (C): $y = \dfrac{1}{4}x^2 - 1$

Câu 3. (Chọn câu A)

$$y = \frac{2x^2 - (m + 1)x + m}{x + 2} = f(x)$$

- $D = R\backslash\{-2\}$
- $y' = \dfrac{2x^2 + 8x + m + 2}{(x + 2)^2} = \dfrac{g(x)}{(x + 2)^2}$

Hàm số có cực trị $\Leftrightarrow$ Phương trình y' = 0 có nghiệm phân biệt:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(-2) \neq 0 \end{cases} \text{ với } g(x) = 2x^2 + 8x + m + 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 2(m + 2) > 0 \\ 8 - 16 + m + 2 \neq 0 \end{cases} \begin{cases} m < 6 \\ m \neq 6 \end{cases} \Leftrightarrow m < 6.$$

- Toạ độ (x, y) của các điểm cực trị của đồ thị hàm số là nghiệm hệ phương trình: $\begin{cases} y' = 0 \\ y = f(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 8x + m + 2 = 0 & (1) \\ y = 4x - (m + 1) & (2) \end{cases}$
- Khử m giữa (1) và (2), ta có:

  $y = 4x - (-2x^2 - 8x - 2) - 1$ hay $y = 2x^2 + 1 + 12x$
- Giới hạn: $m = -2x^2 - 8x - 2 < 6$

  $\Rightarrow x^2 + 4x + 4 > 0 \Rightarrow (x + 2)^2 > 0 \Rightarrow x \neq -2$

Câu 4. (Chọn câu A)

Hàm số $y = \dfrac{2x^2 + ax + 5}{x^2 + b}$

$$y' = \frac{-ax^2 + 2(2b - 5)x + ab}{(x^2 + b)^2}$$

Thuận: Đồ thị hàm số nhận điểm $\left(\frac{1}{2};6\right)$ làm điểm cực trị

$$\Rightarrow \begin{cases} y\left(\frac{1}{2}\right) = 6 \\ y'\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{4\left(\frac{1}{2}\right)+a}{2\left(\frac{1}{2}\right)} = 6 \\ -a\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2(2b-5)\left(\frac{1}{2}\right) + ab = 0 \end{cases}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + b \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases}$$

Đảo lại: $a = 4$ và $b = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{2x^2+4x+5}{x^2+1} \\ y' = \dfrac{-4x^2-6x+4}{(x^2+1)^2} \end{cases}$

Ta thấy $y' = 0 \Leftrightarrow -4x^2 - 6x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} & \Rightarrow y = 6 \\ x = -2 & \Rightarrow y = 1 \end{cases}$

Vậy $a = 4$ và $b = 1$ được chọn.

Câu 5. (Chọn câu C)

- Phương trình đường thẳng (d) qua A(4; 0) có dạng $y = k(x-4)$
- Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) là:

$$\frac{2x^2-x-1}{x+1} = k(x-4)$$

$\Leftrightarrow (k-2)x^2 - (3k-1)x + (1-4k) = 0 \quad (x \neq -1) \qquad (*)$

* (d) là tiếp tuyến của (C) $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có nghiệm kép $x \neq -1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 2 \\ (3k-1)^2 - 4(k-2)(1-4k) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 2 \\ 25k^2 - 24k + 9 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Ta thấy phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $k_1, k_2 \neq 2 \Rightarrow$ Từ A ta vẽ được hai tiếp tuyến đến (C).

Câu 6. (Chọn câu B)

- $y = x^3 - 3mx^2 + 2m(m-4)x + 9m^2 - m$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục Ox là :

$$x^3 - 3mx^2 + 2m(m-4)x + 9m^2 - m = 0 \qquad (*)$$

Thuận: Giả sử đồ thị hàm số cắt Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

=> Phương trình (*) có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng => $2x_2 = x_1 + x_3$ (1)

- Theo định lý Viet ta còn có $x_1 + x_2 + x_3 = 3m$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 3x_2 = 3m \Rightarrow x_2 = m$

Mà x_2 là nghiệm phương trình (*) nên:

$$m^3 - 3m^3 + 2m^2(m - 4) + 9m^2 - m = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 1 \end{array}\right.$$

Đảo:

- Với $m = 0$ thì phương trình (*) trở thành: $x^3 = 0$:
  Phương trình này có nghiệm duy nhất $x = 0$ (trái giả thiết)
- Với $m = 1$ thì phương trình (*) trở thành: $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 2x - 8) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{array}\right.$$

Ta dễ thấy ba nghiệm này lập thành một cấp số cộng.

Câu 7. (Chọn câu A)

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^5 x}{\sin^5 x + \cos^5 x} dx \text{ và } J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^5 x}{\sin^5 x + \cos^5 x} dx$$

- $I + J = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx = \frac{\pi}{2}$

- $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^5 x}{\sin^5 x + \cos^5 x} dx$

$$\text{Đặt: } x = \frac{\pi}{2} - t \Rightarrow \begin{cases} dx = -dt \\ \cos x = \sin t \\ \sin x = \cos t \\ x = 0 \Rightarrow t = \dfrac{\pi}{2} \\ x = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \frac{\sin^5 t}{\cos^5 t + \sin^5 t}(-dt) = \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \frac{\sin^5 t}{\cos^5 t + \sin^5 t} dt = J$$

Tóm lại: $\begin{cases} I = J \\ I + J = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow I = J = \dfrac{\pi}{4} \end{cases}$

Câu 8. (Chọn câu C)

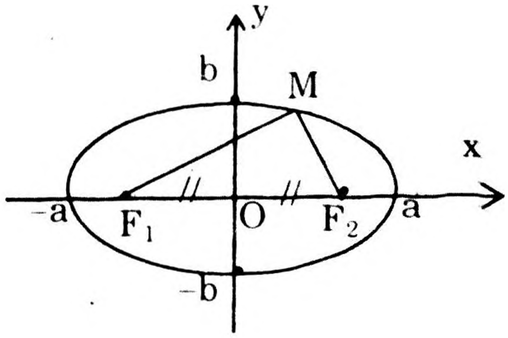
Ta thấy $F(x) = (x^3 - 3x^2 + 6x - 6)e^x$

$$f'(x) = (3x^2 - 6x + 6)e^x + (x^3 - 3x^2 + 6x - 6)e^x = x^3e^x$$

Vậy họ nguyên hàm của $f(x) = x^3e^x$ là:

$$F(x) = (x^3 - 3x^2 + 6x - 6)e^x + C$$

Câu 9. (Chọn câu B)



Ta có: $M(x; y) \in (E) \Rightarrow \begin{cases} OM^2 = x^2 + y^2 \\ MF_1 = a + ex \\ MF_2 = a - ex \end{cases}$

$$\Rightarrow OM^2 + MF_1.MF_2 = x^2 + y^2 + a^2 - e^2x^2$$

$$= a^2 + (1 - e^2)x^2 + y^2$$

$$= a^2 + \left(1 - \frac{c^2}{a^2}\right)x^2 + y^2 = a^2 + \frac{b^2}{a^2}x^2 + y^2$$

$$= a^2 + b^2\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right) = a^2 + b^2$$

Cách khác: Ta có: $MF_1 + MF_2 = 2a$

$\Rightarrow MF_1^2 + MF_2^2 + 2MF_1.MF_2 = 4a^2$

$\Leftrightarrow 2OM^2 + \dfrac{F_1F_2^2}{2} + 2MF_1.MF_2 = 4a^2$

$\Leftrightarrow 2OM^2 + 2c^2 + 2MF_1.MF_2 = 4a^2$

$\Leftrightarrow OM^2 + 2MF_1.MF_2 = 2a^2 - c^2 = a^2 + (a^2 - c^2) = a^2 + b^2$

Câu 10. (Chọn câu A)

- Đường thẳng Δ qua $A(-2; 1)$ và không cùng phương với Oy nên phương trình có dạng: $y - 1 = k(x + 2) \Leftrightarrow kx - y + 2k + 1 = 0$
- $d(B, \Delta) = \dfrac{|k(1) - 2 + 2k + 1|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 3$

$\Leftrightarrow |3k - 1| = 3\sqrt{k^2 + 1} \Leftrightarrow (3k - 1)^2 = 9(k^2 + 1) \Leftrightarrow k = -\dfrac{4}{3}$

Vậy phương trình đường thẳng Δ là:

$$-\frac{4}{3}x - y - \frac{8}{3} + 1 = 0 \text{ hay } 4x + 3y + 5 = 0$$

Câu 11. (Chọn câu B)

Tiếp tuyến chung (Δ) của $\begin{cases} \text{Parabol}(P): y^2 = 4x \\ \text{đường tròn}(O): x^2 + y^2 = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

Không qua O(0; 0) nên phương trình có dạng:

$Ax + By + 1 = 0 \quad (A^2 + B^2 > 0)$

- Phương trình tung độ giao điểm của (P) và tiếp tuyến Δ là:

$$A\left(\frac{y^2}{4}\right) + By + 1 = 0$$

$\Leftrightarrow Ay^2 + 4By + 4 = 0$, phương trình này có nghiệm kép nên:

$$\begin{cases} A \neq 0 \\ \Delta' = 4B^2 - 4A = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A \neq 0 \\ B^2 = A \end{cases} \quad (1)$$

- Khoảng cách từ tâm O(0; 0) của đường tròn $x^2 + y^2 = \dfrac{1}{2}$ đến tiếp tuyến (Δ) : $d(O, \Delta) = \dfrac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ (bán kính của giá trị)

$\Leftrightarrow A^2 + B^2 = 2 \qquad (2)$

- Từ (1) và (2) ta có: $A^2 + A = 2$

$$\Leftrightarrow A^2 + A - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A = 1 \Rightarrow B^2 = 1 \Rightarrow B = \pm 1 \\ A = -2 \Rightarrow B^2 = -2 \text{ vô nghiệm} \end{array}\right.$$

Vậy phương trình các tiếp tuyến chung của parabol và đường tròn là: $\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$

Câu 12. (Chọn câu A)

$$\frac{2(\cos^2 A + \cos^2 B)}{\sin^2 A + \sin^2 B} = \cot g^2 A + \cot g^2 B$$

$$\Rightarrow \frac{2(\cos^2 A + \cos^2 B)}{\sin^2 A + \sin^2 B} + 2 = (1 + \cot g^2 A) + (1 + \cot g^2 B)$$

$$\Rightarrow \frac{4}{\sin^2 A + \sin^2 B} = \frac{1}{\sin^2 A} + \frac{1}{\sin^2 B} \Leftrightarrow (\sin^2 A + \sin^2 B)\left(\frac{1}{\sin^2 A} + \frac{1}{\sin^2 B}\right) = 4$$

Theo bất đẳng thức Côsi ta có:

$$\begin{cases} \sin^2 A + \sin^2 B \geq a\sqrt{\sin^2 A + \sin^2 B} = 2\sin A.\sin B \\ \dfrac{1}{\sin^2 A} + \dfrac{1}{\sin^2 B} \geq 2\sqrt{\dfrac{1}{\sin^2 A.\sin^2 B}} = \dfrac{2}{\sin^2 A.\sin^2 B} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\sin^2 A + \sin^2 B)\left(\frac{1}{\sin^2 A} + \frac{1}{\sin^2 B}\right) \geq 4$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \sin A = \sin B \Leftrightarrow A = B$. Vậy ΔABC cân tại C

Câu 13. (Chọn câu B)

Phương trình $\cos 2x + 2(m + 1)\sin x - 3m - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \sin x \quad (|t| \leq 1) \\ 1 - 2t^2 + 2(m+1)t - 3m - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \sin x \quad (|t| \leq 1) \\ 2t^2 - 2(m+1)t + 3m + 1 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

- Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

  $\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có nghiệm duy nhất $t \in (0; 1)$.

- ***Trường hợp 1:*** $t = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}$, lúc đó phương trình (*) là:

  $$2t^2 - \frac{4}{3}t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = \frac{2}{3} \end{array}\right.$$

  Vậy phương trình (*) có nghiệm duy nhất $t = \frac{2}{3} \in (0; 1)$

- ***Trường hợp 2:*** $t = 1 \Leftrightarrow m = -1$, lúc đó phương trình (*) là:

  $$2t^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \notin (0; 1) \\ t = 1 \notin (0; 1) \end{array}\right.$$

- ***Trường hợp 3:*** Phương trình (*) có hai nghiệm t_1, t_2 sao cho:

  $$\left[\begin{array}{l} 0 < t_1 < 1 < t_2 \\ t_1 < 0 < t_2 < 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow f(0).f(1) < 0$$

  $\Leftrightarrow (3m + 1)(m + 1) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < -\frac{1}{3}$. Kết luận: $-1 < m \leq -\frac{1}{3}$

Câu 14. (Chọn câu D)

$|\sin x - \cos x| + 4\sin 2x = 1 \Leftrightarrow |\sin x - \cos x| = 1 - 4\sin 2x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4\sin 2x \geq 0 \\ (\sin x - \cos x)^2 = (1 - 4\sin 2x)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x \leq \frac{1}{4} \\ \sin 2x(4\sin 2x - 7) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x \leq \frac{1}{4} \\ \left[\begin{array}{l} \sin 2x = 0 < \frac{1}{4} \\ \sin 2x = \frac{7}{4} > 1 \end{array}\right. \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

$\Leftrightarrow \ x = k\dfrac{\pi}{2}$

Câu 15. (Chọn câu B)

$\cos^2 4x - (m + 3)\cos 8x - 2m + 1.$

Đặt $t = \cos 8x$, ta có: $\begin{cases} |t| \le 1 \\ \cos^2 4x = \dfrac{1+t}{2} \end{cases}$

Vậy ta có phương trình: $\dfrac{1+t}{2} - (m+3)t - 2m + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (2m + 5)t = 3 - 4m \Leftrightarrow t = \dfrac{3-4m}{2m+5} \quad \left(m \ne -\dfrac{5}{2}\right)$

Ta phải có $|t| \le 1 \Leftrightarrow \left|\dfrac{3-4m}{2m+5}\right| \le 1 \Leftrightarrow |3 - 4m| \le |2m + 5| \quad \left(m \ne -\dfrac{5}{2}\right)$

$\Leftrightarrow (2m + 5)^2 - (3 - 4m)^2 \ge 0 \quad \left(m \ne -\dfrac{5}{2}\right)$

$\Leftrightarrow (-2m + 8)(6m + 2) \ge 0 \quad \left(m \ne -\dfrac{5}{2}\right)$

$-\dfrac{1}{3} \le m \le 4 \Leftrightarrow m \in \left[-\dfrac{1}{3}; 4\right]$

Câu 16. (Chọn câu C)

$\begin{cases} (a-1)x - a + 3 > 0 \\ (a+1)x - a + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)x > a - 3 \\ (a+1) > a - 2 \end{cases}$

Hai phương trình tương đương là hai bất phương trình có chung tập nghiệm:

- Xét dấu các biểu thức $\begin{cases} f(x) = (a-1)x - a + 3 \\ g(x) = (a+1)x - a + 2 \end{cases}$

– Nếu $a = 1$ thì $\begin{cases} f(x) = 2 > 0, \forall x \in \mathbb{Z} \\ g(x) = 2x + 1 > 0 \text{ khi } x > -\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Vậy $a = 1$ thì hai bất phương trình không tương đương.

– Tương tự, $a = -1$ thì hai bất phương trình cũng không tương đương.

– Xét $a \ne \pm 1$

x	$-\infty$	$\dfrac{a-3}{a-1}$	$+\infty$
f(x)	(trái dấu với a – 1)	0	(cùngdấu với a – 1)

x	$-\infty$	$\frac{a-2}{a+1}$	$+\infty$
g(x)	(trái dấu với a + 1)	0	(cùngdấu với a + 1)

Vậy hai bất phương trình tương đương nhau:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \bullet\ (a-1) \text{ và } (a+1) \text{ cùng dấu} \\ \bullet\ \dfrac{a-3}{a-1} = \dfrac{a-2}{a+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)(a+1) > 0 \\ a = 5 \end{cases} \Leftrightarrow a = 5$$

Câu 17. (Chọn câu C)

Vì $\begin{cases} 0 \le x \le 3 \\ 0 \le y \le 4 \end{cases}$ nên $\begin{cases} 2x + 3y \ge 0 \\ 3 - x \ge 0 \\ 4 - y \ge 0 \end{cases}$

Ta có: $A = (3 - x)(4 - y)(2x + 3y) \Leftrightarrow A = \frac{1}{6}(6 - 2x)(12 - 3y)(2x + 3y)$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số không âm $6 - 2x$; $12 - 3y$ và $2x + 3y$ ta có: $A \le \frac{1}{6}\left[\frac{(6-2x)+(12-3y)+(2x+3y)}{3}\right]^3 = 36$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 6 - 2x = 12 - 3y = 2x + 3y \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$

Vậy $A_{max} = 36$ khi x = 0 và y = 2

Câu 18. (Chọn câu A)

$$\begin{cases} x, y \in (0; \pi) \\ \cot gx - \cot gy = x - y & (1) \\ 4x + 3y = \pi & (2) \end{cases}$$

Xét hàm số $f(x) = \cot gx$, $x \in (0; \pi)$; $f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x} < 0$ $(x \in (0; \pi)$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x) = \cot gx$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$.

Vậy, với $0 < x, y < \pi$, ta có:

- $x > y \Rightarrow \begin{cases} x - y > 0 \\ \cot gx < \cot gy \Rightarrow \cot gx - \cot gy < 0 \end{cases} \Rightarrow$ (1) vô nghiệm
- $x < y \Rightarrow \begin{cases} x - y < 0 \\ \cot gx > \cot gy \Rightarrow \cot gx - \cot gy > 0 \end{cases} \Rightarrow$ (1) vô nghiệm
- $x < y \Rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ \cot gx = \cot gy \Rightarrow \cot gx - \cot gy = 0 \end{cases} \Rightarrow$ (1) đúng

Vậy $\begin{cases} 0 < x, y < \pi \\ x = y \\ 4x + 3y = \pi \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \dfrac{\pi}{7}$

Câu 19. (Chọn câu A)

Định m để bất phương trình sau có nghiệm:

$$\sqrt{x - 1} + \sqrt{2x + 6} + \sqrt{3x + 12} > m \quad (*)$$

- Xét hàm số $y = \sqrt{x + 1} + \sqrt{2x + 6} + \sqrt{3x + 12}$

– Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 \ge 0 \\ 2x + 6 \ge 0 \\ 3x + 12 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ x \ge -3 \\ x \ge -4 \end{cases} \Leftrightarrow x \ge -1$

– Đạo hàm $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x + 1}} + \dfrac{1}{\sqrt{2x + 6}} + \dfrac{1}{\sqrt{3x + 12}}$

Ta dễ thấy $y' > 0$, $\forall x > -1$ nên hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$

x		-1	$+\infty$
y'		$+$	
y		5	$+\infty$

Từ kết quả này ta có: bất phương trình (*) có nghiệm với mọi m.

Câu 20. (Chọn câu B)

$\Delta : \dfrac{x - 1}{2} = \dfrac{y + 1}{-1} = \dfrac{z + 3}{-1}$

$d_1 \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -2t \\ z = 1 + 5t \end{cases} \qquad d_2 \begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0 \\ x + 2y - z - 2 = 0 \end{cases} \qquad d_3 \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Vectơ chỉ phương của Δ, d_1, d_2, d_3 lần lượt là:

$$\begin{cases} \vec{a} = (2; -1; -1) \\ \overrightarrow{a_1} = (-3; -2; -5) \\ \overrightarrow{a_2} \perp \begin{cases} (2; -1; -1) \\ (1; 2; -1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{a_2} = (3; 1; 5) \\ \overrightarrow{a_3} = (0; -3; 1) \end{cases}$$

Ta thấy $\left(\vec{a}, \overrightarrow{a_2}\right) = 6 - 1 - 5 = 0 \Rightarrow \Delta \perp d_2$.

ĐỀ SỐ 4

Câu1. Hàm số $y = \dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ có bảng biến thiên:

A.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$2\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

B.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\sqrt{2}$	$\searrow$	1

C.

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	-1	$\nearrow$	$\sqrt{10}$	$\searrow$	1

D.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\searrow$	$\frac{4\sqrt{10}}{5}$	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 2. Bất phương trình $\sqrt{(4+x)(6-x)} \le x^2 - 2x + m$ thoả mãn với mọi $x \in [-4, 6]$ khi:

A. $m \ge 1$ B. $0 \le m \le 1$ C. $m \le 6$ D. $m \ge 6$

Câu 3. Phương trình đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x^2 - 6x + m$ là:

A. $y = -6x + m + 2$ B. $y = 6x - m + 2$

C. $y = -6x + m - 2$ D. $y = 6x - m - 2$

Câu 4. Xác định m để hàm số $y = \dfrac{2x^2 - mx + m}{x + 2}$ có hai cực trị cùng dấu?

A. $0 < m < 8$ B. $-8 < m < 0$

C. $m < 0 \vee 8 < m$ D. Một đáp số khác

Câu 5. Diện hình phẳng giới hạn bởi hai đường: $y^2 = 2x$ và $x^2 + y^2 = 8$ là:

A. $S = 2\left(\pi + \dfrac{2}{3}\right)$ B. $S = 2\left(\pi - \dfrac{2}{3}\right)$ C. $S = 2\left(2\pi + \dfrac{4}{3}\right)$ D. $S = 2\left(2\pi + \dfrac{4}{3}\right)$

Câu 6. Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi trục hoành Ox và đồ thị hàm số : $y = \sqrt{(2 - x)(4 + x)}$. Cho (H) quay xung quanh đường thẳng $x = -1$ ta sẽ được một vật thể tròn xoay có thể tích:

A. $V = 27\pi$ B. $V = 18\pi$ C. $V = 36\pi$ D. $V = 45\pi$

Câu 7. Công thức nào sau đây đúng ?

A. $1 + 3C_n^1 + 6C_n^2 + 12C_n^3 + ... + 2^{n-1}C_n^{n-1} + 2^n = 3^n$

B. $1 + 3C_n^1 + 9C_n^2 + 27C_n^3 + ... + 2^{n-1}C_n^{n-1} + 2^n = 3^n$

C. $1 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + 16C_n^3 + ... + 2^{n-1}C_n^{n-1} + 2^n = 3^n$

D. $1 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + 8C_n^3 + ... + 2^{n-1}C_n^{n-1} + 2^n = 3^n$

Câu 8. Bất phương trình $\dfrac{2}{1 + \cos 2x} - 2\sqrt{3}\operatorname{tg}x + 2 \le 0$ có nghiệm:

A. $\dfrac{\pi}{3} + k\pi < x < \pi + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ B. $-\dfrac{\pi}{3} + k\pi < x < \dfrac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = -\dfrac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

Câu 9. Cho hàm số $y = mx - (2m - 3)\cos x$. Xác định m để hàm số luôn đồng biến.

A. $-3 \le m \le -1$ B. $1 \le m \le 3$ C. $0 \le m \le 1$ D. $-1 \le m \le 0$.

Câu 10. Cho hàm số $y = 4x^2 + mx$. Tính m để $|y| \le 1$ khi $|x| \le 1$.

A. $m = 3$ B. $m = -3$ C. $m = \dfrac{1}{3}$ D. $m = -\dfrac{1}{3}$

Câu 11. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số :

$y = \dfrac{\cos^2 x + 3\cos x + 6}{\cos x + 2}$ lần lượt bằng:

A. $\dfrac{10}{3}$ và 3 B. 4 và 3 C. 4 và $\dfrac{10}{3}$ D. $\dfrac{10}{3}$ và $-\dfrac{10}{3}$

Câu 12. Toạ độ hình chiếu vuông góc của điểm A(4, −11, −4) lên mặt phẳng: $2x - 5y - z - 7 = 0$ là:

A. (−2, −1, 0) B. (−2, 0, −1) C. (−1, 0, −2) D. (0, −1, −2)

Câu 13. Mặt cầu $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 49$ tiếp xúc với mặt phẳng nào sau đây ?

A. $3x - 2y - 6z + 16 = 0$ B. $2x - y - 2z + 16 = 0$

C. $2x + y - 2z - 16 = 0$ D. Một mặt phẳng khác.

Câu 14. Tâm của đường tròn: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y + 8z + 10 = 0 \\ 2x - 2y - z - 3 = 0 \end{cases}$ là:

A. H(1,−1, 1) B. H(1,1, −3) C. H(−2, 2, 5) D. H(0, 0, −3)

Câu 15. Phương trình mặt phẳng qua A(0, 0, −2); B(2, −1, 1) và vông góc với mặt phẳng: $3x - 2y + z + 1 = 0$.

A. $4x + 5y - z - 2 = 0$ B. $9x - 3y - 7z - 14 = 0$

C. $5x + 7y - z - 2 = 0$ D. Một phương trình khác

Câu 16. Định m để mặt phẳng $2x - y - 2z + 2m - 3 = 0$ không cắt mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4z + 1 = 0$

A. $m < -1 \vee m > 3$ B. $-1 < m < 3$

C. $m < \frac{3}{2} \vee m > \frac{15}{2}$ D. $\frac{3}{2} < m < \frac{15}{2}$

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình: $(x + 2)\sqrt{x^2 - 3x - 4} \le x^2 - 4$ là

A. $S = (-2, -1] \cup [4, +\infty)$ B. $S = (-\infty, -2] \cup [4, 8]$

C. $S = (-\infty, -1] \cup [8, +\infty)$ D. Một đáp số khác.

Câu 18. Nghiệm của bất phương trình: $x^{\ln x} + e^{\ln^2 x} \le 2e^4$ là:

A. $1 \le x \le e$ B. $\frac{1}{e} \le x \le e$ C. $e \le x \le e^2$ D. $\frac{1}{e^2} \le x \le e^2$

Câu 19. Tập nghiệm của phương trình: $\sqrt{x + \sqrt{2x - 1}} + \sqrt{x - \sqrt{2x - 1}} = \sqrt{2}$

A. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ B. $S = \{1\}$ C. $S = \left[\frac{1}{2}; 1\right]$ D. $S = \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

Câu 20. Xác định m để phương trình sau có ba nghiệm dương phân biệt ?

$$x^3 - (4m - 1)x^2 + (5m - 2)x - m = 0$$

A. $m > 1$ B. $m > \frac{1}{2}$ C. $0 < m < 1$ D. $0 < m < \frac{1}{2}$

ĐÁP ÁN ĐỀ 4

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	ch	Câu	Chọn
1	C	6	B	11	B	16	C
2	D	7	D	12	D	17	B
3	C	8	C	13	B	18	D
4	D	9	B	14	B	19	C
5	A	10	B	15	C	20	A

GIẢI ĐỀ SỐ 4

Câu 1. (Chọn câu C)

Hàm số $y = \dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$

- Tập xác định D = R.
- Tiệm cận ngang.

Ta có: $y = \dfrac{x\left(1 + \dfrac{3}{x}\right)}{|x|\sqrt{1 + \dfrac{1}{x^2}}} \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} y = -1 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} y = 1 \end{cases}$

Vậy phương trình các tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:

$\begin{cases} y = -1 \text{ khi } x \to -\infty \\ y = 1 \text{ khi } x \to +\infty \end{cases}$

Đạo hàm: $y' = \dfrac{\sqrt{x^2+1} - \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}(x+3)}{x^2+1} \Leftrightarrow y' = \dfrac{-3x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

- $y' = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{3} \Rightarrow y = \sqrt{10}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
y'		+	0	−	
y	-1	$\nearrow$	$\sqrt{10}$	$\searrow$	1

Câu 2. (Chọn câu D)

Bất phương trình $\sqrt{(4+x)(6-x)} \le x^2 - 2x + m$

$$-4 \le x \le 6 \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + x \ge 0 \\ 6 - x \ge 0 \end{cases}$$

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có: $\sqrt{(4+x)(6-x)} \le \dfrac{(4+x)(6-x)}{2} = 5$

(Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ $4 + x = 6 - x \Leftrightarrow x = 1$)

- Đặt $t = \sqrt{(4+x)(6-x)}$, ta có $\begin{cases} 0 \le t \le 5 \\ t^2 = -x^2 + 2x + 24 \end{cases}$

Vậy bất phương trình $\sqrt{(4+6)(6-x)} \le x^2 - 2x + m$

$$\begin{cases} 0 \le t \le 5 \\ t \le -t^2 + 24 + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le t \le 5 \\ t^2 + t - m - 24 \le 0 \quad (*) \end{cases}$$

Bất phương trình đã cho thoả mãn, $\forall x \in [-4; 6]$

$\Leftrightarrow$ Bất phương trình (*) thoả mãn, $\forall t \in [0; 5]$

Xét hàm số $f(t) = t^2 + t - m - 24$, $t \in [0; 5]$.

$$f'(t) = 2t + 1 > 0, \ \forall t \in [0; 5]$$

t	0		5
f'(t)		+	
f(t)	$-m - 24$	$\nearrow$	$6 - m$

Vậy $f(t) \le 0$, $\forall t \in [0; 5] \Leftrightarrow 6 - m \le 0 \Leftrightarrow m \ge 6$

Câu 3. (Chọn câu C)

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 6x + m$

- $D = R$
- $y' = 3(x^2 - 2x - 2)$
- $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2 = 0$ phương trình này có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 nên hàm số có hai cực trị y_1, y_2.

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$	y_1	$\searrow$	y_2	$\nearrow$	$+\infty$

Chia y cho $\dfrac{1}{3}y'$ ta có : $\begin{cases} \text{Thương } x - 1 \\ \text{Dư } -6x + m - 2 \end{cases}$

Vậy $y = \frac{1}{3}y'(x-1) - 6x + m - 2$

Điểm cực đại $S_1\begin{cases} x_1 \\ y_1 = -6x_1 + m - 2 \end{cases}$

Điểm cực tiểu $S_2\begin{cases} x_2 \\ y_2 = -6x_2 + m - 2 \end{cases}$

Vậy phương trình đường thẳng S_1S_2 là $y = -6x + m - 2$

Câu 4. (Chọn câu D)

Hàm số $y = \dfrac{2x^2 - mx + m}{x + 2}$

- $D = R\setminus\{-2\}$
- $y' = \dfrac{2x^2 + 8x - 3m}{(x+2)^2}$. $y' = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 8x - 3m = 0$ $(x \neq -2)$

* Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow$ $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$\Leftrightarrow \Delta' = 16 + 6m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{8}{3}$

* Hai cực trị của hàm số là $\begin{cases} y_1 = 4x_1 - m \\ y_2 = 4x_2 - m \end{cases}$

Hai cực trị y_1, y_2 cùng dấu.

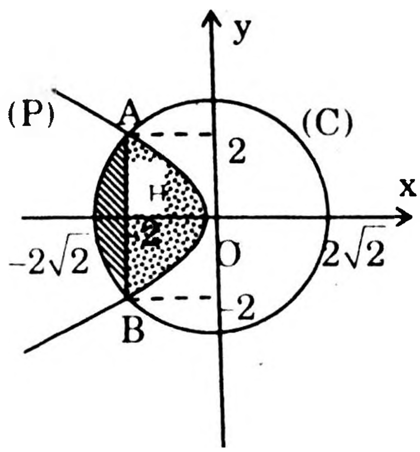
$\Leftrightarrow 16x_1.x_2 - 4m(x_1 + x_2) + m^2 > 0$ $\begin{cases} x_1.x_2 = \dfrac{3m}{2} \\ x_1 + x_2 = -4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow 16\left(-\dfrac{3m}{2}\right) - 4m(-4) + m^2 > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m > 0 \Leftrightarrow m < 0 \vee m > 8$

Kết hợp với điều kiện $m > -\frac{8}{3}$ ta có: $-\frac{8}{3} < m < 0 \vee m > 8$

Câu 5. (Chọn câu A)

(C): $x^2 + y^2 = 8$ và (P): $y^2 = -2x$



- (C) và (P) cắt nhau tại A(−2; 2) và B(−2; −2)
- Ta dễ thấy $\widehat{AOB} = 90^0$

– Gọi S_1 là diện tích hình viên phân của đường tròn (C) giới hạn bởi cung nhỏ $\overset{\frown}{AB}$ và S_2 là diện tích tam giác cong giới hạn bởi (P) và đoạn thẳng AB.

Ta có: $S = S_1 + S_2$

- $S_1 = \frac{1}{4}$ diện tích hình tròn – diện tích ΔOAB

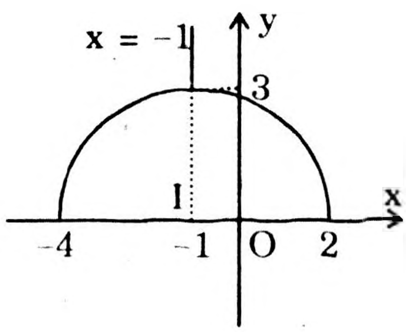
$$= \frac{\pi R^2}{4} - \frac{1}{2}AB.OH = 2\pi - 4$$

$$= 2\pi - 4 \quad \left(\text{vì } \begin{cases} R = 2\sqrt{2} \\ AB = 4 \\ OH = 2 \end{cases} \right)$$

- $S_2 = 2\int_0^2 (x_{(P)} - x_{AB})dy = \int_0^2 \left(-\frac{y^2}{2} + 2 \right) dy = 2\left[-\frac{1}{6}y^3 + 2y \right]_0^2 = \frac{16}{3}$

Vậy: $S = 2\pi + \frac{16}{3} - 4 = \left(2\pi + \frac{4}{3} \right)$đvdt

Hay $S = 2\left(\pi + \frac{2}{3} \right)$



Câu 6. (Chọn câu B)

$$y = \sqrt{(2-x)(4+x)} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ y^2 = (2-x)(4+x) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ y^2 = 8 - 2x - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ (x+1)^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

Đây là nửa đường tròn: $\begin{cases} \text{Tâm } I(-1;0) \\ \text{Bán kính } R = 3 \\ \text{ở trên } Ox \end{cases}$

Vậy khi cho (H) quay xung quanh đường thẳng $x = -1$ ta sẽ được vật thể tròn xoay là nửa hình cầu có bán kính $R = 3$

$\Rightarrow$ Thể tích vật thể tròn xoay là: $V = \frac{1}{2}.\frac{4\pi R^3}{3} = \frac{2}{3}\pi(3)^3 = 18\pi$ (đvdt)

Câu 7. (Chọn câu D)

Ta có công thức:

$(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1}b + C_n^2 a^{n-2}b^2 + C_n^3 a^{n-3}b^3 + ... + +C_n^{n-1}ab^{n-1}b^n$

Cho $a = 1$ và $b = 2$, .

ta được: $3^n = 1 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + 8C_n^3 + ...2^{n-1}C_n^{n-1} + 2^n$

Câu 8. (Chọn câu C)

$$\frac{2}{1+\cos 2x} - 2\sqrt{3}\,tgx + 2 < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{2\cos^2 x} - 2\sqrt{3}\,tgx + 2 \le 0 \Leftrightarrow tg^2x - 2\sqrt{3}\,tgx + 3 < 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 2\sqrt{3}\,t + 3 \le 0 \quad (t = tgx)$$

$$\Leftrightarrow (t - \sqrt{3})^2 \le 0 \Leftrightarrow t - \sqrt{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow tgx = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 9. (Chọn câu B)

- $y = mx - (2m - 3)\cos x$
- $y' = m + (2m - 3)\sin x$

Hàm số luôn đồng biến $\Leftrightarrow y' \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow f(t) = m + (2m - 3)t \ge 0,\quad \forall t \in [-1;1] \quad (t = \sin x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(-1) \ge 0 \\ f(1) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - (2m - 3) \ge 0 \\ m + (2m - 3) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le m \le 3$$

Câu 10. (Chọn câu B)

$$y = 4x^2 + mx$$

Theo giả thiết ta có $|y| \le 1$ khi $|x| \le 1$ nên:

- $|y(1)| \le 1 \Leftrightarrow |4 + m| \le 1 \Leftrightarrow -1 \le 4 + m \le 1 \Leftrightarrow -5 \le m \le -3 \quad (1)$
- $\left|y\left(\frac{1}{2}\right)\right| \le 1 \Leftrightarrow \left|\frac{1}{2} + \frac{m}{2}\right| \le 1 \Leftrightarrow |m + 1| \le 2$

$\Leftrightarrow -2 \le m + 1 \le 2 \Leftrightarrow -3 \le m \le 1 \quad (2)$

(1) và (2) $\Rightarrow m = -3$

Đảo lại, với $m = -3 \Rightarrow y = 4x^3 - 3x$

Vì $|x| \le 1$ nên $x = \cos\alpha$

$\Rightarrow y = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha \Leftrightarrow y = \cos 3\alpha \Rightarrow |y| = |\cos 3\alpha| \le 1$

Câu 11. (Chọn câu B)

$$y = \frac{\cos^2 x + 3\cos x + 6}{\cos x + 2} \Leftrightarrow y = \frac{t^2 + 3t + 6}{t + 2},\ t = \cos x\ (|t| \le 1)$$

- $y' = \dfrac{t^2 + 4t}{(t + 2)^2} = t.\dfrac{t + 4}{(t + 2)^2}$

Vì $|t| \le 1$ nên $\dfrac{t+4}{(t+2)^2} > 0$

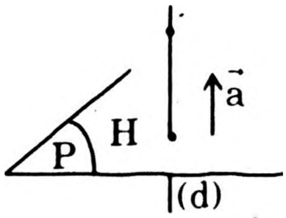
Vậy $y' = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow y = 3$

- Bảng biến thiên:

t	−1		0		1
y'		−		+	
y	4	↘	3	↗	$\frac{10}{3}$

Vậy $\begin{cases} y_{min} = 3 \\ y_{max} = 4 \end{cases}$

Câu 12. (Chọn câu D)



- A (4; −11; −4)
- (P): $2x - 5y - z - 7 = 0$ (1)

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2, -5, -1)$

Đường thẳng (d) qua A và vuông góc với (P).

Phương trình tham số của (d) là: $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -11 - 5t \\ z = -4 - t \end{cases}$ (2)

- Toạ độ giao điểm H của (d) và (P) là nghiệm hệ phương trình (1) + (2).

Ta có: thay x, y, z ở (2) vào (1):

$2(4 + 2t) - 5(-11 - 5t) - (-4 - t) - 7 = 0$

$\Leftrightarrow 30t + 60 = 0 \Leftrightarrow t = -2$

Vậy (0;−1;−2) là toạ độ hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P).

Câu 13. (Chọn câu B)

Mặt cầu (S) có tâm I(2; −1 ; 0) và bán kính R = 7

Xét mp (P): $2x - y - 2z + 16 = 0$

$$d(I, mpP) = \frac{|2(2) - (-1) - 2(0) + 16|}{\sqrt{4 + 1 + 4}}$$

Vậy mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng $2x - y - 2z + 16 = 0$.

Câu 14. (Chọn câu B)

Mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y + 8z + 10 = 0$

Có tâm I(3;−1; −4) và bán kính $R = \sqrt{9 + 1 + 4 - 10} = 2$

- Mặt phẳng (P): $2x - 2y - z - 3 = 0$ có vectơ pháp tuyến:

$\vec{n} = (2; -2; -1)$

Tâm của đường tròn (C) = (S) ∩ (P) là hình chiếu vuông góc của I lên mp (P). Đường thẳng (d) đi qua I và vuông góc với (P).

– Phương trình tham số của (d): $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 2t \\ z = -4 - t \end{cases}$

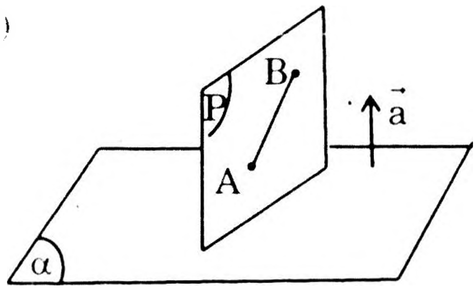
– Giải hệ phương trình $\begin{cases} (P) \\ (d) \end{cases}$ ta có:

$$2(3 + 2t) - 2(-1 - 2t) - (-4 - t) - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9t + 9 = 9 \Leftrightarrow t = -1$$

Vậy tâm của đường tròn (C) là H(1; 1; –3)

Câu 15. (Chọn câu C)



A(0; 0; –2); B(2; –1; 1)

mp (α): $3x - 2y + z + 1 = 0$

Vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -2; 1)$

mp(P) $\begin{cases} \text{qua A và B} \\ \perp \text{mp}(\alpha) \end{cases}$

$\Rightarrow$ mp (P) có cặp vectơ chỉ phương là: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2; -1; 3) \\ \vec{n} = (3; -2; 1) \end{cases}$

$\Rightarrow$ vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{u} \perp \begin{cases} \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = (5; 7; -1)$

Tóm lại, mp(P) $\begin{cases} \text{qua } A(0; 0; -2) \\ \text{và vtpt } \vec{u} \end{cases}$

$\Rightarrow$ Phương trình của mp (P) là: $5(x - 0) + 7(y - 0) - 1(z + 2) = 0$

Hay $5x + 7y - z - 2 = 0$

Câu 16. (Chọn câu C)

mp (P): $2x - y - 2z + 2m - 3 = 0$

mặt cầu (S) có $\begin{cases} \text{tâm } I(-1; 0; 2) \\ \text{bán kính } R = 2 \end{cases}$

$(P) \cap (S) = \Phi \Leftrightarrow d(I, mp(P)) > R$

$$\Leftrightarrow \frac{|2(-1) - 0 - 2(3) + 2m - 3|}{3} > 2 \Leftrightarrow |2m - 9| > 6$$

$$\Leftrightarrow 2m - 9 < -6 \vee 2m - 9 > 6 \Leftrightarrow m < \frac{3}{2} \vee m > \frac{15}{2}$$

Câu 17. (Chọn câu B)

$$(x+2)\sqrt{x^2-3x-4} \le (x+2)(x-2) \qquad (*)$$

x	$-\infty$		-2		-1		2		4		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$		$+$		$+$	
x^2-3x-4		$+$		$+$	0	$-$		$-$	0		

x	Bất phương trình (*) tương đương với
$x < -2$	$\sqrt{x^2-3x-4} \ge x-2$: đúng
$x = -2$	$0 \le 0$: đúng
$-2 < x \le -1$	$\sqrt{x^2-3x-4} \le x-2$
$x \ge 4$	$\sqrt{x^2-3x-4} \le x-2 \Leftrightarrow x^2-3x-4 \le (x-2)^2$ $\Leftrightarrow x \le 8$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-\infty; -2] \cup [4; 8]$

Câu 18. (Chọn câu D)

$$x^{\ln x} + e^{\ln^2 x} \le 2e^4 \qquad (*)$$

Ta có: $e^{\ln^2 x} = (e^{\ln x})^{\ln x} = x^{\ln x}$

Vậy (*) $\Leftrightarrow 2.e^{\ln^2 x} \le 2e^4 \Leftrightarrow \ln^2 x \le 4 \Leftrightarrow |\ln x| \le 2$

$$\Leftrightarrow -2 \le \ln x \le 2 \Leftrightarrow e^{-2} \le x \le e^2 \Leftrightarrow \frac{1}{e^2} \le x \le e^2$$

Câu 19. (Chọn câu C)

$$\sqrt{x+\sqrt{2x-1}} + \sqrt{x-\sqrt{2x-1}} = \sqrt{2} \qquad (*)$$

Điều kiện $2x-1 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge \frac{1}{2}$

- Với: $x \ge \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x+\sqrt{2x-1} > 0 \\ (x+\sqrt{2x-1})(x-\sqrt{2x-1}) = (x-1)^2 \ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+\sqrt{2x-1} > 0 \\ x-\sqrt{2x-1} \ge 0 \end{cases}$

Bất phương trình (*)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \frac{1}{2} \\ 2x + 2\sqrt{x^2-(2x-1)} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \frac{1}{2} \\ |x-1| = 1-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \frac{1}{2} \\ 1-x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \le x \le 1$$

Câu 20. (Chọn câu A)

$$x^3 - (4m - 1)x^2 + (5m - 2)x - m = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)[x^2 - 2(2m - 1)x + m] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 > 0 \\ x^2 - 2(2m - 1)x + m = 0 \quad (*) \end{array}\right.$$

Đặt $f(x) = x^2 - 2(2m - 1)x + m$

- Phương trình đã cho có nghiệm dương phân biệt.

$\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 $\begin{cases} \text{dương phân biệt} \\ \neq 1 \end{cases}$

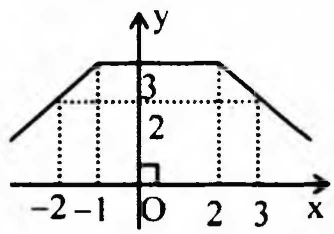
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \\ f(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m - 1)^2 - m > 0 \\ m > 0 \\ 2(2m - 1) > 0 \\ 1 - 2(2m - 1) + m \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 5m + 1 > 0 \\ m > 0 \\ m > \dfrac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{1}{4} \vee m > 1 \\ m > \dfrac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

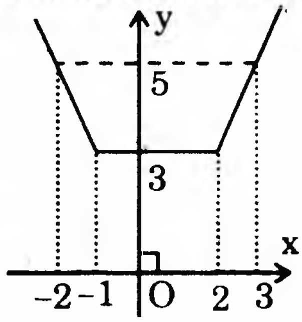
ĐỀ SỐ 5

Câu 1. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

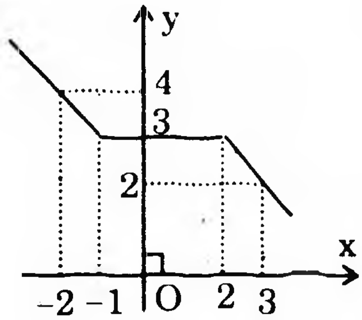
Đồ thị của hàm số trên là hình vẽ nào sau đây?



A.



B.



C.

D. Một hình vẽ khác

Câu 2. Định a để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2(a + 1)x^2 - (2a + 1)x + a$ nghịch biến trong khoảng (1, 2)

A. $a \geq -\frac{1}{2}$ B. $a \geq \frac{1}{2}$ C. $|a| \geq \frac{1}{2}$ D. Một giá trị khác

Câu 3. Hàm số $y = \sin x + \operatorname{tg} x - 2x$

A. Tăng trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ B. Giảm trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

C. Có cực đại trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ D. Có cực tiểu trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x^2 + 1}$ đạt giá trị lớn nhất bằng 4 và giá trị nhỏ nhất bằng -1. Tính a và b.

A. a = 0, b = 2 B. a = 2, b = 0

C. a = ±4, b = 3 D. a = ±3, b = 4

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2m(m - 4)x + 9m^2 - m$ cắt Ox tại ba điểm phân biệt và cách đều nhau khi:

A. m = 0 B. m = 1 C. m = -1 D. m = -3

Câu 6. Hàm số $y = a\sin x + b\cos x + cx$ tăng trên $\mathbb{R}$ khi:

A. $c^2 \leq a^2 + b^2$ B. $c \leq \sqrt{a^2 + b^2}$ C. $c^2 \leq a^2 + b^2$ D. $c \geq \sqrt{a^2 + b^2}$

Câu 7. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{5 - 3\cos^2 x}dx$. Bất đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $0 \le I < \frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{2} \le I \le \pi$

C. $\frac{\pi}{10} \le I < \frac{\pi}{4}$ D. Một đáp án khác

Câu 8. Bằng cách sử dụng hàm số $f(x) = (1 + x)^n$ $\left(n \in \mathbb{Z}^+ \text{ và } 0 \le x \le 1\right)$

và tính $\int_0^1 f(x)dx$ ta có công thức:

A. $1 + 1C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + ... + nC_n^n = \frac{2^n}{n+1}$

B. $1 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + ... + C_n^n = \frac{2^n}{n+1}$

C. $1C_n^0 + 2C_n^1 + 3C_n^2 + ... + (n+1)C_n^n = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$

D. $1C_n^1 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + ... + \frac{1}{n+1}C_n^n = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$

Câu 9. Tính $S = \cos\frac{\pi}{7} - \cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{3\pi}{7}$

A. $S = \frac{1}{2}$ B. $S = -\frac{1}{2}$ C. $S = -1$ D. Một kết quả khác

Câu 10. Cho ΔABC bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $\cos A + \cos B + \cos C > \frac{3}{2}$ B. $\cos A + \cos B + \cos C > 1$

C. $\cos A + \cos B + \cos C < \frac{3}{2}$ D. $\cos A + \cos B + \cos C < 1$

Câu 11. Cho ΔABC có độ dài ba cạnh là a, b, c là $p = \frac{1}{2}(a + b + c)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = \frac{a}{p-a} + \frac{b}{p-b} + \frac{c}{p-c}$ là:

A. 3 B. 6 C. 9 D. Một giá trị khác

Câu 12: Tìm $\alpha \in (-\pi; \pi)$ sao cho phương trình sau có nghiệm :

$x^2 - 2(2\cos\alpha - 1)x - (5\sin\alpha - 6) = 0$

A. $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ B. $|\alpha| < \frac{\pi}{4}$ C. $\alpha = -\frac{\pi}{6}$ D. $\alpha = \frac{\pi}{2}$

Câu 13. Cho ΔABC có $A = 2B = 4C$ ($AB = c$, $AC = b$, $BC = a$)

Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ B. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ C. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{c}$ D. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{c}$

Câu 14. Phương trình $\frac{\sin^{10} x + \cos^{10} x}{4} = \frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\sin^2 2x + 4\cos^2 2x}$ có nghiệm:

A. $x = (2k+1)\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$

C. $x = k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \frac{k\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$

Câu 15. Giải bất phương trình: $\cos 2x - (1 - 2\sqrt{2})\cos x + 1 - \sqrt{2} > 0$ biết $x \in (-\pi; \pi)$

A. $-\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6}$ B. $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ C. $-\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3}$ D. Một đáp số khác

Câu 16. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 + x + 12\sqrt{x+1} = 36$

A. $x = 0$, $x = 8$ B. $x = 3 \vee x = -1$

C. $x = 3$ D. Một kết quả khác

Câu 17. Cho a, b, c > 0 với $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{2}{b}$. Bất đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\frac{a+b}{2a-b} + \frac{c+b}{2c-b} \geq 4$ B. $\frac{a+b}{2a-b} + \frac{c+b}{2c-b} \geq 1$

C. $\frac{a+b}{2a-b} + \frac{c+b}{2c-b} \geq \frac{1}{4}$ D. $\frac{a+b}{2a-b} + \frac{c+b}{2c-b} \geq \frac{1}{16}$

Câu 18. Giải phương trình: $\log^2_{\frac{1}{2}}(x-2) - (2-x)\log_2(x-2) + 3(x-5) = 0$

A. $x = \frac{17}{8}$ B. $x = 4$

C. A và B đều đúng D. A và B đều sai

Câu 19. Tìm tọa độ hình chiếu của điểm A(5, −1, −2) lên mặt phẳng $3x - y - 2z + 8 = 0$ là :

A. (−1, 1, 2) B. (2, 0, −1) C. (−1, 5, 0) D. Một điểm khác

Câu 20. Tìm tọa độ hình chiếu của A(2, −6, 3) lên đường thẳng D: $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{1}$ là:

A. (−2, 0, −1) B. (1, −2, 1) C. (4, −4, 1) D. (7, −6, 2)

ĐÁP ÁN ĐỀ 5

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	B	6	D	11	B	16	C
2	A	7	C	12	D	17	A
3	A	8	D	13	A	18	C
4	C	9	A	14	D	19	A
5	B	10	B	15	C	20	C

GIẢI ĐỀ SỐ 5

Câu 1. (Chọn câu B)

Hàm số: $y = \sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

$\Leftrightarrow y = \sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{(x-2)^2} \Leftrightarrow y = |x+1| + |x-2|$

- $D = \mathbb{R}$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	

- $x < -1 \Rightarrow y = -x - 1 - x + 2 = -2x + 1$
- $-1 \le x \le 2 \Rightarrow y = x + 1 - x + 2 = 3$
- $x > 2 \Rightarrow y = x + 1 + x - 2 = 2x - 1$

Tóm lại: $y = \begin{cases} -2x + 1 & \text{nếu } x < -1 \\ 3 & \text{nếu } -1 \le x \le 2 \\ 2x - 1 & \text{nếu } x > 2 \end{cases}$;

$y' = \begin{cases} -2 & \text{nếu } x < -1 \\ 0 & \text{nếu } -1 \le x \le 2 \\ 2 & \text{nếu } x > 2 \end{cases}$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$		0		$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\longrightarrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Ngoài ra: $x = -2 < -1 \Rightarrow y = -2(-2) + 1 = 5$

$x = 3 > 2 \Rightarrow y = 2(3) - 1 = 5$

Câu 2. (Chọn câu A)

Hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - 2(a+1)x^2 - (2a+1)x + a$

- $D = \mathbb{R}$
- $y' = x^2 - 4(a+1)x - (2a+1)$

- Nếu $\Delta' \le 0$ thì $y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đồng biến trong khoảng $(1, 2)$: trái giả thiết
- Nếu $\Delta' > 0$ thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Lúc đó ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		x_1	(1; 2)	x_2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$	y_1	$\searrow$	y_2	$\nearrow$	$+\infty$

Mà hàm số biến thiên trong khoảng (1; 2) ta phải chọn:

$x_1 \le 1 < 2 \le x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1.y'(1) \le 0 \\ 1.y'(2) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4(a+1) - (2a+1) \le 0 \\ 4 - 8(a+1) - (2a+1) \le 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -6a - 4 \le 0 \\ -10a - 5 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge -\dfrac{2}{3} \\ a \ge -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow a \ge -\frac{1}{2}$$

Câu 3. (Chọn câu A)

Hàm số: $y = \sin x + \operatorname{tg} x - 2x,\ x \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$

$$y' = \cos x + \frac{1}{\cos^2 x} - 2,\ x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

Ta có: $0 < x < \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < \cos x < 1 \Rightarrow \cos x > \cos^2 x$

$$\Rightarrow \cos x + \frac{1}{\cos^2 x} > \cos^2 x + \frac{1}{\cos^2 x} \ge 2 \Rightarrow y' > 0$$

Vậy hàm số đồng biến trong khoảng: $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$

Câu 4. (Chọn câu C)

Hàm số: $y = \dfrac{ax + b}{x^2 + 1}$ $(D = \mathbb{R})$

$\Leftrightarrow yx^2 - ax + (y - b) = 0 \qquad (*)$

Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \ge 0 \Leftrightarrow a^2 - 4y(y - b) \ge 0$

$\Leftrightarrow 4y^2 - 4by - a^2 \le 0$

$$\Leftrightarrow \frac{b - \sqrt{a^2 + b^2}}{2} \le y \le \frac{b + \sqrt{a^2 + b^2}}{2}$$

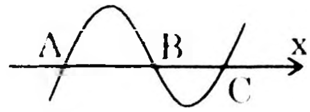
Vậy: $\begin{cases} y_{max} = \dfrac{b + \sqrt{a^2 + b^2}}{2} = 4 \\ y_{min} = \dfrac{b - \sqrt{a^2 + b^2}}{2} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm 4 \\ b = 3 \end{cases}$

Câu 5. (Chọn câu B)

Đồ thị hàm số cắt Ox tại ba điểm A, B, C cách đều nhau.

Gọi x_1, x_2, x_3 là hoành độ của A, B, C

Ta có: $x_2 - x_1 = x_3 - x_2 \Leftrightarrow 2x_2 = x_1 + x_3$



(Tiếp tục giải như câu 6 đề số 3)

Câu 6. (Chọn câu D)

Hàm số : $y = a\sin x + b\cos x + cx$ ($D = \mathbb{R}$)

$$y' = a\cos x - b\sin x + c$$

Trường hợp 1: $a = b = 0 \Rightarrow y' = c$

Muốn hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ ta phải chọn $c > 0$ hay $c > \sqrt{a^2 + b^2}$

Trường hợp 2: $a^2 + b^2 > 0$, lúc đó:

$$y' = \sqrt{a^2 + b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\cos x - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\sin x\right) + c$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2}.(\cos x.\cos\varphi - \sin x.\sin\varphi) + c \begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \sin\varphi = \dfrac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{cases}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2}\cos(x + \varphi) + c$$

Vì: $-1 \le \cos(x + \varphi) \le 1, \ \forall x \in \mathbb{R}$

nên $-\sqrt{a^2 + b^2} \le \sqrt{a^2 + b^2}\cos(x + \varphi) \le \sqrt{a^2 + b^2}, \ \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow c - \sqrt{a^2 + b^2} \le y' \le c + \sqrt{a^2 + b^2}, \ \forall x \in \mathbb{R}$$

Muốn hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ ta phải có:

$$y' \ge 0, \ \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow c - \sqrt{a^2 + b^2} \ge 0 \Leftrightarrow c \ge \sqrt{a^2 + b^2}$$

Câu 7. (Chọn câu C)

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{5 - 3\cos^2 x}dx$$

Ta có: $0 \le x \le \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow 0 \le \cos x \le 1 \Rightarrow -3 \le -3\cos^2 x \le 0$

$$\Rightarrow 2 \le 5 - 3\cos^2 x \le 5 \Rightarrow \frac{1}{5} \le \frac{1}{5 - 3\cos^2 x} \le \frac{1}{2}$$

Vậy: $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{5}dx \le \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{5 - 3\cos^2 x}dx \le \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2}dx$ Hay $\dfrac{\pi}{10} \le I \le \dfrac{\pi}{4}$

Câu 8. (Chọn câu D)

- $$\int_0^1 (1+x)^n\,dx = \left.\frac{(1+x)^{n+1}}{n+1}\right|_0^1 = \frac{2^{n+1}-1}{n+1} \qquad (1)$$

- $(1+x)^n = 1 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \ldots + C_n^n x^n$

$$\Rightarrow \int_0^1 (1+x)^n dx = \int_0^1 1dx + C_n^1 \int_0^1 xdx + C_n^2 \int_0^1 x^2 dx + \ldots + C_n^n \int_0^1 x^n dx$$

$$= 1 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \ldots + \frac{1}{n+1}C_n^n \qquad (2)$$

So sánh (1) và (2) ta có kết quả.

Câu 9. (Chọn câu A)

$$S = \cos\frac{\pi}{7} - \cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{3\pi}{7}$$

$$\Leftrightarrow S.\sin\frac{\pi}{7} = \sin\frac{\pi}{7}.\cos\frac{\pi}{7} - \cos\frac{2\pi}{7}.\sin\frac{\pi}{7} + \cos\frac{3\pi}{7}.\sin\frac{\pi}{7}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\sin\frac{2\pi}{7} - \sin\frac{3\pi}{7} + \sin\frac{\pi}{7} + \sin\frac{4\pi}{7} - \sin\frac{2\pi}{7}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\sin\frac{\pi}{7} + \sin\frac{4\pi}{7} - \sin\frac{3\pi}{7}\right) = \frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{7}\left(\text{vì } \sin\frac{4\pi}{7} = \sin\frac{3\pi}{7}\right)$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2}$$

Câu 10. (Chọn câu B)

Ta có: $\cos A + \cos B + \cos C = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2} + \cos C$

$$= 2\sin\frac{C}{2}\cos\frac{A-B}{2} + 1 - 2\sin^2\frac{C}{2} = 2\sin\frac{C}{2}\left[\cos\frac{A-B}{2} - \sin\frac{C}{2}\right] + 1$$

$$= 2\sin\frac{C}{2}\left[\cos\frac{A-B}{2} - \cos\frac{A+B}{2}\right] + 1 = 2\sin\frac{C}{2}\left[-2\sin\frac{A}{2}.\sin\left(-\frac{B}{2}\right)\right] + 1$$

$$= 4\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2} + 1 > 1\left(\text{vì } \sin\frac{A}{2}, \sin\frac{B}{2}, \sin\frac{C}{2} > 0\right)$$

Câu 11. (Chọn câu B)

Ta có: $$\begin{cases} \dfrac{a}{p-a} = \dfrac{p}{p-a} - 1 \\ \dfrac{b}{p-b} = \dfrac{p}{p-b} - 1 \\ \dfrac{c}{p-c} = \dfrac{p}{p-c} = -1 \end{cases}$$

Vậy: $E = \frac{a}{p-a} + \frac{b}{p-b} + \frac{c}{p-c} = p\left(\frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c}\right) - 3$

$$= [(p-a)+(p-b)+(p-c)]\left(\frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c}\right) - 3$$

$\geq 9 - 3 = 6$ (dấu "=" xảy ra khi $a = b = c$)

Chú ý: với ba số dương x, y, z ta có:

$$\begin{cases} \bullet\ x + y + z \geq 3\sqrt[3]{xyz} > 0 \\ \bullet\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{xyz}} > 0 \end{cases} \Rightarrow (x+y+z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 9$$

Áp dụng kết quả này ta có:

$$(p-a)+(p-b)+(p-c)]\left(\frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c}\right) \geq 9$$

câu 12. (Chọn câu D)

$x^2 - 2(2\sin\alpha - 1)x - (5\sin\alpha - 6) = 0 \qquad (*)$

$\Delta' = (2\sin\alpha - 1)^2 + (5\sin\alpha - 6) = 4\sin^2\alpha + \sin\alpha - 5$

Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 4\sin^2\alpha + \sin\alpha - 5 \geq 0$

$\Leftrightarrow \sin\alpha \leq -\frac{5}{4} \vee \sin\alpha \geq 1 \Leftrightarrow \sin\alpha \geq 1 \Leftrightarrow \sin\alpha = 1$

$\Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$ (vì $-\pi < \alpha < \pi$)

Câu 13. (Chọn câu A)

$$\begin{cases} A = 2B = 4C \\ A + B + C = \pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{4\pi}{7} \\ B = \frac{2\pi}{7} \\ C = \frac{\pi}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2R\sin\frac{4\pi}{7} \\ b = 2R\sin\frac{2\pi}{7} \\ c = 2R\sin\frac{\pi}{7} \end{cases}$$

Ta có: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2R}\left(\frac{1}{\sin\frac{4\pi}{7}} + \frac{1}{\sin\frac{2\pi}{7}}\right) = \frac{1}{2R}\left(\frac{\sin\frac{4\pi}{7} + \sin\frac{2\pi}{7}}{\sin\frac{4\pi}{7}.\sin\frac{2\pi}{7}}\right)$

$$= \frac{1}{2R}.\frac{2\sin\frac{3\pi}{7}.\cos\frac{\pi}{7}}{\sin\frac{4\pi}{7}.2\sin\frac{\pi}{7}.\cos\frac{\pi}{7}} = \frac{1}{2R\sin\frac{\pi}{7}} = \frac{1}{c}\left(\text{vì } \sin\frac{4\pi}{7} = \sin\frac{3\pi}{7}\right)$$

Câu 14. (Chọn câu D)

Phương trình: $\frac{\sin^{10}x + \cos^{10}x}{4} = \frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\sin^2 2x + 4\cos^2 2x}$

Ta có • $\sin^6x + \cos^6x = 1 - 3\sin^2x.\cos^2x = 1 - \dfrac{3}{4}\sin^2 2x = \dfrac{4 - 3\sin^2 2x}{4}$

• $\sin^2 2x + 4\cos^2 2x = \sin^2 2x + 4(1 - \sin^2 2x) = 4 - 3\sin^2 2x$

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \dfrac{\sin^{10}x + \cos^{10}x}{4} = \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow \sin^{10}x + \cos^{10}x = 1$

Ta lại có: $\begin{cases} \sin^{10}x \le \sin^2 x \\ \cos^{10}x \le \cos^2 x \end{cases} \Rightarrow \sin^{10}x + \cos^{10}x \le 1$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin x = \pm 1 \\ \cos x = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \pm 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow x = k\dfrac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{R})$

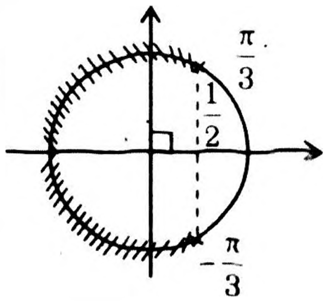
Câu 15. (Chọn câu C)

$\cos 2x - \left(1 - 2\sqrt{2}\right)\cos x + 1 - \sqrt{2} > 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \cos x \left(|t| \le 1\right) \\ 2t^2 - \left(1 - 2\sqrt{2}\right)t - \sqrt{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \cos x \left(|t| \le 1\right) \\ t < -\sqrt{2} \vee t > \dfrac{1}{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \cos x > \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi < x < \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Mà $x = \in (-\pi; \pi)$ nên $-\dfrac{\pi}{3} < x < \dfrac{\pi}{3}$



Câu 16. (Chọn câu C)

$x^2 + x + 12\sqrt{x+1} = 36 \qquad (*)$

$\Leftrightarrow 12\sqrt{x+1} = -x^2 - x + 36$

Điều kiện: $\begin{cases} x + 1 \ge 0 \\ -x^2 - x + 36 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ \dfrac{-1 - \sqrt{145}}{2} \le x \le \dfrac{-1 + \sqrt{145}}{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow -1 \le x \le \dfrac{-1 + \sqrt{145}}{2} \# 5,52$

- Các số nguyên chứa trong đoạn $\left[-1; \dfrac{-1 + \sqrt{145}}{2}\right]$ là $x = -1$; $x = 0$; $x = 1$; $x = 2$; $x = 3$; $x = 4$; $x = 5$
- Trong các số nguyên nói trên chỉ có $x = 3$ nghiệm đúng phương trình (*)

Câu 17. (Chọn câu A)

Từ: $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{c} = \dfrac{2}{b}$ ta có : $b = \dfrac{2ac}{a + c}$

Vậy, $\left[\begin{array}{l} \dfrac{a+b}{2a-b} = \dfrac{a + \dfrac{2ac}{a+c}}{2a - \dfrac{2ac}{a+c}} = \dfrac{1}{2}\left(1 + \dfrac{3c}{a}\right) \\ \dfrac{c+b}{2c-b} = \dfrac{c + \dfrac{2ac}{a+c}}{2c - \dfrac{2ac}{a+c}} = \dfrac{1}{2}\left(1 + \dfrac{3a}{c}\right) \end{array}\right. \Rightarrow \dfrac{a+b}{2a-b} + \dfrac{c+b}{2c-b} = 1 + \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{c}{a} + \dfrac{a}{c}\right)$

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có: $\dfrac{c}{a} + \dfrac{a}{c} \geq 2\sqrt{\dfrac{c}{a}.\dfrac{a}{c}} = 2$

Vậy: $\dfrac{a+b}{2a-b} + \dfrac{c+b}{2c-b} \geq 1 + \dfrac{3}{2}.2 = 4$

Câu 18. (Chọn câu C)

$\log^2_{\frac{1}{2}}(x-2) - (2-x)\log_2(x-2) + 3(x-5) = 0$

Điều kiện: $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Đặt $t = \log_2(x-2)$, ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) = -\log_2(x-2) = -t$

Vậy phương trình đã cho trở thành: $t^2 - (2-x)t + 3(x-5) = 0$

Có $\Delta = (2-x)^2 - 12(x-5) = (x-8)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -3 \\ t = -x + 5 \end{array}\right.$

- Với $t = -3 \Rightarrow \log_2(x-2) = -3 \Leftrightarrow x - 2 = 2^{-3} = \dfrac{1}{8} \Leftrightarrow x = \dfrac{17}{8}$
- Với $t = -x + 5 \Rightarrow \log_2(x-2) = 5 - x$ (*)

– Dễ thấy phương trình (*) có nghiệm x = 4

– Hàm số: $\begin{cases} y = \log_2(x-2) \text{ đồng biến} \\ y = 5 - x \text{ nghịch biến} \end{cases}$

Vậy nghiệm x = 4 là duy nhất

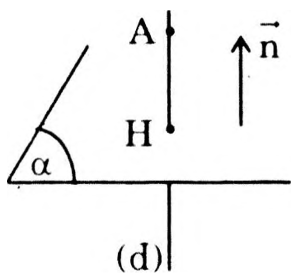
Câu 19. (Chọn câu A)

Điểm A(5; –1; –2);

mp(P): $3x - y - 2z + 8 = 0$ (1)

- Vectơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n} = (3; -1; -2)$
- Phương trình tham số của đường thẳng:

(d): $\begin{cases} \text{qua A} \\ \perp \text{mp(P)} \end{cases}$ là : $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = -1 - t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$ (2)



- Tọa độ giao điểm H của (P) và (d)

Thay x, y, z ở (2) vào (1) ta có:

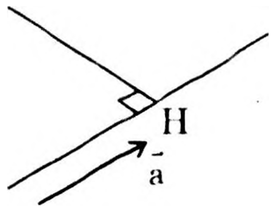
$3(5 + 3t) - (-1 - t) - 2(-2 - 2t) + 8 = 0 \Leftrightarrow t = -2$

Vậy H(−1; 1; 2)

Câu 20. (Chọn câu C)

A(2; −6; 3)

$\begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = -2t - 2 \\ z = t \end{cases}$



- Lấy H ∈ (D), H có tọa độ: $\begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = -2t - 2 \\ z = t \end{cases}$
- $\overrightarrow{AH} = (3t - 1; -2t + 4; t - 3)$
- Vectơ chỉ phương của (D) là $\vec{a} = (3; -2; 1)$. H là hình chiếu vuông góc của A lên (d)

$\Leftrightarrow AH \perp (D) \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\vec{a} = 0$

$\Leftrightarrow 3(3t - 1) - 2(-2t + 4) + (t - 3) = 0$

$\Leftrightarrow 14t - 14 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$

Vậy: H(4; −4; 1)

ĐỀ SỐ 6

Câu 1. Hàm số $y = \dfrac{2x^2 - mx + m}{x - 2}$ có hai cực trị.

Hãy xác định m và viết phương trình đường thẳng đi qua điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số

A. $\begin{cases} m < 8 \\ y = 4x - m \end{cases}$

B. $\begin{cases} m < 8 \\ y = -4x + m \end{cases}$

C. $\begin{cases} m > 0 \\ y = 4x + m \end{cases}$

D. Một kết quả khác

Câu 2. Hàm số $y = \dfrac{mx^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 2}$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số luôn có hai cực trị

B. Hàm số có cực trị khi $m \neq -\dfrac{1}{2}$

C. Hàm số có ít nhất một cực trị

D. Hàm số không có cực trị

Câu 3. Tìm m để đồ thị hàm số:

$$y = \frac{(m-1)x^2 - m^2x + 2m + 3}{x - m} \text{ có tiệm cận}$$

A. $m \neq -1$ và $m \neq 1$ B. $m \neq -1$ và $m \neq 3$

C. $m \neq 1$ và $m \neq -3$ D. $m \neq 1$ và $m \neq 3$

Câu 4. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x^2 + x + 1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số không có cực trị   B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận

C. Đồ thị hàm số có ba điểm uốn   D. Đồ thị hàm số có một điểm uốn

Câu 5. Hàm số $y = 3\sin x - 4\cos x + 2m - 3$ chỉ nhận giá trị dương khi:

A. $m < 4$ B. $0 < m < 4$ C. $m > 4$ D. $|m| < 4$

Câu 6. Cho $I = \int_{-1}^{1} \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)dx$. Tính I ?

A. $I = \ln 2$ B. $I = -\ln 2$ C. $I = \frac{1}{2}\ln 2$ D. $I = 0$

Câu 7. Tính $I = \int_{0}^{2\pi} \sqrt{1 - \cos 2x}dx$

A. $I = 4\sqrt{2}$ B. $I = 6\sqrt{2}$ C. $I = \sqrt{2}$ D. $I = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 8. Biết rằng nếu f(x) là hàm số lẻ và liên tục trên đoạn [-a; a] thì $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$. Câu nào sau đây sai?

A. $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin x}{2 + \cos x}dx = 0$ B. $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x|tgx|dx}{x^2|x| + 1}dx = 0$

C. $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sin^2 x + \sin x + 2}dx = 0$ D. $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x + \sin^3 x}{|\sin x| + 1}dx = 0$

Câu 9. Cho elip (E): $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. Từ A(m, 4) ta vẽ được hai tiếp tuyến với (E). Viết phương trình đường thẳng đi qua hai tiếp điểm.

A. $9mx + 16y - 36 = 0$ B. $9x + 16my - 36 = 0$

C. $9mx - 16y + 36 = 0$ D. $9x - 16my + 36 = 0$

Câu 10. Hypebol (H) tiếp xúc với hai đường thẳng $5x + 2y - 8 = 0$ và $15x + 8y - 18 = 0$. Phương trình chính tắc của (H) là:

A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ B. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$

C. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = -1$ D. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = -1$

Câu 11. Trong không gian O.xyz, cho ba vectơ:

$$\vec{a} = (-2; 0; 3),\ \vec{b} = (0; 4; -1) \text{ và } \vec{c} = (m - 2; m^2; 5)$$

Tính m để $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng ?

A. $m = 2 \vee m = 4$ B. $m = -2 \vee m = -4$

C. $m = 2 \vee m = -4$ D. $m = -4 \vee m = 2$

Câu 12. Trong không gian O.xyz, cho bốn điểm A(0; -1; 0) và B(2; 1; -2), C(-1; 2; -2), D(-2; 2; 1). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. ABCD là một tứ giác

B. ABCD là một tứ diện

C. A, B, C, D thẳng hàng

D. A, B, C, D cùng ở trong một mặt phẳng và không thẳng hàng

Câu 13. Trong không gian O.xyz. cho A(0; 6; 4) và B(8; -2; 6). Gọi d là trục đường tròn ngoại tiếp ΔOAB. Phương trình tổng quát của (d) là:

A. $\begin{cases} 3x - 2y - 13 = 0 \\ x + 4y - 3z + 26 = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 3y - 2z + 13 = 0 \\ 4x - 3y - 2z - 26 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 3y - 2z - 13 = 0 \\ 4x + y - 3z - 26 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 3y + 2z - 13 = 0 \\ 4x - y + 3z - 26 = 0 \end{cases}$

Câu 14. Trong không gian O.xyz, cho mặt cầu (S) có phương trình:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 12z - 8 = 0$$

Mặt phẳng nào sau đây tiếp xúc với (S) ?

A. (P): $2x - 2y - z - 5 = 0$ B. (Q): $2x + y + 4z - 8 = 0$

C. (R): $2x - y - 2z + 4 = 0$ D. (T): $2x - y + 2z - 4 = 0$

Câu 15. Cho ΔABC, đặt $T = \sin^2A + \sin^2B + \sin^2C$. Câu nào sau đây đúng?

A. $T = 2 + 2\sin A.\sin B.\sin C$ B. $T = 2 + 2\cos A.\cos B.\cos C$

C. $T = 2 - 2\cos A.\cos B.\cos C$ D. Cả ba câu trên đều sai

Câu 16. Nghiệm của phương trình $\sin^{17}x + \cos^{18}x = 1$ là:

A. $\left[\begin{array}{ll} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi & (k \in \mathbb{Z}) \\ x = m\pi & (m \in \mathbb{Z}) \end{array}\right.$

B. $\left|\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \\ x = 2m\pi \end{array}\right. \quad (k, m \in \mathbb{Z})$

C. $\left[\begin{array}{l} x = (2k+1)\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + m\pi \end{array}\right. \quad (k, m \in \mathbb{Z})$

D. Một đáp án khác

Câu 17. Với giá trị nào của m thì phương trình sau có nghiệm:

$(2m - 1)\cos3x - m\sin3x + m - 1 = 0$

A. $m \geq 0$

B. $0 \leq m \leq \frac{1}{2}$

C. $m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$

D. $m \leq \frac{1}{2}$

Câu 18. Với giá trị nào của m thì phương trình: $x^3 - 3mx^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $|m| > 2$

B. $|m| > \frac{1}{2}$

C. $|m| < 2$

D. $|m| < \frac{1}{2}$

Câu 19. Tập các nghiệm nguyên của bất phương trình:

$\sqrt{-x^2 + 2x + 8} < x + 1$ là:

A. T = {2; 3}

B. T = {4; 2}

C. T = {3; 4}

D. Một tập hợp khác

Câu 20. Xác định tham số m để bất phương trình:

$m^2(x + 1) - (2x + 5)m - (3x + 2) > 2m^3$ có nghiệm tuỳ ý $x \in \mathbb{R}$

A. m = –1

B. m = 3

C. m = 1

D. m = –3

ĐÁP ÁN ĐỀ 6

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	A	6	D	11	B	16	A
2	C	7	A	12	B	17	C
3	B	8	C	13	D	18	B
4	C	9	A	14	C	19	D
5	C	10	A	15	B	20	A

GIẢI ĐỀ SỐ 6

Câu 1. (Chọn câu A)

$$y = \frac{2x^2 - mx + m}{x - 2}$$

$D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$y' = \frac{2x^2 - 8x + m}{(x - 2)^2}$$

$y' = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 8x + m = 0$ $(x \neq 2 \Leftrightarrow m \neq 8)$

Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có nghiệm đơn x_1, x_2

$\Leftrightarrow \Delta' = 16 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < 8$

Toạ độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$\begin{cases} x_1 \\ y_1 = 4x_1 - m \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 \\ y_2 = 4x_2 - m \end{cases}$

Vậy phương trình đường thẳng đi qua hai điểm của đồ thị hàm số là $y = 4x - m$

Câu 2. (Chọn câu C)

$$y = \frac{mx^2 + x + 1}{x^2 - 2x + 2}$$

$D = \mathbb{R}$ (vì $x^2 - 2x + 2 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$)

$$y' = \frac{-(2m + 1)x^2 + 2(2m - 1)x + 4}{(x^2 - 2x + 2)^2}$$

$y' = 0 \Leftrightarrow -(2m + 1)x^2 + 2(2m - 1)x + 4 = 0$

– Nếu $m = -\frac{1}{2}$ thì $y' = 0 \Leftrightarrow -4x + 4 = 0$ có nghiệm đơn $x = 1$

$\Rightarrow$ hàm số có một cực trị.

– Nếu $m \neq -\frac{1}{2}$ thì $y' = 0$ là một phương trình bậc hai có:

$\Delta' = (2m - 1)^2 + 4(2m + 1) = 4m^2 + 4m + 4 > 0$

Nên $y' = 0$ có hai nghiệm đơn $x_1, x_2 \Rightarrow$ hàm số có hai cực trị.

Câu 3. (Chọn câu B)

Hàm số $y = \dfrac{(m - 1)x^2 - m^2x + 2m + 3}{x - m}$

Đồ thị hàm số có tiệm cận $\Leftrightarrow x = m$ không là nghiệm của pt $y = 0$

Vậy $(m - 1)m^2 - m^2(m) + 2m + 3 \neq 0 \Leftrightarrow -m^2 + 2m + 3 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \neq 3 \end{cases}$

Cách khác: Hàm số được viết lại: $y = (m-1)x - m + \dfrac{-m^2 + 2m + 3}{x - m}$

Đồ thị hàm số có tiệm cận $\Leftrightarrow -m^2 + 2m + 3 \neq 0$ (trở lại kết quả trên)

Câu 4. (Chọn câu C)

$$y = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$$

- $$y' = \frac{-2x^2 - 2x + 1}{(x^2+x+1)}$$

- $$y'' = \frac{-2(2x+1)(-x^2-x+2)}{(x^2+x+1)^2}$$

Ta thấy:

- Đồ thị có duy nhất một tiệm cận, đó là tiệm cận ngang $y = 0$
- $y' = 0$ có hai nghiệm đơn x_1, x_2 nên hàm số có hai cực trị.
- $y'' = 0$ có ba nghiệm đơn $\left(x = -\dfrac{1}{2}, x = 1, x = -2\right)$ nên đồ thị hàm số có ba điểm uốn

Câu 5. (Chọn câu C)

$$y = 3\sin x - 4\cos x + 2m - 3 = 5\left(\frac{3}{5}\sin x - \frac{4}{5}\cos x\right) + 2m - 3$$

$$= 5\sin(x - \varphi) + 2m - 3 \begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{3}{5} \\ \sin\varphi = \dfrac{4}{5} \end{cases}$$

Vậy : $y_{min} = -5 + 2m - 3 = 2m - 8$

- $y > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow y_{min} > 0 \Leftrightarrow m > 4$

Câu 6. (Chọn câu D)

Ta biết nếu hàm số $f(x)$ liên tục và lẻ trên đoạn $[-a; a]$ thì $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$ (Học sinh tự chứng minh)

Xét hàm số $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$

- $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên liên tục trên đoạn$[-1; 1]$
- $f(-x) = \ln\left(-x + \sqrt{(-x)^2+1}\right) = \ln\left(\sqrt{x^2+1} - x\right)$

$$= \ln\left[\frac{\left(\sqrt{x^2+1} - x\right)\left(\sqrt{x^2+1} + x\right)}{\sqrt{x^2+1} + x}\right] = \ln\left(\frac{1}{x + \sqrt{x^2+1}}\right)$$

$$= -\ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) = -f(x)$$

Vậy f(x) là hàm số lẻ $\Rightarrow \int_{-1}^{1} f(x)dx = 0$

Câu 7. (Chọn câu A)

$$I = \int_0^{2\pi} \sqrt{2\sin^2 x dx} = \sqrt{2}\int_0^{2\pi} |\sin x| dx = \int_0^{\pi} \sin x dx - \sqrt{2}\int_{\pi}^{2\pi} \sin x dx$$

$$= -\sqrt{2}\cos x\Big|_0^{\pi} + \sqrt{2}\cos x\Big|_{\pi}^{2\pi} = 4\sqrt{2}$$

Câu 8. (Chọn câu C)

- Hàm số $f(x) = \dfrac{\sin x}{2+\cos x}$, $f(x) = \dfrac{x|tgx|}{x^2+|x|+1}$, $f(x) = \dfrac{x+\sin^3 x}{|\sin x|+1}$

  là các hàm số lẻ.

- Hàm số $f(x) = \dfrac{\cos x}{\sin^2 x + \sin x + 2}$ không phải là hàm số lẻ

  vì $f(-x) \neq -f(x)$

Câu 9. (Chọn câu A)

(E): $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow 9x^2 + 4y^2 - 36 = 0$

A(m; 4)

Từ A ta vẽ được hai tiếp tuyến với (E). Gọi $T_1(x_1, y_1)$ và $T_2(x_2, y_2)$ là hai tiếp điểm.

- Phương trình tiếp tuyến của (E) tại T_1 và T_2 là:

$$\begin{cases} 9x_1.x + 4y_1.y - 36 = 0 \\ 9x_2.x + 4y_2.y - 36 = 0 \end{cases}$$

- Hai tiếp tuyến này qua A(m; 4) nên:

$$\begin{cases} 9mx_1 + 16y_1 - 36 = 0 \\ 9mx_2 + 16y_2 - 36 = 0 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng đi qua hai tiếp điểm T_1 và T_2 là:

$$9mx + 16y - 36 = 0$$

Câu 10. (Chọn câu A)

Xét hypebol (H): $\dfrac{x^2}{\alpha} + \dfrac{y^2}{\beta} = 1$ với α và β trái dấu.

(H) tiếp xúc với đường thẳng $Ax + By + C = 0 \Leftrightarrow \alpha A^2 + \beta B^2 = C^2$

Áp dụng ta có: $\begin{cases} 25\alpha + 4\beta = 64 \\ 225\alpha + 64\beta = 324 \end{cases}$

Giải hệ trên ta được $\alpha = 4$, $\beta = -9$.

Vậy phương trình chính tắc của (H) là: $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$

Câu 11. (Chọn câu B)

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}].\vec{c} = 0$

- $[\vec{a}, \vec{b}] = (-12; -2; -8)$
- $[\vec{a}, \vec{b}].\vec{c} = -12(m-2) - 2m^2 - 40 = 0$

$\Leftrightarrow m^2 + 6m + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m = -4 \end{array}\right.$

Câu 12. (Chọn câu B)

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2; 2; -2) \\ \overrightarrow{AC} = (-1; 3; -2) \\ \overrightarrow{AD} = (-2; 3; 1) \end{cases}$

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 6; 8)$; $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD} = -4 + 18 + 8 \neq 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng $\Rightarrow$ ABCD là một tứ diện

Câu 13. (Chọn câu D)

$M(x; y; z) \in (d) \Leftrightarrow OM = MA = MB \Leftrightarrow \begin{cases} OM^2 = MA^2 \\ OM^2 = MB^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = (x-0)^2 + (y-6)^2 + (z-4)^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 = (x-8)^2 + (y+2)^2 + (z-6)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y + 2z - 13 = 0 \\ 4x - y + 3z - 26 = 0 \end{cases}$

Câu 14. (Chọn câu C)

(S): $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+6)^2 = 49$

(S) có tâm I(2; –1; –6) và bán kính R = 7

Ta thấy $d(I, \text{mp } R) = \frac{|4 + 1 + 12 + 4|}{3} = 7 = R$.

Vậy mp (R) tiếp xúc với (S)

Câu 15. (Chọn câu B)

$T = \sin^2A + \sin^2B + \sin^2C = \frac{1 - \cos 2A}{2} + \frac{1 - \cos 2B}{2} + \sin^2 C$

$= 1 - \frac{1}{2}(\cos2A + \cos2B) + \sin^2C$

$= 1 - \cos(A+B).\cos(A-B) + 1 - \cos^2C$

$= 2 + \cos C.\cos(A-B) - \cos^2C$

$= 2 + \cos C[\cos(A - B) - \cos C]$

$= 2 + \cos C[\cos(A - B) + \cos(A + B)]$

$= 2 + \cos C.2\cos A.\cos(-B)$

$= 2 + 2\cos A.\cos B.\cos C.$

Câu 16. (Chọn câu A)

$\sin^{17}x + \cos^{18}x = 1$

Ta có: $\begin{cases} \sin^{17} x \le \sin^2 x & (1) \\ \cos^{18} x \le \cos^2 x & (2) \end{cases}$

Cộng (1) và (2) ta được $\sin^{17}x + \cos^{18}x \le 1$ (3)

Dấu "=" ở (3) xảy ra $\Leftrightarrow$ Dấu "=" ở (1) và (2) đồng thời xảy ra.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \pm 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi & (k \in \mathbb{Z}) \\ x = m\pi & (k \in \mathbb{Z}) \end{array}\right.$$

câu 17. (Chọn câu C)

Phương trình $(2m - 1)\cos 3x - m\sin 3x + m - 1 = 0$ có nghiệm

$\Leftrightarrow (2m - 1)^2 + m^2 \ge (m - 1)^2 \Leftrightarrow 4m^2 - 2m \ge 0 \Leftrightarrow m \le 0 \vee m \ge \frac{1}{2}$

Cần nhớ: Phương trình $a\cos u(x) + b\sin u(x) + c = 0$ có nghiệm

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 \ge c^2$

Câu 18. (Chọn câu B)

Phương trình $x^3 - 3mx^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + m$ cắt Ox tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Hàm số có hai cực trị trái dấu.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx = 3x(x - 2m)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2m \end{array}\right.$$

- Với: $x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = m$

  $x_2 = 2m \Rightarrow y_2 = -4m^3 + m$
- Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm đơn $\Leftrightarrow m \ne 0$
- y_1 và y_2 trái dấu $\Leftrightarrow m(-4m^2 + m) < 0 \Leftrightarrow m^2(1 - 4m^2) < 0$

$$\Leftrightarrow 1 - 4m^2 < 0 \quad (m \ne 0) \Leftrightarrow |m| > \frac{1}{2}$$

Câu 19.(Chọn câu D)

$\sqrt{-x^2 + 2x + 8} < x + 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 > 0 \\ -x^2 + 2x + 8 \geq 0 \\ -x^2 + 2x + 8 < (x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ -2 \leq x \leq 4 \\ x < -\sqrt{\frac{1}{2}} \vee x > \sqrt{\frac{7}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{7}{2}} < x \leq 4$$

Tập nghiệm của bất phương trình là:

$T = \left(\sqrt{\frac{7}{2}}; 4\right]$ và các số nguyên ở trong T là x = 2, x = 3, x = 4

Câu 20. (Chọn câu A)

$m^2(x + 1) - m(2x + 5) - (3x + 2) > 2m^2$

$\Leftrightarrow (m^2 - 2m - 3)x > 2m^3 - m^2 + 5m + 2$

Bất phương trình có nghiệm tuỳ ý $x \in R$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 = 0 & (1) \\ 2m^3 - m^2 + 5m + 2 < 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \Rightarrow (2) \text{ đúng} \\ m = 3 \quad \Rightarrow (2) \text{ sai} \end{array}\right.$$

ĐỀ SỐ 7

Câu 1. Hai số $y = \dfrac{2x^2 + 4x + 5}{x^2 + 1}$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt bằng:

A. 6 và 1 B. -1 và -6 C. 5 và 2. D. -2 và -5

Câu 2. Với giá trị nào của sinα thì tham số:

$y = \dfrac{x^2 \sin\alpha + x\cos^2\alpha + 1 - 3\sin\alpha}{x - \sin\alpha}$ có một cực đại và một cực tiểu ?

A. $\sin\alpha < \dfrac{1}{2}$ B. $\sin\alpha > \dfrac{1}{2}$

C. $0 < \sin\alpha < \dfrac{1}{2}$ D. Một đáp số khác

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$ có bao nhiêu điểm uốn ?

A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Câu 4. Xác định m để phương trình $x(x + 3)^2 + m^2 + 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $0 < m < 9$ B. $|m| < \sqrt{3}$ C. $|m| > \sqrt{3}$ D. $|m| < \sqrt{3}$ và $m \neq 0$

Câu 5. Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 4$ đồ thị (C). Gọi d là tiếp tuyến tại $M \in (C)$. d có hệ số góc lớn nhất khi M có toạ độ:

A. (–1; 2) B. (1; 0) C. (0; 4) D. (–2; 0)

Câu 6. Xác định a, b, để hàm số $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{x + 1}$ có một cực đại (hoặc cực tiểu) bằng 0 khi x = 2 và đồ thị có một tiệm cận vuông góc với đường thẳng $x + y - 1 = 0$.

A. a = 1, b = 4, c = –4 B. a = 1, b = –4, c = 4

C. a = –1, b = 4, c = –4 D. Một đáp số khác

Câu 7. Cho elip (E): $\dfrac{x^2}{18} + \dfrac{y^2}{18} = 1$ và điểm A(3; m). Với giá trị nào của m thì từ A ta vẽ được hai tiếp tuyến với (E) ?

A. $m > 2$ B. $m < -2$ C. $|m| > 2$ D. $|m| < 2$

Câu 8. Cho (H): $x^2 - 3y^2 - 6 = 0$. Lập phương trình tiếp tuyến của (H) biết tiếp tuyến này vuông góc với đường thẳng $x + y = 0$.

A. $x - y - 2 = 0$ và $x - y + 2 = 0$ B. $x - y - 3 = 0$ và $x - y + 3 = 0$

C. $x - y - 4 = 0$ và $x - y + 4 = 0$ D. Một kết quả khác

Câu 9. Cho parabol (P): $y^2 = 4x$ và đường thẳng (Δ) có phương trình $4x - 3y - 4 = 0$. Gọi A và B là giao điểm của (P) và (Δ). Góc tạo bởi tiếp tuyến của (P) tại A và B có số đo là:

A. 30^0 B. 45^0 C. 60^0 D: 90^0

Câu 10. Tìm a và b để $F(x) = e^{-2x}(a\cos x + b\sin x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^{-2x}(-7\cos x + 4\sin x)$.

A. a = 1và b = –3 B. a = 2 và b = –3

C. a = –3 và b = 1 D. a = –3 và b = 2

Câu 11. Biết $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$ nếu f(x) là hàm số lẻ và liên tục trên đoạn [–a; a]. Tính tích phân $I = \displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^3 - x + 1}{\cos^2 x}dx$

A. I = 2 B. I = 0 C. $I = \dfrac{\pi}{2}$ D. I = –2

Câu 12. Cho $I_n = \int_0^1 x^n.e^x dx$ $(n \in N)$. Công thức nào sau đây đúng ?

A. $I_{n+1} = e + nI_n$ B. $I_{n+1} = e - (n+1)I_n$

C. $(n+1)I_{n+1} - nI_n e$ D. $I_{n+1} = e - nI_n$

Câu 13 Trong không gian Oxyz cho A(–2; –2; 1) và B(6; –2; 3). Phân giác trong OC của ΔOAB, C ∈ AB. Tính OC. Một học sinh đã tính OC theo các giai đoạn sau:

I. Ta có: $\dfrac{CA}{CB} = \dfrac{OA}{OB} = \dfrac{3}{7} \Rightarrow CA = \dfrac{3}{7}CB$

II. Vì C ở trên đoạn AB nên $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{CB}$ là hai vectơ ngược hướng

$\Rightarrow \overrightarrow{CA} = -\dfrac{3}{7}\overrightarrow{CB}$

$\Rightarrow$ C chia đoạn AB theo tỉ số $k = -\dfrac{3}{7}$

Vậy: $\begin{cases} x_C = \dfrac{x_A + \frac{3}{7}x_B}{1+\frac{3}{7}} = \dfrac{2}{5} \\ y_C = \dfrac{y_A + \frac{3}{7}y_B}{1+\frac{3}{7}} = -2 \\ z_C = \dfrac{z_A + \frac{3}{7}z_B}{1+\frac{3}{7}} = \dfrac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow OC = \sqrt{\dfrac{4}{25} + 4 + \dfrac{62}{25}} = \dfrac{2\sqrt{42}}{5}$

Học sinh này đã tính đúng hay sai ? Nếu sai thì sai từ giai đoạn nào ?

A. Học sinh tính đúng . B. Sai từ giai đoạn I

C. Sa từ đoạn II. D. Sai từ giai đoạn III.

Câu 14. Cho hàm số $y = \dfrac{2\cos x - \sin x - 2}{\sin x + \cos x + 2}$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lần lượt là :

A. $\dfrac{-5+\sqrt{3}}{2}$ và $\dfrac{-5-\sqrt{3}}{2}$ B. $\dfrac{5+\sqrt{3}}{2}$ và $\dfrac{5-\sqrt{3}}{2}$

C. $\dfrac{-5+3\sqrt{3}}{2}$ và $\dfrac{-5-3\sqrt{3}}{2}$ D. $\dfrac{5+3\sqrt{3}}{2}$ và $\dfrac{5-3\sqrt{3}}{2}$

Câu 15. Cho ΔABC biết tgA.tgB = 3 và tgA.tgC = 2. Tính giá trị tgA, tgB, tgC ?

A. $tgA = \sqrt{3}$, $tgB = \sqrt{3}$, $tgC = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

B. tgA = 1, tgB = 3, tgC = 2

C. $tgA = \sqrt{2}$, $tgB = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$, $tgC = \sqrt{2}$

D. Một đáp số khác

Câu 16. Bất phương trình $\sqrt{8 - 2x - x^2} \le x^2 + 2x + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-4; 2]$ khi m thoả mãn điều kiện:

A. $m \ge 4$ B. $m \le 4$ C. $|m| > 4$ D. $|m| \le 4$

Câu 17. Hàm số $y = 2\sin^2 x + 3\cos^2 x + m - 3$ chỉ nhận giá trị dương khi m lấy giá trị:

A. $m > 0$ B. $m \ge -1$ C. $m \ge 3$ D. $m > 5$

Câu 18. Cho tập hợp A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Từ A lập được bao nhiêu số gồm ba chữ số đôi một khác nhau và tổng của ba chữ số này bằng 10.

A. 10 B. 12 C. 15 D. 18

Câu 19. Tính $n \in N^*$ biết $\dfrac{1}{C_4^n} - \dfrac{1}{C_5^n} = \dfrac{1}{C_6^n}$.

A. n = 2 B. n = 3 C. n = 4 D. Một giá trị khác

Câu 20. Tìm hệ số của x^{16} trong khai triển $P(x) = (x^2 - 2x)^{10}$

A. 3630 B. 3360 C. 3330 D. 3260

ĐÁP ÁN ĐỀ 7.

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	chọn	Câu	Chọn
1	A	6	B	11	A	16	A
2	C	7	C	12	B	17	D
3	C	8	A	13	A	18	D
4	B	9	D	14	C	19	A
5	A	10	B	15	B	20	B

GIẢI ĐỀ SỐ 7

Câu 1. (Chọn câu A)

Hàm số $y = \dfrac{2x^2 + 4x + 5}{x^2 + 1}$ (1)

- $D = R$

$(1) \Leftrightarrow (y - 2)x^2 - 4x + (y - 5) = 0$ (*)

- Với $y = 2 \Rightarrow$ phương trình (*) có nghiệm $x = -\dfrac{3}{4} \in \mathbb{R}$

- Với $y \neq 2 \Rightarrow$ phương trình (*) có nghiệm $x \in R$

$\Leftrightarrow \Delta' = 4 - (y - 2)(y - 5) \geq 0 \Leftrightarrow y^2 - 7y + 6 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq 6$

Cách khác: $y' = \dfrac{-4x^2 + 6x + 4}{(x^2 + 1)^2}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \Rightarrow y = 1 \\ x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow y = 6 \end{array}\right.$$

$$\lim_{x \to \infty} y = 2$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	6	$\searrow$	2

Câu 2. (Chọn câu C)

$$y = \frac{x^2 \sin\alpha + x\cos^2\alpha + 1 - 3\sin\alpha}{x - \sin\alpha}$$

$D = \mathbb{R} \setminus \{\sin\alpha\}$

$$y' = \frac{x^2\sin\alpha - 2x\sin^2\alpha + 3\sin\alpha - 1 - \sin\alpha\cos^2\alpha}{(x - \sin\alpha)^2}$$

Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm đơn.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin\alpha \neq 0 \\ \Delta' = \sin^4\alpha - \sin\alpha(3\sin\alpha - 1 - \sin\alpha\cos^2\alpha) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin\alpha \neq 0 \\ -\sin^2\alpha + \sin\alpha > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < \sin\alpha < \frac{1}{2}$$

Câu 3. (Chọn câu C)

(Xem câu 4 đề số 6)

Câu 4. (Chọn câu B)

Phương trình $x(x+3)^2 + m^2 + 1 = 0$ (*)

$$\Leftrightarrow x^3 + 6x^2 + 9x = -m^2 - 1$$

Xét hàm số: $y = x^3 + 6x^2 + 9x$ $(D = R)$

$$y' = 3(x^2 + 4x + 3)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -3 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	+∞		−3		−1		+∞
y'		+	0	−	0	+	
y	−∞	↗	0	↘	−4	↗	+∞

Phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow -4 < -m^2 - 1 < 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 < 3 \\ m^2 + 1 > 0 \end{cases}$ (hiển nhiên đúng)

$\Leftrightarrow |m| < \sqrt{3}$

Câu 5. (Chọn câu A)

$$y = -x^3 - 3x^2 + 4 \quad (C)$$

Lấy $M(x_0, y_0) \in (C)$

Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại M là :

$$k = y'(x_0) = -3x_0^2 - 6x_0 = -3(x_0^2 + 2x_0)$$

$$= -3(x_0 + 1)^2 + 3 \le 3$$

Vậy $k_{max} = 3$ khi $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 2$.

Câu 6. (Chọn câu B)

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + 1}$$

Viết lại $y = ax + b - a + \dfrac{a - b + c}{x + 1}$.

Tiệm cận đứng $x = -1$

Tiệm cận xiên $y = ax + b - a$

- Tiệm cận xiên vuông góc đường thẳng:

  $y = -x + 1 \Leftrightarrow a = 1$, lúc đó:

$$y = \frac{x^2 + bx + x}{x + 1} \Rightarrow y' = \frac{x^2 + 2x + b - c}{(x + 1)^2}$$

- Hàm số có một cực trị bằng 0 khi $x = 2$

Nên: $\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 + b - c = 0 \\ 4 + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4 \\ c = 4 \end{cases}$

Câu 7. (Chọn câu C)

$$(E): \frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{8} = 1$$

- Đường thẳng $x = 3$ không thể là tiếp tuyến của (E) nên phương trình đường thẳng qua $A(3; m)$ và tiếp xúc với (E) có dạng:

$$y - m = k(x - 3) \Leftrightarrow kx - y + (m - 3k) = 0$$

Điều kiện tiếp xúc của (E) và đường thẳng nói trên là:

$$18k^2 + 8 = (3k - m)^2 \Leftrightarrow 9k^2 + 6km + 8 - m^2 = 0 \quad (*)$$

- Từ A ta vẽ được hai tiếp tuyến đến (E) $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $k_1, k_2 \Leftrightarrow \Delta' = 9m^2 - 9(8 - m^2) > 0$

$$\Leftrightarrow 18m^2 - 72 > 0 \Leftrightarrow m^2 > 4 \Leftrightarrow |m| > 2$$

Câu 8. (Chọn câu A)

$$(H): x^2 - 3y^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{2} = 1.$$

Tiếp tuyến của (H) vuông góc với đường thẳng $x + y = 0$ nên phương trình tiếp tuyến có dạng $x - y + c = 0$

Điều kiện tiếp xúc của (H) và đường thẳng $x - y + c = 0$ là:

$$6 - 2 = c^2 \Leftrightarrow c = \pm 2$$

Vậy phương trình tiếp tuyến phải tìm là: $x - y + 2 = 0$ và $x - y - 2 = 0$

Câu 9. (Chọn câu D)

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y^2 = 4x \\ 4x - 3y - 4 = 0 \end{cases}$

Ta được: $A\left(\frac{1}{4}; -1\right)$ và $B(4; 4)$

- Phương trình tiếp tuyến của (P) tại A và B lần lượt là:

$$\begin{cases} y_A.y = 2(x_A + x) \\ y_B.y = 2(x_B + x) \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} 2x + y + \dfrac{1}{2} = 0 & (d_1) \\ x - 2y + 4 = 0 & (d_2) \end{cases}$$

Ta thấy (d_1) và (d_2) lần lượt có vtpt là: $\vec{n_1} = (2; 1)$ và $\vec{n_2} = (1, -2)$

Ta có $\vec{n_1}.\vec{n_2} = 0 \Rightarrow (d_1) \perp (d_2)$

Câu 10. (Chọn câu B)

F(x) và f(x) xác định trên R.

$$F'(x) = -2e^{-2x}(a\cos x + b\sin x) + e^{-2x}(-a\sin x + b\cos x)$$

$$= e^{-2x}\left[(-2a + b)\cos x + (-2b - a)\sin x\right]$$

F(x) là một nguyên hàm của f(x) $\Leftrightarrow F'(x) = f(x), x \in R$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = -7 \\ -a - 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$$

Câu 11. (Chọn câu A)

Ta có: $I = \displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^3 - x}{\cos^2 x}dx + \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x}dx$

Vì hàm số $f(x) = \dfrac{x^3 - x}{\cos^2 x}$ liên tục và lẻ trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{4}\right]$ nên:

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^3 - x}{\cos^2 x}dx = 0$$

Vậy $I = \displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x}dx = \operatorname{tg}x\Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = 2$

Câu 12. (Chọn câu B)

$$I_n = \int_0^1 x^n.e^x dx \quad (n \in N)$$

- $I_{n+1} = \displaystyle\int_0^1 x^{n+1}.e^x dx \qquad \begin{cases} u = x^{n+1} & \Rightarrow du = (n + 1)x^n dx \\ dv = e^x dx & \Rightarrow v = e^x \end{cases}$

Vậy: $I_{n+1} = \int_0^1 u.dx = uv\Big|_0^1 - \int_0^1 v du$

$$= x^{n+1}.e^x\Big|_0^1 - (n+1)\int_0^1 x^n.e^x dx = e - (n+1)I_n$$

Câu 13. (Chọn câu A)

(Học sinh tính đúng)

Câu 14. (Chọn câu C)

$$y = \frac{2\cos x - \sin x - 2}{\sin x + \cos x + 2} \qquad (D = R)$$

$\Leftrightarrow (y+1)\sin x + (y-2)\cos x = -2(y+1)$

Phương trình trên có nghiệm $x \in R$

$\Leftrightarrow (y+1)^2 + (y-2)^2 \geq 4(y+1)^2 \Leftrightarrow 2y^2 + 10y - 1 \leq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{-5 - 3\sqrt{3}}{2} \leq y \leq \dfrac{-5 + 3\sqrt{3}}{2}$

Câu 15 (Chọn câu B)

Theo giả thiết: $\begin{cases} tgA.tgB = 3 & (1) \\ tgA.tgC = 2 & (2) \end{cases}$

Ta còn có: $tgA + tgB + tgC = tgA.tgB.tgC \qquad (3)$

- Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} tgA(tgB + tgC) = 5 & (4) \\ tg^2A.tgB.tgC = 6 & (5) \end{cases}$

- Từ (5) và (3) ta có $tgA\,(tgA + tgB + tgC) = 6$

$\Leftrightarrow tg^2A + \underbrace{tgA(tgB + tgC)}_{5} = 6$

$\Leftrightarrow tg^2A + 5 = 6$

$\Leftrightarrow tg^2A = 1 \Leftrightarrow tgA = \pm 1$

- Với $tgA = 1 \Rightarrow \begin{cases} tgB = 3 \\ tgC = 2 \end{cases}$

- Với $tgA = -1 \Rightarrow \begin{cases} tgB = -3 \Rightarrow B \text{ tù} \\ tgC = -2 \Rightarrow C \text{ tù} \end{cases}$ (vô lí)

Câu 16 (Chọn câu A)

Ta có: $8 - 2x - x^2 = (2-x)(4+x) \geq 0 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 2$

Theo đẳng thức Côsi ta có: $(2-x)(4+x) \le \left(\dfrac{2-x+4-x}{2}\right)^2 = 9$

Đặt $t = \sqrt{8-2x-x^2} = \sqrt{(2-x)(4+x)}$

$\begin{cases} \text{Điều kiện } 0 \le t \le 3 \\ t^2 = 8 - 2x - x^2 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 8 - t^2 \end{cases}$

Vậy bất phương trình: $\sqrt{8-2x-x^2} \le x^2 + 2x + m$ (1)

$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le t \le 3 \\ t \le 8 - t^2 + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le t \le 3 \\ t^2 + t - (m+8) \le 0 \end{cases}$ (2)

Xét hàm số: $y = t^2 + t - (m+8)$ với $t \in [0; 3]$

- $y' = 2t + 1 > 0, \ \forall t \in [0; 3]$

x	0		3
y'		+	
y	$-(m+8)$	$\nearrow$	$4-m$

Bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x \in [-4; 2]$

$\Leftrightarrow$ Bất phương trình (2) nghiệm đúng với mọi $t \in [0; 3]$

$\Leftrightarrow 4 - m \le 0 \Leftrightarrow m \ge 4$

Câu 17. (Chọn câu D)

Hàm số: $y = 2\sin^3 x + 3\cos^2 x + m - 3$

$\Leftrightarrow y = 2\sin^3 x + 3(1 - \sin^2 x) + m - 3$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \sin x \quad (1 \le t \le 1) \\ y = 2t^3 - 3t^2 + m \end{cases}$

Xét hàm số $y = 2t^3 - 3t^2 + m$

- $-1 \le t \le 1$
- $y' = 6t(t-1)$. $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 1 \end{array}\right.$

x	-1		0		1
y'	|	+	0	–	0
y	$m-5$	$\nearrow$	m	$\searrow$	$m-1$

Trên đoạn $[-1; 1]$, $y_{max} = m$ và $y_{min} = m - 5$

Hàm số chỉ nhận giá trị dương $\Leftrightarrow m - 5 > 0 \Leftrightarrow m > 5$

Câu 18. (Chọn câu D)

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

Xét số $x = \overline{abc}$ với $\begin{cases} a, b, c \in a \\ a + b + c = 10 \end{cases}$ (a, b, c khác nhau đôi một)

Vật a, b, c là các phần tử của các tập con $\{1, 3, 6\}$, $\{1, 4, 5\}$, $\{2, 3, 5\}$

Với mỗi tập con trên ta có $3!$ số $\overline{abc}$ thoả mãn yêu cầu của đề bài.

Vậy có $3 . 3! = 18$ số $\overline{abc}$.

Câu 19. (Chọn câu A)

Tính $n \in N^*$ biết $\dfrac{1}{C_4^n} - \dfrac{1}{C_5^n} = \dfrac{1}{C_6^n}$

- Điều kiện $0 < n \le 4$ $(n \in N)$

Ta có: $\dfrac{1}{C_4^n} - \dfrac{1}{C_5^n} = \dfrac{1}{C_6^n}$

$$\Leftrightarrow \frac{n!(4-n)!}{4!} - \frac{n!(5-n)!}{5!} = \frac{n!(6-n)!}{6!} \Leftrightarrow (4-n)! - \frac{(5-n)!}{5} = \frac{(6-n)!}{30}$$

$$\Leftrightarrow (4-n)! - \frac{(4-n)!(5-n)}{5} = \frac{(4-n)!(5-n)(6-n)}{30}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{5-n}{5} = \frac{(5-n)(6-n)}{30} \Leftrightarrow n^2 - 17n + 30 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 2 \text{ thoả nãm điều kiện } 0 < n < 4 \\ n = 15 \text{ không thảo mãn điều kiện } 0 < n < 4 \end{array}\right.$$

Câu 20. (Chọn câu B)

$$P(x) = (x^2 - 2x)^{10}$$

Ta có: $P(x) = C_{10}^0(x^2)^{10} - C_{10}^1(x^2)^9.(2x) + ...$

$$+(-1)^r C_{10}^r(x^2)^{10-r}.(2x)^r + ... + C_{10}^{10}(x^2)^{10}$$

Xét số hạng $(-1)^r C_{10}^r(x^2)^{10-r}(2x)^r$

$$= (-1)^r C_{10}^r x^{20-2r} 2^r x^r = (-1)^r.(2)^r C_{10}^r x^{20-r}$$

- Cho $20 - r = 16 \Leftrightarrow r = 4$

Vậy hệ số của x^{16} là $(-1)^4.2^4.C_{10}^4 = 3360.$

ĐỀ SỐ 8

Câu 1. Cho hàm số $y = mx^3 + 2mx^2 - (m + 3)x - 2(m - 2)$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số qua một điểm cố định.

B. Đồ thị hàm số qua hai điểm cố định.

C. Đồ thị hàm số qua ba điểm cố định thẳng hàng.

D. Đồ thị hàm số qua ba điểm cố định ở trên một parabol có trục đối xứng là Oy.

Câu 2. Cho đồ thị (C): $y = x^3 - 2x^2 - 3x + 1$. Lấy $M \in (C)$, $x_M = 0$. Tiếp tuyến của (C) tại M còn cắt (C) tại điểm M' có tọa độ.

A. (2, –5) B. (1, –3) C. (–1. 1) D. Đáp số khác

Câu 3. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số:

$$y = \frac{(m+1)x^2 - (m^2 + m + 1)x + 2m^2 - 3}{x - m}$$ có tiệm cận?

A. $m \neq -1$ B. $m \neq \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$

C. $m \neq -1$ và $m \neq 0$ D. $m \neq -1$ và $m \neq \frac{3}{2}$

Câu 4. Hàm số $y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{2x - 3}{2}$ đạt cực đại tại:

A. $x = \frac{\pi}{6} + (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{\pi}{2} + (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}$ D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 5. Hàm số $y = 2x^3 - 3(m + 1)x^2 + 6mx + m^2$ có hai cực trị trái dấu khi:

A. $m \in \left(\frac{-3 - \sqrt{13}}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}\right) \cup (4, +\infty)$

B. $m \in \left(\frac{-2 - \sqrt{13}}{2}, \frac{-2 + \sqrt{13}}{2}\right) \cup (4, +\infty)$

C. $m \in \left(\frac{-1 - \sqrt{13}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}\right) \cup (3, +\infty)$

D. $m \in \left(-\frac{\sqrt{13}}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{\sqrt{13}}{2}\right) \cup (3, +\infty)$

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 2x^3 - x^2 + 2$ có ba điểm cực trị:

A. Thẳng hàng

B. Nằm trên parabol $y = -\frac{7}{8}x^2 + \frac{1}{8}x + 2$

C. Nằm trên parabol $y = -\frac{7}{8}x^2 - \frac{1}{8}x + 2$

D. Không phải ba câu trên

Câu 7. Cho elip (E): $9x^2 + 16y^2 - 144 = 0$ và hai điểm $A(-4; m)$; $B(4; n)$. Điều kiện để đường thẳng AB tiếp xúc với (E) là:

A. $m + n = 3$ B. $m.n = 9$ C. $m + n = 4$ D. $m.n = 16$

Câu 8. Trong các elip sau, elip nào tiếp xúc với đường thẳng:

$$2x - 3y - 9 = 0$$

A. $5x^2 + 9y^2 = 45$ B. $9x^2 + 5y^2 = 45$

C. $3x^2 + 15y^2 = 45$ D. $15x^2 + 3y^2 = 45$

Câu 9. M là điểm bất kỳ trên hyperbol: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Gọi d_1 và d_2 là khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của hyperbol đã cho. Công thức nào sau đây đúng?

A $d_1.d_2 = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ B. $d_1.d_2 = \frac{ab}{a + b}$

C $d_1.d_2 = \frac{a^2b^2}{a^2 + b^2}$ D. $d_1.d_2 = \frac{a^2b + ab^2}{ab}$

Câu 10. Trong không gian Oxyz, cho tứ diện ABCD với A(0; 0; 1); B 0; 1; 0); C(1; 0; 0); D(−2; 3; −1). Thể tích của ABCD là:

A $V = \frac{1}{3}$ đvtt B. $V = \frac{1}{2}$ đvtt C. $V = \frac{1}{6}$ đvtt D. $V = \frac{1}{4}$ đvtt

Câu 11. Mặt cầu (S) có tâm I(−1; 2; −5) và cắt mặt phẳng $2x - 2y - z + 10 = 0$ theo thiết diện là hình tròn có diện tích = 3π. Phương trình của (S) là:

A $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 10z + 18 = 0$

B $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 10z + 12 = 0$

C. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 5)^2 = 16$

D $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 5)^2 = 25$

Câu 12. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng:

$$\Delta: \begin{cases} 2x - z - 1 = 0 \\ x + y - 4 = 0 \end{cases} \qquad \Delta': \begin{cases} 3x + y - 2 = 0 \\ 3y - 3z - 6 = 0 \end{cases}$$

A. $d = \frac{12}{\sqrt{55}}$ B. $d = \frac{6}{\sqrt{55}}$ C. $d = \frac{6}{\sqrt{110}}$ D. $d = \frac{12}{\sqrt{110}}$

Câu 13. Tính x và y thỏa mãn: $\begin{cases} 0 < x, y < \pi \\ \cot gx - \cot gy = x - y \\ 2x + 3y = 2\pi \end{cases}$

A. $x = \frac{\pi}{2}$ và $y = \frac{\pi}{3}$ B. $x = \frac{2\pi}{3}$ và $y = \frac{2\pi}{9}$

C. $x = \frac{5\pi}{6}$ và $y = \frac{\pi}{9}$ D. Một kết quả khác

Câu 14. Biết phương trình $x^2 + 5 = 2[x - 2\cos(ax + b)]$ có nghiệm. Tìm sự liên hệ giữa a và b?

A. $a + b = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $a + b = k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

C. $a + b = (2k + 1)\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ D. $a + b = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

Câu 15. Tính tổng $T = \sin\frac{5\pi}{14} + \cos\frac{79\pi}{7} + \cos\frac{25\pi}{7}$

A. $S = \frac{1}{2}$ B. $S = -\frac{1}{2}$ C. $S = \frac{1}{4}$ D. $S = -\frac{1}{4}$

Câu 16. Cho $x \in [0; 3]$ và $y \in [0; 4]$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$A = (3 - x)(4 - y)(2x + 3y)$$

A. $A_{max} = 12$ B. $A_{max} = 36$ C. $A_{max} = 24$ D. $A_{max} = 48$

Câu 17. Tính diện tích S của miền được giới hạn bởi hai đường $y = x$ và $y = x.\sin^2 x\ (0 \le x \le \pi)$

A. $S = \frac{\pi}{2}$ B. $S = \frac{\pi}{3}$ C. $S = \frac{\pi}{4}$ D. Một đáp số khác.

Câu 18. Cho $f(x) = \frac{4x - 2}{(x + 2)(x^2 + 1)}$. Tính $F(t) = \int_0^t f(x)dx, t > 0$

A. $F(t) = \ln\frac{t + 2}{t^2 + 1} + \ln 2$ B. $F(t) = \ln\frac{t^2 + 1}{t + 2} + 2\ln 2$

C. $F(t) = \ln\frac{t^2 + 1}{(t + 2)^2} + 2\ln 2$ D. Một kết quả khác

Câu 19. Cho p điểm trong đó có q điểm cùng nằm trên một đường tròn, ngoài ra không có bốn điểm nào đồng phẳng. Hỏi có bao nhiêu đường tròn, mỗi đường tròn đi qua ba điểm?

A. $C_p^3 - C_q^3 + 1$ B. $C_p^3 + 1$

C. $C_q^3 + 1$ D. Một đáp số khác

Câu 20. Tính số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{2x^2}\right)^{15}$

A. $\frac{3300}{81}$ B. $-\frac{3300}{81}$ C. $\frac{3003}{32}$ D. $-\frac{3003}{32}$

ĐÁP ÁN ĐỀ 8

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	C	6	C	11	A	16	B
2	A	7	B	12	D	17	D
3	D	8	A	13	D	18	C
4	D	9	C	14	C	19	A
5	A	10	C	15	A	20	D

GIẢI ĐỀ SỐ 8

Câu 1. (Chọn câu C)

$y = mx^3 + 2mx^2 - (m + 3)x - 2(m - 2)$

$\Leftrightarrow (x^3 + 2x^2 - x - 2)m - (3x - 4 - y) = 0$

Phương trình trên không phụ thuộc vào m

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0 \\ 3x - 4 - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x + 2)(x^2 - 1) = 0 & (1) \\ y = 3x - 4 & (2) \end{cases}$$

Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt.

Phương trình (2) là phương trình đường thẳng.

Vậy đồ thị hàm số luôn qua 3 điểm cố định thẳng hàng.

Câu 2. (Chọn câu A)

- (C): $y = x^3 - 2x^2 - 3x + 1$;

  $y' = 3x^2 - 4x - 3$

  $$M: \begin{cases} x_M = 0 \\ y_M = 1 \\ y'_M = -3 \end{cases}$$

  Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là:

  $y - 1 = -3(x - 0)$ hay $y = -3x + 1$

- Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và tiếp tuyến nói trên là:

  $x^3 - 2x^2 - 3x + 1 = -3x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x - 2) = 0$ (*)

Phương trình (*) có nghiệm kép $x_1 = x_2 = 0$, nghiệm đơn $x = 2$

Vậy tiếp tuyến của (C) tại M còn cắt (C) tại điểm M'(2; -5)

Câu 3. (Chọn câu D)

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{(m+1)x^2 - (m^2+m+1)x + 2m^2 - 3}{x - m}$ có tiệm cận khi

$x = m$ không phải là nghiệm của phương trình:

$$(m+1)x^2 - (m^2+m+1)x - 2m^2 - 3 = 0$$

Vậy: $(m+1)m^2 - (m^2+m+1) + 2m^2 - 3 \neq 0$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - m - 3 \neq 0 \Leftrightarrow m = \neq -1 \text{ và } m \neq \frac{3}{2}$$

Câu 4. (Chọn câu D)

Hàm số: $y = 2\sin\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right) + \dfrac{2x-3}{2}$

$$y' = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$$

$$y'' = -2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

Hàm số đạt cực đại tại x_0 nếu

$$\begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\left(x_0 + \dfrac{\pi}{6}\right) = -\dfrac{1}{2} \\ \sin\left(x_0 + \dfrac{\pi}{6}\right) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x_0 + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x_0 = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

Câu 5. (Chọn câu A)

Hàm số: $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx + m^2$

$D = \mathbb{R}$

- $y' = 6[x^2 - (m+1)x + m]$
- $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = m \end{array}\right.$
- Với $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = m^2 + 3m - 1$
- Với $x_2 = m \Rightarrow y_2 = m^2(4 - m)$

Hàm số có hai cực trị trái dấu

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ y_1 \cdot y_2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m^2(m^2 + 3m - 1)(-m + 4) < 0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \dfrac{-3-\sqrt{13}}{2} < m < \dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}$ và $m \neq 0 \vee m > 4$

Câu 6. (Chọn câu C)

Hàm số $y = 2x^4 - 2x^3 - x^2 + 2$

- $y' = 8x^3 - 6x^2 - 2x = 2x(4x^2 - 3x - 1)$
- Ta thấy $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 nên hàm số có ba cực trị
- Ta có: $y = \dfrac{1}{4}y'\left(x - \dfrac{1}{4}\right) - \dfrac{7}{8}x^2 - \dfrac{1}{8}x + 2$
- Ba điểm cực của đồ thị hàm số là:

$$S_i\begin{cases} x_i \\ y_i = -\dfrac{7}{8}x_i^2 - \dfrac{1}{8}x_i + 2 \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3)$$

Vậy đồ thị hàm số có ba điểm cực ở trên parabol $y = -\dfrac{7}{8}x^2 + \dfrac{1}{8}x + 2$

Câu 7. (Chọn câu B)

- Phương trình đường thẳng AB là:

$(x - x_A)(y_B - y_A) - (x_B - x_A)(y - y_A) = 0$

$\Leftrightarrow (x + 4)(n - m) - 8(y - m) = 0$

$\Leftrightarrow (n - m)x - 8y + 4(n + m) = 0$

- (E): $9x^2 + 16y^2 - 144 = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$

Đường thẳng AB tiếp xúc AB khi:

$16(n - m)^2 + 9.64 = 16(n + m)^2 \Leftrightarrow m.\ n = 9$

Câu 8. (Chọn câu A)

Điều kiện tiếp xúc của elip: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ và đường thẳng:

$Ax + By + C = 0$ là $a^2A^2 + b^2B^2 = C^2$ ở đây $A = 2$, $B = -3$ và $C = -9$

- Với $5x^2 + 9y^2 = 45 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{5} = 1$ ($a^2 = 9$, $b^2 = 5$) ta có:

$a^2A^2 + b^2B^2 = 9.4 + 5.9 = 81 = C^2$

Câu 9. (Chọn câu C)

(H): $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$

- Hai tiệm cận của (H) là: $\begin{cases} y = \dfrac{b}{a}x \\ y = -\dfrac{b}{a}x \end{cases}$ hay $\begin{cases} bx - ay = 0 \\ bx + ay = 0 \end{cases}$

- Lấy $M(x_0; y_0) \in (H)$, ta có khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (H) là: $d_1 = \dfrac{|bx_0 - ay_0|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ và $d_2 = \dfrac{|bx_0 + ay_0|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

- $d_1.d_2 = \dfrac{|b^2x_0^2 - a^2y_0^2|}{a^2 + b^2}$ mà $\dfrac{x_0^2}{a^2} - \dfrac{y_0^2}{b^2} = 1$ nên: $b^2x_0^2 - a^2y_0^2 = a^2b^2$

  Vậy: $d_1.d_2 = \dfrac{a^2b^2}{a^2 + b^2}$

Câu 10. (Chọn câu C)

$V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}\left|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}\right|$

- $\overrightarrow{AB} = (0; 1; -1)$
- $\overrightarrow{AC} = (1; 0; -1)$

  $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; -1; -1)$
- $\overrightarrow{AD} = (-2; 3; -2)$

  $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD} = 2 - 3 + 2 = 1$

Vậy: $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}$ đvtt

Câu 11. (Chọn câu A)

- Khoảng cách từ I(−1; 2;−5) đến mặt phẳng $2x - 2y - z + 10 = 0$ là

  $d = \dfrac{|-2 - 4 + 5 + 10|}{3} = 3$

- Diện tích hình tròn $S = \pi r^2 = 3\pi \Leftrightarrow r^2 = 3$

  Vậy bán kính mặt cầu (S) là R với

  $R^2 = d^2 + r^2 = 12$

  $\Rightarrow$ Phương trình của (S) là $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 5)^2 = 12$

  Hay: $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 10z + 18 = 0$

Câu 12. (Chọn câu D)

$\Delta: \begin{cases} 2x - z - 1 = 0 \\ x + y - 4 = 0 \end{cases}$

- $M(0; 4; -1) \in \Delta$
- Vectơ chỉ phương của Δ là

$\vec{a} \perp \begin{cases} (2;0;-1) \\ (1;1;0) \end{cases}$ hay $\vec{a} = (1;-1;2)$

$\Delta' : \begin{cases} 3x + y - 2 = 0 \\ 3y - 3z - 6 = 0 \end{cases}$

- $M(0;2;0)$
- Vectơ chỉ phương của Δ' là $\vec{b} = (-1;3;3)$

Khoảng cách giữa Δ và Δ' là: $d = \dfrac{|[\vec{a},\vec{b}].\overrightarrow{MN}|}{|[\vec{a},\vec{b}]|}$ với $\begin{cases} [\vec{a},\vec{b}] = (-9;-5;2) \\ \overrightarrow{MN} = (0;-2;1) \end{cases}$

Vậy: $d = \dfrac{|0 + 10 + 2|}{\sqrt{81 + 25 + 4}} = \dfrac{12}{\sqrt{110}}$

Câu 13. (Chọn câu D)

$\begin{cases} 0 < x, y < \pi & (1) \\ \text{cotg}x - \text{cotg}y = x - y & (2) \\ 2x + 3y = 2\pi & (3) \end{cases}$

- Xét hàm số: $f(x) = \text{cotg}x,\ x \in (0, \pi) \Rightarrow f'(x) = -\dfrac{1}{\sin^2 x} < 0,\ \forall x \in (0;\pi)$

Vậy hàm số $f(x) = \text{cotg}x$ nghịch biến trên khoảng $(0;\pi)$

- Lấy $x, y \in (0;\pi)$

$x < y \Rightarrow \begin{cases} \text{cotg}x > \text{cotg}y \Rightarrow \text{cotg}x - \text{cotg}y > 0 \\ x - y < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Phương trình (2) không thỏa mãn

$x > y \Rightarrow \begin{cases} \text{cotg}x < \text{cotg}y \Rightarrow \text{cotg}x - \text{cotg}y < 0 \\ x - y > 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Phương trình (2) không thỏa mãn

$x = y \Rightarrow \begin{cases} \text{cotg}x = \text{cotg}y \Rightarrow \text{cotg}x - \text{cotg}y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Phương trình (2) thỏa mãn

Vậy hệ đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x, y < \pi \\ x = y \\ 2x + 3y = 2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \dfrac{2\pi}{5}$

Câu 14. (Chọn câu C)

Phương trình $x^2 + 5 = 2[x - 2\cos(ax + b)]$ (*)

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = -4[1 + \cos(ax + b)]$

$\Leftrightarrow (x - 1)^2 = -4[1 + \cos(ax + b)]$

Ta thấy: $\begin{cases}(x-1)^2 \ge 0\\ -4[1+\cos(a+b)] \le 0\end{cases}$

Vậy phương trình (*) có nghiệm:

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x-1=0\\ 1-\cos(ax+b)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\ \cos(ax+b)=-1\end{cases}$$

Vậy: $a+b=\pi+k2\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$ hay $(a+b)=(2k+1)\pi$

Câu 15. (Chọn câu A)

$T=\sin\frac{5\pi}{14}+\cos\frac{79\pi}{7}+\cos\frac{25\pi}{7}$. Ta có:

- $\sin\frac{5\pi}{14}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{7}\right)=\cos\frac{\pi}{7}$
- $\cos\frac{79\pi}{7}=\cos\left(10\pi+\pi+\frac{2\pi}{7}\right)=-\cos\frac{2\pi}{7}$
- $\cos\frac{25\pi}{7}=\cos\left(4\pi-\frac{3\pi}{7}\right)=\cos\frac{3\pi}{7}$

Vậy: $T=\cos\frac{\pi}{7}-\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{3\pi}{7}$

$$\Leftrightarrow T.\sin\frac{\pi}{7}=\sin\frac{\pi}{7}.\cos\frac{\pi}{7}-\cos\frac{2\pi}{7}.\sin\frac{\pi}{7}+\cos\frac{3\pi}{7}.\sin\frac{\pi}{7}$$

$$=\frac{1}{2}\left[\sin\frac{2\pi}{7}-\sin\frac{3\pi}{7}+\sin\frac{\pi}{7}+\sin\frac{4\pi}{7}-\sin\frac{2\pi}{7}\right]=\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{7}$$

$\Leftrightarrow T=\frac{1}{2}$ (**Chú ý:** $\sin\frac{3\pi}{7}=\sin\frac{4\pi}{7}$)

Câu 16. (Chọn câu B)

$$\begin{cases}x\in[0;3]\Leftrightarrow 0\le x\le 3\\ y\in[0;4]\Leftrightarrow 0\le y\le 4\end{cases} \Rightarrow 3-x\ge 0;\ 4-y\ge 0,\ 2x+3y\ge 0$$

Dùng công thức Côsi cho ba số không âm a, b, c

ta có: $abc\le\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3$

- $A=(3-x)(4-y)(2x+3y)=\frac{1}{6}(6-2x)(12-3y)(2x+3y)$

$$\le\frac{1}{6}\left[\frac{(6-2x)+(12-3y)+(2x+3y)}{3}\right]^3=36$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 6-2x=12-3y=2x+3y \Leftrightarrow x=0$ và $y=2$

Vậy $A_{max}=36$ khi $x=0$ và $y=2$

Câu 17. (Chọn câu D)

(C): $y = x\sin^2 x$

(d): $y = x$ $\qquad (0 < x < \pi)$

- Ta dễ thấy (C) và (d) có hai giao điểm là O(0; 0) và $A\left(\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$

- $x \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow x \geq x.\sin^2 x$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (d) là:

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(1-\sin^2 x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^2 xdx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)dx$$

$$= \frac{1}{2}S\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x + x\cos 2x)dx = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} xdx + \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos 2xdx$$

- $\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} xdx = \frac{1}{4}x^2\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{16}$

- $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos 2xdx \begin{cases} u = x \Rightarrow du = dx \\ dv = \cos 2xdx \Rightarrow v = \frac{1}{2}\sin 2x \end{cases}$

Vậy: $I = \frac{x}{2}\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2xdx = \frac{1}{4}\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{2}.$

Vậy: $S = \frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{4}$

Câu 18. (Chọn câu C)

$$f(x) = \frac{4x-2}{(x+2)(x^2+1)} = \frac{a}{x+2} + b\frac{2x}{x^2+1}$$

$\Leftrightarrow 4x - 2 \equiv (a+2b)x^2 + 4bx + a$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 0 \\ 4b = 4 \\ a = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}.$$

Vậy: $f(x) = \frac{-2}{x+2} + \frac{2x}{x^2+1}$

$$\Rightarrow F(t) = \int_0^t \left(\frac{-2}{x+2} + \frac{2x}{x^2+1} \right) dx = -2\ln|x+2| + \ln(x^2+1) \Big|_0^t$$

$$= \ln\frac{x^2+1}{(x+2)^2}\Big|_0^t = \ln\frac{t^2+1}{(t+2)^2} - \ln\frac{1}{4} = \ln\frac{t^2+1}{(t+2)^2} + 2\ln 2$$

Câu 19. (Chọn câu A)

- Số đường tròn đi qua ba điểm lấy trong p điểm là C_p^3
- Vì trong p điểm đã cho có q điểm cùng nằm trên một đường tròn nên số đường tròn có được là $C_p^3 - C_q^3 + 1$

Câu 20. (Chọn câu D).

Ta có:

$$\left(x - \frac{1}{2x^2}\right)^{15} = C_{15}^0 x^{15} - C_{15}^1 x^{14}\frac{1}{2x^2} + \ldots + (-1)^r C_{15}^r x^{15-r}\left(\frac{1}{2x^2}\right)^r + \ldots - C_{15}^{15}\left(\frac{1}{2x^2}\right)^{15}$$

- Xét số hạng $(-1)^r C_{15}^r x^{15-r}\left(\dfrac{1}{2x^2}\right)^r = (-1)^r \dfrac{1}{2^r} C_{15}^r x^{15-3r}$ (1)

Muốn số hạng (1) không chứa x ta phải có: $15 - 3r = 0 \Leftrightarrow r = 5$

Vậy số hạng không chứa x là: $(-1)^5 \dfrac{1}{2^5} C_{15}^5 = -\dfrac{3003}{32}$

ĐỀ SỐ 9

Câu 1. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ có đồ thị (C). Tìm các giá trị của k sao cho trên (C) có hai điểm khác nhau P, Q thỏa mãn điều kiện: $\begin{cases} x_P + y_P = k \\ x_Q + y_Q = k \end{cases}$

A. $k < -\dfrac{1}{2} \vee k > \dfrac{3}{2}$ B. $k < \dfrac{1}{2} \vee k > 1$

C. $k < 1 - 2\sqrt{2} \vee k > 1 + 2\sqrt{2}$ D. $k < 1 - 3\sqrt{2} \vee k > 1 + 3\sqrt{2}$

Câu 2. Với giá trị nào của m thì hai đường cong sau tiếp xúc nhau :

(C): $y = \dfrac{2x^2 - x - 1}{x + 1}$; (P): $y = -x^2 + 2m^2 + 3m$

A. $m = 1 \vee m = \dfrac{1}{2}$ B. $m = -1 \vee m = -\dfrac{1}{2}$

C. $m = 2 \vee m = \frac{1}{2}$ D. $m = -2 \vee m = -\frac{1}{2}$

Câu 3. Xác định hoành độ các điểm uốn của đồ thị hàm số $y = e^{x - x^2}$

A. $x = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}, x = \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ B. $x = \frac{1 - \sqrt{3}}{3}, x = \frac{1 + \sqrt{3}}{3}$

C. $x = \frac{-1 - \sqrt{2}}{2}, x = \frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$ D. Một đáp số khác

Câu 4. Trên đồ thị (C) của hàm số $y = 4x^3 - 3x + 1$ lấy điểm A có hoành độ $x_A = 1$. Gọi d là đường thẳng qua A và có hệ số góc m. Hãy xác định m để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N khác với A.

A. $m > 0$ và $m \neq 9$ B. $m > 1$ và $m \neq 9$

C. $m < 0$ và $m \neq -9$ D. $m < -1$ và $m \neq -9$

Câu 5. Phương trình các tiệm cận của đường cong:

$y = x + \sqrt{4x^2 + 2x + 1}$ là:

A. $y = 3x + \frac{1}{2}$ và $y = -x - \frac{1}{2}$ B. $y = -3x - \frac{1}{2}$ và $y = x + \frac{1}{2}$

C. $y = 3x - \frac{1}{2}$ và $y = -x + \frac{1}{2}$ D. $y = -3x + \frac{1}{2}$ và $y = x - \frac{1}{2}$

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{(3m + 1)x - m^2 + m}{x + m}$ (1) Đồ thị hàm số (1) không đi qua $A(1, y_0)$ dù m lấy bất kỳ giá trị nào. Hãy xác định y_0

A. $-1 < y_0 < -5$ B. $1 < y_0 < 5$

C. $-10 < y_0 < -2$ D. $2 < y_0 < 10$

Câu 7. Tập hợp các điểm M(x; y) có tỉ số khoảng cách từ M đến F(–2; 0) và đến đường thẳng $2x + 9 = 0$ bằng $\frac{2}{3}$ là:

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$

Câu 8. Parabol $y^2 = -2px$ $(p > 0)$ có tiêu điểm là $F\left(-\frac{P}{2}; 0\right)$

Tìm tọa độ tiêu điểm của parabol $y^2 + 4(x - y) = 0$

A. F(-2; 0) B. F(0; -2) C. F(0; 2) D. F(2; 0)

Câu 9. Cho đường thẳng Δ: $\begin{cases} 2x - y - 2z + 6 = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$

Phương trình tham số Δ là phương trình nào sau đây:

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 6 + 3t \end{cases}$

D. Cả ba phương trình trên

Câu 10. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có phương trình lần lượt $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 10 = 0$ và $2x - 2y - z + m = 0$ Với giá trị nào của m thì (P) cắt (S)?

A. $|m| < 2$

B. $|m| < 3$

C. $-3 < m < 21$

D. Một đáp số khác

Câu 11. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn

(C): $\begin{cases} 3x + y - 3z + 6 = 0 \\ (x - 4)^2 + (y - 5)^2 + (z + 2)^2 = 25 \end{cases}$ là:

A. $\begin{cases} I(1; -6; 1) \\ R = \sqrt{6} \end{cases}$

B. $\begin{cases} I(1; 3; 4) \\ R = \sqrt{6} \end{cases}$

C. $\begin{cases} I(0; 0; 2) \\ R = \sqrt{61} \end{cases}$

D. $\begin{cases} I(-2; 6; 2) \\ R = \sqrt{5} \end{cases}$

Câu 12. f(x) là hàm số liên tục trên [a; b]. F(x) là hàm số thỏa mãn điều kiện $F'(x) = f(x), \forall x \in [a; b]$

Ta có: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ Tính $I = \int_1^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{-xdx}{\sqrt{2 - x^2}}$

A. $I = \frac{5\pi}{12}$

B. $I = \frac{5\pi}{4}$

C. $I = \frac{\pi}{12}$

D. Một đáp số khác

Câu 13. (H) là hình phẳng giới hạn bởi trục Ox, trục Oy và đường cong $y = \frac{2}{3}\sqrt{9 - x^2}$. Cho (H) quay xung quanh Ox ta được một vật thể tròn xoay có thể tích V.

A. $V = 8\pi$

B. $V = 4\pi$

C. $V = 2\pi$

D. Một kết quả khác

Câu 14. Xác định m để hệ phương trình sau cónghiệm: $\begin{cases} \sqrt{x + 1} + \sqrt{y} = m \\ \sqrt{y + 1} + \sqrt{x} = 1 \end{cases}$

A. $0 < m < 1$

B. $0 \le m \le 1$

C. $m = 0$

D. $m = 1$

Câu 15 Giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$y = \sqrt{x^3 + 2(1 + \sqrt{x^3 + 1})} + \sqrt{x^3 + 2(1 - \sqrt{x^3 + 1})}$$ là:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 16 Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp Δ ABC. Biết a = 16 và $tgA = \frac{4}{3}$

A. R = 10 B. R = 12 C. R = 14 D. R = 16

Câu 17 Δ ABC có các góc thỏa mãn $4\widehat{A} = 2\widehat{B} = \widehat{C}$. Tính $\frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ theo a

(a = BC, b = CA, c = AB)

A. $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{2}{a}$ C. $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{3}{a}$ D. $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{4}{a}$

Câu 18 Giải phương trình $\sin^{2000}x + \cos^{2001}x = 1$

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \frac{3\pi}{2} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$

D. Một kết quả khác

Câu 19
- $\int_a^b x^n dx = \left.\frac{x^{n+1}}{n+1}\right|_a^b$
- $(a - b)^n = C_n^0 a^n - C_n^1 a^{n-1} b + ... + (-1)^n C_n^n b^n$
- Hàm số $y = (1 - x)^n$ liên tục trên $\mathbb{R}$

Tính giá trị biểu thức: $A = 1 - \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 - \frac{1}{4}C_n^3 + ... + \frac{(-1)^n}{n+1}$

A. $A = \frac{(-1)^n}{n+1}$

B. $A = \frac{1 + (-1)^n}{n+1}$

C. $A = \frac{1 - (-1)^n}{n+1}$

D. Một đáp số khác

Câu 20. Từ 12 công nhân ưu tú người ta thành lập một ban chấp hành Công đoàn gồm một chủ tịch, một phó chủ tịch và ba ủy viên. Hỏi có bao nhiêu cách thành lập ban chấp hành Công đoàn, biết các công nhân bình đẳng về mọi mặt.

A. $A_{12}^2 \times C_{10}^3$

B. $C_{10}^2 \times C_{12}^5$

C. $C_{12}^2 \times C_{12}^5$

D. Một đáp số khác

ĐÁP ÁN ĐỀ 9

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	C	6	D	11	A	16	A
2	B	7	B	12	D	17	A
3	A	8	C	13	D	18	D
4	A	9	B	14	D	19	D
5	A	10	D	15	C	20	A

GIẢI ĐỀ SỐ 9

Câu 1. (Chọn câu C)

- Ta có P, Q $\in$ (C) $y = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$
- $\begin{cases} y_P = -x_P + k \\ y_Q = -x_Q + k \end{cases} \Leftrightarrow$ P, Q $\in$ đường thẳng (d): $y = -x + k$

Vậy P và Q là các giao điểm của (C) và (d)

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) là:

$$\frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} = -x + k \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 2x^2 - (k + 3)x + k + 2 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\neq 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - (k + 3)x + k + 2 \neq 0 \\ \Delta = (k + 3)^2 - 8(k + 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow k^2 - 2k - 7 > 0$$

$\Leftrightarrow k < 1 - 2\sqrt{2} \vee k > 1 + 2\sqrt{2}$

Câu 2. (Chọn câu B)

(C) và (P) tiếp xúc nhau

$$\Leftrightarrow \text{hpt: } \begin{cases} \dfrac{2x^2 - x - 1}{x + 1} = -x^2 + 2m^2 + 3m \quad (1) \\ \dfrac{2x^2 + 4x}{(x + 1)^2} = -2x \quad (2) \end{cases}$$

Có nghiệm x (x là hoành độ tiếp điểm)

- Giải (2): $\dfrac{2x^2 + 4x}{(x + 1)^2} = -2x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ \dfrac{x + 2}{(x + 1)^2} = -1 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 + 3x + 3 = 0 \text{ (vô nghiệm)} \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 0$

- Thay $x = 0$ vào (1) ta có: $2m^2 + 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

Câu 3. (Chọn câu A)

$y = e^{x - x^2}$

- $y' = (1 - 2x)e^{x - x^2}$
- $y'' = -2e^{x - x^2} + (1 - 2x)^2 e^{x - x^2}$

Hay $y'' = (4x^2 - 4x - 1)e^{x - x^2}$

$y'' = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{2 \pm 2\sqrt{2}}{4} = \dfrac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$

Câu 4. (Chọn câu A)

$A \in (C): y = 4x^3 - 3x + 1$ mà $x_A = 1 \Rightarrow y_A = 2$

Vậy: A(1, 2)

- Phương trình đường thẳng d là: $y - 2 = m(x - 1)$

hay $y = mx + 2 - m$

- Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là:

$4x^3 - 3x + 1 = mx + 2 - m$

$\Leftrightarrow 4x^3 - (m + 3)x + (m - 1) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 1)[4x^2 + 4x - (m - 1)] = 0 \quad (*)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ 4x^2 + 4x - (m - 1) = 0 \quad (1) \end{array}\right.$

d cắt (C) tại hai điểm phân biệt M và N (khác A) $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\neq$ $1 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \Delta' = 4 + 4(m - 1) > 0 \\ 4(1)^2 + 4(1) - (m - 1) \neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow m > 0$ và $m \neq 9$

Câu 5. (Chọn câu A)

Ta có: $y = x + \sqrt{4x^2 + 2x + 1}$

$\Rightarrow y = x + 2\left|x + \dfrac{1}{4}\right| + \varepsilon(x), \lim\limits_{x \to \infty} \varepsilon(x) = 0$

- $x \to -\infty \Rightarrow y = x - 2\left(x + \dfrac{1}{4}\right) = -x - \dfrac{1}{2}$ là phương trình tiệm cận xiên $(x \to -\infty)$

- $x \to +\infty \Rightarrow y = x + 2\left(x + \frac{1}{4}\right) = 3x + \frac{1}{2}$ là phương trình tiệm cận xiên $(x \to +\infty)$

Cần nhớ:

$$\boxed{a > 0 \Rightarrow \sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{a}\left|x + \frac{b}{2a}\right| + \varepsilon(x) \text{ với } \lim_{x \to \infty} \varepsilon(x) = 0}$$

Câu 6. (Chọn câu D)

Đồ thị không qua $A(1, y_0)$, $\forall m$

$\Leftrightarrow y_0 \neq \dfrac{3m + 1 + m - m^2}{1 + m}$, $\forall m$

$\Leftrightarrow y_0 = \dfrac{4m + 1 - m^2}{1 + m}$ vô nghiệm (ẩn số m)

$\Leftrightarrow m^2 + (y_0 - 4)m + (y_0 - 1) = 0$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow (y_0 - 4)^2 - 4(y_0 - 1) < 0$ $y_0^2 - 12y_0 + 20 < 0$

$\Leftrightarrow 0 < y_0 < 10$

Câu 7. (Chọn câu B)

Ta có $MF = \sqrt{(x + 2)^2 + y^2}$ và khoảng cách từ M đến đường thẳng

$2x + 9 = 0$ là $d = \left|\dfrac{2x + 9}{2}\right|$

– Theo giả thiết ta có: $\dfrac{MF}{d} = \dfrac{2}{3}$

$\Leftrightarrow 9MF^2 = 4d^2 \quad \Leftrightarrow 9(x + 2)^2 + 9y^2 = (2x + 9)^2$

$\Leftrightarrow 5x^2 + 9y^2 = 45 \quad \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{5} = 1$

Câu 8. (Chọn câu C)

(P): $y^2 + 4(x - y) = 0 \Leftrightarrow y^2 - 4y = -4x$

$\Leftrightarrow (y - 2)^2 = -4(x - 1)$

$\Leftrightarrow Y^2 = -4x \begin{cases} X = x - 1 \\ Y = y - 2 \end{cases}$

Vậy tiêu điểm F của (P) có tọa độ:

$$\begin{cases} X_F = -1 \\ Y_F = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F - 1 = -1 \\ y_F - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 0 \\ y_F = 2 \end{cases}$$

Vậy: F(0; 2)

Câu 9. (Chọn câu B)

$$\Delta : \begin{cases} 2x - y - 2z + 6 = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

Ta thấy Δ qua điểm $M_0(1, 2, 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (3, 0, 3)$ nên

phương trình tham số của Δ là: $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

Câu 10 (Chọn câu D)

- Mặt cầu (S) có: $\begin{cases} \text{Tâm } I(-1, 2, 3) \\ \text{Bán kính } R = \sqrt{1 + 4 + 9 - 10} = 2 \end{cases}$

- Khoảng cách từ I đến mp (P) là: $d = \dfrac{|2(-1) - 2(3) - 3 + m|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \dfrac{|m - 9|}{3}$

- mp (P) cắt (S) $\Leftrightarrow d < R \Leftrightarrow \dfrac{|m - 9|}{3} < 2 \Leftrightarrow |m - 9| < 6$

$\Leftrightarrow -6 < m - 9 < 6 \Leftrightarrow 3 < m < 15$

Câu 11 (Chọn câu A)

- Mặt cầu (S): $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 + (z + 2)^2 = 25$ có bán kính R = 5 và tâm I (4; -5; -2)

- mp (α): $3x + y - 3z + 6 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; 1; -3)$

- Phương trình tham số của đường thẳng (Δ) đi qua I và vuông góc mp α là: $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -5 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$

- Tâm H của đường tròn (C) là hình chiếu vuông góc của I lên mp α, vậy H là giao điểm của mp α với (Δ)

- Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \bullet \text{ Phương trình mp } \alpha \\ \bullet \text{ Phương trình } (\Delta) \end{cases}$

$\Leftrightarrow 3(4 + 3t) + (-5 + t) - 3(-2 - 3t) + 6 = 0$

$\Leftrightarrow 19t + 19 = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Vậy: H(1, -6, 1)

- Bán kính của (C) là $R' = \sqrt{R^2 - IH^2}$

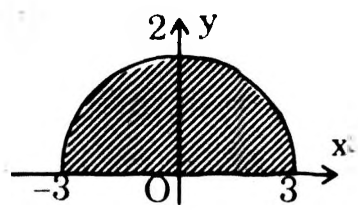
Với R = 5 và $IH = \sqrt{9 + 1 + 9} = \sqrt{19} \Rightarrow R' = \sqrt{25 - 19} = \sqrt{6}$

Câu 12 (Chọn câu D)

Ta thấy: $(\sqrt{2 - x^2})' = \dfrac{-x}{\sqrt{2 - x^2}}$

Vậy $F(x) = \sqrt{2 - x^2}$ là nguyên hàm của $f(x) = \dfrac{-x}{\sqrt{2 - x^2}}$

$$\Rightarrow \int_1^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{-x}{\sqrt{2-x^2}}dx = \sqrt{2-x^2}\Big|_1^{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{2} - 1$$



Câu 13. (Chọn câu D)

Do tính đối xứng của hình vẽ nên:

$$V = 2\pi\int_0^3 y^2dx$$

Hay $V = 2\pi\int_0^3 \frac{4}{9}(9 - x^2)dx = \frac{-8\pi}{9}\left[9x - \frac{x^3}{3}\right]_0^3 = 16\pi$

Câu 14. (Chọn câu D)

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{y} = m & (1) \\ \sqrt{x} + \sqrt{y+1} = 1 & (2) \end{cases}$$

- Điều kiện để hệ phương trình xác định là $x \geq 0$ và $y \geq 0$
- Từ (2) $\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} \leq 1 \\ \sqrt{y+1} \leq 1 \Rightarrow y \leq 0 \end{cases}$

  Do $y \geq 0$ và $y \leq 0 \Rightarrow y = 0$

- Thay $y = 0$ vào (2) ta có $x = 0$
- Thay $x = 0$ và $y = 0$ vào (1) ta có: $m = 1$

Câu 15. (Chọn câu C)

$$y = \sqrt{x^3 + 2(1 + \sqrt{x^3+1})} + \sqrt{x^3 + 2(1 - \sqrt{x^3+1})}$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{(\sqrt{x^3+1}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x^3+1}-1)^2}$$

$$\Leftrightarrow y = \left|\sqrt{x^3+1}+1\right| + \left|\sqrt{x^3+1}-1\right|$$

Điều kiện để hàm số xác định $x \geq -1$

Ta có $y = \sqrt{x^3+1} + 1 + \left|\sqrt{x^3+1} - 1\right|$

- Nếu $-1 \leq x < 0$ thì $\sqrt{x^3+1} - 1 < 0 \Rightarrow y = 2$
- Nếu $x \geq 0$ thì $\sqrt{x^3+1} - 1 \geq 0 \Rightarrow y = 2\sqrt{x^3+1} \geq 2$

Vậy: $y \geq 2, \forall x \geq -1$, $y = 2 \Leftrightarrow x = 0$

Câu 16. (Chọn câu A)

$$a = 16,\ tgA = \frac{4}{3} \Rightarrow cotgA = \frac{3}{4}$$

Ta có: $\frac{a}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{a}{2\sin A} = \frac{16}{2\sin A} = \frac{8}{\sin A}$

Với: $\frac{1}{\sin^2 A} = 1 + \cot g^2 A = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16}$

$\Rightarrow \sin A = \dfrac{4}{5}$ (vì $0 < A < \pi$ nên $\sin A > 0$)

Vậy: $R = \dfrac{8}{\dfrac{4}{5}} = 10$.

Câu 17. (Chọn câu A)

$$\begin{cases} 4A = 2B = C \\ A + B + C = \pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \dfrac{\pi}{7} \\ B = \dfrac{2\pi}{7} \\ C = \dfrac{4\pi}{7} \end{cases}$$

Vậy: $\dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{2R\sin B} + \dfrac{1}{2R\sin C}$

$$= \frac{1}{2R}\left(\frac{1}{\sin\frac{2\pi}{7}} + \frac{1}{\sin\frac{4\pi}{7}}\right) = \frac{1}{2R}\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{7} + \sin\frac{4\pi}{7}}{\sin\frac{2\pi}{7}.\sin\frac{4\pi}{7}}\right)$$

$$= \frac{1}{2R}.\frac{2\sin\frac{3\pi}{7}.\cos\frac{\pi}{7}}{2\sin\frac{\pi}{7}.\cos\frac{\pi}{7}.\sin\frac{3\pi}{7}} = \frac{1}{2R\sin A}\left(\text{vì } \sin\frac{4\pi}{7} = \sin\frac{3\pi}{7}\right) = \frac{1}{a}$$

Câu 18. (Chọn câu D)

Ta có: $+\begin{cases} \sin^{2000} x \le \sin^2 x \\ \cos^{2001} x \le \cos^2 x \end{cases}$

$\Rightarrow \quad \sin^{2000}x + \cos^{2001}x \le 1$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin^{2000} x = \sin^2 x \\ \cos^{2001} x = \cos^2 x \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} |\sin x| = 1 \\ \cos x = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |\sin x| = 1 \\ \cos x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi & (k \in \mathbf{Z}) \\ x = m2\pi & (m \in \mathbf{Z}) \end{array}\right.$$

Câu 19. (Chọn câu D)

Ta có: $(1 - x)^n = C_n - C_n^1 x + C_n^2 x^2 - C_n^3 x^3 + \ldots + (-1)^r C_n^r x^n$

Lấy tích phân trên đoạn [0; 1] của hai vế, ta có:

$$\int_0^1 (1-x)^n dx = \int_0^1 [1 - C_n^1 x + C_n^2 x^2 - C_n^3 x^3 + \ldots + (-1)^n C_n^n x^n] dx = -\left[\frac{(1-x)^n}{n+1}\right]_0^1$$

$$= \left[x - \frac{1}{2}C_n^1 x^2 + \frac{1}{3}C_n^2 x^3 - \frac{1}{4}C_n^3 x^4 + \ldots + \frac{(-1)}{n+1}C_n^n x^{n+1}\right]_0^1 = \frac{1}{n+1}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 - \frac{1}{4}C_n^3 + \ldots + \frac{(-1)}{n+1}.C_n^n \text{ với } C_n^0 = C_n^n = 1$$

Câu 20. (Chọn câu A)

- Số cách chọn chủ tịch và phó chủ tịch là A_{12}^2
- Sau khi chọn chủ tịch và phó chủ tịch, ta chọn ba ủy viên trong số 10 người còn lại nên số cách chọn là C_{10}^3

Vậy số cách chọn ban chấp hành công đoàn là $A_{12}^2 \times C_{10}^3$

ĐỀ SỐ 10

Câu 1. Cho hàm số $y = e^{3x}.\sin 5x$.

Tính m để $6y' - y'' + my = 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

A. $m = -30$ B. $m = -34$ C. $m = 30$ D. $m = 34$

Câu 2. Hàm số $y = \dfrac{2x^2 + 4x + 5}{x^2 + 1}$ có bảng biến thiên nào sau đây?

A.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	
y	2	↗	6	↘	1	↗	2

B.

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		–	0	+	0	–	
y	2	↘	1	↗	6	↘	2

C.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y"	$-\infty$	↗	6	↘	1	↗	$+\infty$

D.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
y'		−	0	+	0	−	
y	$+\infty$	↘	1	↗	6	↘	$-\infty$

Câu 3.

I. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số:

$$y = \frac{mx^2 + m(m+2)x + 2m^2 + 1}{x + 2} \text{ là: } y = mx + m^2 \quad (m \neq 0)$$

II. Phương trình hoành độ giao điểm của tiệm cận nói trên và parabol (P): $y = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$ là:

$$ax^2 + bx + c = mx + m^2$$

$$\Leftrightarrow \quad ax^2 + (b - m)x + c - m^2 = 0 \qquad (*)$$

III. Tiệm cận luôn tiếp xúc với (P):

$\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có nghiệm kép, $\forall m$

$\Leftrightarrow \Delta = 0, \forall m \quad (a \neq 0) \Leftrightarrow (b - m)^2 - 4a(c - m)^2 = 0, \quad \forall m$

$\Leftrightarrow (4a + 1)m^2 - 2bm + b^2 - 4ac = 0, \quad \forall m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 1 = 0 \\ -2b = 0 \\ b^2 - 4ac = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{1}{4} \\ b = c = 0 \end{cases}$$

Vậy tiệm cận luôn tiếp xúc với (P) cố định $y = -\frac{1}{4}x^2$

Việc giải bài toán như vậy đúng hay sai, nếu sai thì sai từ giai đoạn nào?

A. Đúng

B. Sai từ giai đoạn I

C. Sai từ giai đoạn II

D. Sai từ giai đoạn III

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 4(2m + 1)x^3 - 6mx^2 + x - m$ có hai điểm uốn khi:

A. $\frac{1}{4} < m < 1$

B. $0 < m < \frac{1}{4}$

C. $-\frac{1}{4} < m < 0$

D. $m < -1 \vee m > -\frac{1}{4}$

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2\cos\alpha - (\sin\alpha - \cos\alpha)x - \sin\alpha - 2\cos\alpha}{x + 2}$ có tiệm cận xiên khi:

A. $\alpha \neq k\frac{\pi}{2} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$

B. $\alpha \neq k\frac{\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$

C. $\alpha \neq k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$

D. $\alpha \neq (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$

Câu 6. Với giá trị nào của a thì đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3ax^2 + a^3$ có hai điểm cực đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$

A. $a = 1$

B. $a = -1$

C. $|a| = 1$

D. Một đáp số khác

Câu 7. Xác định những điểm M(x, y) mà đồ thị hàm số:

$y = \dfrac{mx^2 - 2(m - 1)x - 3m}{x - 2}$ không thể đi qua dù m lấy bất kỳ giá trị nào

A. $\left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -1 \text{ và } y \neq \frac{2}{3} \\ x = 3 \text{ và } y \neq 6 \end{array}\right.$

B. $\left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 1 \text{ và } y \neq -\frac{2}{3} \\ x = 3 \text{ và } y \neq -6 \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -1 \text{ và } y \neq -\frac{2}{3} \\ x = -3 \text{ và } y \neq 6 \end{array}\right.$

D. Một đáp số khác

Câu 8. Cho Δ ABC với A(2; 2) và đường cao phát xuất từ B và C có phương trình $9x - 3y - 4 = 0$; $x + y - 2 = 0$ (trong mp Oxy)

Phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với BC là:

A. $5x - 7y + 4 = 0$

B. $5x + 7y - 24 = 0$

C. $7x - 5y - 4 = 0$

D. $7x + 5y - 24 = 0$

Câu 9. Đường thẳng $x\cos2\alpha - y\sin2\alpha + 4\cos^2\alpha + 6\sin\alpha\cos\alpha - 5 = 0$ tiếp xúc với đường tròn có phương trình nào sau đây?

A. $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$

B. $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$

C. $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 4 = 0$

D. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$

Câu 10. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Một đường chuẩn của (H) cắt hai tiệm cận của (H) tại M và N. Độ dài đoạn MN bằng:

A. $\frac{2a^2}{a+b}$ B. $\frac{2(a^2+b^2)}{ab}$ C. $\frac{2\sqrt{a^2+b^2}}{ab}$ D. $\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Câu 11. Cho parabol (P): $y = x^2$ và hai điểm A(–1; 1); B(3; 9). M là điểm trên cung AB của (P).

Tìm tọa độ của M để ΔMAB có diện tích lớn nhất

A. (0; 0) B. (1; 1)

C. (2; 4) D. Một đáp số khác

Câu 12. Định a để hai đường thẳng sau cắt nhau và tìm tọa độ giao điểm $d_1: \begin{cases} x = 1 + at \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$

A. a = 1 và (2; 1; 1) B. a = 0 và (1; 2; 3)

C. a = 1 và (–1; 2; –3) D. a = 0 và (–2; –1; 1)

Câu 13. Cho điểm A(1; 2; –1) và đường thẳng d có phương trình:

$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{3}$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên d là:

A. (3; –1; –3) B. (0; 5; 6) C. (2; 1; 0) D. (1; 3; 3)

Câu 14. Nếu f(x) là hàm số liên tục và lẻ trên đoạn [–a; a] thì:

$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$. Tính $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2x^3 - x - 1}{\cos^2 x} dx$

A. I = 2 B. I = –2

C. $I = \frac{\pi}{2}$ D. Một đáp số khác

Câu 15. (H) là hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và đường cong

$$y = 2\sin x\sqrt{\frac{\sin x}{1 + \cos x}},\ x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành do (H) quay xung quanh Ox

A. V = 2π B. V = 4π C. V = 6π D. V = 8π

Câu 16. Biết rằng khi α > 0 thì α > sinα

Mệnh đề nào sau đây đúng nếu $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$?

A. $\frac{tg\alpha}{\alpha} > \frac{tg\beta}{\beta}$

B. $\alpha tg\alpha > \beta tg\beta$

C. $\frac{tg\alpha}{\alpha} < \frac{tg\beta}{\beta}$

D. Cả 3 mệnh đề trên đều sai

Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$y = \frac{\sin x + 2\cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$$

A. $y_{max} = 1$ và $y_{min} = -\frac{3}{2}$

B. $y_{max} = 1$ và $y_{min} = -2$

C. $y_{max} = 2$ và $y_{min} = -1$

D. $y_{max} = -1$ và $y_{min} = -\frac{3}{2}$

Câu 18. Một nhóm học sinh gồm 4 nam và 3 nữ được xếp ngồi xen kẻ nhau trên một bàn dài có 7 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho các học sinh này biết cậu A và cô B phải ngồi kế nhau

A. 120

B. 144

C. 36

D. Một đáp số khác

Câu 19. Rút gọn biểu thức:

$$A = 1 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + 2^3C_n^3 + ... + 2^rC_n^r + ... + 2^n$$

A. $A = 2^{n+1}$ B. $A = 3^{n+1}$ C. $A = 3^n$ D. $A = 3^{n+2}$

Câu 20. Trong khai triển $\left(2x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$, hệ số của x^3 là $2^6C_n^9$. Tính n?

A. n = 12 B. n = 13 C. n = 14 D. n = 15

ĐÁP ÁN ĐỀ 10

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	B	6	C	11	B	16	C
2	B	7	A	12	B	17	B
3	A	8	A	13	C	18	B
4	D	9	C	14	B	19	C
5	B	10	D	15	A	20	D

GIẢI ĐỀ SỐ 10

Câu 1. (Chọn câu B)

$y = e^{3x}.\sin 5x$

$\Rightarrow y' = 3e^{3x}.\sin 5x + 5e^{3x}.\cos 5x = e^{3x}(3\sin 5x + 5\cos 5x)$

$\Rightarrow y'' = 3e^{3x}(3\sin 5x + 5\cos 5x) + e^{3x}(15\cos 5x - 25\sin 5x)$

$= e^{3x}(-16\sin 5x + 30\cos 5x)$

Vậy: $6y' - y'' + my = (34 + m)e^{3x}\sin 5x = 0, \ \forall x$

$\Leftrightarrow 34 + m = 0 \Leftrightarrow m = -34$

Câu 2. (Chọn câu B)

Hàm số $y = \dfrac{2x^2 + 4x + 5}{x^2 + 1}$

- $D = \mathbb{R}$
- Tiệm cận ngang $y = 2$
- $y' = \dfrac{-4x^2 - 6x + 4}{(x^2 + 1)^2}$
- $y' = 0 \Leftrightarrow -4x^2 - 6x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow y = 1 \\ x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow y = 6 \end{array}\right.$

$y' > 0 \Leftrightarrow -1 < x < \dfrac{1}{2}$

Câu 3. (Chọn câu A)

Giải đúng

Câu 4. (Chọn câu D)

Hàm số $y = x^4 - 4(2m + 1)x^3 - 6mx^2 + x - m$

- $D = \mathbb{R}$
- $y' = 4x^3 - 12(2m + 1)x^2 - 12mx + 1$
- $y'' = 12[x^2 - 2(2m + 1)x - m]$

Đồ thị hàm số có hai điểm uốn khi y" triệt tiêu và đổi dấu hai lần.

$\Leftrightarrow \Delta' = (2m + 1)^2 + m > 0 \Leftrightarrow 4m^2 + 5m + 1 > 0$

$\Leftrightarrow m < -1 \vee m > -\dfrac{1}{4}$

Câu 5. (Chọn câu B)

Thực hiện phép chia đa thức ta có: $y = x\cos\alpha - (\sin\alpha + \cos\alpha) + \dfrac{\sin\alpha}{x+2}$

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên

$\Leftrightarrow \begin{cases}\cos\alpha \neq 0\\ \sin\alpha \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \alpha \neq \dfrac{k\pi}{2}\ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 6. (Chọn câu C)

Hàm số $y = 2x^3 - 3ax^2 + a^3$

$D = \mathbb{R}$

$y' = 6x^2 - 6ax = 6x(x - a)$

- $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = a^3\\ x = a \Rightarrow y = 0\end{array}\right.$
- Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow$ y' = 0 có hai nghiệm đơn

  $\Leftrightarrow a \neq 0$, lúc đó hai điểm cực của đồ thị hàm số là: $S_1\begin{cases}x_1 = 0\\ y_1 = a^3\end{cases}$

  và $S_2\begin{cases}x_2 = a\\ y_2 = 0\end{cases}$ $(S_1 \in Oy$ và $S_2 \in Ox)$
- S_1 và S_2 đối xứng nhau qua đường thẳng y = x

  $\Leftrightarrow \begin{cases}x_1 = y_2\\ y_1 = x_2\end{cases} \Leftrightarrow a^3 = a \Leftrightarrow \begin{cases}a = 0 \text{ (loại)}\\ a = \pm 1\end{cases} \Leftrightarrow |a| = 1$

Câu 7. (Chọn câu A)

Đồ thị hàm số không đi qua M(x; y), $\forall m$

$\Leftrightarrow y \neq \dfrac{mx^2 - 2(m-1)x - 3m}{x - 2},\ \forall m$

$\Leftrightarrow$ Phương trình (ẩn số m) $y = \dfrac{mx^2 - 2(m-1)x - 3m}{x - 2}$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\text{hoặc } x = 2\\ \text{hoặc } (x^2 - 2x - 3)m + (2x - xy + 2y) = 0 \text{ vô nghiệm}\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2\\ \begin{cases}x^2 - 2x - 3 = 0\\ 2x - xy + 2y \neq 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2\\ \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x = -1\\ x = 3\end{array}\right.\\ 2x - xy + 2y \neq 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2\\ \begin{cases}x = -1\\ y \neq \dfrac{2}{3}\end{cases}\\ \begin{cases}x = 3\\ y \neq 6\end{cases}\end{array}\right.$$

Câu 8. (Chọn câu A)

- Tìm tọa độ trực tâm H là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} 9x - 3y - 4 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{5}{6} \\ y = \dfrac{7}{6} \end{cases} \quad \text{Vậy: } H\left(\dfrac{5}{6}; \dfrac{7}{6}\right)$$

- Đường thẳng qua A và vuông góc với BC chính là đường thẳng AH, phương trình là:

$$\frac{x - x_A}{x_H - x_A} = \frac{y - y_A}{y_H - y_A} \Leftrightarrow \frac{x - 2}{\frac{7}{6}} = \frac{y - 2}{\frac{5}{6}} \Leftrightarrow 5x - 7y + 4 = 0$$

Câu 9. (Chọn câu C)

Đường thẳng (Δ) : $x\cos2\alpha - y\sin2\alpha + 2(1 + \cos2\alpha) + 3\sin2\alpha - 5 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 2)\cos2\alpha - (y - 3)\sin2\alpha - 3 = 0$

Xét điểm $I(-2; 3)$

Khoảng cách từ I đến (Δ) là $d = \dfrac{|-3|}{1} = 3$

Vậy đường thẳng (Δ) luôn tiếp xúc với đường tròn tâm $I(-2; 3)$, bán kính $R = 3$. Phương trình của đường tròn này là: $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$ hay: $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 4 = 0$

Câu 10. (Chọn câu D)

$$(H): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

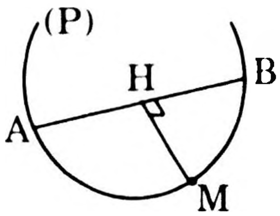
Phương trình hai đường chuẩn của (H) là: $\begin{cases} x = \dfrac{a^2}{c} \\ x = -\dfrac{a^2}{c} \end{cases}$

Phương trình hai tiệm cận của (H) là $y = \pm\dfrac{b}{a}x$

- Đường chuẩn $x = \dfrac{a^2}{c}$ cắt hai tiệm cận tại:

$M\left(\dfrac{a^2}{c}, \dfrac{ab}{c}\right)$ và $N\left(\dfrac{a^2}{c}, -\dfrac{ab}{c}\right)$

- Độ dài đoạn MN là $\dfrac{2ab}{c} = \dfrac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$



Câu 11. (Chọn câu B)

- $M(m, m^2) \in (P): y = x^2$
- M ở trên cung $\overset{\frown}{AB}$ nên $-1 < m < 3$

– Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{8}$ hay $2x - y + 3 = 0$

$S_{\Delta MAB}$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ MH lớn nhất

Mà $MH = d(M, AB) = \frac{|2m - m^2 + 3|}{\sqrt{5}} = \frac{|(m+1)(3-m)|}{\sqrt{5}}$

Vì $-1 < m < 3$ nên $\begin{cases} m + 1 > 0 \\ m - 3 < 0 \end{cases} \Rightarrow MH = \frac{(m+1)(m-3)}{\sqrt{5}}$

$\Rightarrow MH \le \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{(m+1)(m-3)}{2}\right)^2 = \frac{4}{\sqrt{5}}$ (BĐT Côsi)

Vậy MH lớn nhất $= \frac{4}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow m + 1 = 3 - m \Leftrightarrow m = 1$

Vậy M(1; 1)

Câu 12. (Chọn câu B)

Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau $\Leftrightarrow$ hệ pt: $\begin{cases} 1 + at = 1 - t' & (1) \\ t = 2 + 2t' & (2) \\ -1 + 2t = 3 - t' & (3) \end{cases}$

có nghiệm duy nhất (t, t')

Từ (2) và (3) $\begin{cases} t - 2t' = 2 \\ 2t + t' = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t' = 0 \end{cases}$

Thay t = 2 và t' = 0 vào (1) ta có: $1 + 2a = 1 \Leftrightarrow a = 0$,

lúc đó: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$

Câu 13. (Chọn câu C)

Lấy $H(-t + 2; 2t + 1; 3t) \in d$

- $\overrightarrow{AH} = (-t + 1; 2t - 1; 3t + 1)$
- Vectơ chỉ phương của d là $\vec{a} = (-1; 2; 3)$

H là hình chiếu vuông góc của A lên d $\Leftrightarrow AH \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\vec{a} = 0$

$\Leftrightarrow -(-t + 1) + 2(2t - 1) + 3(3t + 1) = 0 \Leftrightarrow 14t = 0 \Leftrightarrow t = 0$

Vậy: H(2; 1; 0)

Câu 14. (Chọn câu B)

Ta có: $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2x^3 - x - 1}{\cos^2 x}dx = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2x^3 - x}{\cos^2 x}dx - \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x}dx$

Vì hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - x}{\cos^2 x}$ liên tục và lẻ trên $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$

nên $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2x^3 - x}{\cos^2 x}dx = 0$. Vậy: $I = -\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x}dx = -tgx\Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = -2$

Câu 15. (Chọn câu A)

$$V = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} y^2dx = 4\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x.\frac{\sin x}{1 + \cos x}dx$$

$$= 4\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \cos^2 x)\sin x}{1 + \cos x}dx = 4\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)\sin xdx$$

$$= 4\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\sin x - \frac{1}{2}\sin 2x\right)dx = -4\pi\left[\cos x - \frac{1}{4}\cos 2x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= -4\pi\left[\left(\cos\frac{\pi}{2} - \frac{1}{4}\cos\pi\right) - \left(\cos 0 - \frac{1}{4}\cos 0\right)\right] = 2\pi$$

Câu 16. (Chọn câu C)

$f(x) = \frac{tgx}{x}$ với $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

$\Rightarrow f'(x) = \frac{x - \sin x\cos x}{x^2\cos^2 x} = \frac{2x - \sin 2x}{2x^2\cos^2 x}$; $x > 0$ nên $2x > \sin2x$

$\Rightarrow f'(x) > 0$ khi $0 < x < \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x) = \frac{tgx}{x}$ đồng biến trên khoảng $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, do đó:

$0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow f(\alpha) < f(\beta) \Rightarrow \frac{tg\alpha}{\alpha} < \frac{tg\beta}{\beta}$

Câu 17. (Chọn câu B)

$y = \frac{\sin x + 2\cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ $(D = \mathbb{R})$

$\Leftrightarrow (y - 2)\cos x + (y - 1)\sin x = 1 - 2y$

Điều kiện để phương trình trên có nghiệm là:

$(y - 2)^2 + (y - 1)^2 \geq (1 - 2y)^2 \Leftrightarrow 2y^2 + 2y - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq y \leq 1$

Câu 18. (Chọn câu B)

Coi A, B kế nhau là một chỗ AB

Số cách xếp A, B kế nhau trên 7 chỗ

$\Leftrightarrow$ Số cách chọn AB ở 6 chỗ $\Rightarrow$ 6 cách

Với mỗi cách AB này ta có thể hoán vị A với B nên có 6.2! cách chọn chỗ A và B

Vậy số cách sắp xếp cho:

- Cặp A, B là 6.2!
- 2 nữ còn lại là 2!
- 3 nam còn lại là 3!

Do đó có $6 \times 2! \times 2! \times 3! = 144$ cách sắp xếp

Câu 19. (Chọn câu C)

Ta có: $(1 + x)^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2x^2 + ... + C_n^rx^r + ... + C_n^nx^n$

Cho x = 2 và lưu ý $C_n^0 = C_n^n = 1$, ta có:

$$1 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + 2^3C_n^3 + ... + 2^rC_n^r + ... + 2^n = 3^n$$

Câu 20. (Chọn câu D)

Ta có: $\left(2x^2 + \dfrac{1}{x}\right)^n = ... + C_n^k(2x^2)^{n-k}\left(\dfrac{1}{x}\right)^k + ... = ... + 2^{n-k}C_n^kx^{2n-3k} + ...$

Cho: $\begin{cases} 2n - 3k = 3 \\ k = 9 \\ n - k = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 15 \\ k = 9 \end{cases}$

ĐỀ SỐ 11

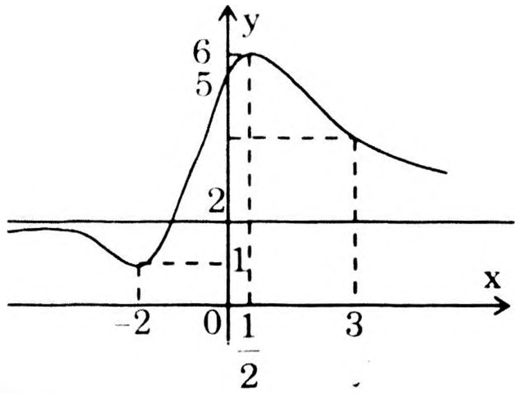
Câu 1. Đồ thị của hàm số nào sau đây ?

A. $y = \dfrac{2x^2 + 4x - 5}{x^2 - 1}$

B. $y = \dfrac{2x^2 + 5}{x^2 - 1}$

C. $y = \dfrac{2x^2 + 4x - 5}{x^2 + 1}$

D. $y = \dfrac{2x^2 - 5}{x^2 - 1}$



Câu 2. Cho hàm số $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		+	0	−	‖	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

Tính a, b, c

A. $a = b = 1, c = -1$ B. $a = -1, b = c = 1$

C. $a = b = c = 1$ D. $a = c = 1, b = -1$

Câu 3. Tìm m để hàm số $y = \dfrac{mx^2 + 6x - 2}{x - 2}$ đồng biến trên khoảng $(1, +\infty)$ và không có cực trị.

A. $m > 0$ B. $m \geq 0$

C. $|m| > 1$ D. Một đáp số khác

Câu 4. Định A và B để hàm số $f(x) = e^{-2x}(A\cos x + B\sin x)$ có đạo hàm:

$f'(x) = e^{-2x}(7\sin x - 11\cos x)$

A. A = 3 và B = −5 B. A = 5 và B = −3

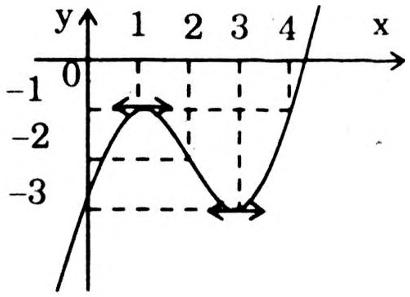
C. A = −3 và B = 5 D. Một đáp số khác

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ có đồ thị (C). Gọi A là giao điểm của (C) và Oy. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại A là:

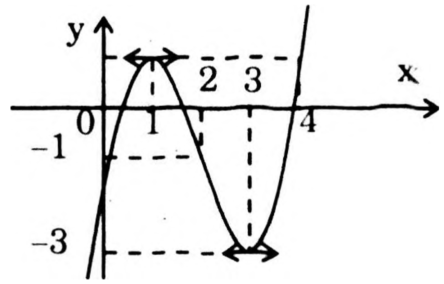
A. $y = x - 1$ B. $y = x + 1$ C. $y = -x + 1$ D. $y = -x - 1$

Câu 6. Hình nào sau đây là đồ thị hàm số bậc ba: $y = x(x - 3)^2 - 3$?

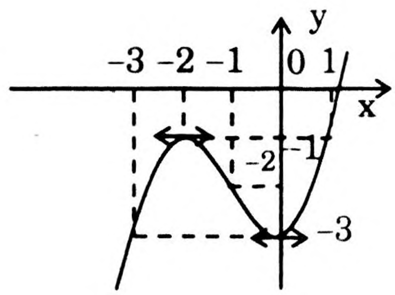
A.



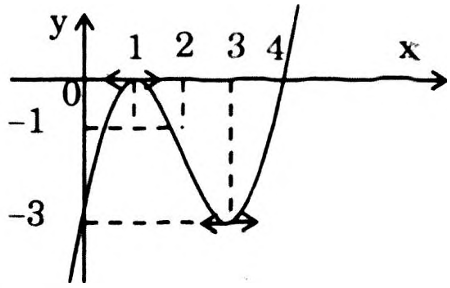
B.



C.



D.



Câu 7. Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x} dx$ được tiến hành như sau:

I. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)^2 (1 + tg^2 x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + tg^2 x)^2.(1 + tg^2 x)dx$

II. Đổi biến số $t = tgx \Rightarrow \begin{cases} dt = (1 + tg^2 x)dx \\ x_0 = 0 \Rightarrow t_0 = 0 \\ x_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t_1 = 1 \end{cases}$

III. Vậy $I = \int_0^1 (1 + t)^2 dt = \left(1 + \frac{t^3}{3}\right)^2 \Bigg|_0^1 = \left(1 + \frac{t^3}{3}\right)^2 - (1 + 0)^2 = \frac{7}{9}$

Việc tính I đúng hay sai ? Nếu sai thì sai ở giai đoạn nào?

A. Đúng | B. Sai từ giai đoạn I

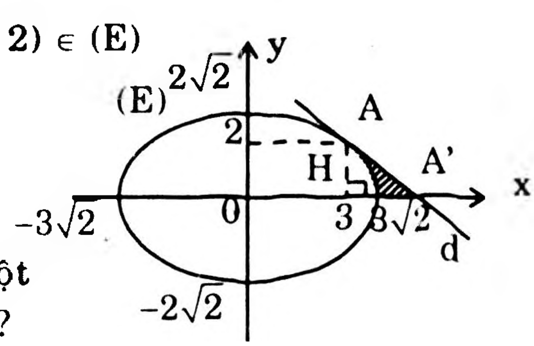
C. Sai từ giai đoạn II | D. Sai từ giai đoạn III

Câu 8. Cho (E): $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{8} = 1$ và điểm $A(3, 2) \in (E)$

d là tiếp tuyến của (E) tại A.

Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi (E), d và Ox.

Cho (H) quay xung quanh Ox ta được một vật thể tròn xoay có thể tích V. Tính V?



A. $V = 8\pi(3 - 2\sqrt{2})$ B. $V = 8\pi(3 + 2\sqrt{2})$

C. $V = 6\pi(3 - 2\sqrt{2})$ D. $V = 6\pi(3 + 2\sqrt{2})$

Câu 9. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5 ?

A. 25680 B. 26580 C. 26580 D. 28560

Câu 10. Giải bất phương trình (ẩn số $n \in \mathbb{N}$): $\dfrac{A_{n+1}^{4}}{(n+2)!} < \dfrac{15}{(n-1)!}$

Tập nghiệm T của bất phương trình là:

A. $T = \{n \in \mathbb{N} \ / \ 3 \le n \le 10\}$ B. $T = \{n \in \mathbb{N} \ / \ 3 \le n \le 15\}$

C. $T = \{n \in \mathbb{N} \ / \ 3 \le n \le 19\}$ D. Một đáp số khác

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường tròn:

(C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$; (C_m): $x^2 + y^2 + 2x - 4y - m^2 + 5 = 0$

Tính m để (C) và (C_m) tiếp xúc nhau

A. $|m| = \sqrt{5} \vee |m| = 3\sqrt{5}$ B. $|m| = 2\sqrt{5} \vee |m| = 1$

C. $|m| = 2 \vee |m| = \sqrt{3}$ D. $|m| = \sqrt{2} \vee |m| = 3$

Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy, cho elip (E): $4x^2 + 25y^2 - 200 = 0$ và đường thẳng (Δ): $2x + 5y - 24 = 0$. Tìm điểm $M \in (E)$ sao cho khoảng cách từ M đến Δ ngắn nhất

A. M(–5; 2) B. (5; –2)

C. M(5; 2) D. Một đáp số khác

Câu 13. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường cong (H): $x^2 - y^2 = 5$ với điểm $M \in (H)$ có $x_M = 3$ và $y_M > 0$. Tiếp tuyến của (H) tại M cắt hai tiệm cận của (H) tại A và B. Diện tích Δ OAB bằng bao nhiêu (đơn vị diện tích) ?

A. 5 B. 6 C. $5\sqrt{2}$ D. $6\sqrt{2}$

Câu 14. Trong không gian Oxyz, mặt cầu (S) có tâm I(–4; –2; 2) và cắt đường thẳng (Δ): $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{-2}$ tại A và B với AB = 1

Phương trình của (S) là:

A. $(x + 4)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 66$

B. $(x + 4)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 49$

C. $(x + 4)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 46$

D. $(x + 4)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 40$

Câu 15. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng

(d): $\begin{cases} 2x - y - 3z - 5 = 0 \\ x + y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$ và điểm M(–3; –4; –1)

Đường thẳng (Δ) qua M, vuông góc với (d) và cắt (d)

Phương trình chính tắc của đường thẳng (Δ) là:

A. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+1}{2}$ B. $\frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+1}{3}$

C. $\frac{x+3}{4} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+1}{1}$ D. $\frac{x+3}{5} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+1}{-4}$

Câu 16. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm (–3, 0, 1) và vuông góc với hai mặt phẳng: $\begin{cases} 3x - 3y - z - 4 = 0 & (P) \\ x' - 3y + 1 = 0 & (Q) \end{cases}$ là:

A. $2x - y - z + 7 = 0$ B. $3x + y + 6z + 3 = 0$

C. $x + 2y - 5z + 8 = 0$ D. $x - 2y + 5z - 2 = 0$

Câu 17. Cho $0^0 < \alpha < 28^0$ và biết $\cot g75^0 = 2 - \sqrt{3}$. Tính α để phương trình sau có nghiệm kép: $x^2 - 2xtg\alpha + 2tg\alpha + 3 - 2\sqrt{2} = 0$

A. $\alpha = 25^0$ B. $\alpha = 5^0$

C. $\alpha = 15^0$ D. Một giá trị khác

Câu 18. Cho $tga = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Tính sin6a

A. $\sin 6a = \frac{10\sqrt{2}}{27}$ B. $\sin 6a = -\frac{10\sqrt{2}}{27}$

C. $\sin 6a = \frac{8\sqrt{2}}{28}$ D. $\sin 6a = -\frac{8\sqrt{2}}{28}$

Câu 19. Giải bất phương trình $(2x+1)\sqrt{2x+1} + 3x^2 - 2x + 2 > 0$

A. $x \geq -\frac{1}{2}$ B. $x \geq 0$ C. $x > 1$ D. Vô nghiệm

Câu 20. Cho a, b, c > 0 và a + b + c = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $E = \left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)\left(1+\frac{1}{c}\right)$

A. $E_{min} = 8$ B. $E_{min} = 27$ C. $E_{min} = 64$ D. $E_{min} = 125$

ĐÁP ÁN ĐỀ 11

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	C	6	B	11	A	16	B
2	B	7	D	12	C	17	A
3	D	8	A	13	A	18	B
4	A	9	D	14	A	19	D
5	B	10	C	15	C	20	C

GIẢI ĐỀ SỐ 11

Câu 1. (Chọn câu C)

Đồ thị (hình vẽ) có tiệm cận ngang $y = 2$, không có tiệm cận đứng nên chỉ có thể chọn hàm số $y = \dfrac{2x^2 + 4x + 5}{x^2 + 1}$

Kiểm tra lại, ta thấy: $y' = \dfrac{-4x^2 - 6x + 4}{(x^2 + 1)^2}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \Rightarrow y = 1 \\ x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow y = 6 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	6	$\searrow$	2

Ngoài ra, đồ thị qua điểm $\begin{cases} (0, 5) \\ \left(3, \dfrac{7}{2}\right) \end{cases}$

Câu 2. (Chọn câu B)

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$$

- $y' = f'(x) = a - \dfrac{c}{(x + 1)^2}$
- Bảng biến thiên cho thấy:
- $x = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y' = 0 \\ y = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} a - c = 0 & (1) \\ b + c = 0 & (2) \end{cases}$
- $x = -2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y' = 0 \\ y = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} a - c = 0 \\ 2a + b - c = -2 & (3) \end{cases}$

(1), (2), (3) $\Rightarrow a = b = c = 1$

Câu 3. (Chọn câu D)

$$y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$$

- $m = 0 \Rightarrow y = \dfrac{6x - 2}{x + 2}$ $(D = \mathbb{R} \setminus \{-2\})$

$$y' = \frac{14}{(x + 2)^2} > 0 \quad \forall x \in D$$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trong các khoảng $(-\infty;-2)$; $(-2;+\infty)$ nên hàm số không có cực trị và đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$

- $m \neq 0 \Rightarrow y' = \dfrac{mx^2 + 4mx + 14}{(x+2)^2}$

  Hàm số không có cực trị nên $\Delta'_{y'} = 4m^2 - 14m \leq 0$ $(m \neq 0)$

  $\Leftrightarrow 0 < m \leq \dfrac{7}{2}$

  Lúc đó $y' > 0, \forall x \in D \Rightarrow$ hàm số đồng biến trong các khoảng $(-\infty;-2)$, $(-2;+\infty)$ nên đồng biến trong khoảng $(1;+\infty)$

Câu 4. (Chọn câu A)

$f(x) = e^{-2x}(A\cos x + B\sin x)$

$\Rightarrow f'(x) = -2e^{-2x}(A\cos x + B\sin x) + e^{-2x}(-A\sin x + B\cos x)$

$= e^{-2x}[-(A + 2B)\sin x - (2A - B)\cos x]$

Mà: $f'(x) = e^{-2x}(7\sin x - 11\cos x)$

nên $\begin{cases} -(A+2B) = 7 \\ 2A - B = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 3 \\ B = -5 \end{cases}$

Câu 5.(Chọn câu B)

$y = f(x) = \dfrac{3e^x - 1}{e^x + 1} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{4e^x}{(e^x + 1)^2}$

Giao điểm $A(x_0, y_0)$ của (C) và Oy $\Rightarrow x_0 = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} y_0 = 1 \\ k = f'(0) = 1 \end{cases}$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm A(0, 1) là:

$y - f(0) = f'(0).(x - 0)$ hay $y - 1 = x \Leftrightarrow y = x + 1$

Câu 6. (Chọn câu B)

$y = x(x-3)^2$ hay $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

- $y' = 3(x^2 - 4x + 3)$
- $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = 3 \Rightarrow y = -3 \end{array}\right.$
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	1	↘	−3	↗	$+\infty$

- $y'' = 6(x - 2)$

x	$-\infty$	2		$+\infty$
y''		0	+	
Đồ thị	lồi	điểm uốn (2, -1)	lõm	

Câu 7. (Chọn câu D)

Sai từ giai đoạn III, đúng là:

$$I = \int_0^1 (1 + t^2)^2 dt = \int_0^1 (1 + 2t^2 + t^4)dt = t + \frac{2}{3}t^3 + \frac{1}{5}t^5 \Big|_0^1 = 1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{28}{15}$$

Câu 8. (Chọn câu A)

$V = V_1 = V_2$

- Phương trình của tiếp tuyến d là $\frac{3x}{18} + \frac{2y}{8} = 1$ hay $y = \frac{12 - 2x}{3}$, d cắt Ox tại A'(6, 0)
- V_1 = thể tích hình nón do Δ AHA' quay xung quanh Ox

$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3}\pi.AH^2.HA' = \frac{1}{3}\pi(2)^2.3$ hay $V_1 = 4\pi$

- V_2 là thể tích do hình giới hạn bởi AH.Hx và (E) quay xung quanh Ox

$$V_2 = \pi \int_3^{3\sqrt{2}} y^2 dx = \pi \int_3^{3\sqrt{2}} 8\left(1 - \frac{x^2}{18}\right)dx$$

$$= 8\pi\left(x - \frac{x^3}{54}\right)\Bigg|_3^{3\sqrt{2}} = 8\pi\left(2\sqrt{2} - \frac{5}{2}\right) = 16\pi\sqrt{2} - 20\pi$$

Vậy: $V = 4\pi - 16\pi\sqrt{2} + 20\pi = 24\pi - 16\pi\sqrt{2} = 8\pi(3 - 2\sqrt{2})$

Câu 9. (Chọn câu D)

Xét tập A{0, 1, 2, ...,9}. Số x chia hết cho 5

- $x = \overline{abcdef}$ với $\begin{cases} a, b, \ldots \in A \\ a \neq b, \ldots \\ a \neq 0 \\ f = 0 \text{ hay } f = 5 \end{cases}$

Loại 1: $x_1 = \overline{abcde0}$, có A_9^5 số x_1 (vì có A_9^5 số $\overline{abcde}$)

Loại 2: $x_2 = \overline{abcde5}$ có $\begin{cases} 8 \text{ cách chọn } a (a \neq 0 \text{ và } a \neq 5) \\ A_8^4 \text{ cách chọn số } \overline{bcde} \end{cases}$

$\Rightarrow$ có $8 \times A_8^4$ số x_2

Kết luận: có $A_9^5 + 8.A_8^4 = 28560$ số theo yêu cầu của đề bài.

Câu 10. (Chọn câu C)

$$\frac{A_{n+1}^{4}}{(n+2)!} < \frac{15}{(n-1)!} \qquad (*)$$

Điều kiện $n + 1 \geq 4 \Leftrightarrow n \geq 3$ $(n \in \mathbb{N})$

Phương trình (*) $\Leftrightarrow \dfrac{(n+1)!}{(n-3)!(n+2)!} < \dfrac{15}{(n-1)!}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(n-3)!(n+2)!} < \frac{15}{(n-3)!(n-2)(n-1)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{n+2} < \frac{15}{n^2 - 3n + 2} \Leftrightarrow n^2 - 18n - 28 < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{9-\sqrt{109}}{-1,4403} < n < \frac{9+\sqrt{109}}{19,4403}$$

Mà $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$ nên $\begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ 3 \leq n \leq 19 \end{cases}$

Câu 11. (Chọn câu A)

$$\begin{cases} (C): x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0 \begin{cases} \text{Tâm } I(1, -2) \\ \text{Bán kính } R = \sqrt{5} \end{cases} \\ (Cm): x^2 + y^2 + 2x - 4y - m^2 + 5 = 0 \end{cases}$$

- Trục đẳng phương của (C) và (C_m) là đường thẳng Δ có phương trình: $4x - 8y - m^2 + 5 = 0$
- (C) và (C_m) tiếp xúc nhau:

$$\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|4 + 16 - m^2 + 5|}{\sqrt{16 + 64}} = \sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow |25 - m^2| = 20 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2 = 5 \\ m^2 = 45 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |m| = \sqrt{5} \\ |m| = 3\sqrt{5} \end{array}\right.$$

Câu 12. (Chọn câu C)

- Lấy $M(x_0, y_0) \in (E)$, ta có: $d = d(M, \Delta) = \dfrac{|2x_0 + 5y_0 - 24|}{\sqrt{29}}$
- $M(x_0, y_0) \in (E) \Leftrightarrow 4x_0^2 + 25y_0^2 = 200 \Leftrightarrow \dfrac{x_0^2}{50} + \dfrac{y_0^2}{8} = 1$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x_0}{5\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{y_0}{2\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 5\sqrt{2}\cos t \\ y_0 = 2\sqrt{2}\sin t \end{cases}$$

Vậy: $d = \dfrac{|10\sqrt{2}(\cos t + \sin t) - 24|}{\sqrt{29}}$ hay $d = \dfrac{\left|20\cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right) - 24\right|}{\sqrt{29}}$

d nhỏ nhất $\Leftrightarrow \cos\left(t - \dfrac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow t = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 5\sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{4} = 5 \\ y_0 = 2\sqrt{2}\sin\dfrac{\pi}{7} = 2 \end{cases}$$

Vậy: M(5, 2)

Câu 13. (Chọn câu A)

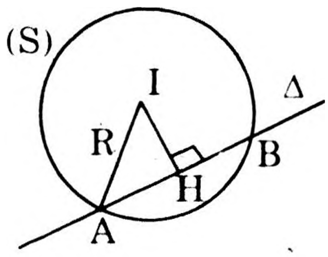
(H): $x^2 - y^2 = 5$

$M \in (H) \begin{cases} x_M = 3 \\ y_M > 0 \end{cases} \Rightarrow M(3, 2)$

- Phương trình tiếp tuyến d của (H) tại M là $3x - 2y = 5$
- Phương trình hai tiệm cận của (H) là: $\begin{cases} y = x & (d_1) \\ y = -x & (d_2) \end{cases}$ $(d_1 \perp d_2)$
- d cắt d_1 tại A(5, 5) $\Rightarrow OA = 5\sqrt{2}$
- d cắt d_2 tại B(1, −1) $\Rightarrow OB = \sqrt{2}$

Vì $d_1 \perp d_2$ nên Δ OAB vuông tại O $\Rightarrow S_{\Delta OAB} = \dfrac{1}{2}OA.OB = 5$

Câu 14. (Chọn câu A)



Ta có: $R^2 = \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 + (IH)^2 = 25 + IH^2$

IH = khoảng cách từ I đến Δ

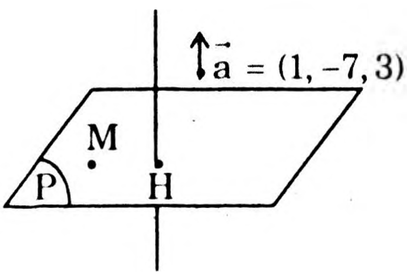
Lấy $M(2, -1, 0) \in \Delta$, ta có $\overrightarrow{MI} = (-6, -1, 2)$

Vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{a} = (-1, 2, -2)$

Vậy: $IH = \dfrac{\left|[\overrightarrow{MI}, \vec{a}]\right|}{|\vec{a}|} = \dfrac{\sqrt{4 + 196 + 169}}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \sqrt{41} \Rightarrow R^2 = 66$

$\Rightarrow$ Phương trình mặt cầu (S) là: $(x + 4)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 66$

Câu 15. (Chọn câu C)



- Đường thẳng d: $\begin{cases} \text{qua điểm } (1; -3; 0) \\ \text{có vtcp } \vec{a} = (1; -7; 3) \end{cases}$

$\Rightarrow$ Phương trình tham số của d: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - 7t \\ z = 3t \end{cases}$

- mpα: $\begin{cases} \text{qua } M(-3; -4; -1) \\ \perp d (\text{vtpt của mp}\alpha \equiv \text{vtcp của d}) \end{cases}$

Phương trình mpα là $(x + 3) - 7(y + 4) + 3(z + 1) = 0$

Hay: $x - 7y + 3z - 22 = 0$

- Tọa độ giao điểm H của d và mp α là nghiệm hệ phương trình:

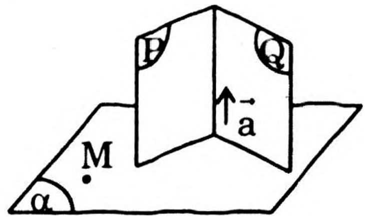
$$\begin{cases} \bullet \text{ Phương trình tham số của d} \\ \bullet \text{ Phương trình mp}\alpha \end{cases}$$

Ta có: $(1 + t) - 7(-3 - 7t) + 3(3t) - 22 = 0 \Leftrightarrow t = 0$. Vậy: $H(1; -3; 0)$

- Đường thẳng Δ: $\begin{cases} \bullet \text{ qua M} \\ \bullet \perp \text{d chính là đường thẳng MH} \\ \bullet \text{ cắt d} \end{cases}$

$\Rightarrow$ Đường thẳng Δ : $\begin{cases} \text{qua } M(-3;-4;-1) \\ \text{có vtcp } \overline{MH} = (4;1;1) \end{cases}$

$\Rightarrow$ Phương trình của Δ là: $\dfrac{x+3}{4} = \dfrac{y+4}{1} = \dfrac{z+1}{1}$



Câu 16. (Chọn câu B)

Mp $\alpha \perp \begin{cases} (P) \\ (Q) \end{cases} \Rightarrow \text{mp } \alpha \perp \Delta = (P) \cap (Q)$

Vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{a} = (-3;-1;-6)$ hay $\vec{a} = (3;1;6)$

Vì $(\alpha) \perp \Delta$ nên $\vec{a}$ cũng là vectơ pháp tuyến của $(\alpha) \Rightarrow$ Phương trình mpα là: $3(x + 3) + (y - 0) + 6(z - 1) = 0$ hay: $3x + y + 6z + 3 = 0$

Câu 17. (Chọn câu A)

Phương trình $x^2 - 2x\text{tg}\alpha + 2\text{tg}\alpha + 3 - 2\sqrt{3} = 0$

Có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = \text{tg}^2\alpha - 2\text{tg}\alpha - (3 - 2\sqrt{3}) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \text{tg}\alpha = \sqrt{3} \\ \text{tg}\alpha = 2 - \sqrt{3} = \cot g75^0 \end{array}\right.$ hay $\text{tg}\alpha = \text{tg}25^0 \Rightarrow \alpha = 25^0$

(Theo giả thiết $0^0 < \alpha < 28^0$ nên $0 < \text{tg}\alpha < 1$, do đó ta không nhận $\text{tg}\alpha = \sqrt{3}$)

Câu 18. (Chọn câu B)

Đặt: $t = \text{tga} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin 2a = \dfrac{2t}{1 + t^2} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

$\Rightarrow \sin 6a = 3\sin 2a - 4\sin^2 2a = 3\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right) - 4\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right)^3 = -\dfrac{10\sqrt{2}}{27}$

Câu 19. (Chọn câu A)

Bất phương trình $(2x+1)\sqrt{2x+1} + 3x^2 - 2x + 2 < 0$ (*)

- Ta phải có $2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$
- Ngoài ra, tam thức $3x^2 - 2x + 2$ có $\begin{cases} \Delta' = 1 - 6 < 0 \\ a = 3 > 0 \end{cases}$

Nên: $3x^2 - 2x + 2 > 0, \forall x$

Vậy: $(2x+1)\sqrt{2x+1} + (3x^2 - 2x + 2) > 0$ đúng với mọi $x \geq -\frac{1}{2}$

Câu 20. (Chọn câu C)

$$E = \left(\frac{a+1}{a}\right)\left(\frac{b+1}{b}\right)\left(\frac{c+1}{c}\right)$$

Ta có: $\begin{cases} a + 1 = a + a + b + c \geq 4\sqrt[4]{a^2bc} > 0 \\ b + 1 = b + a + b + c \geq 4\sqrt[4]{ab^2c} > 0 \\ c + 1 = c + a + b + c \geq 4\sqrt[4]{abc^2} > 0 \end{cases}$

$\Rightarrow (a+1)(b+1)(c+1) \geq 64\,abc \Rightarrow E \geq 64$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{3}$

ĐỀ SỐ 12

Câu 1. Cho (C): $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 2$. Tập hợp những điểm mà từ đó ta vẽ được hai tiếp tuyến đến (C) và hai tiếp tuyến này vuông góc nhau là:

A. Đường thẳng $x = \frac{7}{2}$ B. Đường thẳng $y = \frac{7}{2}$

C. Đường tròn $x^2 + y^2 = \frac{49}{4}$ D. Một tập hợp khác

Câu 2. Đồ thị (C_m) của hàm số $y = 2x^2 + 2mx + m - 1$ cắt Ox tại M và N. Xác định m để độ dài đoạn MN nhỏ nhất?

A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = 0$ D. $m = 2$

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 2$ và a là hoành độ tâm đối xứng của đồ thị. Xác định x để $f(x - a) \geq 2$?

A. $1 \leq x \leq 5$ B. $x \leq 1$

C. $0 \leq x \leq 1$ D. Một đáp số khác

Câu 4. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + mx + 2m - 1}{mx + 1}$ có đồ thị (C_m)

Xác định m sao cho hàm số có cực trị và tiệm cận xiên của (C_m) đi qua gốc tọa độ?

A. $m = 1$ B. $m = -1$

C. $|m| = 1$ D. Một giá trị khác

Câu 5. Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = x - \dfrac{1}{x + 1}$. Tính m để đường thẳng $y = m$ cắt (C) tại hai điểm A và B sao cho $OA \perp OB$ (O là gốc tọa độ)

A. $m = \dfrac{-1 - \sqrt{5}}{2} \vee m = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ B. $m = \dfrac{-1 - \sqrt{5}}{2} \vee m = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

C. $m = \dfrac{1 - \sqrt{5}}{2} \vee m = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$ D. $m = 1 - \sqrt{5} \vee m = 1 + \sqrt{5}$

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m - 1)x + 1$

I. Hàm số có một cực đại và một cực tiểu nếu $m \neq 1$

II. Nếu $m > 1$ thì giá trị cực tiểu là $(3m - 1)$

III. Nếu $m < 1$ thì giá trị cực đại là $(3m - 1)$

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ I đúng B. I và II đúng, III sai

C. I và III đúng, II sai D. I, II, III đều đúng

Câu 7. Tính $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^7 x}{\sin^7 x + \cos^7 x}dx$ và $J = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^7 x}{\cos^7 x + \sin^7 x}dx$

A. $I = \dfrac{\pi}{6}$ và $J = \dfrac{\pi}{3}$ B. $I = \dfrac{\pi}{3}$ và $J = \dfrac{\pi}{6}$

C. $I = J = \dfrac{\pi}{4}$ D. Một kết quả khác

Câu 8. Cho (P): $y = x^2 - 4x + 3$. Gọi d_1, d_2 là các tiếp tuyến của (P) tại giao điểm của (P) với trục hoành. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P), d_1 và d_2 là:

A. $S = \dfrac{1}{3}$ đvdt B. $S = \dfrac{4}{3}$ đvdt C. $S = \dfrac{2}{3}$ đvdt D. $S = \dfrac{5}{3}$ đvdt

Câu 9. Rút gọn biểu thức sau: $M = C_n^0 - 2C_n^1 + 2^2C_n^2 - ... + (-1)^n.2^nC_n^n$

A. $M = 1$ B. $M = -1$

C. $M = (-1)^n$ D. Một đáp số khác

Câu 10. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số trong đó các chữ số cách đều chữ số đứng giữa thì giống nhau và hai chữ số kề nhau thì khác nhau.

A. 504   B. 343   C. 729   D. 648

Câu 11. Một parabol có tiêu điểm là gốc tọa độ O và phương trình đường chuẩn là $y + 6 = 0$ thì tọa độ đỉnh của parabol này là:

A. $(-3; -3)$ B. $(0; 3)$

C. $(3; -3)$ D. Một đáp số khác

Câu 12. Cho elip (E): $4x^2 + 5y^2 - 40 = 0$. Tập hợp các điểm mà từ đó ta vẽ được hai tiếp tuyến đến (E) và hai tiếp tuyến này vuông góc nhau là đường tròn có phương trình:

A. $x^2 + y^2 = 40$ B. $x^2 + y^2 = 18$ C. $x^2 + y^2 = 20$ D. $x^2 + y^2 = 9$

Câu 13. Trong mặt phẳng Oxy cho ΔABC biết $B(-3; 1)$; $C(1; 5)$ và trọng tâm G lưu động trên trục hoành. Tập hợp của A là:

A. Đường thẳng $y = -6$

B. Đường thẳng $y = -6$ trừ điểm $(-10; -6)$

C. Đường thẳng $x = -1$

D. Đường thẳng $x = -1$ trừ điểm $(-1; -5)$

Câu 14. Trong không gian Oxyz, lập phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng (d): $\begin{cases} x - 2z = 0 \\ 3x - 2y + z - 3 = 0 \end{cases}$

và vuông góc với mặt phẳng (P): $x - 2y + z + 5 = 0$

A. $11x - 2y - 15z - 3 = 0$ B. $2x - 11y - 15z - 3 = 0$

C. $15x - 2y - 11z - 3 = 0$ D. $15x - 11y - 2z - 3 = 0$

Câu 15. Cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 10y - 2z - 1 = 0$ và đường thẳng

(d): $\begin{cases} 3x + my + (l - 3)z + 8 = 0 \\ x + 4y + (3m - 5)z - (4l - 1) = 0 \end{cases}$

Tính m và l để (d) cắt mặt cầu tại hai điểm A và B sao cho đoạn thẳng AB có độ dài lớn nhất

A. $\begin{cases} m = 1 \\ l = -3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = 1 \\ l = -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m = -1 \\ l = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m = -3 \\ l = 1 \end{cases}$

Câu 16. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng:

$$(d_1): \begin{cases} x + y + z - 4 = 0 \\ 2x - 2y - z + 2 = 0 \end{cases} \qquad (d_2): \begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 3 - t \\ z = -\dfrac{7}{2} - \dfrac{3}{2}t \end{cases}$$

Câu nào sau đây đúng?

A. d_1 và d_2 chéo nhau

B. $d_1$và d_2 song song nhau

C. d_1 và d_2 cắt nhau và không vuông góc nhau

D. d_1 và d_2 cắt nhau và vuông góc nhau

Câu 17. Giải phương trình $\sin x + \cos x = \sqrt{2}(2 - \sin 3x)$

A. Vô nghiệm

B. Có nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + k6\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

C. Có nghiệm $x = -\frac{\pi}{4} + k6\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

D. Có nghiệm $x = \frac{3\pi}{4} + k6\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 18. Tìm x thỏa mãn bất đẳng thức sau: $\sqrt{2x^2 + 9} < 3 - x$

A. $0 < x < 6$ B. $-6 < x < 0$ C. $1 < x < 2$ D. $-2 < x < -1$

Câu 19. Tập nghiệm T của bất phương trình: $6^{\log_6^2 x} + x^{\log_6 x} \leq 12$ là:

A. $T = \left[\frac{1}{2}; 2\right]$ B. $T = \left[\frac{1}{4}; 4\right]$ C. $T = \left[\frac{1}{6}; 6\right]$ D. $T = \left[\frac{1}{12}; 12\right]$

Câu 20. Với những giá trị nào của m thì phương trình:

$x\sqrt{x} - 8x + (m + 12)\sqrt{x} - 2m = 0$ có ba nghiệm phân biệt trong đó có hai nghiệm lớn hơn 4

A. $2 < m < 8$ B. $8 < m < 9$ C. $9 < m < 10$ D. $10 < m < 11$

ĐÁP ÁN ĐỀ 12

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	D	6	A	11	B	16	D
2	A	7	C	12	B	17	A
3	D	8	B	13	B	18	B
4	A	9	C	14	A	19	C
5	C	10	D	15	C	20	B

GIẢI ĐỀ SỐ 12

Câu 1. (Chọn câu D)

Lấy điểm $M(x_0, y_0)$ trong mặt phẳng tọa độ.

- Phương trình đường thẳng d qua M là $y = kx + y_0 - kx_0$
- Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d:

$$\frac{1}{4}x^2 - x + 2 = kx + y_0 - kx_0 \Leftrightarrow x^2 - 4(k + 1)x + 4(kx_0 + 2 - y_0) = 0 \ (*)$$

* d là tiếp tuyến của (C) $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có nghiệm kép

$\Leftrightarrow 4(k + 1)^2 - 4(kx_0 + 2 - y_0) = 0 \Leftrightarrow k^2 + (2k - x_0) + y_0 - 1 = 0 \quad (1)$

Từ M ta vẽ được hai tiếp tuyến vuông góc với(C)$\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm kép k_1, k_2 sao cho $k_1.k_2 = -1 \Leftrightarrow y_0 - 1 = -1 \Leftrightarrow y_0 = 0$

Vậy tập hợp các đểm M (thỏa mãn đề bài) là trục Ox(y = 0)

Câu 2. (Chọn câu A)

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và Ox là:

$2x^2 + 2mx + m - 1 = 0 \qquad (*)$

Điều kiện để Ox và (C_m) có hai giao điểm $M(x_1; 0)$; $N(x_2; 0)$ là phương trình (*) có hai nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 2(m - 1) > 0$

$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 2m + 2 > 0$ (điều này đúng với mọi m)

Ta có: $MN^2 = (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = m^2 - 4\left(\frac{m-1}{2}\right)$

$$= m^2 - 2m + 2 = (m - 1)^2 + 1 \geq 1$$

Độ dài MN ngắn nhất = 1 $\Leftrightarrow$ m = 1

Câu 3.(Chọn câu D)

Hàm số: $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 2$

$f'(x) = -3x^2 + 6x + 9$

$f''(x) = -6x + 6$

Hoành độ tâm đối xứng của đồ thị chính là hoành độ điểm uốn, đó là nghiệm của $f''(x) = 0 \Rightarrow a = 1$

Vậy: $f(x - a) \geq 2 \Leftrightarrow f(x - 1) \geq 2$

$\Rightarrow -(x - 1)^3 + 3(x - 1)^2 + 9(x - 1) + 2 \geq 2$

$\Rightarrow (x - 1)[(x - 1)^2 - 3(x - 1) - 9] \leq 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 5x - 5) \leq 0$

$\Rightarrow x \leq \frac{5 - 3\sqrt{5}}{2} \vee 1 \leq x \leq \frac{5 + 3\sqrt{5}}{2}$

Câu 4. (Chọn câu A)

- Tiệm cận xiên $y = \frac{x}{m} + 1 - \frac{1}{m^2}$
- $y" = \frac{mx^2 + 2x + 2m(1 - m)}{(mx + 1)^2}$

Điều kiện $m \neq 0$

* Hàm số có cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình y' = 0 có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = 1 - 2m^2(1 - m) > 0 \end{cases}$$

* Tiệm cận xiên đi qua gốc O(0, 0) $\Leftrightarrow m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \vee m = -1$

Ta thấy m = 1 thỏa mãn $\Delta' > 0$

Câu 5. (Chọn câu C)

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng y = m là

$$x - \frac{1}{x + 1} = m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 - (m - 1)x - (m + 1) = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Ta dễ thấy phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \neq -1$ ($\Delta = m^2 + 2m + 5 > 0, \forall m$) nên đường thẳng y = m luôn cắt (C) tại hai điểm $A(x_1; m)$ và $B(x_2; m)$

$$OA \perp OB \Leftrightarrow \frac{m}{x_1}.\frac{m}{x_2} = -1$$

$\Leftrightarrow x_1.x_2 + m^2 = 0$ mà $x_1x_2 = -(m + 1)$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ m = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$$

Câu 6. (Chọn câu A)

$y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m - 1)x + 1$

$y' = 3[x^2 - 2mx + 2m - 1]$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 1 \Rightarrow y = 3m - 1 \\ x_2 = 2m - 1 \end{array}\right.$$

- Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow x_1 \neq x_2 \Leftrightarrow m \neq 1$

  $y" = 6(x - m) \Rightarrow y"(1) = 6(1 - m)$

- $m > 1 \Rightarrow \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y"(1) < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ hàm số đạt cực đại tại x = 1 và $y_{CD} = 3m - 1$

• $m < 1 \Rightarrow \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(0) > 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và $y_{CT} = 3m - 1$

Câu 7. (Chọn câu C)

Ta có: $I + J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 1.dx = \frac{\pi}{2}$.

Xét $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^7 x}{\sin^7 x + \cos^7 x} dx$

Đổi biến số $t = \frac{\pi}{2} - x \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} - t \Rightarrow \begin{cases} dx = -dt \\ \cos x = \sin t \\ \sin x = \cos t \end{cases}$

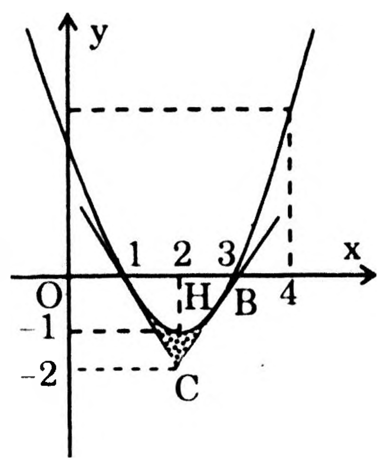
Đổi cận

x	0	$\frac{\pi}{2}$
t	$\frac{\pi}{2}$	0

Vậy: $I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \frac{\cos^7 t}{\cos^7 t + \sin^7 t}(-dx) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^7 tdt}{\sin^7 t + \cos^7 t}$ hay: $I = J$

Vậy: $\begin{cases} I + J = \frac{\pi}{2} \\ I = J \end{cases} \Leftrightarrow I = J = \frac{\pi}{4}$

Câu 8. (Chọn câu B)



(P): $y = x^2 - 4x + 3$

$y' = 2x - 4$

(P) cắt Ox tại A(1; 0) và B(3; 0)

– Phương trình tiếp tuyến của (P) tại A và B là:

$\begin{cases} y = y'(1).(x - 1) = -2(x - 1) \quad (d_1) \\ y = y'(3).(x - 3) = 2(x - 3) \quad (d_2) \end{cases}$

d_1 và d_2 cắt nhau C(2, −2)

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P), d_1 và d_2 là:

$S = S_{\Delta ABC} - \int_1^3 -(x^2 - 4x + 3)dx$

$$= \frac{1}{2}AB.CH + \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x\right)\Big|_1^3 = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \text{ dvtt}$$

Câu 9. (Chọn câu C)

Ta có $(x-1)^n = C_n^0 - C_n^1x + C_n^2x^2 - C_n^3x^3 + ... + (-1)^nC_n^nx^n$

Cho x = 2 ta có $C_n^0 - 2C_n^1x + 2^2C_n^2 - 2^3C_n^3 + ... + (-2)^nC_n^n = (-1)^n$

Câu 10. (Chọn câu D)

Xét A = {0, 1, 2, ..., 9} (A có 10 phần tử)

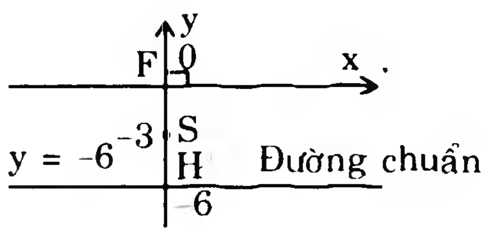
Số $x = \overline{abcba}$ (a, b, ... ∈ A)

$$\text{Có: }\begin{cases} 9 \text{ cách chọn số a } (a \neq 0) \\ 9 \text{ cách chọn số b } (b \neq a) \\ 8 \text{ cách chọn số c } (c \neq a \text{ và } c \neq b) \end{cases}$$

Vậy: có 9 × 9 × 8 = 648 số

Câu 11. (Chọn câu B)

Gọi H là hình chiếu của F lên đường chuẩn Δ. Đỉnh S của parabol là điểm đoạn FH, ta có H(0; -6) và S(0; -3)



Câu 12. (Chọn câu B)

$$(E): \frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{8} = 1$$

- Hai tiếp tuyến của (E) và hai tiếp tuyến này vuông góc nhau:

$$\begin{cases} Ax + By + C = 0 \quad (1) \text{ với } 10A^2 + 8B^2 = C^2 \ (1) \\ -Bx + Ay + C' = 0 \ (2) \text{ với } 10B^2 + 8A^2 = C'^2 \ (2) \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm của hai tiếp tuyến nói trên là nghiệm hệ phương trình (1) – (2)

$$\text{Ta có: } x = \frac{BC' - AC}{A^2 + B^2} \text{ và } y = \frac{-(BC + AC)}{A^2 + B^2} \Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{C^2 + C'^2}{A^2 + B^2}$$

Từ (1) và (2) ta lại có $C^2 + C'^2 = 18(A^2 + B^2)$.

Vậy: $x^2 + y^2 = 18$

Câu 13. (Chọn câu B)

$$\text{Gọi } G(m, 0) \in Ox, \text{ ta có: } \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 3m + 2 \\ y_A = -6 \end{cases}$$

Vậy tập hợp của A là đường thẳng y = -6 ngoại trừ giao điểm của đường thẳng BC với đường thẳng y = -6, đó là điểm (-10; -6)

Câu 14. (Chọn câu A)

- Phương trình mp (P') chứa d là:

  $m(x - 2z) + n(3x - 2y + z - 3) = 0$ $(m^2 + n^2 > 0)$

  $\Leftrightarrow (m + 3n)x - 2ny - (2m - n)z - 3n = 0$

- mp (P') $\perp$ mp (P) $\Leftrightarrow \overrightarrow{n_{P'}}.\overrightarrow{n_P} = 0$

  $\Leftrightarrow (m + 3n) - 2(-2n) - (2m - n) = 0 \Leftrightarrow 8n - m = 0$

  Chọn $n = 1 \Rightarrow m = 8$

  Vậy phương trình mp (P') là: $11x - 2y - 15z - 3 = 0$

Câu 15. (Chọn câu C)

- Mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 10y - 2z - 1 = 0$ có tâm $I(-1; 5; 1)$
- (d) cắt mặt cầu tại A vàB sao cho AB có độ dài lớn nhất

  $\Leftrightarrow$ (d) qua I

  $$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 + 5m + l - 3 + 8 = 0 \\ -1 + 20 + (3m - 5) - (4l - 1) = 0 \end{cases}$$

  $$\Leftrightarrow \begin{cases} 5m + l = -2 \\ 3m - 4l = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ l = 3 \end{cases}$$

Câu 16. (Chọn câu D)

Vectơ chỉ phương của d_1 và d_2 lần lượt là:

$$\overrightarrow{a_1} = (1; 3; -4) \text{ và } \overrightarrow{a_2} = \left(-3; -1; -\frac{3}{2}\right)$$

- Ta thấy $\overrightarrow{a_1}.\overrightarrow{a_2} = 0 \Rightarrow d_1 \perp d_2$
- Giải hệ phương trình $\begin{cases} d_1 \\ d_2 \end{cases}$, ta có:

$$\begin{cases} -1 - 3t + 3 - t - \dfrac{7}{2} - \dfrac{8}{2}t - 4 = 0 \\ 2(-1 - 3t) - 2(3 - t) + \dfrac{7}{2} + \dfrac{3}{2}t + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \end{cases} \Leftrightarrow t = -1$$

Vậy d_1 và d_2 cắt nhau tại điểm $(2; 4; -2)$

Câu 17. (Chọn câu A)

$\sin x + \cos x = \sqrt{2}(2 - \sin 3x)$

- Vế trái $= \sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \le \sqrt{2}$
- Vế phải $= \sqrt{2}(2 - \sin 3x) \ge \sqrt{2}$

Phương trình $\Leftrightarrow$ VT = VP $= \sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = 1 & (1) \\ \sin 3x = 1 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) ta có: $x + \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$ hay: $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi$

$\Leftrightarrow$ $3x = \dfrac{3\pi}{4} + k6\pi \Rightarrow 3x$ không thỏa phương trình (2) $\Rightarrow$ phương trình đã cho vô nghiệm

Câu 18. (Chọn câu B)

$$\sqrt{2x^2 + 9} < 3 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x > 0 \\ 2x^2 + 9 < (3 - x)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x^2 + 6x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -6 < x < 0$$

Câu 19. (Chọn câu C).

$$6^{\log_6^2 x} + x^{\log 6\, x} \le 12 \quad (*) \quad (x > 0)$$

Ta có: $6^{\log_6^2 x} + (6^{\log 6\, x})^{\log 6\, x} = x^{\log 6\, x} \le 12$

Vậy phương trình (*) $\Leftrightarrow 2.6^{\log_6^2 x} \le 12 \Leftrightarrow 6^{\log_6^2 x} \le 6$

$\Leftrightarrow \log_6^2 x \le 1 \Leftrightarrow -1 \le \log_6 x \le 1$

$\Leftrightarrow 6^{-1} \le x \le 6^1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{6} \le x \le 6$

Câu 20. (Chọn câu B)

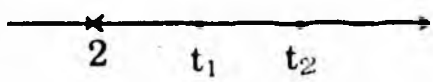
$$x\sqrt{x} - 8x(m + 12)\sqrt{x} - 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{x} \ge 0 \\ t^3 - 8t^2 + (m + 12)t - 2m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{x} \ge 0 \\ (t - 2)[t^2 - 6t + m] = 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{x} \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} t = 2 \Rightarrow x = 4 \\ t^2 - 6t + m = 0 \ (1) \end{array}\right. \end{cases}$$

Phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm t_1, t_2 phân biệt và lớn hơn 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - m > 0 \\ 1.f(2) = m - 8 > 0 \\ \dfrac{S}{2} > 2 \Leftrightarrow 3 > 2 \text{ (hiển nhiên)} \end{cases}$$



với $f(t) = t^2 - 6t + m \Leftrightarrow 8 < m < 9$

ĐỀ SỐ 13

Câu 1. Cho $f(x) = 2x^2 - x + 2$ và $g(x) = f(\sin x)$. Tính $g'(x)$?

A. $g'(x) = 2\cos 2x - \sin x$ B. $g'(x) = 2\sin 2x + \cos x$

C. $g'(x) = 2\sin 2x - \cos x$ D. $g'(x) = 2\cos 2x + \sin x$

Câu 2. Cho hàm số $y = -2x^3 + 6x^2 + x - 2$ có đồ thị (C)

Tìm M $\in$ (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M có hệ số góc lớn nhất?

A. M(0, −2) B. M(−1, 5) C. M(1, 3) D. M(2, 8)

Câu 3. Hàm số $y = \dfrac{2x^2 + 4x + 5}{x^2 + 1}$ có bảng biến thiên nào sau đây?

A.

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	6	$\searrow$	2

B.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	1	$\nearrow$	2

C.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	2

D. Một kết quả khác

Câu 4. Điều kiện của m để hàm số $y = mx^4 - (m-1)x^2 + m$ có ba cực trị là:

A. $m > 0$ B. $m < 1$ C. $0 < m < 1$ D. $m < 0 \vee m > 1$

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho elip (E): $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. Gọi F_1 và F_2 là hai tiêu điểm của (E). Lấy điểm M(x; y) $\in$ (E). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $MF_1^2 + MF_2^2 = 50 - \dfrac{32}{25}x^2$ B. $MF_1^2 + MF_2^2 = 50 + \dfrac{32}{25}x^2$

C. $MF_1^2 + MF_2^2 = 50 + \dfrac{32}{25}y^2$ D. $MF_1^2 + MF_2^2 = 50 - \dfrac{32}{25}y^2$

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy, cho (P): $y^2 = 4x$. Trên (P) lấy hai điểm A và B có tung độ lần lượt bằng 4 và -1. Góc giữa hai tiếp tuyến của (P) tại A và B có số đo bao nhiêu?

A. 30^0 B. 45^0 C. 60^0 D. 90^0

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình chính tắc của hyperbol (H) có tâm sai $e = \frac{5}{4}$ và một tiêu điểm $F(0; -5)$

A. $-\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ B. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ C. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

Câu 8. Trong hkông gian Oxyz, mặt phẳng (α) cắt trục tọa độ tại các điểm $A(0; a; 0)$; $B(0; 0; b)$; $C(c; 0; 0)$ $(abc \neq 0)$ thì phương trình mặt phẳng (α) là:

A. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ B. $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} + \frac{z}{c} = 1$

C. $\frac{x}{c} + \frac{y}{a} + \frac{z}{b} = 1$ D. Một phương trình khác

Câu 9. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (α) có phương trình:

$2(m - 1)x + (m - 2^2)y - 4(1 - m)z + m^4 - 14 = 0)$

Tính m để mặt phẳng (α) song song với mp: $x - 3y + 2z + 1 = 0$

A. $m = 2 \vee m = \frac{3}{2}$ B. $m = 2$

C. $m = \frac{3}{2}$ D. Một đáp số khác

Câu 10. Trong không gian Oxyz, cho tứ diện ABCD. Độ dài đường cao vẽ từ D của tứ diện ABCD cho bởi công thức nào sau đây:

A. $h = \frac{\left|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right|}$ B. $h = \frac{1}{3}\frac{\left|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right|}$

C. $h = \frac{\left|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}\right|}{\left|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]\right|}$ D. $h = \frac{1}{3}\frac{\left|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}\right|}{\left|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]\right|}$

Câu 11. Tính $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x^6}dx$

A. $I = \frac{1}{25}\left(1 - 5e^5 - \frac{1}{e^5}\right)$ B. $I = \frac{1}{5}\left(1 + 5e^5 - \frac{1}{e^5}\right)$

C. $I = \frac{1}{25}\left(1 - \frac{5}{e^5} - 1 + \frac{1}{e}\right)$ D. Một đáp số khác

Câu 12. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường:

$y = x^2 + x + \cos^2 x$, $y = x - \frac{1}{2}$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Diện tích của D là:

A. $\frac{\pi}{24}(\pi^2 + 6)$ B. $\frac{\pi}{24}(\pi^2 + 12)$

C. $\frac{\pi}{24}(\pi^2 + 24)$ D. Một đáp số khác

Câu 13. Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi các đường y = 0,

$\sqrt{\sin^6 x + \cos^6 x}$, trục Oy và $x = \frac{\pi}{2}$. Cho H quay xung quanh trục Ox ta

sẽ có một vật thể tròn xoay có thể tích là:

A. $V = \frac{4\pi^2}{5}$ B. $V = \frac{5\pi^2}{4}$ C. $V = \frac{5\pi^2}{16}$ D. $V = \frac{16\pi^2}{5}$

Câu 14. Bằng cách sử dụng công thức khai triển $(a + b)^n$

Tính $S_n = 1.C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + ... + 2^nC_n^n$

A. $S_n = 2^n$ B. $S_n = 3^n$

C. $S_n = 4^n$ D. Một kết quả khác

Câu 15. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5 ?

A. 26085 B. 26850 C. 25860 D. 28560

Câu 16. Từ một nhóm công nhân gồm 6 nam và 4 nữ, người ta muốn thành lập một ban điều hành gồm 4 người trong đó phải có cả nam lẫn nữ. Biết rằng trong 2 người, cậu A và cô B, có và chỉ có 1 người trong ban điều hành nói trên. Hỏi có mấy cách thành lập ban điều hành?

A. 100 B. 101 C. 110 D. 210

Câu 17. Tìm nghiệm của phương trình:

$\tan x + \tan^2 x + \tan^3 x + \cot x + \cot^2 x + \cot^3 x = -2$ với $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$

A. $x = -\frac{\pi}{6}$ B. $x = -\frac{\pi}{4}$

C. $x = -\frac{\pi}{3}$ D. Một đáp số khác

Câu 18. Xác định m để hàm số $y = (m + 1)\cos 2x + \frac{mx - 1}{2}$ luôn nghịch biến.

A. $m \in \left[-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right]$

B. $m \in \left[-\frac{3}{2}, 0\right]$

C. $m \in \left[-\frac{4}{3}, -\frac{4}{5}\right]$

D. $m \in \left[-\frac{5}{3}, -\frac{5}{4}\right]$

Câu 19. Định m để phương trình $2x^2 - (2m + 1)x + m = 0$ có nghiệm duy nhất thuộc khoảng (0, 1)

A. $m < 0 \vee m > 1$

B. $m \le 0 \vee m \ge 1$

C. $0 \le m \le 1$

D. $0 < m < 1$

Câu 20. Cho $0 \le x \le 3$ và $0 \le y \le 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$A = (3 - x)(4 - y)(2x + 3y)$

A. 18

B. 12

C. 36

D. A không có giá trị lớn nhất

ĐÁP ÁN ĐỀ 13

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	B	6	D	11	D	16	B
2	C	7	A	12	B	17	B
3	A	8	D	13	C	18	C
4	C	9	B	14	B	19	B
5	B	10	C	15	D	20	C

GIẢI ĐỀ SỐ 13

Câu 1. (Chọn câu B)

$f(x) = 2x^2 - x + 2$

$\Rightarrow g(x) = f(\sin x) = 2\sin^2 x - \sin x + 2$

$\Rightarrow g'(x) = 4\sin x\cos x - \cos x = 2\sin 2x - \cos x$

Câu 2. (Chọn câu C)

Lấy điểm $M(x_0, y_0) \in (A)$, hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại M là

$k = f'(x_0) = -6x_0^2 + 12x_0 + 1$

Hay: $k = -6(x_0 - 1)^2 + 7 \le 7$ (dấu "=" xảy ra khi $x_0 = 1$)

Vậy: $k_{LN} = 7$ khi $M(1, 3)$

Câu 3. (Chọn câu A)

$$y = \frac{2x^2 + 4x + 5}{x^2 + 1} \quad (D = \mathbb{R})$$

- Tiệm cận ngang $y = 2$
- $y' = \dfrac{-4x^2 - 6x + 4}{(x^2 + 1)^2}$
- $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \Rightarrow y = 1 \\ x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow y = 6 \end{array}\right.$

Câu 4. (Chọn câu C)

$y = mx^4 + (m-1)x^2 + m \Rightarrow y' = 2x[2mx^2 + (m-1)]$

Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $2mx^2 + (m-1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\neq 0$

$\Leftrightarrow m(m-1) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1$

Câu 5. (Chọn câu B)

Ta có: $c = \sqrt{a^2 + b^2} = 4 \Rightarrow e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{4}{5}$

$$\begin{cases} MF_1 = a + ex = 5 + \dfrac{4}{5}x \\ MF_2 = a - ex = 5 - \dfrac{4}{5}x \end{cases}$$

$\Rightarrow MF_1^2 + MF_2^2 = 50 + \dfrac{32}{25}x^2$

Câu 6.(Chọn câu D)

(P): $y^2 = 4x$

$A(4, 4)$ và $B\left(\dfrac{1}{4}; -1\right) \in (P)$

Phương trình tiếp tuyến của (P) tại A và B là:

$$\begin{cases} y_A.y = 2(x + x_A) \\ y_B.y = 2(x + x_B) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y = 2(x+4) \\ -y = 2\left(x + \dfrac{1}{4}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 4 = 0 \quad (d_1) \\ 2x + y + \dfrac{1}{2} = 0 \quad (d_2) \end{cases}$$

Ta dễ thấy $d_1 \perp d_2$ vì $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2} = 0$

Câu 7. (Chọn câu A)

Tiêu điểm của (H) là F(0; –5) nên phương trình chính tắc của (H) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$

- Ta có $c = 5$ mà $a^2 + b^2 = c^2$ nên $a^2 + b^2 = 25$ (1)
- Tâm sai $e = \frac{c}{b} \Leftrightarrow \frac{5}{4} = \frac{5}{b} \Leftrightarrow b = 4$ (2)
- Từ (1) và (2) $\Rightarrow a^2 = 9$

Vậy phương trình chính tắc của (H) là $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

Câu 8. (Chọn câu D)

Câu 9. (Chọn câu B)

Hai mặt phẳng đã cho song song nhau

$$\Leftrightarrow \frac{2(m-1)}{2} = \frac{m-2m^2}{-3} = \frac{-4(1-m)}{2} \neq \frac{m^4-14}{1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -6(m-1)m - 2m^2 \\ 2(m-1) \neq m^4 - 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 - 7m + 6 = 0 \\ 2(m-1) \neq m^4 - 14 \end{cases} \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = \frac{3}{2} \end{array}\right.$$

Chỉ có $m = 2$ thỏa mãn (*)

Câu 10. (Chọn câu C)

Độ dài chiều cao vẽ từ D của tứ diện ABCD là:

$$h = \frac{3V_{ABCD}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}|}{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]|}$$

Câu 11. (Chọn câu D)

$$I = \int_1^e \frac{\ln x}{x^6}dx \begin{cases} u = \ln x \Rightarrow du = \frac{dx}{x} \\ dv = \frac{1}{x^6}dx \Rightarrow v = -\frac{1}{5x^5} \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } I = -\frac{1}{5x^5}\ln x\Big|_1^e + \frac{1}{5}\int_1^e \frac{dx}{x^6} = -\frac{1}{5e^5} - \frac{1}{25}\left[\frac{1}{x^5}\right]_1^e = \frac{1}{25}\left(1 - \frac{6}{e^5}\right)$$

Câu 12. (Chọn câu B)

Ta thấy $(x^2 + x + \cos^2 x) - \left(x - \frac{1}{2}\right) = x^2 + \cos^2 x + \frac{1}{2} > 0$

$$\text{Vậy: } S = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(x^2 + \cos^2 x + \frac{1}{2}\right)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(x^2 + \frac{2 + \cos 2x}{2}\right)dx$$

$$= \left[\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{4}\sin 2x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^3}{24} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{24}(\pi^2 + 12)$$

Câu 13. (Chọn câu C)

$$V = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} y^2dx = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\sin^6 x + \cos^6 x)dx = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1 - 3\sin^2 x + \cos^2 x)dx$$

$$= \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x\right)dx = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(1 - \frac{3}{4}.\frac{1 - \cos 4x}{2}\right)dx$$

$$= \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{5}{8} + \frac{3}{8}\cos 4x\right)dx = \pi\left[\frac{5}{8}x + \frac{3}{8}\sin 2x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{5\pi^2}{16}$$

Câu 14. (Chọn câu B)

Ta có $(a + b)^n = C_n^0a^n + C_n^1a^{n-1}b + C_n^2a^{n-2}b^2 + ... + C_n^nb^n$

Cho a = 1 và b = 2 ta được: $1.C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + ... + 2^nC_n^n = 3^n$

Câu 15. (Chọn câu D)

Xét tập A = {0, 1, 2, ... ,9} (A có 10 phần tử)

- **Xét số $\overline{abcde5} = x$**

Có: $\begin{cases} \bullet\ 8 \text{ cách chọn } a (a \neq 0 \text{ và } a \neq 5) \\ \bullet\ A_8^4 \text{ cách chọn } \overline{bcd} \end{cases}$

Vậy có $8.A_8^4$ số x

- **Xét số $\overline{abcde0} = y$** có A_9^5 cách chọn số $\overline{abcde}$

Kết luận: Có $A_8^4 + A_9^5 = 28560$ số theo yêu cầu của đề bài

Câu 16. (Chọn câu B)

Ta có một trong 6 khả năng sau:

- Cậu A + 3 nữ (không có B) ⇒ có C_3^3 cách chọn
- 1 nam (không phải A) + cô B + 2 nữ khác ⇒ có $C_5^1 \times C_3^2$ cách chọn
- Cậu A + 1 nam + 2 nữ (không có B) ⇒ có $C_5^1 \times C_3^2$ cách chọn
- 2 nam (không có A) + cô B + 1 nữ khác ⇒ có $C_5^2 \times C_3^1$ cách chọn
- Cậu A + 2 nam + 1 nữ (không phải B) ⇒ có $C_5^2 \times C_3^1$ cách chọn

- 3 nam (không có A) + nữ B $\Rightarrow$ có C_5^3 cách chọn

Vậy có $C_5^3 + C_5^1.C_3^2 + C_5^1.C_3^2 + C_5^2.C_3^1 + C_5^2.C_3^1 + C_5^3 = 101$ cách chọn

Câu 17. (Chọn câu B)

Phương trình đã cho được viết lại:

$$(\text{tg}x + \text{cotg}x) + (\text{tg}^2x + \text{cotg}^2x) + (\text{tg}^3x + \text{cotg}^3x) = -2$$

Đặt: $t = \text{tg}x + \text{cotg}x\,(|t| \geq 2)$, ta có:

- $t^2 = \text{tg}^2x + \text{cotg}^2x + 2 \Leftrightarrow \text{tg}^2x + \text{cotg}^2x = t^2 - 2$
- $\text{tg}^3x + \text{cotg}^3x = (\text{tg}x + \text{cotg}x)(\text{tg}^2x + \text{cotg}^2x - \text{tg}x.\text{cotg}x) = t(t^2 - 3)$

Vậy ta có phương trình $t + t^2 - 2 + t(t^2 - 3) = -2$

$$\Rightarrow t^3 + t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \text{ (loại)} \\ t = 1 \text{ (loại)} \\ t = -2 \text{ (nhận)} \end{array}\right.$$

Do đó $\text{tg}x + \text{cotg}x = -2 \Leftrightarrow \text{tg}x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4}\left(\text{vì } x \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)\right)$

Câu 18. (Chọn câu C)

Ta có $y' = \frac{m}{2} - 2(m + 1)\sin 2x$

Hàm số luôn nghịch biến $\Leftrightarrow y' \leq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{2} - 2(m + 1) \leq 0 \\ \frac{m}{2} + 2(m + 1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{4}{3} \leq m \leq -\frac{4}{5}$$

Câu 19. (Chọn câu B)

Đặt $f(x) = 2x^2 - (2m + 1)x + m$

Phương trình có nghiệm duy nhất thuộc khoảng (0, 1)

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \bullet\ f(0).f(1) < 0 \quad (1) \\ \bullet \text{ có 1 nghiệm } = 0 \text{ và nghiệm còn lại} \in (0, 1)\ (2) \\ \bullet \text{ có 1 nghiệm } = 1 \text{ và nghiệm còn lại} \in (0, 1)\ (3) \end{array}\right.$$

Mệnh đề (1) $\Leftrightarrow m(1 - m) < 0 \Leftrightarrow m < 0 \vee m > 1$

Mệnh đề (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ x = 0 \vee x = \frac{1}{2} \in (0, 1) \end{cases}$

Mệnh đề (3) $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ x = 1 \vee x = \frac{1}{2} \in (0,1) \end{cases}$

Kết luận $m \le 0 \vee m > 1$

Câu 20. (Chọn câu C)

Ta có: $A = \frac{1}{6}(6 - 2x)(12 - 3y)(2x + 3y)$

$$\le \frac{1}{6}\left[\frac{(6 - 2x) + (12 - 3y) + (2x + 3y)}{3}\right]^3 = 36$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 6 - 2x = 12 - 3y = 2x + 3y$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

ĐỀ SỐ 14

Câu 1. Đạo hàm cấp n của hàm số $y = \frac{1}{1 - x}$ là:

A. $y^{(n)} = \frac{n!}{(1 - x)^n}$

B. $y^{(n)} = \frac{n!}{(1 - x)^{n+1}}$

C. $y^{(n)} = \frac{(n + 1)!}{(1 - x)^n}$

D. $y^{(n)} = \frac{(n + 1)!}{(1 - x)^{n+1}}$

Câu 2. Cho hàm $y = e^{4x - 2x^2}$ (1)

Đồ thị hàm số (1) có hai điểm uốn, hoành độ hai điểm uốn này là:

A. $x = -\frac{1}{2}, x = -\frac{3}{2}$

B. $x = -\frac{1}{2}, x = \frac{3}{2}$

C. $x = \frac{1}{2}, x = \frac{3}{2}$

D. $x = \frac{1}{2}, x = -\frac{3}{2}$

Câu 3. Cho hàm số: $y = \frac{x^2 + mx + 2m - 1}{mx + 1}$ (C_m). Xác định m sao cho hàm số có cực trị và tiệm cận xiên của (C_m) đi qua gốc tọa độ.

A. $m = 1$

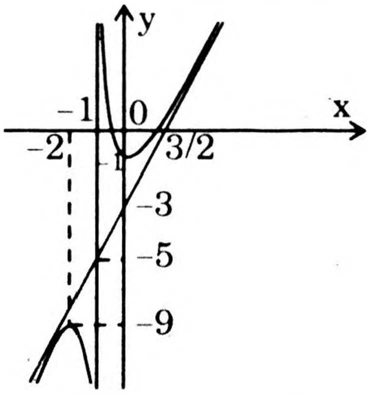
B. $|m| = 1$

C. $m = -1$

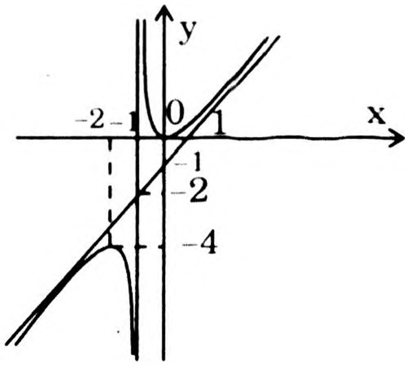
D. Một giá trị khác

Câu 4. Hình vẽ nào sau đây là đồ thị hàm số: $y = \dfrac{2x^2 - x + 1}{x + 1}$?

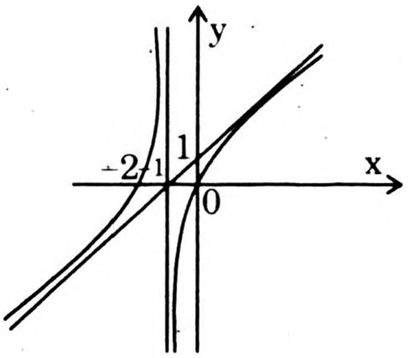
A.



B.



C.



D. Một hình vẽ khác

Câu 5. Bằng cách khai triển và lấy tích phân trên đoạn [0, 1] của hàm số $f(x) = (x + 1)^n$. Đặt: $S_n = \dfrac{1}{n+1} C_n^0 + \dfrac{1}{n} C_n^1 + \dfrac{1}{n-1} C_n^2 + ... + 1C_n^n$

Công thức nào sau đây đúng?

A. $S_n = \dfrac{2^n - 1}{n}$ B. $S_n = \dfrac{2^{n+1} - 1}{n + 1}$ C. $S_n = \dfrac{2^n - 1}{n + 1}$ D. $S_n = \dfrac{2^{n+1} + 1}{n + 1}$

Câu 6. Tính $I = \displaystyle\int_1^e \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx$

A. $I = \dfrac{3}{2}(\sqrt{2} - 1)$ B. $I = \dfrac{2}{3}(\sqrt{2} - 1)$

C. $I = \dfrac{3}{2}(2\sqrt{2} - 1)$ D. $I = \dfrac{2}{3}(2\sqrt{2} - 1)$

Câu 7. Biết một nguyên hàm của $\ln^2 x$ là $x\ln^2 x - 2x(\ln x - 1)$

Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $x = 0$, $y = e$. Cho D quay xung quanh Oy ta được một hình tròn xoay có thể tích là:

A. $V = \pi(e^2 - 2)$ B. $V = \pi(e^2 + 2)$

C. $V = \pi(e - 2)$ D. $V = \pi(e + 2)$

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm A(−2; 3) và đường thẳng Δ có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên Δ là

A. (−2; 1) B. (2; −1) C. (2; 1) D. (1; 2)

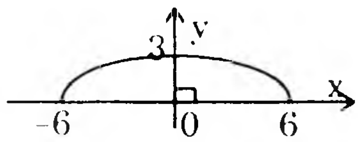
Câu 9. Tính a để elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ tiếp xúc với đường thẳng:

$2x - y + 6 = 0$

A. $a = 2\sqrt{2}$ B. $a = 3\sqrt{2}$ C. $a = 4\sqrt{2}$ D. $a = 5\sqrt{2}$

Câu 10. Hình vẽ trên đây là nửa elip được xác định bởi:

A. $\begin{cases} -3 \le y < 3 \\ y = \frac{1}{2}\sqrt{36 - x^2} \end{cases}$ B. $\begin{cases} |y| \le 3 \\ 4y^2 = 36 - x^2 \end{cases}$



C. $y = \frac{1}{2}\sqrt{36 - x^2}$ D. $\begin{cases} |x| \le 6 \\ y^2 = 9 - \frac{x^2}{4} \end{cases}$

Câu 11. Trong không gian Oxyz, cho mp α qua điểm (x_0, y_0, z_0) và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A, B, C)$. Công thức nào sau đây dùng để tính khoảng cách từ điểm (x_1, y_1, z_1) đến mp α.

A. $\frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + Ax_0 + By_0 + Cz_0|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

B. $\frac{|A(x_1 - x_0) + B(y_1 - y_0) + C(z_1 - z_0)|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

C. $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + Ax_1 + By_1 + Cz_1|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

D. $\frac{|A(x_1 + x_0) + B(y_1 + y_0) + C(z_1 + z_0)|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

Câu 12. Trong không gian Oxyz cho A(2; 0; 0); B(0; 4; 0); C(0; 0; 6). Tọa độ chân đường cao vẽ từ O(0, 0, 0) của tứ diện OABC là:

A. $\left(\frac{72}{49}, \frac{36}{49}, \frac{24}{49}\right)$ B. $\left(\frac{64}{45}, \frac{32}{45}, \frac{16}{45}\right)$

C. $\left(\frac{12}{7}, -\frac{12}{7}, \frac{12}{7}\right)$ D. $\left(-\frac{3}{5}, -\frac{3}{5}, \frac{3}{5}\right)$

Câu 13. Trong không gian Oxyz mặt cầu (S):
$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 11 = 0$ tiếp xúc với mpα có phương trình nào sau đây?

A. $2x - 2y + z + 5 = 0$ B. $2x - 2y + z - 7 = 0$

C. $2x - 2y + z + 6 = 0$ D. $2x - 2y + z - 10 = 0$

Câu 14. Có 4 nam sinh và 3 nữ sinh được sắp xếp ngồi trên một bàn dài (7 chỗ) sao cho nữ sinh ngồi xen kẽ giữa 2 nam sinh, cậu A và cô B ngồi kế nhau. Hỏi có mấy cách sắp xếp chỗ ngồi cho 7 học sinh nói trên.

A. 120 B. 110 C. 108 D. 72

Câu 15. Tính hệ số của x^8 trong khai triển $P(x) = \left(2x - \frac{1}{x^3}\right)^{24}$

A. $2^8C_{24}^4$ B. $2^{20}C_{24}^4$ C. $2^{16}C_{24}^{20}$ D. $2^{12}C_{24}^4$

Câu 16. Giải phương trình (ẩn là $n \in \mathbb{N}$ và $k \in \mathbb{N}$): $\frac{P_{n+5}}{P_{n-k}} = 240.A_{n+3}^{k+3}$

A. $n = 11$ và $k = 5$ B. $n = 14$ và $k = 8$

C. $n = 11$ và k tùy ý ≤ 11 D. $n = 14$ và $k \geq 5$

Câu 17. Cho biết $\tan\frac{a}{2} = -2$.

Tính giá trị của biểu thức: $P = \frac{2\sin 2a + 1}{tg2a + \cos a}$

A. $P = -\frac{511}{705}$ B. $P = \frac{511}{705}$ C. $P = -\frac{705}{511}$ D. $P = \frac{705}{511}$

Câu 18. Công thức nào sau đây để tính tan3a theo tana ? (đặt t = tana)

A. $\tan 3a = \frac{t^3 - 3t}{1 - 3t^2}$ B. $\tan 3a = \frac{t(t^2 + 3)}{3t^2 - 1}$

C. $\tan 3a = \frac{3t(t^2 - 1)}{3t^2 - 1}$ D. $\tan 3a = \frac{3t - t^2}{1 - 3t^2}$

Câu 19. Với giá trị nào của m thì phương trình: $m + \sqrt{2 - x} + \sqrt{6 + x} = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $-\sqrt{2} < m < 4$ B. $-4 < m < 2\sqrt{2}$

C. $-4 < m < -2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2} < m < 4$

Câu 20. Nghiệm của bất phương trình: $3.25^{x+1} - 152.15^x + 5.9^{x+1} \leq 0$ là:

A. $-2 \leq x \leq 1$ B. $-1 \leq x \leq 2$ C. $1 \leq x \leq 2$ D. $-2 \leq x \leq -1$

ĐÁP ÁN ĐỀ 14

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	B	6	D	11	B	16	B
2	C	7	C	12	A	17	A
3	A	8	C	13	C	18	D
4	A	9	A	14	D	19	C
5	B	10	C	15	B	20	A

GIẢI ĐỀ SỐ 14

Câu 1. (Chọn câu B)

Dùng công thức $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ và $(u^n)' = nu^{n-1}.u'$

Ta có: $y = \frac{1}{1-x} \Rightarrow y' = \frac{1}{(1-x)^2}$ (vì $u = 1 - x \Rightarrow u' = -1$)

$\Rightarrow y'' = \frac{2}{(1-x)^3}$

Giả sử: $y^{(n)} = \frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$

$$\Rightarrow y^{(n+1)} = y^{(n)'} = n!\frac{\left[(1-x)^n\right].(n+1)}{(1-x)^{2n+2}}$$

$$= \frac{n!(n+1)}{(1-x)^{n+2}} = \frac{(n+1)!}{(1-x)^{n+2}}$$

Vậy: $y^{(n)} = \frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$

Câu 2. (Chọn câu C)

$$y = e^{4x-2x^2} \Rightarrow y' = (4-4x)e^{4x-2x^2}$$

$\Rightarrow y'' = -4e^{4x-2x^2} + (4-4x)^2e^{4x-2x^2}$ hay $y'' = (16x^2 - 32x + 12)e^{4x-2x^2}$

Hoành độ điểm uốn là nghiệm phương trình y" = 0

$\Leftrightarrow 16x^2 - 32x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \vee x = \frac{3}{2}$

Câu 3. (Chọn câu A) (Xem câu 4 đề số 12)

Câu 4. (Chọn câu A)

- $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$
- Tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận xiên $y = 2x - 3$
- $y' = \frac{2x^2 + 4x}{(x+1)^2}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = -1 \\ x = -2 \Rightarrow y = -9 \end{array}\right.$$

Câu 5.(Chọn câu B).

$$(x+1)^n = C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-1} + \ldots + C_n^n$$

Lấy tích phân trên đoạn [0, 1] của hai vế ta có:

$$S_n = \frac{1}{n+1} C_n^0 + \frac{1}{n} C_n^1 + \frac{1}{n-1} C_n^2 + \ldots + 1.C_n^n$$

$$= \frac{(x+1)^{n+1}}{n+1}\Bigg|_0^1 = \frac{2^{n+1}-1}{n+1}$$

Câu 6.(Chọn câu D)

$$I = \int_1^e \frac{\sqrt{\ln x}}{x}dx \text{, đặt } t = \sqrt{1+\ln x} \Rightarrow t^2 = 1 + \ln x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{dx}{x} 2tdt \\ \begin{array}{c|cc} x & 1 & e \\ \hline t & 1 & \sqrt{2} \end{array} \end{cases}$$

Vậy: $I = 2\int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt = \frac{2}{3}[t^3]_1^{\sqrt{2}} = \frac{2}{3}(2\sqrt{2} - 1)$

Câu 7. (Chọn câu C)

Ta có: $V = \pi\int_1^e x^2 dy$ mà $y = e^x$ nên:

$$x = \ln y \Rightarrow V = \pi\int_1^e \ln^2 y dy = y\ln^2 y - 2y(\ln y - 1)\Big|_1^e$$

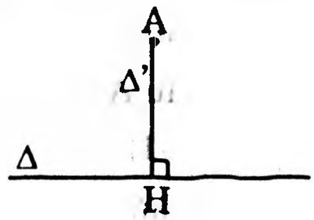
hay $V = \pi(e - 2)$

Câu 8. (Chọn câu C)

Đường thẳng Δ' qua A(–2, 3) và vuông góc với Δ nên Δ' có phương trình $(x + 2) + 2(y - 3) = 0$ hay $x + 2y - 4 = 0$

Tọa độ H là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} \Delta : 2x - y = 3 \\ A' : x + 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = 1$$



Vậy: H(2, 1)

Câu 9. (Chọn câu A)

Điều kiện tiếp xúc của đường thẳng và elip là: $a^2A^2 + b^2B^2 = C^2$ nên

$4a^2 + 4 = 36 \Leftrightarrow a^2 = 8 \Leftrightarrow a = 2\sqrt{2}$

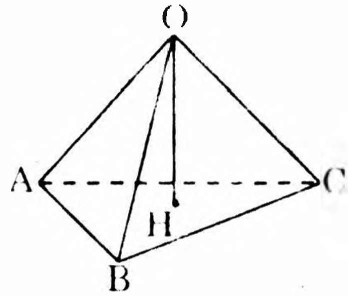
Câu 10. (Chọn câu C)

Câu 11. (Chọn câu B)

Câu 12. (Chọn câu A)

- mp(ABC): $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1$ hay: $6x+3y+2z-12=0$
- Phương trình tham số của đường cao OH là:

$$\begin{cases} x = 6t \\ y = 3t \text{ (vtcp của mp ABC = vtcp của OH)} \\ z = 2t \end{cases}$$



- Giải hệ phương trình $\begin{cases} \text{mpABC} \\ \text{đường cao OH} \end{cases}$

Ta có $6(6t)+3(3t)+2(2t)-12=0 \Leftrightarrow t=\frac{12}{49}$.

Vậy $H\left(\frac{72}{49},\frac{36}{49},\frac{24}{49}\right)$

Câu 13. (Chọn câu C)

Mặt cầu có tâm I(2, −1, 0) và bán kính $R=\sqrt{4+1+0+11}=4$.

Ta thấy khoảng cách từ I đến mp $(2x-2y+z+6=0)$ là:

$$d=\frac{|2(2)-2(-1)+0+6|}{3}=4=R$$

Câu 14. (Chọn câu D)

(Xem câu 18 đề số 10)

Câu 15. (Chọn câu B)

$$P(x)=\left(2x-\frac{1}{x^3}\right)^{24}=...+(-1)^k C_{24}^{24-k}(2x)^{24-k}\left(\frac{1}{x^3}\right)^k+...$$

$$=...+(-1)^k.2^{24-k}C_{24}^{24-k}x^{24-4k}+...$$

Cho $24-4k=8$ ta có $k=4$

Vậy hệ số của x^8 là $2^{20}.C_{24}^{20}=2^{20}.C_{24}^{4}$

Câu 16. (Chọn câu B)

Điều kiện $n, k \in \mathbb{N}$ và $k \le n$

$$\frac{P_{n+5}}{P_{n-k}}.240.A_{n+3}^{k+3} \Leftrightarrow \frac{(n+5)!}{(n-k)!}=240.\frac{(n+3)!}{(n-k)!} \Leftrightarrow (n+4)(n+5)=240$$

$$\Leftrightarrow n^2+9n-220=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=11 \text{ (chọn)} \\ n=-20 \text{ (loại)} \end{array}\right.$$

Câu 17. (Chọn câu A)

- $t=\tan a=\frac{a}{2}=-2 \Rightarrow \tan a=\frac{2t}{1-t^2}=\frac{4}{3}$ và $\cos a=\frac{1-t^2}{1+t^2}=-\frac{5}{3}$

- $T = \tan a = \dfrac{4}{3} \Rightarrow \begin{cases} \sin 2a = \dfrac{2T}{1 + T^2} = \dfrac{24}{25} \\ \tan 2a = \dfrac{2T}{1 - T^2} = -\dfrac{24}{7} \end{cases}$

Vậy: $P = \dfrac{\dfrac{48}{25} + 1}{-\dfrac{24}{7} - \dfrac{3}{5}} = -\dfrac{511}{705}$

Câu 18. (Chọn câu D)

- Ta có: $\tan 2a = \dfrac{2\tan a}{1 - \tan^2 a} = \dfrac{2t}{1 - t^2}$

- $\tan 3a = \tan(2a + a) = \dfrac{\tan 2a + \tan a}{1 - \tan a.\tan 2a} = \dfrac{\dfrac{2t}{1 - t^2} + t}{1 - t.\dfrac{2t}{1 - t^2}} = \dfrac{3t - t^3}{1 - 3t^2}$

Câu 19. (Chọn câu C)

Xét hàm số $y = \sqrt{2 - x} + \sqrt{6 + x} + m$

- $-6 \le x \le 2$
- $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{6 + x}} - \dfrac{1}{2\sqrt{2 - x}}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = -2$

- Bảng biến thiên:

x	-6		-2		2
y'	‖	+	0	-	‖
y	$m + 2\sqrt{2}$	↗	$m + 4$	↘	$m + 2\sqrt{2}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow m + 2\sqrt{2} < 0 < m + 4 \Leftrightarrow -4 < m < -2\sqrt{2}$

Câu 20. (Chọn câu A)

$\Leftrightarrow 75\left(\dfrac{25}{9}\right)^x - 152\left(\dfrac{5}{3}\right)^x + 45 < 0 \Leftrightarrow \dfrac{9}{25} \le \left(\dfrac{5}{3}\right)^x \le \dfrac{5}{3} \Leftrightarrow -2 \le x \le 1$

ĐỀ SỐ 15

Câu 1. Tính a, b, c để $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn

$f(x) + (x - 1).f'(x) = 3x^2, \forall x \in \mathbb{R}$

A. $a = b = c = 1$

B. $a = b = c = 1$ và $c = -1$

C. $a = -1, b = c = 1$

D. Một đáp số khác

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định tại x_0. Đạo hàm tại x_0 của $y = f(x)$, nếu có là: $f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{[f(x) - f(0)]}{x - x_0}$.

Tính $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{2}}{x - \frac{\pi}{2}}$

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\dfrac{1}{2}$

D. $-\dfrac{1}{2}$

Câu 3. Cho hàm số $y = x^2e^{-x}$. Câu nào sau đây đúng?

A. $2y' + y'' + y = 0$

B. $2y' + y'' + y = e^{-x}$

C. $2y' + y'' + y = 2e^{-x}$

D. $2y' + y'' + y = -2e^{-x}$

Câu 4. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số:

$y = \dfrac{(m + 1)(x^2 = mx) + m^2 - m - 2}{x - m}$ có tiệm cận?

A. $m \neq 1$ và $m \neq 2$

B. $m \neq -1$ và $m \neq -2$

C. $m \neq -1$ và $m \neq -2$

D. $m \neq 1$ và $m \neq -2$

Câu 5. Tìm một nguyên hàm F(x) của $f(x) = x.e^{-x}$

A. $F(x) = -(x - 1)e^{-x}$

B. $F(x) = (x - 1)e^{-x}$

C. $F(x) = -(x + 1)e^{-x}$

D. $F(x) = (x + 1)e^{-x}$

Câu 6. Tính a, b, c để $F(x) = (2x^2 + bx + c)\sqrt{2x - 3}$ là một nguyên hàm

$f(x) = \dfrac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}$ trên khoảng $\left(\dfrac{3}{2}, +\infty\right)$

A. $a = 4, b = 2, c = 1$

B. $a = 4, b = -2, c = 1$

C. $a = -4, b = -2, c = -1$

D. $a = -4, b = 2, c = -1$

Câu 7. Họ nguyên hàm F(x) của $f(x) = \dfrac{1}{\cos^2 2x.\sin^2 2x}$ là:

A. $F(x) = \dfrac{1}{2}(\tan 2x - \cot 2x) + C$

B. $F(x) = \dfrac{1}{2}(\cot 2x - \tan 2x) + C$

C. $F(x) = -\frac{1}{2}(\tan 2x + \cot 2x) + C$ D. $F(x) = \frac{1}{2}(\tan 2x + \cot 2x) + C$

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy phương trình tham số của đường thẳng $2x - 3y - 6 = 0$

A. $\begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 6 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = 2 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 6 - 3t \\ y = 2 - 2t \end{cases}$

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy, cho ba vectơ

$$\vec{a} = (-16, 13),\ \vec{b} = (-2, 5) \text{ và } \vec{c} = (4, -1).$$

Câu nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} = 2\vec{b} - 3\vec{c}$ B. $\vec{a} = 3\vec{c} - 2\vec{b}$

C. $\vec{a} = 2\vec{b} + 3\vec{c}$ D. $\vec{a} = -2\vec{b} - 3\vec{c}$

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy, cho Δ ABC, với A(0, 6); B(-4, 4); C(2, 5). Gọi D là giao điểm của BC với phân giác trong $\widehat{A}$. Tìm tọa độ của D?

A. $D\left(0, \frac{14}{3}\right)$ B. $D\left(-1, \frac{14}{3}\right)$ C. $D\left(-2, \frac{14}{5}\right)$ D. $D\left(-1, \frac{13}{4}\right)$

Câu 11. Trong không gian Oxyz, cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ và $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$. Tích có hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ký hiệu $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$. Tọa độ của $\vec{c}$ là:

A. $(a_2b_3 - a_3b_2;\ a_1b_3 - a_3b_1;\ a_1b_3 - a_2b_1)$

B. $(a_2b_3 - a_3b_2;\ b_1a_3 - b_3a_1;\ a_1b_2 - a_2b_1)$

C. $(a_1b_2 - a_2b_1;\ a_3b_2 - a_2b_3;\ a_3b_1 - a_1b_3$

D. $(a_3b_2 - a_2b_3;\ b_1a_3 - b_3a_1;\ a_1b_2 - a_2b_1)$

Câu 12. Trong không gian Oxyz, cho tứ diện ABCD với A(-1, 3, 0); B(0, 2, -3); C(0, 0, -1); D(1, 1, 2) thể tích tứ diện ABCD là:

A. $V = \frac{8}{3}$ đvdt B. $V = \frac{7}{5}$ đvdt C. $V = \frac{3}{8}$ đvdt D. $V = \frac{5}{7}$ đvdt

Câu 13. Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a} = (4, -2, m)$ và $\vec{b} = (2, 1, 2)$. φ là góc nhọn tạo bởi $\vec{a}$ và $\vec{b}$, biết $\cos\varphi = \frac{7}{9}$. Tính m?

A. $m = \frac{164}{13}; V_m = 1$ B. $m = 3;\ V_m = \frac{164}{13}$

C. $m = \frac{13}{164}; V_m = 4$ D. $m = 4;\ V_m = \frac{164}{13}$

Câu 14. Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5 ta có thể thành lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 8 chữ số trong đó chữ số 1 hiện diện 3 lần và các chữ số còn lại khác nhau đôi một, hiện diện 1 lần và khác 1?

A. 5880 B. 5808 C. 8508 D. 8058

Câu 15. Từ 8 công nhân ưu tú, người ta thành lập một ban chấp hành công đoàn gồm một chủ tịch, một phó chủ tịch và ba ủy viên. Hỏi có bao nhiêu cách thành lập ban chấp hành công đoàn, biết 8 công nhân nói trên đều bình đẳng về mọi phương diện.

A. 1020 B. 1120 C. 1210 D. 1102

Câu 16. Rút gọn biểu thức $A = 4(\sqrt{3}\cos^3 a + \sin^3 a) - 3(\sqrt{3}\cos a + \sin a)$ ta được:

A. $A = 2\cos\left(3a - \frac{\pi}{6}\right)$ B. $A = 2\cos\left(3a + \frac{\pi}{3}\right)$

C. $A = 2\cos\left(3a + \frac{\pi}{6}\right)$ D. $A = \sqrt{3}\cos\left(3a - \frac{\pi}{4}\right)$

Câu 17. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$y = \dfrac{1 - 4\sin 2x}{2 + \cos 2x}$ lần lượt bằng:

A. 3 và $-\frac{5}{3}$ B. 3 và $\frac{5}{3}$ C. $\frac{5}{3}$ và -3 D. $-\frac{5}{3}$ và -3

Câu 18. Cho Δ ABC, công thức nào sau đây đúng?

($a = BC$, $b = CA$, $c = AB$)

A. $a = b.\cos C - c.\cos B$ B. $a = b.\cos C + c.\cos B$

C. $a = b.\sin C - c.\sin B$ D. $a = b.\sin C + c.\sin B$

Câu 19. Với giá trị nào của m thì phương trình sau có nghiệm?

$(2m + 1).\cos 2x - 2m\sin x.\cos x - m + 1 = 0$

A. $-\frac{2}{3} \le m \le 0$ B. $0 \le m \le \frac{2}{3}$

C. $m \le -\frac{3}{2} \vee 0 \le m$ D. $m \le 0 \vee \frac{2}{3} \le m$

Câu 20. Tìm $m \in (-\pi, \pi)$ thỏa phương trình: $\cos 2x + 3.\cos x - 1 = 0$

A. $x = \pm\frac{\pi}{6}$ B. $x = \pm\frac{\pi}{3}$

C. $x = \pm\frac{\pi}{4}$ D. Một kết quả khác

ĐÁP ÁN ĐỀ 15

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	A	6	B	11	B	16	C
2	A	7	A	12	A	17	A
3	C	8	D	13	D	18	B
4	C	9	A	14	A	19	C
5	C	10	A	15	B	20	B

GIẢI ĐỀ SỐ 15

Câu 1.(Chọn câu A)

$$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f'(x) = 2ax + b$$

Vậy: $f(x) + (x - 1)f'(x) = 3x^2, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow ax^2 + bx + c(x - 1)(2ax + b) = 3x^2, \forall x$

$\Leftrightarrow 3ax^2 + 2(b - a)x + (c - b) = 3x^2, \forall x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 3 \\ b - a = 0 \\ c - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 1$$

Câu 2. (Chọn câu A)

Dựa vào định nghĩa đạo hàm ta có $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ và $x_0 = \frac{\pi}{2}$

Vậy $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{2}}{x - \frac{\pi}{2}} = f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$

Mà $f'(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 3. (Chọn câu C)

$y = x^2.e^{-x} \Rightarrow y' = (-x^2 + 2x)e^{-x}$

$\Rightarrow y'' = (x^2 - 2x - 2x + 2)e^{-x} = (x^{21} - 4x + 2)e^{-x}$

Vậy: $2y' + y'' + y = 2e^{-x}$

Câu 4. (Chọn câu C)

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận khi nghiệm của mẫu ($x = m$) không phải là nghiệm của tử

Vậy: $(m + 1)(m^2 - m^2) + m^2 - m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$ và $m \neq 2$

Câu 5. (Chọn câu C)

$$F(x) = \int xe^{-x}dx \quad \begin{cases} u = x \Rightarrow du = dx \\ dx = e^{-x}dx \Rightarrow v = -e^{-x} \end{cases}$$

Vậy: $F(x) = -xe^{-x} + \int e^{-x}dx = -(x+1)e^{-x}$

Câu 6. (Chọn câu B)

F(x) là một nguyên hàm của f(x) trên $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$

$\Leftrightarrow F'(x) = f(x),\ x \in \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$

$\Leftrightarrow (2ax + b)\sqrt{2x-3} + \dfrac{ax^2 + bx + c}{\sqrt{2x-3}} = \dfrac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$

$\Leftrightarrow (2ax + b)(2x - 3) + ax^2 + bx + c = 20x^2 - 30x + 7$

$\Leftrightarrow 5ax^2 - 3(2a - b) + (c - 3b) = 20x^2 - 30x + 7$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5a = 20 \\ 3(2a - b) = 30 \\ c - 3b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{cases}$

Câu 7. (Chọn câu A)

$$f(x) = \frac{1}{\cos^2 2x.\sin^2 2x} = \frac{1}{\cos^2 2x} + \frac{1}{\sin^2 2x}$$

Vậy họ nguyên hàm của f(x) là $F(x) = \frac{1}{2}(\tan 2x - \cot 2x) + C$

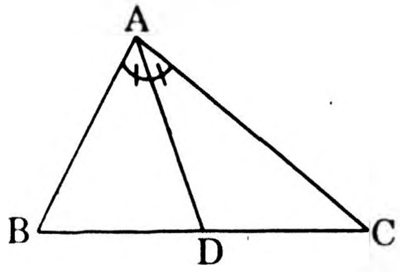
Câu 8. (Chọn câu D)

Đường thẳng $2x - 3y - 6 = 0$ $\begin{cases} \text{qua điểm } (6, 2) \\ \text{có vtcp } \vec{a} = (-3, -2) \end{cases}$

$\Rightarrow$ Phương trình tham số của đường thẳng là: $\begin{cases} x = 6 - 3t \\ y = 2 - 2t \end{cases}$

Câu 9. (Chọn câu A)

$\vec{a} = (-16, 13)$ $\begin{cases} 2\vec{b} = (-4, 10) \\ 3\vec{c} = (12, 3) \end{cases}$



$\Leftrightarrow 2\vec{b} - 3\vec{c} = (-16, 13) = \vec{a}$

Câu 10. (Chọn câu A)

Ta có: $\dfrac{DB}{DC} = \dfrac{AB}{AC} = 2 \Leftrightarrow \overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \dfrac{x_B + 2x_C}{1+2} = 0 \\ y_D = \dfrac{y_B + 2y_C}{1+2} = \dfrac{14}{3} \end{cases}$$

Câu 11. (Chọn câu B)

$$\begin{cases} \vec{a} = (a_1, a_2, a_3) \\ \vec{b} = (b_1, b_2, b_3) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & a_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & a_1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & a_2 \end{vmatrix} \right)$$

Câu 12. (Chọn câu A)

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}\right| \text{ với } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1, -1, -3) \\ \overrightarrow{AC} = (1, -3, -1) \\ \overrightarrow{AD} = (2, -2, 2) \end{cases}$$

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-8, -2, -2)$; $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD} = -16 + 4 - 4 = -16$

Vậy: $V = \dfrac{16}{6} = \dfrac{8}{3}$

Câu 13. (Chọn câu D)

Ta có: $\cos\varphi = \dfrac{|\vec{a}.\vec{b}|}{|\vec{a}|.|\vec{b}|} \Leftrightarrow \dfrac{7}{9} = \dfrac{|2m - 6|}{3\sqrt{m^2 + 20}}$

$\Leftrightarrow 49(m^2 + 20) = 9(2m - 6)^2$

$\Leftrightarrow 13m^2 - 216m + 656 = 0 \Leftrightarrow m = 4 \vee m = \dfrac{164}{13}$

Câu 14. (Chọn câu A)

Xét tập A = {0, 1, 2, 3, 4, 5} (A có 6 phần tử)

- Xét số $x = \overline{abcdefgh}$ (trong đó chữ số 1 hiện diện 3 lần, các chữ số còn lại khác nhau đôi một, khác 1 và hiện diện một lần)

Có: $\begin{cases} C_8^3 \text{ vị trí cho chữ số 1} \\ 5! \text{ vị trí cho các chữ số còn lại} \end{cases}$

Vậy có $5!.\ C_8^3$ số x (trong các số x này bao gồm các số có $a \neq 0$, $a = 0$)

- Xét số $y = \overline{0bcdefgh}$ (thỏa mãn các điều kiện như số x)

Có: $\begin{cases} C_7^3 \text{ vị trí cho chữ số 1} \\ 4! \text{ vị trí cho các chữ số còn lại} \end{cases}$

Vậy có $4!.C_7^3$ số y

Do đó có $\underbrace{5!C_8^3 - 4!C_7^3}_{5880}$ số phải tìm

Câu 15. (Chọn câu B)

$$\begin{cases} \text{Số cách chọn chủ tịch và phó chủ tịch là } A_8^2 \\ \text{Số cách chọn 3 ủy viên là } C_6^3 \end{cases}$$

Vậy có $A_8^2.C_6^3 = 1120$ cách chọn

Câu 16. (Chọn câu C)

Ta có $A = \sqrt{3}(4\cos^3 a - 3\cos a) - (3\sin a - 4\sin^3 a)$

$$= \sqrt{3}\cos 3a - \sin 3a = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 3a - \frac{1}{2}\sin 3a\right)$$

$$= 2\left(\cos 3a\cos\frac{\pi}{6} - \sin 3a\sin\frac{\pi}{6}\right) = 2\cos\left(3a + \frac{\pi}{6}\right)$$

Câu 17. (Chọn câu A)

$$y = \frac{1 - 4\sin 2x}{2 + \cos x}\ (D = \mathbb{R}) \Leftrightarrow y\cos 2x + 4\sin 2x = 1 - 2y$$

Điều kiện để phương trình này có nghiệm là:

$$y^2 + 16 \geq (1 - 2y)^2 \Leftrightarrow 3y^2 - 4y - 15 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{3} \leq y \leq 3$$

Câu 18. (Chọn câu B)

Ta có $\sin A = \sin(B + C)$ hay $\sin A = \sin B.\cos C + \sin C.\cos B$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{2R} = \frac{b}{2R}\cos C + \frac{c}{2R}\cos B \Leftrightarrow a = b\cos C + c\cos B$$

Câu 19. (Chọn câu C)

Phương trình: $(2m + 1)\cos 2x - 2m\sin x.\cos x - m + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (2m + 1)\cos 2x - m\sin 2x = m - 1$

Điều kiện để phương trình này có nghiệm là:

$$(2m + 1)^2 + m^2 \geq (m - 1)^2 \Leftrightarrow 4m^2 + 6m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2} \vee m \geq 0$$

Câu 20. (Chọn câu B)

$$\cos 2x + 3\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = -2 \text{ (loại)} \\ \cos x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

$$\text{Vậy: } \begin{cases} -\pi < x < \pi \\ \cos x = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3}$$

ĐỀ SỐ 16

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{|x| - 1}{|x| + 1}$. Tìm câu đúng

A. f là hàm số lẻ

B. Với mọi số thực x, ta có: $-1 \le f(x) < 1$

C. f có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$

D. Đồ thị của f cắt trục hoành Ox tại duy nhất một điểm

Câu 2. Cho hàm số f xác định bởi: $y = f(x) = -2x + \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{\sqrt{|x|}}$.

Tìm câu đúng.

A. f là hàm số lẻ

B. f là hàm số chẵn

C. f có miền xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

D. Đồ thị của hàm số f qua điểm $(-1; 1)$

Câu 3. Cho hàm số y xác định bởi: $f(x) = \dfrac{x}{\ln x + 1}$. Tìm câu đúng

A. Miền xác định của f là: $D = (0, +\infty) \setminus \left\{\dfrac{1}{e}\right\}$

B. f có đạo hàm f': $f'(x) = \dfrac{\ln x}{(\ln x + 1)^2}$

C. f tăng trên $[1, +\infty)$

D. A, B, C đều đúng

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x}{2} + \dfrac{e^x}{x + 1}$. Tìm câu sai

A. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

B. f có đạo hàm $f'(x) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{x.e^x}{(x + 1)^2}$

C. Giá trị của đạo hàm của f tại $x = 1$ bằng $\dfrac{2 + e}{4}$

D. Đồ thị của hàm số có đường tiệm cận xiên $y = \dfrac{x}{2} + 1$

Câu 5. Cho hàm số xác định trên $D = (-2; 2)$: $f(x) = -\dfrac{x}{(x - 2)(x + 2)^2}$

Tìm câu đúng

A. Đồ thị của hàm số có tâm đối xứng

B. $f(x) = \frac{1}{8}\left[\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{(x-2)^2}\right]$

C. f(x) có một nguyên hàm: $F(x) = \frac{1}{8}\ln\left(\frac{x-2}{x+2}\right) + \frac{1}{2(x+2)}$

D. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

Câu 6. Cho hàm số f xác định với $x \neq -1$ bởi: $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{e^x}{x+1}$ có đồ thị (C). Tìm câu đúng

A. (C) nhận tại điểm có hoành độ bằng 1, một tiếp tuyến có hệ số góc bằng $\frac{1+e}{2}$

B. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$

C. (C) có đường tiệm cận xiên (Δ): $y = \frac{x}{2}$

D. A, B, C đều sai

Câu 7. Cho hàm số f xác định bởi $f(x) = x^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{x}\right)$, với $x \neq 0$. Tìm câu đúng

A. Với mọi $x \neq 0$, ta có $0 \leq f(x) \leq x^2$ B. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 1$

C. f(x) = 0 khi x = 1 D. A, B, C đều sai

Câu 8. Cho A, B, C là ba điểm không thẳng hàng, và $x \in \mathbb{R}$. Gọi M và N là hai điểm được xác định bởi:

$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + (1-x)\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AN} = (1-x)\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. Tìm câu đúng

A. Với mọi $x \in \mathbb{R}$, $N \in BC$

B. Khi $x = -\frac{1}{2}$ thì BCMN là một hình bình hành

C. Khi x = 3 thì $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = -3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

D. B và C đều đúng

Câu 9. Cho trong không gian Oxyz ba điểm M(1, -2, 4); N(-2, -6, 5); P(5, 1, 2). Phương trình của mặt phẳng qua ba điểm MNP là:

A. $5x - 2y + 7z + 37 = 0$ B. $5x + 2y + 7z - 37 = 0$

C. $5x - 2y + 7z - 37 = 0$ D. Một kết quả khác

Câu 10. Cho trong không gian Oxyz bốn điểm M(1; -2; 4); N(-2; -6; 5); P(5; 1; 2); Q(1; -5; -8). Tìm câu đúng

A. MQ ⊥ mp (MNP) B. Diện tích ΔMNP bằng $\sqrt{78}$

C. mp(MNP) ⊥ mp(MPQ) D. Chỉ có A đúng

Câu 11. Cho hàm số f xác định bởi: $f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

Tính giá trị $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$, ta được:

A. 4 B. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. -4

Câu 12. Cho hàm số f xác định bởi: $f(x) = \frac{-x^3 + x^2 + x + 2}{-2x^2 + 8}$. Tìm giá trị của $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$, ta được:

A. $\frac{9}{8}$ B. 1 C. $\frac{7}{8}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 13. Tìm giá trị của $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} x \sin x dx$, ta được:

A. $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$ C. $-\frac{\pi^2}{36}$ D. $\frac{1}{2} - \frac{\pi\sqrt{3}}{6}$

Câu 14. Phương trình: sin2x = cosx có bao nhiêu nghiệm?

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 15. Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x^2 + 4x - 1}{x - 2}$ có mấy đường tiệm cận?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 16. Trong không gian Oxyz cho ba điểm M(2; −1; 3); N(3; 0; 4); P(1; 1; 4). Gọi D là điểm có tọa độ (−1; 3; a) với $a \in \mathbb{R}$. Giá trị của a để cho D ∈ mp(MNP) là:

A. -6 B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{14}{3}$ D. $\frac{40}{3}$

Câu 17. Giá trị của tích phân $I = \int_0^2 \frac{4}{(x-1)(x+1)} dx$ bằng:

A. −2ln3 B. 2ln3 C. 0 D. ln3

Câu 18. Trong không gian Oxyz cho mặt cầu có phương trình:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$$

Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại M(3, 4, 3) có phương trình:

A. 2x + 2y + z − 17 = 0 B. 4x + 6y + 3z − 45 = 0

C. x − z = 0 D. 2x + y − z − 17 = 0

Câu 19. n là số tự nhiên thỏa: $2.C_n^4 = 35.C_{\frac{n}{2}}^3$. Tìm n, ta được:

A. n = 4   B. n = 8   C. n = 16   D. n = 12

Câu 20. Cho biết: $A_n^4 = 18.A_{n-1}^2$. Tính A_n^3, ta được:

A. 110   B. 100   C. 120   D. 140

ĐÁP ÁN ĐỀ 16

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	B	6	C	11	D	16	C
2	C	7	A	12	C	17	B
3	A	8	B	13	B	18	A
4	D	9	C	14	D	19	B
5	B	10	B	15	C	20	C

GIẢI ĐỀ SỐ 16

Câu 1. (Chọn câu B)

Ta xét hai trường hợp:

1. $-1 \le f(x) \Leftrightarrow -1 \le \dfrac{|x|-1}{|x|+1} \Leftrightarrow |x|-1 \le |x|-1 \Leftrightarrow -|x| \le |x|$ đúng với mọi x

2. $f(x) \le 1 \Leftrightarrow \dfrac{|x|-1}{|x|+1} \le 1 \Leftrightarrow |x|-1 \le |x|+1 \Leftrightarrow -1 \le 1$ đúng với mọi x

Vậy, với mọi số thực x, ta có: $-1 \le f(x) \le 1$

Câu 2. (Chọn câu C)

f được xác định khi: $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{\sqrt{|x|}}$ được xác định.

Ta phải có: $\begin{cases} x \ne 0 \\ |x| \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \ne 0.$

Vậy, tập xác định của f là: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Câu 3. (Chọn câu A)

f được xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \ln x \ne -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \ne \dfrac{1}{e} \end{cases}$

Vậy, f được xác định trên $(0, +\infty) \setminus \left\{\dfrac{1}{e}\right\}$

Câu 4. (Chọn câu D)

1. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x}{2} + \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{e^x}{(x+1)} = -\infty + 0$ (vì $e^x \to 0$ khi $x \to -\infty$)

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$. Vậy, A đúng

2. $f'(x) = \left(\frac{x}{2}\right)' + \left(\frac{e^x}{x+1}\right)' = \frac{1}{2} + \frac{(x+1)e^x - e^x}{(x+1)^2} = \frac{1}{2} + \frac{xe^x}{(x+1)^2}$. Vậy, B đúng

3. $f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{(xe^x)}{(x+1)^2} \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{2} + \frac{e}{4} = \frac{2+e}{4}$. Vậy, C đúng

Câu 5. (Chọn câu B)

Ta biến đổi: $\frac{1}{8}\left[\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{(x+2)^2}\right]$ bằng f(x)

Ta có: $\frac{1}{8}\left[\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{(x+2)^2}\right] = \frac{1}{8}\left(\frac{1}{x-2} - \frac{(x+2)-4}{(x+2)^2}\right)$

$= \frac{1}{8}\left(\frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{(x+2)^2}\right) = \frac{x}{(x-2)(x+1)^2} = f(x)$

Câu 6.(Chọn câu C)

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x) - \frac{x}{2}\right) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{e^x}{x+1} = 0$

Vậy, đường thẳng (Δ): $f(x) = \frac{x}{2}$ là đường tiệm cận xiên của (C)

Câu 7. (Chọn câu A)

Với mọi $x \neq 0$, ta có: $0 \le \cos^2 \frac{2\pi}{x} \le 1 \Leftrightarrow$

Vậy, với mọi $x \neq 0$, ta có: $0 \le f(x) \le x^2$

Câu 8. (Chọn câu B)

Khi $x = -\frac{1}{2}$ thì $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Nên: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$

Vậy: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow$ BCMN là một hình bình hành

Câu 9.(Chọn câu C)

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (-3, -4, 1)$ và $\overrightarrow{MP} = (4, 3, -2)$ có tọa độ không tỉ lệ

$\frac{-3}{4} \neq \frac{-4}{3}$ nên M, N, P không thẳng hàng

Ngoài ra tọa độ của M, N, P nghiệm đúng: $5x - 2y + 7z - 3'7 = 0$

(Học sinh thử lại) nên đó là phương trình của (MNP)

Câu 10. (Chọn câu B)

Công thức diện tích ΔMNP là: $dt(\Delta MNP) = \frac{1}{2}\left|[\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MQ}]\right|$

Ta có: $\overrightarrow{MP} = (-3, -4, 1)$; $\overrightarrow{MQ} = (1, 3, -2)$

Nên $[\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MQ}] = \left(\begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -3 & -4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}\right) = (5, -2, 7)$

Suy ra: $\left|[\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MQ}]\right| = \sqrt{5^2 + (-2)^2 + 7^2} = \sqrt{78}$.

Vậy, $dt(\Delta MNP) = \frac{1}{2}\sqrt{78}$

Câu 11. (Chọn câu D)

Ta có: $f'(x) = -1 - \tan^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -1 - \tan^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = -1 - \tan^2\frac{\pi}{3} = -4$.

Vậy: $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -4$

Câu 12. (Chọn câu C)

Ta có: với $x \neq \pm 2$:

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2 - x - 2}{2(x-2)(x+2)} = \frac{(x-2)(x^2+x+1)}{2(x-2)(x+2)} = \frac{x^2+x+1}{2(x+2)}.$$

Vậy: $\lim_{x \to 2} f(x) = \frac{7}{8}$

Câu 13. (Chọn câu B)

Dùng tích phân từng phần. Đặt: $u = x \Rightarrow du = dx$;

$dv = \sin x dx \Rightarrow v = -\cos x$

$$\text{Do đó: } I = uv\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} - \int_0^{\frac{\pi}{3}} v du = -x\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$$

$$= -\frac{\pi}{6} + \sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = -\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy: $I = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$

Câu 14. (Chọn câu D)

Ta có: $\sin 2x = \cos x \Leftrightarrow 2\sin x.\cos x = \cos x$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \sin x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k'2\pi \end{array}\right. \quad (k, k' \in \mathbf{Z})$$

Vậy phương trình có 4 nghiệm trong khoảng $[-\pi; \pi)$

Câu 15. (Chọn câu C) Có hai đường tiệm cận:

1. $\lim\limits_{x\to 2} y = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{2x^2 + 4x - 1}{x - 2} = \pm 8$

   Nên đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng

2. $\lim\limits_{x\to \pm 2} y = \lim\limits_{x\to \pm 2} \dfrac{2x^2 + 4x - 1}{x - 2} = +\infty$

   Ngoài ra $\lim\limits_{x\to \pm 2} [y - (2x + 8)] = \lim\limits_{x\to \pm 2} \dfrac{15}{x - 2} = 0$

   Nên $y = 2x + 8$ là đường tiệm cận xiên của (C)

   Tóm lại, (C) có hai đường tiệm cận .

Câu 16. (Chọn câu C)

Phương trình của mp(MNP) có dạng: $ax + by + cz + d = 0$ (*)

Thay x, y, z trong (*) lần lượt là tọa độ của M, N, P rồi giải hệ ba phương trình với ba ẩn a, b, c (theo d) ta được:

mp (MNP): $ax + 2y - 3z + 9 = 0$ (1)

Lại thay x, y, z bằng tọa độ của D vào (1) ta được $a = \dfrac{14}{3}$

Câu 17. (Chọn câu B)

Ta có: $\dfrac{4}{(x-1)(x+3)} = \dfrac{a}{x-1} + \dfrac{b}{x+3} \Rightarrow 4 = a(x + 3) + b(x - 1)$

Cho: $x = 0$, ta được: $4 = 3a - b$; $x = 1$, ta được: $4 = 4a$

Suy ra: $a = 1$; $b = -1$

Do đó: $\dfrac{4}{(x-1)(x+3)} = \dfrac{-1}{x-1} + \dfrac{-1}{x+3}$

Nguyên hàm của $\dfrac{4}{(x-1)(x+3)}$ bằng:

$\ln(1 - x) - \ln(x + 3)$ với $x \in [-2, 0]$

Vậy: $\int\limits_0^{2} \dfrac{4}{(x-1)(x+3)}dx = \ln(1-x) - \ln(x+3)\Big|_0^{-2}$

$$= \ln 3 - (-\ln 3) = 2\ln 3$$

Câu 18. (Chọn câu A)

Mặt cầu có tâm I(1, 2, 2)

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu tại M

$\Leftrightarrow \begin{cases} (P) \text{ qua } M(3,4,3) \\ \overrightarrow{IM} \text{ là 1 pvt của } (P), \overrightarrow{IM} = (2,2,1) \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3, y = 4, z = 3 \\ a = 2, b = 2, c = 1 \end{array}\right.$

Phương trình của mp(P): $ax + by + cz + d = 0$

Suy ra: $2.3 + 2.4 + 1.3 + d = 0 \Leftrightarrow d = -17$. Vậy (P):$2x + 2y + z - 17 = 0$

Câu 19. (Chọn câu B)

Đặt $m = \dfrac{n}{2}$ thì n là số tự nhiên chẵn

Lúc đó $n = 2m$ và phương trình trở thành: $2C_{2m}^2 = 35.C_m^3$ (*)

Mà: $C_{2m}^4 = \dfrac{(2m)!}{4!(2m-4)!}$ và $C_m^3 = \dfrac{m!}{3!(m-3)!}$

Do đó: (*) $\Leftrightarrow 2.\dfrac{(2m)!}{4!(2m-4)!} = 35.\dfrac{m!}{3!(m-3)!}$

$\Leftrightarrow 2.\dfrac{2m(2m-1)(2m-2)(2m-3)(2m-4)!}{4!(2m-4)!} = 35.\dfrac{m(m-1)(m-2)(m-3)!}{3!(m-3)!}$

$\Leftrightarrow (2m-1)(2m-2)(2m-3) = 35(m-1)(m-2)$

$\Leftrightarrow 8m^3 - 59m^2 + 127m - 76 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \text{ (loại)} \\ 8m^2 - 51m + 76 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow m = 4$

Vậy $n = 2m \Leftrightarrow n = 8$

Câu 20. (Chọn câu C)

Ta có công thức: $A_n^p = n(n-1)...(n-p+1)$

Do đó: $A_n^4 = n(n-1)(n-2)(n-3)$; $A_{n-1}^2 = (n-1)(n-2)$

Suy ra: $A_n^4 = 18.A_{n-1}^2 \Leftrightarrow n(n-1)(n-2)(n-3) = 18(n-1)(n-2)$

$$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 18 = 0 \Leftrightarrow n = 6$$

Khi $n = 6$, ta có $A_n^3 = A_6^3 = 6.5.4$. Vậy $A_n^3 = 120$

ĐỀ SỐ 17

Câu 1. Cho hàm số f xác định trên $(0; +\infty)$ bởi: $f(x) = \dfrac{x}{1 + x + x^2}$. Tìm câu đúng:

A. $f\left(\dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{x}{1 + x + x^2}$ B. $f\left(\dfrac{1}{x}\right) > \dfrac{x}{1 + x}$

C. $f'\left(\dfrac{1}{x}\right) = f'(x)$ D. A và C đều đúng

Câu 2. Cho hàm số f xác định trên $[-2, 2]$ bởi $f(x) = 1 + 3x - x^3$. Đồ thị của f(x) cắt trục hoành Ox và trục tung Oy tại mấy điểm?

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 3. Trong không gian Oxyz cho mặt cầu (S) có phương trình:

$x^2 + y^2 + z^2 - 16x - 8y - 2z = 0$. Tìm câu đúng:

A. (S) có tâm I(4, 4, 1) B. (S) có bán kính $R = \sqrt{33}$

C. (S) đi qua gốc O D. Khoảng cách từ I đến O bằng $\sqrt{33}$

Câu 4. Cho trong không gian ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Tập hợp những điểm M sao cho: $[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}] = \vec{0}$ là:

A. Đường thẳng qua A, song song với BC

B. Đường thẳng qua B, song song với AC

C. Đường thẳng qua C, song song với AB

D. Một kết quả khác

Câu 5. Cho hàm số F xác định trên $(-\infty, 0)$ bởi:

$F(x) = \displaystyle\int_{-1}^{x} \frac{e^t}{e^t - 1}dt$. Tìm câu đúng

A. Với mọi $x \in (-1, 0)$, ta có: $F(x) \geq 0$

B. Hàm F tăng trên $(-\infty, 0)$

C. Phương trình F(x) = 0 vô nghiệm trên $(-\infty, 0)$

D. B, C đều sai

Câu 6. Cho trong không gian ba điểm P, Q, R không thẳng hàng và M là điểm thỏa: $[(\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ}).\overrightarrow{PR}] = \vec{0}$. Tập hợp những điểm M là:

A. Đường thẳng R, song song với PQ

B. Đường thẳng qua trung điểm I của PQ và song song với PR

C. Đường thẳng PQ

D. Một kết quả khác

Câu 7. Cho trong không gian Oxyz ba điểm P(−1, 1, 3); Q(2, 1, 0); R(4, −1, 5). Một vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mp (PQR) có tọa độ:

A. (2, 7, 2) B. (−2, −7, 2) C. (−2, 7, 2) D. (−2, 7, −2)

Câu 8. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{\sqrt{3x+2} - 1}{x^2 + 5x + 4}$ bằng:

A. $-\dfrac{1}{10}$ B. 0 C. $\dfrac{1}{6}$ D. $\dfrac{1}{3}$

Câu 9. Đặt t = sinx thì phương trình: $\sin x = \sqrt{3}\cos 2x$ có ẩn số theo t:

A. $2\sqrt{3}t^2 + t + \sqrt{3} = 0$ B. $2\sqrt{3}t^2 + t - \sqrt{3} = 0$

C. $2\sqrt{3}t^2 - t - \sqrt{3} = 0$ D. $2\sqrt{3}t^2 - t + \sqrt{3} = 0$

Câu 10. Trên $[\pi, 2\pi]$, phương trình $\sin x - \sqrt{3}\cos 2x = 0$ có:

A. Một nghiệm là $\dfrac{\pi}{3}$

B. Một nghiệm duy nhất $\dfrac{7\pi}{6}$

C. Một nghiệm duy nhất $\dfrac{4\pi}{3}$

D. Hai nghiệm mà một nghiệm là $\dfrac{4\pi}{3}$

Câu 11. Cho đường cong (P) và đường thẳng (D) có phương trình:

$$\begin{cases} (P) & y = a(x-2)(x-8) \text{ với } a \in \mathbb{R} \\ (D) & y = 2x \end{cases}$$

Giá trị của a để cho (D) tiếp xúc với (P) là:

A. $-1 \vee -\dfrac{1}{9}$ B. $1 \vee -\dfrac{1}{9}$ C. $-1 \vee \dfrac{1}{9}$ D. $1 \vee \dfrac{1}{9}$

Câu 12. Đồ thị của hàm số: $y = \dfrac{15x - 4}{3x - 2}$ có tâm đối xứng có tọa độ là:

A. $\left(\dfrac{2}{3}, -5\right)$ B. $\left(\dfrac{2}{3}, 5\right)$ C. $\left(-\dfrac{2}{3}, -5\right)$ D. $\left(-\dfrac{2}{3}, -5\right)$

Câu 13. Gọi (C) là đồ thị của hàm số: $f(x) = x^2\ln x$. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C), trục Ox, các đường thẳng x = 1 và $x = e^{\frac{1}{3}}$ ta được:

A. $\dfrac{1}{8}$ B. $\dfrac{1}{10}$ C. $\dfrac{1}{9}$ D. Một số khác

Câu 14. Trong không gian cho bốn điểm O, A, B, C sao cho O, A, B không thẳng hàng. M là một điểm tùy ý.

Đặt $\vec{v} = \overrightarrow{MO} - 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$. Tìm câu đúng

A. $\vec{v}$ phụ thuộc vào M

B. $\vec{v}$ độc lập đối với M

C. $|\vec{v}| = OA + OB$

D. Giá của $\vec{v}$ song song với AB

Câu 15. Lấy lại đề của câu 14. Tìm câu đúng: Tập hợp những điểm M sao cho $\overrightarrow{MC}.(\overrightarrow{MO} - 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = 0$ là:

A. Một mặt phẳng

B. Một đường thẳng

C. Một điểm

D. Tập hợp rỗng

Câu 16. Phương trình: $e^{2x} - 4e^{x+1} + 3e^2 = 0$ có mấy nghiệm?

A. 0

B. x = 1 là nghiệm kép

C. Nhiều hơn hai nghiệm

D. Có đúng hai nghiệm

Câu 17. Giá trị của tích phân: $\int_0^{2\pi} \sin x dx$ bằng:

A. 2 B. 1 C. -2 D. -1

Câu 18. Cho tích phân $I_n = \int_{n\pi}^{(x+1)\pi} \sin x dx$ với $n \in \mathbb{N}$.

Tính I_n theo n, ta được:

A. $I_n = 2(-1)^{n+1}$ B. $I_n = 2(-1)^{n-1}$ C. $I_n = 2(-1)^n$ D. $I_n = 2(-1)^{2n}$

Câu 19. Cho đường cong (C) có phương trình tham số:

$\begin{cases} x = 3 + \cos t \\ y = 5 + \sin t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$; (C) là đường nào sau đây:

A. hyperbol B. parabol C. elip D. đường tròn

Câu 20. Cho đường cong (C) có phương trình tham số:

$\begin{cases} x = 3 - 5\cos t \\ y = 2\sin t + 1 \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$

A. đường tròn B. elip C. parabol D. hyperbol

ĐÁP ÁN ĐỀ 17

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	D	6	B	11	A	16	D
2	D	7	A	12	B	17	C
3	C	8	D	13	C	18	B
4	C	9	B	14	B	19	D
5	D	10	D	15	A	20	B

GIẢI ĐỀ SỐ 17

Câu 1. (Chọn câu D)

1. Ta có: $f\left(\frac{1}{x}\right) = \dfrac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2} = \dfrac{x}{x^2 + x + 1}$.

Vậy, A đúng.

2. Vì A đúng nên $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$. Do đó $f'\left(\frac{1}{x}\right) = f'(x)$.

Vậy, C đúng.

Câu 2. (Chọn câu D)

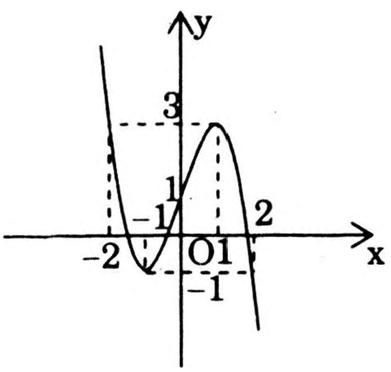
1. Đồ thị của f cắt trục tung tại một điểm.

2. Ta có: $f'(x) = 3 - 3x^2 = 3(1 - x^2)$

- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1$
- Khi $x = 1$ thì $y = 3$
- Khi $x = -1$ thì $y = -1$

Bảng biến thiên:

x	−2		−1		1		2
f'(x)		−	0	+	0	−	
f(x)	3 ↘		−1	↗	3	↘	−1



Đồ thị: Trên [−2; 2], đồ thị là phần có nét vẽ liên tục.
Phần này cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt.

Tóm lại, đồ thị của f cắt Ox và Oy tại 4 điểm.

Chú ý: Có thể không vẽ đồ thị của f. Ta thấy rằng f có cực đại (3) và cực tiểu (-1) trái dấu nên đồ thị cắt Ox tại ba điểm phân biệt.

Câu 3. (Chọn câu C)

Tọa độ của gốc O(0; 0; 0) nghiệm đúng phương trình của mặt cầu (thay x, y, z bằng 0 vào) nên (S) đi qua O.

Câu 4. (Chọn câu D)

$\left[\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}\right] = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CM}$ cùng phương. Vậy tập hợp những điểm M là đường thẳng qua C và song song với AB.

Câu 5.

1. Ta có: với mọi $t \in [-1, 0]$, $\dfrac{e^t}{e^t - 1} < 0$, vì $0 < e^t < 1$ và các cận tích phân -1 và x thoả $-1 < x$, nên $\left(\displaystyle\int_{-1}^{x} \frac{e^t}{e^t - 1}\right)dt \le 0$. Vậy: A. sai

2. Ta có với mọi $x \in (-\infty, 0)$: $F'(x) = \left(\displaystyle\int_{-1}^{x} \frac{e^t}{e^t - 1}dt\right) = \dfrac{e^t}{e^t - 1} < 0$

Nên F không tăng trên $(-\infty, 0)$. Vậy: B. sai

3. Ta có: $F(-1) = \displaystyle\int_{-1}^{-1} \frac{e^t}{e^t - 1}dt = 0$,

nghĩa là $F(x) = 0$ có nghiệm $x = -1 \in (-\infty, 0)$. Vậy, C. sai

Tóm lại, D. đúng.

Câu 6. (Chọn câu b)

Gọi I là trung điểm của PQ, ta có: $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ} = 2\overrightarrow{MI}$

Do đó: $\left[\left(\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MQ}\right), \overrightarrow{PR}\right] = \left[2\overrightarrow{MI}, \overrightarrow{PR}\right] = 2\left[\overrightarrow{MI}, \overrightarrow{PR}\right]$.

Suy ra: $\left[\overrightarrow{MI}, \overrightarrow{PR}\right] = 0$

Vậy tập hợp những điểm M là đường thẳng qua I và song song với PR.

Câu 7. (Chọn câu A)

$\vec{n}$ là vectơ pháp của mp (PQR) khi: $\begin{cases} \vec{n} = \left[\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}\right] \\ \overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR} \text{ không cùng phương} \end{cases}$

Ta có: $\overrightarrow{PQ} = (3, 0, -3)$; $\overrightarrow{PR} = (5, -2, 2)$

Suy ra $\vec{n} = \left[\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}\right] = \left(\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & -3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} \right) = (6, 21, 6)$

Hay: $\vec{n} = (2, 7, 2)$; $\overrightarrow{PQ}$ và $\overrightarrow{PR}$ có tọa độ không tỉ lệ.

Vậy một vectơ pháp của mp (PQR) là $\vec{n} = (2, 7, 2)$

Câu 8. (Chọn câu D)

Ta có: $f(x) = \dfrac{\sqrt{3+2x} - 1}{x^2 + 5x + 4} = \dfrac{\left(\sqrt{3+2x} - 1\right)\left(\sqrt{3+2x} + 1\right)}{\left(x^2 + 5x + 4\right)\left(\sqrt{3+2x} + 1\right)}$

$$= \frac{2(x+1)}{\left(\sqrt{3+2x} + 1\right)(x+1)(x+4)} = \frac{2}{\left(\sqrt{3+2x} + 1\right)(x+4)}$$

Do đó: $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = \dfrac{2}{2(-1+4)} = \dfrac{1}{3}$

Câu 9. (Chọn câu D)

Ta có: $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ nên khi $t = \sin x$

Thì $\sin x = \sqrt{3}\cos 2x$ trở thành: $t = \sqrt{3}(1 - 2t^2) \Leftrightarrow 2\sqrt{3}t^2 + t - \sqrt{3} = 0$

Câu 10. (Chọn câu D)

Đặt $t = \sin x$ thì khi $x \in [\pi, 2\pi]$, ta có $t \le 0$

Phương trình $\sin x - \sqrt{3}\cos 2x = 0 \Leftrightarrow t - \sqrt{3}(1 - 2t^2) = 0$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{3}t^2 + t - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \vee t = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Vì $t < 0$ nên $t = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ bị loại, $t = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ nhận được.

Với $t = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ta có $\sin x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \dfrac{4\pi}{3} \vee x = \dfrac{5\pi}{3}$

Vậy, D. đúng.

Câu 11. (Chọn câu A)

(D) tiếp xúc (P) $\Leftrightarrow a(x-2)(x-8) = 2x$ có nghiệm số kép.

có $\Delta' = (5a+1)^2 - 16a^2 = 0 \Leftrightarrow a = -1 \vee a = -\dfrac{1}{9}$

Câu 12. (Chọn câu B)

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{15x - 4}{3x - 2}$ có:

* Đường tiệm cận đứng: $x = \dfrac{3}{2}$

* Đường tiệm cận ngang: $y = 5$

Giao điểm của hai tiệm cận này là tâm đối xứng của đồ thị.

Vậy, tâm đối xứng có tọa độ $\left(\frac{2}{5}, 5\right)$

Câu 13. (Chọn câu C)

Diện tích phải tính bằng: $\left|\int_{1}^{e^{\frac{1}{3}}} x^2 \ln x dx\right|$

Mà $x \in \left[1, e^{\frac{1}{3}}\right]$ nên $x^2 \ell nx > 0$ suy ra diện tích bằng $\int_{1}^{e^{\frac{1}{3}}} x^2 \ln xdx$

Đặt: $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{dx}{x}$

$dv = x^2dx \Rightarrow v = \frac{1}{3}x^3$

Ta có: $\int_{1}^{e^{\frac{1}{3}}} x^2 \ln xdx = \frac{x^3}{3}\ln x\Big|_{1}^{e^{\frac{1}{3}}} - \frac{1}{3}\int_{1}^{e^{\frac{1}{3}}} x^2dx = \frac{e}{3}.\frac{1}{3} - \frac{1}{3}.\frac{x^3}{3}\Big|_{1}^{e^{\frac{1}{3}}}$

$= \frac{e}{9} - \left(\frac{e}{9} - \frac{1}{9}\right) = \frac{1}{9}$

Đó là diện tích phải tính.

Câu 14. (Chọn câu B)

Ta có: $\vec{V} = \overrightarrow{MO} - 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \left(\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{MA}\right) + \left(\overrightarrow{MM} - \overrightarrow{MA}\right)$

$= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AB} =$ vectơ không đổi.

Vậy $\vec{V}$ không phụ thuộc vào M.

Câu 15. (Chọn câu A)

Ta có: $\left(\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right).\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AB}\right).\overrightarrow{MC} = 0$

Gọi I là trung điểm của OB, ta có: $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI} =$ vectơ hằng

Suy ra: $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{MC} = 0$

$\Leftrightarrow$ M thuộc mặt phẳng (P) qua C và vuông góc với AI

Vậy tập hợp những điểm M là mặt phẳng.

Câu 16. (Chọn câu D)

Đặt $X = e^x$,

ta có $\begin{cases} X^2 - 4eX + 3e^2 = 0 \\ X > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = X \\ X = 3e \vee X = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 3e \\ e^x = e \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \ln(3e) \\ x = 1 \end{cases}$

Vậy phương trình có đúng hai nghiệm.

Câu 17. (Chọn câu C)

Ta có: $\int\limits_{\pi}^{2\pi} \sin dx = -\cos x \Big|_{\pi}^{2\pi} = -\cos(2\pi) + \cos\pi = -2$

Vậy $\int\limits_{\pi}^{2\pi} \sin xdx = -2$

Câu 18. (Chọn câu B)

Ta có: $\int\limits_{n\pi}^{(n+1)\pi} \sin xdx = -\cos x\Big|_{n\pi}^{(n+1)\pi} = -\cos(x+1)\pi + \cos x\pi$

Mà $\cos k\pi = (-1)^k$ với $k \in \mathbb{Z}$

Nên $I_n = -(-1)^{n+1} + (-1)^n = -(-1)^n.(-1)^1 + (-1)^n = (-1)^n + (-1)^n$

Vậy $I = 2.(-1)^n$

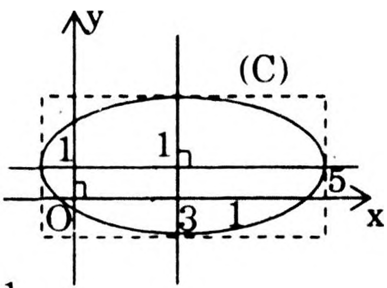
Câu 19. (Chọn câu D)

Từ $\begin{cases} x = 3 + \cos t \\ y = 5 + \sin t \end{cases}$ ta có $\begin{cases} \cos t = x - 3 \\ \sin t = y - 5 \end{cases}$

$\Rightarrow \cos^2 t + \sin^2 t = (x-3)^2 + (y-5) \Rightarrow (x-3)^2 + (y-5)^2 = 1$

Vậy C là đường tròn.

Câu 20. (Chọn câu B)



Ta có $\begin{cases} x = 3 - 5\cos t \\ yt = 2\sin t + 1 \end{cases} \vee \begin{cases} \cos t = \dfrac{x-3}{-5} \\ \sin t = \dfrac{y-1}{2} \end{cases}$

Mà $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$ nên $\dfrac{(x-3)^2}{25} = \dfrac{(y-1)^2}{4} = 1$

Vậy C) là một elip có tâm I(3, 1) độ dài trục lớn: 2a = 10, song song với Ox; độ dài trục nhỏ 2b = 4, song song với Oy.

ĐỀ SỐ 18

Câu 1. Tìm $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x - 1}{\sin^2 x}$, ta được:

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. -1

Câu 2. Hàm số $f(x) = \cos x + \sin^2 x$ có chu kì bằng:

A. π B. 2π C. $\frac{2\pi}{3}$ D. 3π

Câu 3. Hàm số $f(x) = \sin^3 x + \sin x.\cos x$ có chu kì bằng:

A. π B. $\frac{2\pi}{3}$ C. 2π D. 3π

Câu 4. Tìm $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} f(x)$ với $f(x) = \frac{-1+\tan x}{2\cos x - \sqrt{2}}$, ta được:

A. $-\sqrt{2}$ B. -1 C. 0 D. $\sqrt{2}$

Câu 5. Hàm số nào sau đây có đạo hàm là $f(x) = (x+1)e^x$

A. $x + e^x$ B. $x - e^x$ C. $x.e^x$ D. $x.e^x$

Câu 6. Hàm số $f(x) = x^2 + |x|$ có đạo hàm:

A. Chỉ bên trái của x = 0 B. Chỉ bên phải của x = 0

C. Tại x = 0 D. A, B, C đều sai.

Câu 7. Hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$ có nguyên hàm là:

A. $1 - \frac{1}{x^2}$ B. $1 + \frac{1}{x^2}$ C. $x - \ln x$ D. $x + \ln x$

Câu 8. Đạo hàm cấp n ($n \in \mathbb{N}$) của hàm số $f(x) = \cos x$ là:

A. $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ B. $\sin\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$

C. $\cos\left(x - \frac{n\pi}{2}\right)$ D. $\cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$

Câu 9. Đạo hàm cấp 100 của $f(x) = \sin x$, ta được:

A. sinx B. cosx C. –sinx D. –cosx

Câu 10. Cho hàm số f(x) có tính chất:

I. Có đạo hàm trên (a, b)

II. Có đạo hàm bên phải của a.

III. Có đạo hàm bên trái của b.

Để cho f(x) có đạo hàm trên [a, b], ta phải có:

A. chỉ I B. chỉ II C. chỉ III D. cả ba I, II, III

Câu 11. Cho hàm số f(x) xác định trên [a, b]. Câu nào sau đây đúng:

A. f(x) liên tục trên [a, b] ⇒ f(x) có đạo hàm trên [a, b]

B. f(x) có đạo hàm tại $x_0 \in (a, b)$ ⇒ f(x) liên tục $x_0 \in (a, b)$

C. f(x) liên tục tại $x_0 \in (a, b)$ ⇒ f(x) có đạo hàm tại $x_0 \in (a, b)$

D. A, B, C đều sai.

Câu 12. Tìm câu đúng:

A. Hàm số liên tục trên [a, b] ⇒ hàm số có nguyên hàm trên [a, b]

B. Hàm số $|x| + \cos x$ có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$

C. Chỉ có A đúng.

D. A và B đều đúng.

Câu 13. Cho f và g là hai hàm số liên tục trên [a, b]; F và G lần lượt là nguyên hàm của f và g. C là một hằng số tuỳ ý, k là một hằng số cho sẵn. Tìm câu sai.

A. f + g có nguyên hàm là F + G + C.

B. kf có nguyên hàm là kF + C

C. fg có nguyên hàm là f.G + C

D. A và B đều đúng.

Câu 14. Câu nào sau đây đúng:

A. $\int_0 \frac{dx}{x} = \ln|x|\Big|_0^1$ B. $\int_{-1}^{1} \frac{x^2}{x-1}dx = \frac{5}{2}$

C. $\int \cos x\,dx = -1$ D. $\int_{-1}^{1} \frac{2x}{x^2+1}dx = 0$

Câu 15. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C): $y = -x^2 + 2x$ và (D): $y = -x$ bằng:

A. $\frac{[illegible]}{2}$ B. $\frac{10}{3}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{11}{3}$

Câu 16. Giá trị của tích phân: $\int_{-2}^{1} \min\left(x^2 - x - 3, x^2 + x\right)dx$

A. $\frac{31}{2}$ B. $-\frac{31}{12}$ C. $\frac{12}{31}$ D. $\frac{13}{31}$

Câu 17. Cho trong không gian Oxyz 5 điểm I(1, −2, 4); J(−2, −6, 5); K(5, 1, 2); P(1; −5; −8); Q(−4; 0; −3). Câu nào sau đây đúng?

A. Phương trình mp (IJK): $5x + 2y + 7z - 37 = 0$

B. mp (IJK) vuông góc với mp (IPQ)

C. IJ vuông góc với IK

D. độ dài của IP = $3\sqrt{15}$

Câu 18. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu có phương trình:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$$

Diện tích mặt cầu này bằng:

A. 36π B. 35π C. 37π D. 34π

Câu 19. Trong mp (Oxy) cho hai đường tròn:

$(C_1) : x^2 + y^2 - 4y + 2y - 4 = 0$ và $(C_2) : x^2 + y^2 - 10x - 6y + 30 = 0$

Câu nào sau đây đúng?

A. (C_1) và (C_2) cắt nhau

B. (C_1) và (C_2) tếp xúc ngoài nhau.

C. (C_1) và (C_2) không có điểm chung.

D. (C_1) và (C_2) tiếp xúc trong với nhau

Câu 20. Từ 10 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số gồm 6 chữ số khác nhau, sao cho trong các chữ số đó có một số 0 và một số 1.

A. 42000 B. 42100 C. 42110 D. 42090

ĐÁP ÁN ĐỀ 18

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	B	6	D	11	B	16	B
2	B	7	C	12	D	17	B
3	C	8	D	13	C	18	A
4	A	9	A	14	D	19	B
5	D	10	D	15	C	20	A

GIẢI ĐỀ SỐ 18

Câu 1. (Chọn câu B)

Ta có: $\dfrac{\cos x - 1}{\sin^2 x} = \dfrac{\cos x - 1}{1 - \cos^2 x} = -\dfrac{1 - \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = -\dfrac{1}{1 + \cos x}$

Vậy: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x - 1}{\sin^2 x} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-1}{1+\cos x} = -\dfrac{1}{2}$

Câu 2. (Chọn câu B)

Biết rằng: cosax có chu kì $T = \dfrac{2\pi}{|a|}$

Do đó: • cosx có chu kì $T_1 = 2\pi$

• $\sin^2 x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$ có chu kì của cos2x, tức $T_2 = \dfrac{2\pi}{2}$

Suy ra, chu kì của $\cos x + \sin^2 x$ là bội số chung nhỏ nhất của T_1 và T_2 nên $\cos x + \sin^2 x$ có chu kì $T = 2\pi$.

Câu 3. (Chọn câu C)

Ta có:

• $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x \Rightarrow 4\sin^3 x = 3\sin x - \sin 3x$

$\Rightarrow \sin^3 x = \dfrac{3}{4}\sin x - \dfrac{1}{4}\sin 3x$

• $\sin x.\cos x = \dfrac{1}{2}\sin 2x$

Do đó: $f(x) = \sin^3 x + \sin x\cos x = \dfrac{3}{4}\sin x - \dfrac{1}{4}\sin 3x + \dfrac{1}{2}\sin 2x$

Mà: sinx có chu kì 2π; sin3x có chu kì $\dfrac{2\pi}{3}$; sin2x có chu kì π.

Nên f(x) có chu kì 2π (bội số chung nhỏ nhất của 2π, $\dfrac{2\pi}{3}$, π)

Câu 4. (Chọn câu A)

Ta có: • $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(-1+\tan x) = -1 + \tan\dfrac{\pi}{4} = 0$

• $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\left(2\cos x - \sqrt{2}\right) = 2\cos\dfrac{\pi}{4} - \sqrt{2} = 0$

Nên f(x) có dạng vô định $\dfrac{0}{0}$.

Áp dụng công thức L'hospital, ta có:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} f(x) = \frac{\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(-1+tg^2 x)}{\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} 2\sin x} = \frac{2}{-\sqrt{2}} = -\sqrt{2}.\ \text{Vậy: } \lim_{x\to\frac{\pi}{4}} f(x) = -\sqrt{2}$$

Câu 5. (Chọn câu D)

Ta có: $\left(x.e^x\right)' = (x)'.e^x + x\left(e^x\right)' = e^x + x.e^x = (1 + x)e^x$

Vậy $x.e^x$ có đạo hàm là $(x + 1)e^x$

Câu 6. (Chọn câu D)

Ta có: $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x = 0 \\ x^2 + x & \text{khi } x > 0 \\ x^2 - x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

Mà: • $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{x^2 + x}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} (x + 1) = 1$

• $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{x^2 - x}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} (x - 1) = -1$

Nên f(x) có đạo hàm bên phải của x = 0 là 1, bên trái của x = 0 là –1 và không có đạo hàm tại x = 0. Vậy, A, B, C đều sai.

Câu 7. (Chọn câu C)

Ta có: • $(x)' = 1$

• $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

• $(x - \ln x)' = 1 - \dfrac{1}{x}$

Nên $x - \ln x$ là nguyên hàm $1 - \dfrac{1}{x}$

Câu 8. (Chọn câu D)

Ta làm hai việc:

1. Tính f'(x); f''(x) rồi tổng quát.

2. Tính $f^{(n)}(x)$ bằng phương pháp qui nạp.

Ta có:

1. $f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x = \cos\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right)$

$\Rightarrow f''(x) = -\cos x = \cos\left(x + 2.\dfrac{\pi}{2}\right)$

Suy ra: $f^{(n)}(x) = \cos\left(x + n.\dfrac{\pi}{2}\right)$

2. Quy nạp: $f^{(n+1)}(x) = \left[f^{(n)}(x)\right]' = \left[\cos\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)\right]'$

$$= -\sin\left(x + n.\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left[x + (n+1)\frac{\pi}{2}\right]$$

Vậy: $f^{(n)}(x) = \cos\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)$

Câu 9. (Chọn câu A)

1. Tính f'(x); f"(x) rồi tổng quát.

2. Tính $f^{(n)}(x)$ bằng phương pháp qui nạp rồi thay n = 100 vào kết quả.

Ta có:

1. $f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

$$\Rightarrow f''(x) = -\sin x = \sin\left(x + 2.\frac{\pi}{2}\right)$$

Suy ra: $f^{(n)}(x) = \sin\left(x + n.\frac{\pi}{2}\right)$

2. Quy nạp: $f^{(n+1)}(x) = \left[\sin\left(x + n.\frac{\pi}{2}\right)\right]' = \cos\left(x + n.\frac{\pi}{2}\right)$

$$= \sin\left[x + (n+1)\frac{\pi}{2}\right]$$

Vậy: $f^{(n)}(x) = \sin\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)$

cho n = 100, ta có $f^{(100)}(x) = \sin\left(x + 100\frac{\pi}{2}\right) = \sin(x + 50\pi)$

$$= \sin(x + 25.2\pi) = \sin x$$

Vậy: $f^{(100)}(x) = \sin x$

Câu 10.(Chọn câu D)

Theo định nghĩa, hàm số có đạo hàm trên [a, b] khi hàm số có cả ba tính chất sau đây:

1. Có đạo hàm trên (a, b)

2. Có đạo hàm bên phải của a.

3. Có đạo hàm bên trái của b. Vậy, D đúng.

Câu 11.(Chọn câu B)

Theo định nghĩa chỉ có câu B đúng.

Câu 12.(Chọn câu D)

1. Câu A đúng (lý thuyết)

2. Câu B đúng, vì hàm số $|x| + \cos x$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$.

Câu 13.(Chọn câu C)

Ta có: nguyên hàm của f.g không phải là F.G + C vì đạo hàm của F.G:

$$(F.G)' = F.g + fG \Rightarrow (F.G)' \neq f.g$$

Câu 14. (Chọn câu D)

1. Hàm dưới dấu tích phân $\frac{1}{x}$ không xác định tại 0 của đoạn tích phân [0, 1] nên không liên tục tại 0. Suy ra $\frac{1}{x}$ không có nguyên hàm trên [0, 1]. Câu A sai.

2. Hàm số $\frac{x^2}{x-1}$ không xác định trên [-1, 1] nên B sai.

3. Trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, $\cos x > 0$ nên $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx > 0$: C sai.

4. Trên [-1, 1], hàm số $\frac{2x}{x^2+1}$ là hàm lẻ nên D đúng.

Câu 15.(Chọn câu C)

Hoành độ giao điểm của (C) và (D) là nghiệm của:

$-x^2 + 2x = -x \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3$.

Diện tích phải tính là:

$$\int_0^3 \left[\left(-x^2 + 2x\right) - (-x)\right] dx = \int_0^3 \left(-x^2 + 3x\right) dx = -\frac{x^2}{3} + \frac{3x^2}{2}\Bigg|_0^3 = \frac{9}{2} \text{ (đvdt)}$$

Câu 16. (Chọn câu B)

Ta tìm hiệu của $x^2 - x - 3$ và $x^2 + x$ rồi xét dấu của hiệu này trên $[-2, 1]$

Ta có: $f(x) = (x^2 - x - 3) - (x^2 + x) = -2x - 3$

Bảng xét dấu:

x	-2		$-\frac{3}{2}$		1
$f(x)$		$+$	0	$-$	

Vậy: $f(x) > 0$ khi $-2 \le x \le -\frac{3}{2}$

Và: $f(x) < 0$ khi $-\frac{3}{2} \le x \le 1$

Do đó: trên $\left[-2, -\frac{3}{2}\right]$, $\min(x^2 - x - 3, x^2 + x) = x^2 + x$

trên $\left[-\frac{3}{2}, 1\right]$, $\min(x^2 - x - 3, x^2 + x) = x^2 - x - 3$

Suy ra: $\displaystyle\int_{-2}^{1} \min\left(x^2 - x - 3, x^2 + x\right)dx = \int_{-2}^{-\frac{3}{2}} \left(x^2 + x\right)dx + \int_{-\frac{3}{2}}^{1} \left(x^2 - x - 3\right)dx$

$$= \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_{-2}^{-\frac{3}{2}} + \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 3x\right)\Bigg|_{-\frac{3}{2}}^{1} = -\frac{31}{12}$$

Câu 17. (Chọn câu B)

Ta có: • mp (IJK) có vectơ pháp:

$$\vec{n} = \left[\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{JK}\right] = \left(\begin{vmatrix}-4 & 1\\ 3 & -2\end{vmatrix}, \begin{vmatrix}1 & -3\\ -2 & 4\end{vmatrix}, \begin{vmatrix}-3 & -4\\ 4 & 3\end{vmatrix}\right) = (5, -2, 7)$$

• $\overrightarrow{IQ} = (-5, 2, -7)$

Suy ra: $\vec{n} = -\overrightarrow{IQ} \Rightarrow \vec{n} \,//\, \overrightarrow{IQ}$.

Mà $\vec{n}$ là vectơ pháp của mp (IJK) nên IQ $\perp$ mp (IJK)

mp (IPQ) chứa IQ vuông góc với mp (IJK) nên mp (IPQ) $\perp$ mp (IJK)

Câu 18.(Chọn câu A)

Mặt cầu có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$ qua O(0; 0; 0)

có tâm I(1, 2, 2) nên có bán kính: $R = OI = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3$

Diện tích mặt cầu bằng: $4\pi R^2 = 4\pi 3^2 = 36\pi$

Câu 19.(Chọn câu B)

Ta có: (C_1) có tâm $I_1(2, -1)$, bán kính $R_1 = 3$

(C_1) có tâm $I_1(2, -1)$, bán kính $R_1 = 3$

Suy ra: **1.** $R_1 + R_2 = 5$

2. $I_1I_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

Do đó: $I_1I_2 = R_1 + R_2$

Câu 20. (Chọn câu A)

Ta lần lượt chọn:

1. Vị trí của số 0: có 5 cách chọn
2. Vị trí của số 1: có 5 cách chọn
3. Vị trí của số 4 còn lại: có 8.7.6.5 cách chọn

Vậy số con số thỏa đề bài là: 5.5.8.7.6.5 = 42000.

Chú ý: Theo đề bài, mỗi con số được lập thành có 6 chữ số, bắt buộc có chữ số 0 và chữ số 1.

- Nếu chọn một vị trí cho số 0, thì còn 5 vị trí cho các số còn lại.
- Nếu chọn một vị trí cho số 1, thì còn 5 vị trí cho các số còn lại.
- Chọn vị trí cho số 0 và số 1 xong thì còn 4 vị trí dành cho các số không phải số 0 và số 1. Do đó, trong 10 số từ 0 đến 9, đã chọn số 0, và số 1, ta còn 8 số để chọn: có 8 cách chọn.

Tương tự, đã chọn số 0, số 1 và một số nữa (khác 0 và 1, số 2 chẳng hạn), ta còn 7 số để chọn: có 7 cách chọn.

Tương tự, cho hai vị trí còn lại.

ĐỀ SỐ 19

Câu 1. Phương trình của tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = x(x - 3)^2$ tại điểm A(4, 4) là:

A. $y = 9x + 32$ B. $y = -9x + 32$ C. $y = 9x - 32$ D. $y = -9x - 32$

Câu 2. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 + m - 2 = 0$ (1)

Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của (1). Giá trị của m để cho $x_1^2 + x_2^2 = 8$ là

A. $m = -1 \vee m = 2$ B. $m = -1 \vee m = -2$

C. $m = -1 \vee m = -2$ D. $m = 1 \vee m = -2$

Câu 3. Giải phương trình: $\log_2 x + \log_2(x - 6) = \log_2 7$, ta được:

A. $x = -1$ B. $x = 7$ C. $x = 1$ D. $x = -7$.

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) và đường thẳng (d) có phương trình: (P): $x + y + z - 3 = 0$

$$(d): \begin{cases} x + y - 10 = 0 \\ 3x - z - 7 = 0 \end{cases}$$

Và điểm A(1, −1, 0). Tọa độ của $A' \in (P)$ sao cho AA' cùng phương với (d) là:

A. (2, 2, 3) B. (−2, −2, 3) C. (−2, −2, 3) D. (2, 2, −3)

Câu 5. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, AB = a, SA vuông góc với mp (ABC) và SA = a. Diện tích xung quanh của hình chóp bằng:

A. $\frac{1}{2}a^2(2 + \sqrt{2})$ B. $\frac{1}{2}a^2(1 + \sqrt{2})$

C. $\frac{1}{2}a^2(2 + 3\sqrt{2})$ D. $\frac{1}{2}a^2(3 + 2 + \sqrt{2})$

Câu 6. Cho hàm số f xác định bởi: $f(x) = mx^2 + 2(m - 3)x + m - 1$. Giá trị của m để cho $f(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ là:

A. $m \geq \frac{9}{5}$ B. $m > \frac{9}{5}$ C. $m = \frac{9}{5}$ D. $m \geq \frac{9}{4}$

Câu 7. Phương trình $(m + 2)\sin x - 2m\cos x = 2(m + 1)$ có nghiệm khi m thỏa điều kiện nào sau đây:

A. $m \leq 0 \vee m \geq 1$ B. $m = 0 \vee m \geq 4$

C. $m \leq 0 \vee m \geq 4$ D. $m \leq 0 \vee m = 4$

Câu 8. Trong không gian Oxyz, cho điểm M(1, 2, −3) và đường thẳng (Δ) có phương trình:

$$\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 + 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 4 + t \end{cases}$$

Phương trình của mp (P) qua M và chứa (Δ) là:

A. $13x - 5y + 3z - 14 = 0$ B. $13x + 5y + 3z - 14 = 0$

C. $13x + 5y - 3z - 14 = 0$ D. $13x - 5y - 3z - 14 = 0$

Câu 9. Trong mp (Oxy) cho đường cong (C_m) có phương trình:

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y + m = 0 \quad \text{(m là tham số)}$$

m bằng bao nhiêu thì (C_m) là đường tròn:

A. $m > 2$ B. $m \geq 2$ C. $m < 2$ D. $m \leq 2$

Câu 10. Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1}dx$, ta được:

A. $I = \frac{\ln(1 + e)}{2}$ B. $I = \ln\frac{(1 + e)}{2}$

C. $I = \ln 2 - \ln(e + 1)$ D. $I = \ln(e + 1) + \ln 2$

Câu 11. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x - 1$ và điểm $A(0, -1)$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị ứng với m = 1, biết rằng tiếp tuyến ấy đi qua A, ta được:

A. $y = -1; y = \frac{9}{8}x - 1$ B. $y = 1; y = -\frac{9}{8}x - 1$

C. $y = -1; y = -\frac{9}{8}x - 1$ D. $y = 1; y = \frac{9}{8}x - 1$

Câu 12. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - mx + 2m - 2}{x + 1}$ có đường tiệm cận xiên là:

A. $y = x + m - 1$ B. $y = x + 1 - m$

C. $y = x - m - 1$ D. $y = x + m + 1$

Câu 13. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol:

$(P_1): y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$ và $(P_2): y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2}$ bằng mấy (đvdt):

A. 7 B. 7 C. 8 D. 10

Câu 14. Giải phương trình ẩn số x sau đây: $C_x^1 + C_x^2 + C_x^3 = \frac{7}{2}x$, ta được:

A. x = 0 B. x = 3 C. x = 5 D. x = 4

Câu 15. Trong mp (Oxy), cho elip (E) có phương trình: $4x^2 + y^2 = 16$. Phương trình tiếp tuyến của (E) song song với phân giác góc phần tư thứ II trong hệ trục Oxy là:

A. $x + y \pm 3\sqrt{5} = 0$ B. $x - y \pm 3\sqrt{5} = 0$

C. $x + y \pm 2\sqrt{5} = 0$ D. $x - y \pm 2\sqrt{5} = 0$

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ (m là tham số)

Gọi (d_m) là đường tiệm cận xiên của đồ thị của hàm số ấy. Tìm m để cho (d_m) cắt trục Ox và Oy tại M và N sao cho dt $(\Delta OMN) = 8$, ta được:

A. $m = 3 \vee m = 5$ B. $m = 3 \vee m = -5$

C. $m = 3 \vee m = -5$ D. $m = -3 \vee m = -5$

Câu 17. Cho elip (E): $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ và đường thẳng (d): $x - y\sqrt{2} + 2 = 0$.

Gọi P, Q là giao điểm của (E) và (d). Tìm M trên (E) sao cho ΔMPQ có diện tích lớn nhất, ta được:

A. $M(2, \sqrt{2})$ B. $M(-2, \sqrt{2})$ C. $M(2, -\sqrt{2})$ D. $M(\sqrt{2}, 2)$

Câu 18. Trong mp (Oxy) cho họ đường tròn:

$(C_m) : x^2 + y^2 - 2mx - 2(m - 1)y = 2m^2 - 2m - 3 = 0$

Tập hợp tâm đường tròn (C_m) khi m thay đổi là đường nào sau đây:

A. Đường thẳng $y = x + 1$ B. Đường thẳng $y = -x - 1$

C. Đường thẳng $y = x + 1$ D. Đường thẳng $y = x -$

Câu 19. Cho x, y là hai số dương thay đổi thoả mãn điều kiện: $x + y = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = xy = \frac{1}{xy}$, ta được:

A. $\frac{17}{3}$ B. $\frac{16}{3}$ C. $\frac{17}{4}$ D. $\frac{15}{4}$

Câu 20. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số:

$$y = \frac{ax^2 + (2a + 1)x + a + 3}{x + 2} \quad (a \neq -1)$$

A. (0, 1) B. (1, 0) C. (-1, 0) D. (0, -1)

ĐÁP ÁN ĐỀ 19

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	C	6	A	11	C	16	B
2	A	7	C	12	B	17	C
3	B	8	B	13	C	18	A
4	C	9	D	14	D	19	C
5	B	10	B	15	A	20	A

GIẢI ĐỀ SỐ 19

Câu 1. (Chọn câu C)

Ta có: $A(4; 4) \in (C)$ nên hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại A bằng $y'(x_A)$.

Mà $y = x(x - 3)^2$ nên $y' = 3x^2 - 12x + 9$

Thay $x = 4$ vào y', ta có: $y' = 9$ hay $y'(x_A) = 9$

Vậy phương trình của tiếp tuyến là: $y = 9x - 32$.

Câu 2. (Chọn câu C)

Ta phải có hai điều kiện:

1. (1) có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - \left(m^2 + m - 2\right) \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$

2. $x_1^2 + x_2^2 = 8 \Leftrightarrow \left(x_1^2 + x_2^2\right) - 2x_1x_2 = 8$

$\Leftrightarrow (2m)^2 - 2(m^2 + m - 2) = 8 \Leftrightarrow m = -1 \vee m = 2$

Vậy m phải tìm là: $m = -1 \vee m = 2$

Câu 3. (Chọn câu C)

Điều kiện để phương trình có nghĩa:

- $\log_2 x$ có nghĩa khi $x > 0$
- $\log_2(x - 6)$ có nghĩa khi $x > 6$

Vậy $x > 6$.

Với điều kiện đó, phương trình có thể viết:

$\log_2 x + \log_2(x - 6) = \log_2 7 \Leftrightarrow \log_2(x - 6) = \log_2 7$

$\Leftrightarrow x(x - 6) = 7 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 7$

Với điều kiện $x > 6$ ta có nghiệm: $x = 7$

Câu 4. (Chọn câu C)

Ta có: (d) có vectơ chỉ phương $\vec{d} = \left(\begin{vmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{vmatrix}, \begin{vmatrix}0 & 1\\-1 & 3\end{vmatrix}, \begin{vmatrix}1 & 1\\0 & 0\end{vmatrix}\right) = (-1, 1 -3)$

Mà AA' cùng phương với (d) nên $\vec{d}$ là một vectơ chỉ phương của AA'.

Suy ra phương trình tham số của AA':

$$\begin{cases} x = x_A - t \\ y = y_A + t \\ z = z_A - 3t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 1 - t \\ y_A = -1 + t \\ z_A = -3t \end{cases}$$

Vì $A' \in (P)$ nên ta có: $x_A + y_A + z_A - 3 = 0$

$\Rightarrow 1 - t = (-1 + t) - 3t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Vậy: A'(2, -2, 3).

Câu 5. (Chọn câu B)

Các mặt bên của hình chóp là: ΔSAB, ΔSBC, ΔSAC. Ta có:

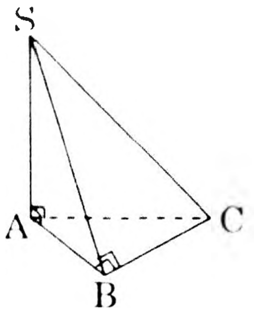
- $SA \perp$ mp (ABC) nên: ΔSAB vuông tại A, ΔSAC vuông tại A, ΔSBC vuông tại B (định lý 3 đường thẳng vuông góc)
- Vì SA = AB = a nên $SB = a\sqrt{2}$.

  Vì ΔABC vuông cân tại B nên AB = BC = a

  Vì ΔABC vuông cân tại B nên $AC = a\sqrt{2}$

- $S_{xq} = dt(\Delta SAB) + dt(\Delta SBC) + dt(\Delta SAC)$

$$= \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a.a\sqrt{2} + \frac{1}{2}a.a\sqrt{2} = \frac{1}{2}a^2(1 + 2\sqrt{2})$$



Câu 6. (Chọn câu A)

Các mặt bên của hình chóp là:

Ta có: $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \text{ (a là hệ số của } x^2) \\ \Delta' \le 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ (m-3)^2 - m(m-1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -5m + 9 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge \frac{9}{5}$$

Câu 7. (Chọn câu C)

Phương trình $(m + 2)\sin x - 2m\cos x = 2(m + 1)$

có dạng: $A\sin x + B\cos x = C$.

Với: $A = m + 2$; $B = -2m$; $C = 2(m + 1)$

Điều kiện để phương trình có nghiệm là: $A^2 + B^2 \ge C^2$

Suy ra: $(m + 2)^2 + (2m)^2 \ge 4(m + 1)^2$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m \ge 0 \Leftrightarrow m < 0 \vee m \ge 4$$

Câu 8. (Chọn câu B)

- (Δ) có một vectơ chỉ phương: $\vec{n} = (-1, 2, 1)$
- Lấy điểm $N \in (\Delta)$ ứng với $t = -1$, ta được: $N(0, 1, 3)$

  Suy ra: $\overrightarrow{MN} = (-1, -1, 6)$
- Gọi $\vec{P}$ là một vectơ pháp của mp (P), ta có:

$$\vec{P} = \left[\vec{n}, \overrightarrow{MN}\right] = \left(\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 6 & -1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} \right) \Rightarrow \vec{P} = (13, 5, 3)$$

Phương trình của mp (P): $13(x - 1) + 5(y - 2) + 3(z + 3) = 0$

$$\Leftrightarrow 13x + 5y + 3z - 14 = 0$$

Câu 9. (Chọn câu D)

Phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình của đường tròn khi: $a^2 + b^2 - c \ge 0$

Ở đây $a = 1$, $b = 1$, $c = m$ nên điều kiện là: $1^2 + 1^2 - m \ge 0 \Leftrightarrow m \le 2$

Câu 10. (Chọn câu B)

Đặt: $u = e^x + 1$, ta có $du = e^x dx$

Đổi cận tích phân:

x	0	1
u	2	e + 1

Do đó: $I = \int_2^{e+1} \frac{du}{u} = \ln|u|\Big|_2^{e+1} = \ln(e+1) - \ln 2$.

Vậy $I = \ln\frac{(e+1)}{2}$

Câu 11. (Chọn câu C)

Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến phải tìm, phương trình của tiếp tuyến: $y = k(x - 0) - 1 \Leftrightarrow y = kx - 1$

Khi m = 1, hàm số trở thành: $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và đường thẳng $y = kx - 1$ là: $2x^3 + 3x^2 - 1 = kx - 1 \Leftrightarrow x\left(2x^2 + 3x - k\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & (1) \\ 2x^2 + 3x - k = 0 & (2) \end{array}\right.$$

Đường thẳng tiếp xúc với đồ thị

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \text{(2) có nghiệm } x = 0 \\ \text{(2) có nghiệm kép } (\Delta = 0) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 0 \\ k = -\frac{9}{8} \end{array}\right.$$

Vậy qua A có hai tiếp tuyến phải tìm: $y = -1$ và $y = -\frac{9}{8}x - 1$

Câu 12. (Chọn câu B)

Hàm số $y = \frac{x^2 - mx + 2m - 2}{x + 1}$ có thể viết: $y = x - m + \frac{m - 1}{x - 1} (m \neq 1)$

Đường tiệm cận xiên phải tìm là: $y = x - m + 1$

Câu 13. (Chọn câu C)

Hai hàm số đã cho đều liên tục trên $\mathbb{R}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P_1) và (P_2):

$$\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3$$

Diện tích phải tính: $\int_{-1}^{3}\left[\left(-\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2}\right) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right]dx$

$$= \int_{-1}^{3}\left(-\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right)dx = -\frac{x^3}{4} + \frac{3x^2}{4} + \frac{9}{4}x\Bigg|_{-1}^{3} = 8 \text{ (đvdt)}$$

Câu 14. (Chọn câu D)

Ta có: $C_x^1 = x$; $C_x^2 = \frac{1}{2}x(x-1)$; $C_x^3 = \frac{1}{6}x(x-1)(x-2)$

Nên: $C_x^1 + C_x^2 + C_x^3 = x + \frac{1}{2}x(x-1) + \frac{1}{6}x(x-1)(x-2)$

Suy ra: $x + \frac{1}{2}x(x-1) + \frac{1}{6}x(x-1)(x-2) = \frac{7}{2}x$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 16 \end{array}\right. \Leftrightarrow x \in \{0, -4, 4\}$$

Vì $x > 2$ nên $x = 4$ là nghiệm phải tìm.

Câu 15.(Chọn câu A)

Phương trình đường phân giác (d) của góc phần tư thứ II: $y = -x$.

Gọi (d_1) là đường thẳng song song với (d)

Ta có: (d_1): $y = -x + m \Leftrightarrow x + y - m = 0$

(d_1) tiếp xúc với (E) $\Leftrightarrow a^2A^2 + b^2B^2 = C^2$ (*)

Trong đó: a^2, b^2 cho bởi: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ và A, B, C cho bởi $Ax + By + C = 0$

Theo đề bài: $a^2 = 9; b^2 = 36$

Phương trình của (E): $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$

Và: A = 1, B = 1, C = –m. Do đó (*) trở thành:

(d_1) tiếp xúc với (E) $\Leftrightarrow 9.1 + 36.1 = (-m)^2 \Leftrightarrow m^2 = 45 \Leftrightarrow m = \pm 3\sqrt{5}$

Vậy có hai tiếp tuyến phải tìm: $(d_{1,2}) : x + y \pm 3\sqrt{5} = 0$

Câu 16. (Chọn câu B)

Đường tiệm cận xiên của đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ là:

$y = x + m + 1$ (d_m)

(d_m) cắt trục Ox tại $M(-m-1, 0)$ và cắt trục Oy tại $N(0, m+1)$

$dt(\Delta OMN) = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2}OM.ON = 8 \Leftrightarrow OM.ON = 16$ (1)

Mà: $OM = |x_m| = |-m-1| = |m+1|$; $ON = |y_N| = |m+1|$

nên (1) $\Leftrightarrow |m+1|^2 = 16 \Leftrightarrow m + 1 = \pm 4 \Leftrightarrow m = 3 \vee m = -5$

Câu 17.(Chọn câu C)

Phương trình tham số của (E): $\begin{cases} x = 2\sqrt{2}\cos t \\ y = 2\sin t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$

Gọi M ∈ (E) thì $M\left(2\sqrt{2}\cos t, 2\sin t\right)$

Khoảnh cách từ M đến (d):

$$h = \frac{\left|x_M - y_M\sqrt{2} + 2\right|}{\sqrt{1+2}} = \frac{\left|2\sqrt{2}\cos t - 2\sqrt{2}\sin t + 2\right|}{\sqrt{3}} \quad (\text{vì } y_M = 2\sin t)$$

$$h = \frac{\left|2\sqrt{2}\cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right) + 2\right|}{\sqrt{3}}$$

Mà $dt(\Delta MPQ) = \frac{1}{2}h.PQ$ lớn nhất nên $dt(\Delta MPQ)$ lớn nhất

$\Leftrightarrow$ h lớn nhất $\Leftrightarrow \cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow t = -\frac{\pi}{4}$, lúc đó $M\left(2, -\sqrt{2}\right)$

Câu 18.(Chọn câu A)

Tâm I của (C_m): $\begin{cases} x = m \\ y = 1 - m \end{cases}$

(C_m) là đường tròn $\Leftrightarrow m^2 + (1-m)^2 - (2m^2 - 2m - 3) \geq 0 \Leftrightarrow 4 \geq 0$

Như thế, với mọi $m \in \mathbb{R}$, (C_m) là đường tròn.

Để có tập hợp của I, ta khử m giữa (x, y) của I

Ta có: $\begin{cases} x = m \\ y = -1 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ y = -x + 1 \end{cases}$

Vậy tập hợp những điểm I là toàn thể những đường thẳng: $y = -x + 1$

Câu 19.(Chọn câu C)

Theo Cauchy, ta có:

$$x + y = 1 \Rightarrow 1 = x + y \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow \frac{1}{2} \geq \sqrt{xy} \Rightarrow \frac{1}{4} \geq xy > 0$$

Đặt t = xy, ta có: $t \in \left(0, \frac{1}{4}\right]$ và $P = f(t) = t + \frac{1}{t} \Rightarrow f'(t) = 1 - \frac{1}{t^2} = \frac{t^2 - 1}{t^2}$

Bảng biến thiên:

t	0		$\frac{1}{4}$
f'(t)		−	
f(t)		↘	$\frac{17}{4}$

Vậy $P = xy + \dfrac{1}{xy}$ nhỏ nhất bằng $\dfrac{17}{4}$

Câu 20. (Chọn câu A)

Hàm số $y = \dfrac{ax^2 + (2a+1)x + a + 3}{x+2}$ $(a \neq -1)$

Có thể viết: $y = ax + 1 + \dfrac{a+1}{x+2}$ vì $a \neq -1$ nên $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{a+1}{x+2} = 0$

Suy ra đường tiệm cận xiên là: $y = ax + 1$

Vậy điểm cố định phải tìm là: $I(0, 1)$

ĐỀ SỐ 20

Câu 1. Trong mp (Oxy), cho elip (E) có phương trình $4x^2 + y^2 = 36$. Lập phương trình của parabol (P) có đỉnh trùng gốc tọa độ và có tiêu điểm phía trên của (E), ta được:

A. $x^2 = 6y\sqrt{3}$ B. $x^2 = 12y\sqrt{3}$ C. $x^2 = 8y\sqrt{3}$ D. $x^2 = 10y\sqrt{3}$

Câu 2. Trong mp (Oxy) cho đường thẳng (d): $3x + 4y - 12 = 0$. Hình chiếu H của O lên (d) có tọa độ là:

A. $\left(\dfrac{36}{25}; \dfrac{-48}{25}\right)$ B. $\left(\dfrac{-36}{25}; \dfrac{48}{25}\right)$ C. $\left(\dfrac{36}{25}; \dfrac{48}{25}\right)$ D. $\left(\dfrac{-36}{25}; \dfrac{-48}{25}\right)$

Câu 3. Tính tích phân $I = \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |\sin x|\,dx$, ta được;

A. $I = 3$ B. $I = \dfrac{3}{2}$ C. $I = \dfrac{4}{3}$ D. $I = 2$

Câu 4. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + mx - m^2 + 1}{x - m}$. Tìm giá trị của m để cho hàm số có cực trị, ta được:

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{m\}$ B. $m \in (0; +\infty)$ C. $m = 1$ D. $m = 0$

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = a\sin x + b\cos x + 1$ với $x \in [-\pi, \pi]$. Tìm a, b sao cho $f'\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) = 0$ và $f'(0) = \dfrac{1}{2}$, ta có:

A. $a = \dfrac{1}{2}$, $b = -\dfrac{1}{2}$ B. $a = -\dfrac{1}{2}, b = \dfrac{1}{2}$

C. $a = b = \frac{1}{2}$ D. $a = b = -\frac{1}{2}$

Câu 6. Cho đường tròn (C_m) có phương trình :

$x^2 + y^2 - (m-2)x + 2my - 1 = 0$. (C_m) đi qua các điểm cố định nào sau đây:

A. $(-2,-1)\left(\frac{2}{5},\frac{1}{5}\right)$ B. $(2,-1)\left(-\frac{2}{5},\frac{1}{5}\right)$

C. $(2,-1)\left(-\frac{2}{5},-\frac{1}{5}\right)$ D. $(2,1)\left(\frac{2}{5},\frac{1}{5}\right)$

Câu 7. Biết rằng x = 1 là một nghiệm của bất phương trình:

$$\log_m\left(2x^2 + x + 3\right) \le \log_m\left(3x^2 - x\right)$$

Giải bất phương trình này ta được:

A. $0 < x < \frac{1}{2}$ B. $0 < x < \frac{1}{3}$ C. $0 < x < \frac{1}{3}$ D. $0 < x < \frac{3}{2}$

Câu 8. Trong không gian Oxyz cho mp (P): $6x + 3y + 2z - 6 = 0$ và điểm M(0, 0, 1). Điểm nào sau đây đối xứng với M qua mp (P)

A. $\left(\frac{48}{49},\frac{24}{49},\frac{48}{49}\right)$ B. $\left(\frac{48}{49},\frac{24}{49},\frac{48}{49}\right)$

C. $\left(\frac{48}{49},\frac{24}{49},\frac{65}{49}\right)$ D. $\left(-\frac{48}{49},\frac{24}{49},\frac{65}{49}\right)$

Câu 9. Tính tích phân $\int_0^1 (x-1)e^{2x}dx$, ta được:

A. $1 + \frac{e^2}{4}$ B. $1 - \frac{e^2}{4}$ C. $-1 + \frac{e^2}{4}$ D. $-1 - \frac{e^2}{4}$

Câu 10. Cho (C) là đồ thị của hàm số: $y = \frac{x^2 + x - 3}{x + 2}$ và đường thẳng $(d): 5x - 6y - 13 = 0$. Giao điểm của (C) và (d) gồm các điểm sau đây:

A. $(-1,3);\left(8,-\frac{53}{6}\right)$ B. $(-1,-3);\left(8,-\frac{53}{6}\right)$

C. $(-1,-3);\left(-8,-\frac{53}{6}\right)$ D. $(1,3);\left(8,-\frac{53}{6}\right)$

Câu 11. Trong mp (Oxy), cho hai đường thẳng:

$$(D_1): \begin{cases} x = 2t \\ y = 3t \end{cases} \text{ và } (D_2): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$$

A. $\cos\varphi = \frac{8}{\sqrt{65}}$ B. $\cos\varphi = \frac{8}{\sqrt{67}}$

C. $\cos\varphi = \dfrac{9}{\sqrt{65}}$ D. $\cos\varphi = \dfrac{7}{\sqrt{65}}$

Câu 12. Cho đồ thị (C_a): $y = \dfrac{ax^2 + (2a+1)x + a + 3}{x+2}$ với $a \neq -1$ và đường thẳng (D_a) có phương trình: $y = a + 4$. Giá trị a để (D_a) tiếp xúc với (C_a) là số nào sau đây:

A. $a = \dfrac{9}{5}$ B. $a = -\dfrac{9}{5}$ C. $a = \dfrac{5}{9}$ D. $a = -\dfrac{5}{9}$

Câu 13. Trong mp (Oxy), cho đường cong (C_m) có phương trình:

$x^2 + y^2 - 2mx - 2(1-m)y + 2m^2 - 2m - 3 = 0$. Và điểm A(0, 3). Phương trình của tiếp tuyến qua A(0, 3) của (C_m) khi m = 2 là phương trình nào sau đây:

A. $3x + 4y - 12 = 0;\ x = 0$ B. $3x + 4y + 12 = 0;\ x = 0$

C. $3x - 4y - 12 = 0;\ x = 0$ D. $3x - 4y + 12 = 0;\ x = 0$

Câu 14. Tìm họ nguyên hàm của hàm số:

$$f(x) = \frac{\cos x + \sin x.\cos x}{2 + \sin x}, \text{ ta được:}$$

A. $\sin x - \ln(2 + \sin x) + C$ B. $\sin x + \ln(2 + \sin x) + C$

C. $\sin x + \ln(2 - \sin x) + C$ D. $\sin x - \ln(2 - \sin x) + C$

Câu 14. Trong mp (Oxy), hai điểm M(3, 3), N(3, 5) và đường thẳng $(D): 2x + y - 4 = 0$. Gọi P là điểm thuộc đường thẳng (D). Giá trị nhỏ nhất của PM + PN bằng:

A. $5\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $4\sqrt{2}$ D. $6\sqrt{2}$

Câu 16. Giá trị của m để cho đường thẳng (d): y = mx + 2 cắt đường cong $(C_m): \dfrac{x^2 + mx + 1}{x - 1}$ tại hai điểm phân biệt thỏa điều kiện nào sau đây:

A. $m < 0 \vee m > 2$ B. $m < 0 \vee m > 1$

C. $m < -1 \vee m > 2$ D. $m < 0 \vee m > 3$

Câu 17. Thể tích tứ diện đều cạnh a bằng số nào sau đây:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{10}$ C. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{10}$ D. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Câu 18. Giải hệ phương trình:

$\begin{cases} x^2y + xy^2 = 6 \\ xy + x + y = 5 \end{cases}$ ta được nghiệm nào sau đây:

A. $(1, 2) \vee (2, 1)$ B. $(-1, -2) \vee (-2, -1)$

C. $(-1, 2) \vee (2, -1)$ D. $(1, -2) \vee (-2, 1)$

Câu 19. Nghiệm của phương trình: $\cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{4} = \sin 2x$ với $x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$

là kết quả nào sau đây:

A. $x = 0 \vee x = \frac{5\pi}{6}$ B. $x = 0 \vee x = \frac{\pi}{4}$

C. $x = 0 \vee x = \frac{\pi}{6}$ D. $x = \frac{\pi}{6} \vee x = \frac{5\pi}{6}$

Câu 20. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D'. Gọi α là góc phẳng của nhị diện (B', CD, B), S là diện tích của ΔB'CD. Tìm câu đúng:

A. $S' = S : \cos\alpha$ B. $S' = S.\sin\alpha$

C. $S' = S.\cos\alpha$ D. $S' = S : \sin\alpha$

ĐÁP ÁN ĐỀ 20

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	B	6	A	11	A	16	B
2	C	7	B	12	B	17	D
3	D	8	C	13	A	18	A
4	A	9	B	14	A	19	B
5	C	10	C	15	C	20	C

GIẢI ĐỀ SỐ 20

Câu 1. (Chọn câu B)

- (E): $4x^2 + y^2 = 36 \Leftrightarrow (E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$

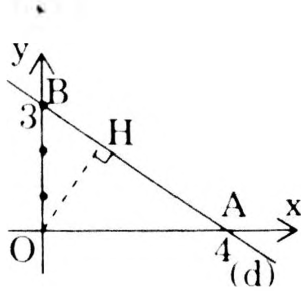
Do đó, tiêu cự $c^2 = b^2 - a^2 \Leftrightarrow c = 3\sqrt{3}$

Gọi F_1 là tiêu điểm phía trên của (E), ta có $OF_1 = 3\sqrt{3}$

Parabol (P) có phương trình: $x^2 = 2py$ trong đó $p = 2OF_1 \Leftrightarrow p = 6\sqrt{3}$

Vậy (P): $x^2 = 12y\sqrt{3}$

Câu 2. (Chọn câu C)



(d) cắt Ox tại A(4, 0) và cắt Oy tại B(0, 3)

Gọi (x, y) là tọa độ của H, ta có:

$\overrightarrow{HA} = (4 - x - y)$, $\overrightarrow{HB} = (-x - y + 3)$

H là hình chiếu của O lên (d) nên OH ⊥ (d)

Suy ra: $\overrightarrow{OH}.\overrightarrow{HA} = 0 \Leftrightarrow x(4 - x) - y^2 = 0$ (1)

$\overrightarrow{OH}.\overrightarrow{HB} = 0 \Leftrightarrow -x^2 + y(3 - y)$ (2)

Giải hệ (1) và (2) ta được: $H\left(\frac{36}{25}, \frac{48}{25}\right)$

Câu 3. (Chọn câu D)

Trên đoạn tích phân $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ hàm số sinx là hàm số lẻ nên $|\sin x|$ là hàm số chẵn.

Do đó: $I = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x| dx$. Trên $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, sinx > 0 nên $|\sin x| = \sin x$

Suy ra: $I = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -2\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -2\cos\frac{\pi}{2} + 2\cos = 2$

Vậy: I = 2

Câu 4. (Chọn câu A)

Hàm số $y = \frac{x^2 + mx - m^2 + 1}{x - m}$ có đạo hàm: $y' = \frac{x^2 + mx - 1}{(x - m)^2}$

y' có dấu của $f(x) = x^2 + mx - 1$.

Ta có: $\Delta = m^2 + 4 > 0, \forall x \in D$ với $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

Nên f(x) có hai nghiệm phân biệt , $\forall x \in D$

Suy ra y' có hai nghiệm phân biệt , $\forall x \in D$

Nên y có cực đại và cực tiểu với $\forall x \in D$.

Câu 5. (Chọn câu C)

Ta có $f(x) = a\cos x - b\sin x$

Suy ra: $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow a\cos\frac{\pi}{4} - b\sin\frac{\pi}{4} = 0 \Leftrightarrow a = b$

$f(0) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a\cos 0 - b\sin 0 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$

Vậy $a = b = \frac{1}{2}$

Câu 6. (Chọn câu A)

Phương trình: $x^2 + y^2 - (m - 2)x + 2my - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 1 - (x - 2y)m = 0$$

Phương trình này được nghiệm đúng, bất chấp m

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 1 = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ (2y)^2 + y^2 + 2(2y) - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 5y^2 + 4y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ y = -1 \vee y = \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ y = \frac{1}{5} \end{cases}$$

Câu 7. (Chọn câu B)

$x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình:

$$\log_m\left(2x^2 + x + 3\right) \le \log_m\left(3x^2 - x\right)$$

Nên $\log_m(6) \le \log_m(2)$. Suy ra: $0 < m < 1$

Vì $0 < m < 1$ nên bất phương trình:

$$\log_m\left(2x^2 + x + 3\right) \le \log_m\left(3x^2 - x\right) \Leftrightarrow 2x^2 + x + 3 \ge 3x^2 - x > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - x > 0 \\ x^2 - 2x - 3 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{3} \\ -1 \le x \le 3 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{3}$$

Vậy khoảng nghiệm của bất phương trình là $0 < x < \frac{1}{3}$

Câu 8. (Chọn câu C)

Gọi M'(x, y, z) là điểm đối xứng của M(0, 0, 1) qua mp (P), và H là trung điểm của MM', ta có: $H\left(x_H = \frac{x}{2}, y_H = \frac{y}{2}, z_H = \frac{z+1}{2}\right)$

Mà $\begin{cases} H \in mp(P) \\ MM' \perp mp(P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x_H + 3y_H + 2z_H - 6 = 0 \\ \frac{x}{6} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{2} = t, t \in \mathbb{R} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6\cdot\dfrac{x}{2} + 3\cdot\dfrac{y}{2} + 2\cdot\dfrac{z+1}{2} - 6 = 0 \\ x = 6t; y = 3t; z = 1 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6\cdot\dfrac{6t}{2} + 3\cdot\dfrac{3t}{2} + 2\cdot\dfrac{2+2t}{2} - 6 = 0 \\ x = 6t;\ y = 3t;\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 49t - 8 = 0 \\ x = 6t; y = 3t; z = 1 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{48}{49} \\ y = \dfrac{24}{49} \\ z = \dfrac{65}{49} \end{cases}$$

Đây là tọa độ của M' đối xứng của M qua (P).

Câu 9. (Chọn câu B)

Ta có: $(x - 1)e^{2x} = x.e^{2x} - e^{2x}$

Nên $\int_0^1 (x-1)e^{2x}dx = \int_0^1 x.e^{2x}dx - \int_0^1 e^{2x}dx = \frac{1}{2}x.e^{2x}\Big|_0^1 - \int_0^1 x.e^{2x}dx - \int_0^1 e^{2x}dx$

$$= \frac{1}{2}x.e^{2x}\Big|_0^1 - \frac{3}{4}e^{2x}\Big|_0^1 = -\frac{e^2}{4} + 1$$

Câu 10. (Chọn câu C)

Phương trình của (d): $5x - 6y - 13 = 0$. Có thể viết: $y = \frac{5}{6}x - \frac{13}{6}$

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) vạ (d):

$$\frac{x^2 + x - 3}{x + 2} = \frac{5}{6}x - \frac{13}{6} \quad (x \neq -2)$$

$\Leftrightarrow 6(x^2 + x - 3) = (5x - 13)(x + 2) \quad (x \neq -2)$

$\Leftrightarrow x^2 + 9x + 8 = 0 \quad (x \neq -2) \Leftrightarrow x = -1 \vee x = -8$

Do đó: $\begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -8 \\ y = -\dfrac{53}{6} \end{cases}$

Hai điểm phải tìm có tọa độ: $(-1, 3)$ và $\left(-8; -\dfrac{53}{6}\right)$

Câu 11. (Chọn câu A)

Công thức $\cos\varphi = \dfrac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}.\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$ với $\overrightarrow{a_1} = (a_1, b_1)$ và $\overrightarrow{a_2} = (a_2, b_2)$

Theo đề bài, gọi $\overrightarrow{a_1}$ và $\overrightarrow{a_2}$ lần lượt là vectơ chỉ phương của (D_1) và (D_2), ta có: $\overrightarrow{a_1} = (2, 3)$ và $\overrightarrow{a_2} = (1, 2)$

Nên $\cos\varphi = \left|\cos\left(\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}\right)\right| = \dfrac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}.\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

$\Rightarrow \cos\varphi = \dfrac{|2.1 + 3.2|}{\sqrt{2^2 + 3^2}.\sqrt{1^2 + 2^2}} = \dfrac{8}{\sqrt{13}.\sqrt{5}} \Rightarrow \cos\varphi = \dfrac{8}{\sqrt{65}}$

Câu 12. (Chọn câu B)

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_a) và (D_a):

$$\frac{ax^2 + (2a+1)x + a + 3}{x+2} = a + 4 \quad (x \neq -2)$$

$\Leftrightarrow ax^2 + (2a+1)x + a + 3 = (x+2)(a+4)$

$\Leftrightarrow ax^2 + (a-3)x - a - 5 = 0 \qquad (1)$

(C_a) tiếp xúc với $(D_a) \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ (1) \text{ có nghiệm kép} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a(-2)^2 + (a-3)(-2) - a - 5 \neq 0 \\ (a-3)^2 + 4a(a+5) = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq -1 \\ 5a^2 + 14a + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = -\dfrac{9}{5}$

Vậy khi $a = -\dfrac{9}{5}$ thì (C_a) tiếp xúc với (D_a)

Câu 13. (Chọn câu A)

Khi m = 2 thì $(C_2): x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$

Lúc đó tâm của (C_2): $I(2, -1)$

và bán kính của (C_2): $R = \sqrt{2^2 + (-1)^2 - 1} = \sqrt{4} = 2$

Gọi k là hệ số góc của đường thẳng (D) qua A(0, 3)

ta có: (D): $y - 3 = k(x - 0) \Leftrightarrow y = kx + 3$

(D) tiếp xúc với $(C_2) \Leftrightarrow$ khoảng cách từ I đến (D) = R

$\Leftrightarrow \dfrac{|2k + 1 + 3|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 2 \Leftrightarrow |2k + 4| = 2\sqrt{k^2 + 1} \Leftrightarrow |k + 2| = \sqrt{k^2 + 1} \Leftrightarrow k = -\dfrac{3}{4}$

Ta được: $y = -3 - -\dfrac{3}{4}x \Leftrightarrow 3x + 4y - 12 = 0$

Ngoài ra, vì I(2 –1) nên khoảng cách từ I đến trục tung Oy bằng 2. Ta có tiếp tuyến thứ hai có phương trình: x = 0.

Tóm lại có hai tiếp tuyến: $3x + 4y - 12 = 0$ và $x = 0$

Câu 14. (Chọn câu A)

Hàm số: $f(x) = \dfrac{\cos x + \sin x.\cos x}{2 + \sin x}$

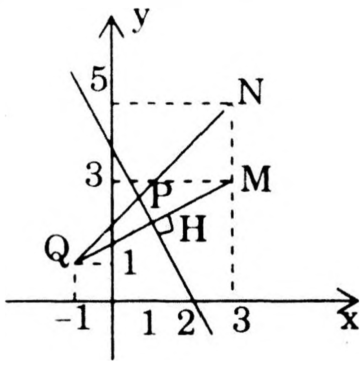
Có thể viết: $f(x) = \dfrac{(1 + \sin x)\cos x}{2 + \sin x} = \dfrac{(2 + \sin x - 1)\cos x}{2 + \sin x}$

$$= \frac{(2 + \sin x)\cos x - \cos x}{2 + \sin x} = \cos x - \frac{\cos x}{2 + \sin x}$$

Suy ra họ nguyên hàm của f(x) là: $F(x) = \sin x - \ln(2 + \sin x) + C$

Câu 15. (Chọn câu C)

Gọi Q(x, y) là điểm đối xứng của M(3, 3) qua (D) và $H(x_H, y_H)$ là trung điểm của MQ ta có:



- $H \in (D) \Leftrightarrow 2x_H + y_H - 4 = 0$ (1)

Mà: $x_H = \dfrac{x_M + x_Q}{2} = \dfrac{x + 3}{2}$

$y_H = \dfrac{y_H + y_Q}{2} = \dfrac{3 + y}{2}$

$= 2.\dfrac{x + 3}{2} + \dfrac{3 + y}{2} - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 1 = 0$

- $\overrightarrow{MQ} \perp (D) \Leftrightarrow \overrightarrow{MQ} // \vec{n} = (2, 1)$

$$\Leftrightarrow \frac{x - 3}{2} = \frac{y - 3}{1} \Leftrightarrow x - 2y + 3 = 0 \quad (2)$$

Giải hệ (1') và (2) ta được: x = −1, y = 1.

Vậy Q(−1, 1). Bây giờ xét tổng PM + PN

Vì (I) là đường trung trực của MQ nên PM = PQ

Do đó: PM + PN = PQ + PN (3)

Ta thấy, P nằm giữa N và Q nên PQ + PN nhỏ nhất ⇔ N, P, Q thẳng hàng Suy ra PQ + PN nhỏ nhất ⇔ $PQ + PN = QN = 4\sqrt{2}$

Vậy PM + PN nhỏ nhất bằng $4\sqrt{2}$

Câu 16 (Chọn câu B)

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C):

$$\frac{x^2 + mx - 1}{x - 1} = mx + 2 \quad (x \neq 1)$$

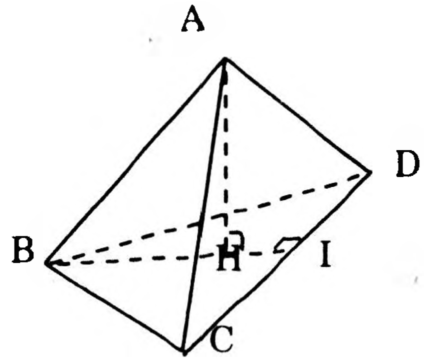
$\Leftrightarrow x^2 + mx - 1 = mx^2 + 2x - mx - 2 \quad (m \neq 1)$

$\Leftrightarrow (n - 1)x^2 + 2(1 - m)x - 1 = 0 \quad (x \neq 1)$

(d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ \Delta' > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m^2 - m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0 \vee m > 1$$

Câu 17. (Chọn câu D)



Giả sử hình tứ diện đều ABCD có đường cao AH $\perp$ mp (BCD). Thể tích phải tìm:

$V = \frac{1}{3}dt(\Delta BCD).AH$

Ta có:

- $dt(\Delta BCD) = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

- Đường cao AH có H là trọng tâm của ΔBCD nên $BH = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

  ΔAHB vuông tại H cho: $AH^2 = AB^2 - BH^2 = a^2 - \dfrac{3a^2}{9} = \dfrac{6a^2}{9}$

Suy ra: $AH = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Vậy: $V = \dfrac{1}{3}\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{6}}{3} = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{12}$

Câu 18. (Chọn câu A)

Đặt S = x + y và P = xy thì hệ trở thành: $\begin{cases} PS = 6 \\ P + S = 5 \end{cases}$

Như vậy P và S là nghiệm của phương trình:

$$X^2 - 5X + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P = 3 \\ S = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} p = 2 \\ S = 3 \end{cases}$$

- Khi P = 3 và S = 2 thì x, y là nghiệm của: $x^2 - 2x + 3 = 0$ (VN)
- Khi P = 2 và S = 3 thì x, y là nghiệm của:

  $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 2$

Vậy hệ có hai nghiệm: (x = 1 và y = 2) hoặc (x = 2 và y = 1)

Câu 19. (Chọn câu B)

Ta có: $\cos^4\dfrac{x}{2} - \sin^4\dfrac{x}{2} = \cos^2\dfrac{x}{2} - \sin^2\dfrac{x}{2}$ $\left(\text{Vì } \cos^2\dfrac{x}{2} + \sin^2\dfrac{x}{2} = 1\right)$

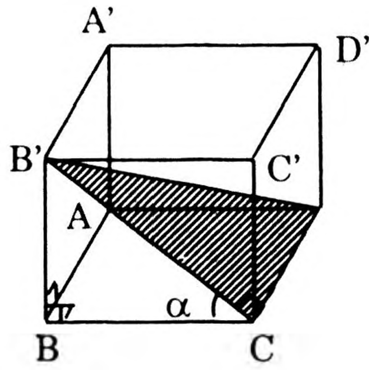
Mà: $\cos^2\dfrac{x}{2} - \sin^2\dfrac{x}{2} = \cos\left(2.\dfrac{x}{2}\right) = \cos x$

Nên phương trình trở thành:

$\cos x = \sin 2x = 2\sin x.\cos x \Leftrightarrow \cos x(1 - 2\sin x) = 0$

$$\left[\begin{array}{l}\cos x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} \vee x = \frac{5\pi}{6}\end{array}\right.$$

Vì $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ nên $x = 0 \vee x = \frac{\pi}{6}$



Câu 20. (Chọn câu C)

Ta có: BB' ⊥ mp (BCD) tại B và CD ⊂ mp (BCD)

Nên ΔBCD là hình chiếu của ΔB'CD lên mp (BCD).

Mặt khác: BC ⊥ CD và B'C ⊥ CD nên:

$\alpha = \widehat{B'CD}$ là góc phẳng của nhị diện (B', CD, B).

Suy ra dt(ΔBCD) = dt(ΔB'CD).cos α ⇔ S' = S.cos α

ĐỀ SỐ 21

Câu 1. Để cho phương trình: $x^3 - 3x = m$ có ba nghiệm phân biệt, giá trị của m thỏa điều kiện nào sau đây:

A. $-2 < m < 0$ B. $-2 < m < 1$ C. $-2 < m < 2$ D. $-1 < m < 2$

Câu 2. Tính tích phân: $\int_0^1 \left(e^{2x} - \pi \sin \pi x\right)dx$, ta được:

A. $\frac{1}{2}e^2 - \frac{5}{2}$ B. $\frac{1}{2}e^2 + \frac{5}{2}$ C. $\frac{1}{2}e^2 - \frac{3}{2}$ D. $\frac{1}{2}e^2 + \frac{3}{2}$

Câu 3. Tìm giá trị của $\int_{-1}^{0} \frac{x}{1 + |x|}dx$, ta được:

A. 1 - ln2 B. (−1 + ln2) C. (1 + ln2) D. (−ln2 − 1)

Câu 4. Cho tứ diện ABCD có AB = 2x, CD = 2y và 4 cạnh còn lại đều có độ dài bằng 1. Tính diện tích toàn phần của tứ diện ấy theo x và y, ta được biểu thức nào sau đây:

A. $2x\sqrt{1 - x^2} - 2y\sqrt{1 - y^2}$ B. $2x\sqrt{1 - x^2} + 2y\sqrt{1 - y^2}$

C. $2x\sqrt{1-y^2} + 2y\sqrt{1-x^2}$ D. $2x\sqrt{x^2-1} + 2y\sqrt{y^2-1}$

Câu 5. Bất phương trình sau đây: $\sqrt{x-3} - \sqrt{x-1} < \sqrt{x-2}$ có khoảng nghiệm là:

A. $(4, +\infty)$ B. $(5, +\infty)$ C. $\left(\frac{7}{2}, +\infty\right)$ D. $(3, +\infty)$

Câu 6. Giải hệ: $\begin{cases} x + y = 4 \\ (x+1)y^2 + xy = 4(y+2) \end{cases}$ ta được mấy nghiệm:

A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Câu 7. Giải phương trình: $2^{2x+2} + 3.2^x - 1 = 0$ ta được nghiệm là số nào sau đây:

A. $x = 2$ B. $x = 2^{-1}$ C. $x = -2$ D. $x = 2^{-2}$

Câu 8. Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x}{(x+3)^3}dx$, ta được giá trị của I là số nào sau đây:

A. $I = \frac{1}{4}$ B. $I = \frac{1}{3}$ C. $I = \frac{1}{5}$ D. $I = \frac{1}{6}$

Câu 9. Trong mp (Oxy) cho parabol (P): $y = \frac{x^2}{2}$ và điểm $A\left(\frac{15}{8}, \frac{27}{8}\right)$.

Phương trình của đường thẳng đi qua $M\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ và vuông góc với tiếp tuyến của (P) tại M là:

A. $y = x - \frac{3}{2}$ B. $y = x + \frac{3}{2}$ C. $y = -x + \frac{3}{2}$ D. $y = -x - \frac{3}{2}$

Câu 10. Cho tứ diện đều ABCD có đường cao AH và O là trung điểm của AH. Các mặt bên của hình chóp OBCD là các tam giác gì?

A. đều B. cân C. vuông D. vuông cân

Câu 11. Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng:

$(D_1): \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $(D_2): \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$

Tìm khoảng cách giữa (D_1) và (D_2) ta được số nào sau đây:

A. $2\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{3}$

Câu 12. Cho hình chóp OBCD có các mặt bên là các tam giác vuông cân. Hình chiếu của O lên mp (BCD) là H. Gọi A là hình đối xứng của H qua O. Hình chóp ABCD là hình chóp gì?

A. Hình chóp tứ giác B. Hình chóp đều

C. Hình chóp tam giác đều D. Tứ diện đều.

Câu 13. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P_1): y = \dfrac{x^2}{2}$

và $(P_2): y = 3x - \dfrac{x^2}{2}$, ta được:

A. 7 (đvdt) B. 8 (đvdt) C. 9 (đvdt) D. 6 (đvdt)

Câu 14. Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng:

$$(d_1): \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2} \text{ và } (d_2): \frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$$

Khoảng cách giữa (d_1) và (d_2) bằng:

A. $\dfrac{8\sqrt{62}}{30}$ B. $\dfrac{9\sqrt{62}}{62}$ C. $\dfrac{11\sqrt{62}}{62}$ D. $\dfrac{9\sqrt{61}}{62}$

Câu 15. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng (Δ) và mp (P) có phương trình: $(\Delta): \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{3}$; $(P): x + 2z - 7 = 0$

Phương trình hình chiếu của Δ trên (P) là:

A. $\begin{cases} 4x + y - 2z = 0 \\ x + 2z - 7 = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 4x - y - 2z = 0 \\ x + 2z - 7 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 4x + y - 2z = 0 \\ x - 2z - 7 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 4x - y + 2z = 0 \\ x + 2z - 7 = 0 \end{cases}$

Câu 16. Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

Có bao nhiêu tập con X của tập A thỏa điều kiện X chứa 1 và không chứa 2.

A. 2^7 B. 2^6 C. 2^5 D. 2^8

Câu 17. Cho hàm số $y = mx^3 - (m-1)x^2 - (2+m)x + m - 1$ có đồ thị (C_m). (C_m) đi qua điểm cố định nào sau đây:

A. $\begin{cases} (1, 1) \\ (2, 2) \end{cases}$ B. $\begin{cases} (-1, -2) \\ (2, 1) \end{cases}$ C. $\begin{cases} (1, -2) \\ (-1, 2) \end{cases}$ D. $\begin{cases} (1, -2) \\ (-1, -2) \end{cases}$

Câu 18. Tập giá trị của hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2}}$ là:

A. $\left(-1, \dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)$ B. $\left(1, \dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)$ C. $\left(1, \dfrac{-\sqrt{6}}{2}\right)$ D. $\left(-1, \dfrac{-\sqrt{6}}{2}\right)$

Câu 19. Gọi (H) là miền kín giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x\sqrt{\ln(x^3 + 1)}$, trục Ox, đường thẳng x = 1. Tính thể tích của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox, ta có:

A. $\pi\left(\frac{2}{3}\ln 2 + \frac{1}{3}\right)$(đvdt)
B. $\pi\left(\frac{2}{3}\ln 2 - \frac{1}{3}\right)$(đvdt)

C. $\pi\left(-\frac{2}{3}\ln 2 + \frac{1}{3}\right)$(đvdt)
D. $\pi\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\ln 2\right)$(đvdt)

Câu 20. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x\sqrt{1 + x^2}$, trục Ox, đường thẳng x = 1, ta được:

A. $\frac{1}{3}\left(2\sqrt{2} - 1\right)$ (đvdt)
B. $\frac{1}{3}\left(2\sqrt{2} + 1\right)$ (đvdt)

C. $\frac{2}{3}\left(2\sqrt{2} - 1\right)$ (đvdt)
D. $\frac{2}{3}\left(2\sqrt{2} + 1\right)$ (đvdt)

ĐÁP ÁN ĐỀ 21

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	C	6	D	11	A	16	B
2	A	7	C	12	D	17	C
3	B	8	A	13	C	18	A
4	B	9	B	14	B	19	B
5	D	10	D	15	A	20	A

GIẢI ĐỀ SỐ 21

Câu 1. (Chọn câu C)

Đặt $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C)

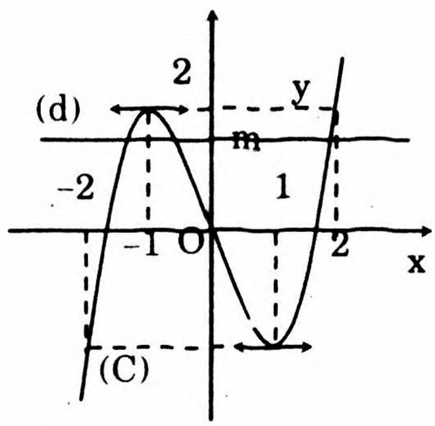
và $y = m$ có đồ thị (d) cùng phương với Ox.

Vẽ (C) và (d) lên cùng hệ trục tọa độ Oxy.

Ta thấy (C) cắt (d) tại ba điểm phân biệt

$\Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Vậy điều kiện để m phải thỏa là $-2 < m < 2$



Câu 2. (Chọn câu A)

Ta có: $\int_0^1 \left(e^{2x} - \pi \sin \pi x\right) dx = \int_0^1 e^{2x} dx - \int_0^1 \pi \sin \pi x dx = \frac{1}{2} e^{2x} + \cos x \Big|_0^1$

$$= \frac{1}{2} e^2 - 1 - \left(\frac{1}{2} e^0 + 1\right) = \frac{1}{2} e^2 - \frac{5}{2}$$

Câu 3. (Chọn câu B)

Ta có: $\frac{x}{1 + |x|} = \frac{x}{1 - x}$ (vì $x \in [-1, 0]$ nên $|x| = -x$)

$$= \frac{1 - x}{1 - x} + \frac{1}{1 - x} = -1\left(\frac{-1}{1 - x}\right)$$

Suy ra: $\int_{-1}^{0} \frac{xdx}{1 + |x|} = \int_{-1}^{0} (-1)dx - \int_{-1}^{0} \frac{-1}{1 - x} dx = -x\Big|_{-1}^{0} - \ln|1 - x|\Big|_{-1}^{0} = -1 + \ln 2$

Câu 4. (Chọn câu B)

Gọi S là diện tích toàn phần của tứ diện ABCD, ta có:

$S = dt(\Delta ABC) + dt(\Delta ABD) + dt(\Delta ACD) + dt(\Delta BCD)$ (1)

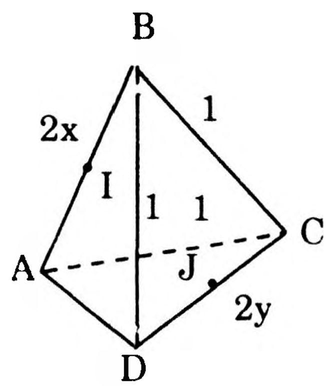
Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD, ta có:

- ΔABC cân tại C, có CA = CB = 1.

  và $CI = \sqrt{CA^2 - AI^2} = \sqrt{1 - x^2}$ nên $dt(\Delta ABC) = \frac{1}{2} AB.CI = x\sqrt{1 - x^2}$

- ΔACD có AC = AD = 1 nên cân tại A, có AJ là đường cao nên:

  $AJ = y\sqrt{1 - y^2}$, suy ra $dt(\Delta ACD) = y\sqrt{1 - y^2}$



- $\Delta ABD = \Delta ACB$ (c c c) nên $dt(\Delta ABD) = x\sqrt{1 - x^2}$
- $\Delta CBD = \Delta ACD$ (c c c) nên $dt(\Delta CBD) = x\sqrt{1 - y^2}$

Tóm lại (1) cho $S = 2x\sqrt{1 - x^2} + 2y\sqrt{1 - y^2}$

Câu 5. (Chọn câu D)

Điều kiện: $x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$ (1)

Bất phương trình trở thành: $\sqrt{x - 3} < \sqrt{x - 1} + \sqrt{x - 2}$

$\Leftrightarrow x - 3 < 2x - 3 - 3 + 2\sqrt{x - 1}.\sqrt{x - 2}$

$\Leftrightarrow -x < 2\sqrt{x - 1}.\sqrt{x - 2}$ (2)

(2) được nghiệm khi thỏa (1).

Vậy, khoảng nghiệm phải tìm là: $(3, +\infty)$

Câu 6. (Chọn câu B)

Ta có: $\begin{cases} x + y = 4 \\ (x+1)y^2 + xy = 4(y+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ y^3 - 4y^2 + 8 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ y = 2 \vee y = 1 + \sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 4 - \left(1 \pm \sqrt{5}\right) \\ y = 1 \pm \sqrt{5} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 3 - \sqrt{5} \\ y = 1 + \sqrt{5} \end{cases} \vee \begin{cases} x = 3 + \sqrt{5} \\ y = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$

Tóm lại, hệ có ba nghiệm: $(2, 2);\left(3 - \sqrt{5}, 1 + \sqrt{5}\right);\left(3 + \sqrt{5}, 1 - \sqrt{5}\right)$

Câu 7. (Chọn câu C)

Đặt $t = 2^x$ thì $t > 0$ và phương trình trở thành: $2^2.\left(2^2\right)^x + 3.2^x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4t^2 + 3t - 1 = 0 \\ t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = \dfrac{1}{4} \text{ (nhận)} \end{cases}$

Khi $t = \dfrac{1}{4}$, ta có: $2^x = \dfrac{1}{4} = 2^{-2} \Leftrightarrow x = -2$

Câu 8. (Chọn câu A)

Ta có: $\dfrac{2x}{(1+x)^3} = \dfrac{2(x+1) - 2}{(1+x)^3} = \dfrac{2}{(1+x)^2} - \dfrac{2}{(1+x)^3}$

Do đó: $I = 2\displaystyle\int_0^1 \dfrac{1}{(1+x)^2}dx - 2\int_0^1 \dfrac{1}{(1-x)^3}dx = 2.\dfrac{-1}{x+1} + \dfrac{1}{(1+x)^2}\Bigg|_0^1$

$= \dfrac{-2}{2} + \dfrac{1}{4} - \left(\dfrac{-2}{1} + \dfrac{1}{1}\right) = -1 + \dfrac{1}{4} - 2(-2+1) = \dfrac{1}{4}$

Câu 9. (Chọn câu B)

$M\left(-1, \dfrac{1}{2}\right)$ nghiệm đúng $y = \dfrac{x^2}{x}$ nên $M \in (P)$. Do đó hệ số góc của tiếp tuyến của (P) tại M bằng: $y'(x_M) = -1$ (vì $y' = x$ và $x_M = -1$). Đường thẳng vuông góc với tiếp tuyến này có hệ số góc bằng 1. Vậy phương trình là: $y = 1\left(x - \dfrac{15}{8}\right) + \dfrac{27}{8} \Leftrightarrow y = x + \dfrac{3}{2}$

Câu 10. (Chọn câu D)

Hình chóp ABCD đều, có đường cao AH nên AH là trục của ΔBCD.

$O \in AH$ nên O cách đều B, C, D (1)

- H là trọng tâm của ΔBCD nên:

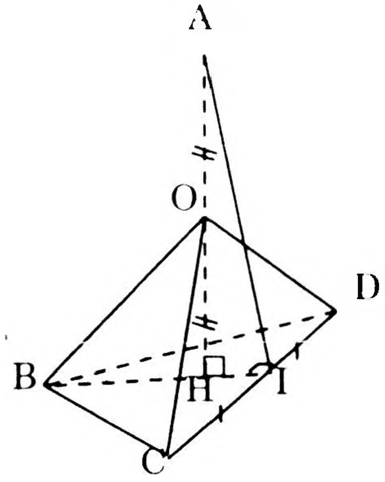
$$BH = \frac{2}{3}BI = \frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

ΔBHA vuông tại H cho:

$$HA^2 = BA^2 - BH^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{6a^2}{9}$$

$$\Rightarrow HA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Mà $OH = \frac{1}{2}AH$ nên $OH = \frac{a\sqrt{6}}{6}$



- ΔOHI vuông tại H cho: $OI^2 = OH^2 + HI^2$ (I là trung điểm của CD)

$$= \frac{6a^2}{36} + \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 = \frac{9a^2}{36} = \frac{a^2}{4}$$

Vậy: $OI = \frac{a}{2} = \frac{DC}{2} \Rightarrow \Delta OCD$ vuông cân tại O.

Câu 11. (Chọn câu A)

Gọi $\overrightarrow{d_1}$ và $\overrightarrow{d_2}$ lần lượt là vectơ chỉ phương của (D_1) và (D_2), ta có:

$$\overrightarrow{d_1} = (2, 3, -5) \text{ và } \overrightarrow{d_2} = (3, -2, -1)$$

Gọi $\vec{n} = \left[\overrightarrow{d_1}, \overrightarrow{d_2}\right]$ thì $\vec{n} = \left(\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -5 & 3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}\right) = (-13, -13, -13)$

hay $\vec{n} = (1, 1, 1)$

Gọi (P) là mặt phẳng chứa (D_1) và song song với (D_2) thì (P) nhận $\vec{n}$ làm vectơ pháp. Phương trình của mp (P): $ax + by + cz + d = 0$ (*)

Mà $a = 1, b = 1, c = 1$ nên (*) cho: $x + y + z + d = 0$ (1)

Gọi $M_1(2, 3, -4)$ thì $M_1 \in (D_1) \Rightarrow M_1 \in (P)$.

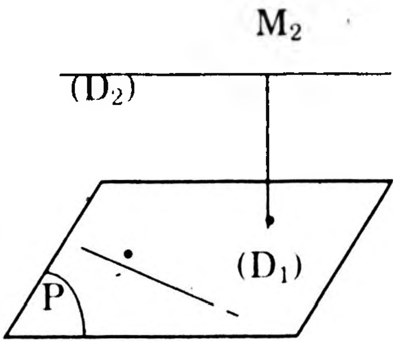
Suy ra (1) cho: $2 + 3 - 4 + d = 0 \Leftrightarrow d = -1$

Phương trình mp (P): $x + y + z - 1 = 0$

Gọi $M_2(-1, 4, 4)$ thì $M_2 \in (D_2)$.

Gọi h là khoảng cách từ M_2 đến mp (P), ta có:

$$h = \frac{|-1 + 4 + 4 - 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$



Đó là khoảng cách giữa (D_1) và (D_2).

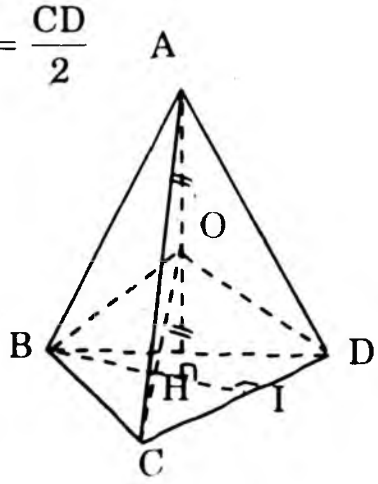
Câu 12. (Chọn câu D)

Hình chóp OBCD có ba mặt bên là các tam giác vuông cân. Do đó:

$OB = OC = OD$ và $\widehat{COD} = 1v$

Gọi I là trung điểm của CD thì: $OI = \left(\frac{CD}{2}\right) \Leftrightarrow CD = 2IO$

ΔOHI vuông tại H, có: $HI = \frac{1}{3}BI = \frac{CD\sqrt{3}}{6}$ và $OI = \frac{CD}{2}$



nên $HO^2 = OI^2 - HI^2 = \frac{CD^2}{4} - \frac{3CD^2}{4} = \frac{6CD^2}{36}$

$\Rightarrow HO = \frac{CD\sqrt{6}}{6}$ Suy ra: $AH = 2OH = \frac{CD\sqrt{6}}{3}$

ΔBHA vuông tại H cho: $AB^2 = AH^2 + HB^2$

$\Leftrightarrow AB^2 = \frac{6CD^2}{9} + \left(\frac{CD\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{9CD^2}{9} \Rightarrow AB = CD$

Tóm lại: $AB = AC = AD = CD = DC = CB$

Nên ABCD là một tứ diện đều.

Câu 13. (Chọn câu D)

$y = \frac{x^2}{2}$ và $y = 3x - \frac{x^2}{2}$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Phương trình hoành độ giao điểm của (P_1) và (P_2): $\frac{x^2}{2} - \left(3x - \frac{x^2}{2}\right) = x^2 - 3x = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3$

Diện tích phải tính: $\left|\int_0^3 \left(x^2 - 3x\right)dx\right| = \frac{9}{2}$ (đvdt)

Câu 14. (Chọn câu B)

Ta làm hai việc:

1. Viết phương trình mp (P) chứa (d_1) và song song với (d_2)

2. Tính khoảng cách từ điểm M_2 trên (d_2) đến mp (P).

Ta có: **1.** vectơ chỉ phương của (d_1): $\overrightarrow{d_1} = (-1, 1, 2)$

vectơ chỉ phương của (d_1): $\overrightarrow{d_2} = (3, -1, 1)$

Gọi $\vec{n}$ là một vectơ pháp của mp (P), ta có: $\vec{n} = \left[\overrightarrow{d_1}, \overrightarrow{d_2}\right]$

$\Rightarrow \vec{n} = \left(\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}\right) \Rightarrow \vec{n} = (3, 3, -2)$

Phương trình của mp (P): $ax + by + cz + d = 0$ (*)

có $\vec{n}$ là pháp vectơ nên: $a = 3$, $b = 7$, $c = -2$

Suy ra (*): $3x + 7y - 2z + d = 0$ (1)

Gọi $M_1(-2, 2, 0)$ thì $M_1 \in (D_1) \Rightarrow M_1 \in (P)$

(1) trở thành: $3(-2) + 7(2) - 2(0) + d = 0 \Rightarrow d = -8$

Vậy mp (P): $3x + 7y - 2z - 8 = 0$ (2)

2. Gọi $M_2(-5, 2, 0)$ thì $M_2 \in (D_2)$. Khoảng cách h từ M_2 đến mp (P):

$$h = \frac{|3(-5) + 7.2 - 2.0 - 8|}{\sqrt{3^2 + 7^2 + (-2)^2}} = \frac{|-9|}{\sqrt{62}} = \frac{9\sqrt{62}}{62}.$$

Câu 15. (Chọn câu A)

Gọi Q là mặt phẳng chứa (Δ) và vuông góc với mp (P); (Δ') là hình chiếu của (Δ) lên mp (P) thì (Δ') là giao tuyến của (P) và (Q)

Phương trình của mp (Q): $ax + by + cz + d = 0$

1. mp (Q) ⊃ (Δ) nên mp (Q) qua M(1, 2, 3)

Ta có: $a(1) + b(2) + c(3) + d = 0 \Leftrightarrow a + 2b + 3c + d = 0$ (1)

2. mp (Q) ⊃ (Δ) nên một vectơ chỉ phương của (Δ): $\vec{\Delta} = (1, 2, 3) \supset$ mp (Q)

Mặt khác, mp (Q) ⊥ mp (P) nên pháp vectơ $\vec{p} = (1, 0, 2)$ vuông góc với pháp vectơ $\vec{q}$ của mp (Q).

Suy ra: $\vec{q} = [\vec{\Delta}, \vec{p}] \Rightarrow \vec{q} = \left(\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \right) = (4, 1, -2)$

Suy ra: $a = 4$, $b = 1$, $c = -2$.

(1) cho: $d = 0$. Vậy mp (Q): $4x + y - 2z = 0$

Phương trình hình chiếu của (Δ) lên mp(P): $(\Delta') : \begin{cases} 2x + z - 7 = 0 \\ 4x + y - 2z = 0 \end{cases}$

Câu 16. (Chọn câu B)

Tập con X của tập A chứa 1 và không chứa 2 là tập con của $A' = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Số tập con của A' là: 2^6.

Vậy có $2^6 = 64$ tập X như thế.

Câu 17. (Chọn câu C)

Hàm số: $y = mx^3 - (m - 1)x^2 - (2 + m)x + m - 1$ có thể viết:

$$m(x^3 - x^2 - x + 1) + x^2 - 2x - 1 - y = 0$$

Phương trình này được nghiệm đúng với mọi m:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - x^2 - x + 1 = 0 \\ x^2 - 2x - 1 - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 1)(x^2 - 1) = 0 \\ y = x^2 - 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \wedge y = 2 \\ x = -1 \wedge y = 2 \end{array}\right.$$

Các điểm cố định phải tìm: (1; −2) và (−1; 2)

Câu 18. (Chọn câu A)

- Miền xác định: $D = \mathbb{R}$
- Đạo hàm: $y' = \dfrac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x + 1}.\dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 2}}}{(x^2 + 2)\sqrt{x^2 + 2}} = \dfrac{-x - 2}{(x^2 + 2)\sqrt{x^2 + 2}}$
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+	0	−	
y	−1	↗	$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$	↘	1

* Khi x = 2 thì $y = \dfrac{x + 1}{\sqrt{2^2 + 2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

* $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 2}} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x}{|x|} = -1$

* $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 2}} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{|x|} = 1$

Vậy tập giá trị phải tìm: $\left(-1, \dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)$

Câu 19. (Chọn câu B)

Thể tích phải tính: $V = \pi \int\limits_a^b y^2 dx$

Do đó: $V = \pi \int\limits_0^1 x^2 \ln(1 + x^3) dx$

Đặt: $u = \ln(x^3 + 1) \Rightarrow du = \dfrac{3x^2}{x^3 + 1} dx$

$dv = x^2dx \Rightarrow v = \dfrac{x^3}{3}$

Ta có $V' = \int_0^1 x^2\ln\left(1 + x^3\right)dx = \dfrac{x^3 + 1}{3}\ln\left(1 + x^3\right)\Big|_0^1 - \int_0^1 x^2dx$

$= \left[\dfrac{x^3 + 1}{3}\ln\left(x^3 + 1\right) - \dfrac{x^3}{3}\right]_0^1 = \dfrac{2}{3}\ln2 - \dfrac{1}{3}$

Vậy thể tích phải tính: $V = \dfrac{\pi}{3}(\ln2 - 1)$ (đvtt)

Câu 20. (Chọn câu A)

Diện tích phải tính: $S = \int_0^1 x\sqrt{1 + x^2}dx$

Đặt : $u = \sqrt{1 + x^2} \Rightarrow u^2 = 1 + x^2 \Rightarrow udu = xdx$

Đổi cận:

x	0	1
u	1	$\sqrt{2}$

Ta có: $S = \int_1^{\sqrt{2}} u.u.du = \int_1^{\sqrt{2}} u^2du = \dfrac{u^3}{3}\Big|_1^{\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3} - \dfrac{1}{3}$

Vậy: $S = \dfrac{1}{3}\left(2\sqrt{2} - 1\right)$ đvdt.

ĐỀ SỐ 22

Câu 1. Tìm điều kiện của a để phương trình $\dfrac{a}{2ax + 1} = 2$ có nghiệm:

A. $a \neq 2$ B. $a \neq 0$ C. $a \neq 1$ D. $a \neq -1$

Câu 2. Trong không gian Oxyz, cho đường tròn (C) có phương trình:

$$\begin{cases}(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2 = 5\\ x - 2y + 2z + 1 = 0\end{cases}$$

A. 2 B. $\dfrac{5}{2}$ C. 3 D. $\dfrac{3}{2}$

Câu 3. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cho bởi phương trình: $x = 0$, $y = 2^x$, $y = 3 - x$. Ta được:

A. $\frac{5}{2} + \ln 2$ (đvdt) B. $\frac{5}{2} - 2\ln 2$ (đvdt)

C. $\frac{5}{2} - \frac{1}{\ln 2}$ (đvdt) D. $5 - \frac{2}{\ln 2}$ (đvdt)

Câu 4. Tìm điểm trên trục Oy của không gian Oxyz cách đều hai mặt phẳng (P): $x + y - z + 1 = 0$, (Q): $x - y + z - 5 = 0$. Ta được:

A. (0, 3, 0) B. (0, -3, 0) C. (0, 2, 0) D. (0, -2, 0)

Câu 5. Tìm vectơ chỉ phương của (D) trong không gian Oxyz:

$$(D): \begin{cases} x - z\sin\alpha + \cos\alpha = 0 \\ y - \cos\alpha - \sin\alpha = 0 \end{cases}$$ ta được:

A. (sinα, 1, cosα) B. (1, sinα, cosα)

C. (sinα, cosα, 1) D. (1, cosα, sinα)

Câu 6. Tìm sin của góc nhọn tạo bởi đường thẳng

$$(D): \begin{cases} x + 4y - 2z + 7 = 0 \\ 3x + 7y - 2z = 0 \end{cases}$$ và mặt phẳng (P): $3x + y - z + 1 = 0$, ta được:

A. $\frac{19\sqrt{7}}{76}$ B. $\frac{19\sqrt{7}}{77}$ C. $\frac{19\sqrt{7}}{75}$ D. $\frac{19\sqrt{7}}{78}$

Câu 7. Giải phương trình $\left(2 + \sqrt{3}\right)^x + \left(2 - \sqrt{3}\right)^x = 4$ ta được nghiệm là:

A. ±1 B. ±2 C. $\pm\sqrt{2}$ D. $\pm\frac{3}{2}$

Câu 8. Khi k thay đổi, đường thẳng $(D): (1 - k)^2 x + 2k^2 y - (1 + k^2) = 0$ đi qua điểm cố định nào sau đây :

A. (2, 1) B. (0, 1) C. (1, 1) D. (1, 0)

Câu 9. 8, 6, 4 là độ dài ba cạnh của một tam giác. Để cho 8 + x, 6 + x, 4 + x là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông, độ dài x bằng số nào sau đây:

A. x = 1 B. x = 2 C. x = 3 D. x = 4

Câu 10. Trên đồ thị của hàm số: $y = \frac{x^2 + 5x + 15}{x + 3}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ là cặp số nguyên âm.

A. 2 B. 1 C. 3 D. 4

Câu 11. Trong không gian Oxyz, tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $(d): \frac{x + 1}{3} = \frac{y - 1}{2} = \frac{z - 1}{-2}$ và $(d'): \frac{x}{1} = \frac{y - 1}{1} = \frac{z + 3}{2}$ ta được:

A. (2, 1, 3) B. (2, 3, 1) C. (3, 2, 1) D. (3, 1, 2)

Câu 12. Phương trình của mặt phẳng chứa:

(d) $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = -\frac{z-1}{-2}$ và (d'): $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} - \frac{z+3}{2}$ là phương trình nào sau đây:

A. $6x + 8y + z + 11 = 0$ B. $6x + 8y - z + 11 = 0$

C. $6x - 8y + z + 11 = 0$ C. $6x + 8y - z - 11 = 0$

Câu 13. Nghiệm của bất phương trình: $\log_2 \sqrt{x^2+1} < \log_2(-2x-2)$ là tập hợp nào sau đây:

A. $\left(-\infty, \frac{-4+\sqrt{7}}{3}\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)$

C. $\left(-\infty, \frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)$ C. $\left(-\infty, \frac{-4-\sqrt{7}}{3}\right)$

Câu 14. Tam giác ABC có các góc và các cạnh thỏa mãn hệ thức:

$\frac{1+\cos B}{\sin B} = \frac{2a+c}{\sqrt{4a^2-c^2}}$ là tam giác nào sau đây:

A. tam giác đều B. tam giác cân

C. tam giác vuông D. tam giác vuông cân

Câu 15. Trong mp (Oxy) cho A(3cost, 0), B(0, 2sint). Tập hợp các điểm sao cho: $2\overrightarrow{AM} + 5\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ khi t thay đổi là:

A. đường tròn B. elip C. heperbol D. parabol

Câu 16. Trong mp (Oxyz), cho hai đường thẳng:

(d_1) $\frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$ và (d_2): $\frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = -\frac{z-1}{3}$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng vuông góc chung (d) của (d_1) và (d_2) có tọa độ là

A. $\vec{d} = (2,1,4)$ B. $\vec{d} = (2,4,1)$ C. $\vec{d} = (4,2,1)$ D. $\vec{d} = (4,1,2)$

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{2}\cos^2 x$. Gọi f'(x) là đạo hàm của f(x).

Giải phương trình: $f(x) - (x-1).f'(x) = 0$, ta được:

A. $x = 1 \vee x = (k+1)\pi$ B. $x = -1 \vee x = k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = 1 \vee x = k\pi$ D. $x = -1 \vee x = 2k\pi$

Câu 19 Có 5 tem thư khác nhau và 6 bì thư khác nhau. Nếu ta muốn chọn từ đó ra 3 tem thư, 3 bì thư và dán 3 tem thư ấy lên 3 bì thư đã chọn, mỗi bì thư chỉ dán một tem thư. Hỏi bao nhiêu cách làm như vậy.

A. 200 B. 30 C. 300 D. Một số khác

Câu 20. Trong mp (Oxy), cho hyperbol: $4x^2 - 9y^2 = 36$. Hai tiêu điểm của hyperbol có tọa độ là:

A. $(\sqrt{13}, 0); (0, -\sqrt{13})$ B. $(0, \sqrt{13}); (0, -\sqrt{13})$

C. $(\sqrt{13}, 0); (-\sqrt{13}, 0)$ D. $(\sqrt{5}, 0); (-\sqrt{5}, 0)$

ĐÁP ÁN ĐỀ 22

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	B	6	B	11	B	16	A
2	A	7	A	12	C	17	B
3	C	8	C	13	D	18	C
4	B	9	B	14	B	19	A
5	C	10	C	15	B	20	C

GIẢI ĐỀ SỐ 22

Câu 1. (Chọn câu B)

Điều kiện của a và x ở vế trái của $\frac{a}{2ax+1} = 2$ là:

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ 2ax + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ a \neq -\frac{1}{2a} \end{cases}$$

Với điều kiện đó, phương trình cho trở thành:

$$a = 2(2ax + 1) \Leftrightarrow x = \frac{a-2}{4a}$$

Mà $x \neq \frac{-1}{2a}$ nên $\frac{a-2}{4a} \neq -\frac{1}{2a} \Leftrightarrow a \neq 0$

Đó là điều kiện của a phải tìm.

Câu 2. (Chọn câu A)

Mặt cầu $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 5$ có tâm I(2, −3, −3), bán kính $R = \sqrt{5}$. Đường tròn (C) nằm trong mp (P): $x - 2y + 2z + 1 = 0$. Có tâm J là hình chiếu của I lên mp (P), có bán kính $r = \sqrt{R^2 - IJ^2}$, trong đó IJ là khoảng cách từ I đến mp (P): $IJ = \frac{|2 - 2(-3) + 2(-3) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (2)^2}} = \frac{3}{\sqrt{9}} = 1$

Vậy: $r = \sqrt{5-1} = 2$

Câu 3. (Chọn câu C)

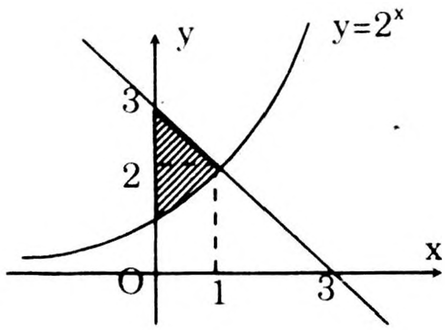
Đồ thị (C): $y = 2^x$ và đường thẳng (d): $y = 3 - x$ cắt nhau tại I(1, 2)

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (d), (C), trục Oy: x = 0 và đường thẳng x = 1 cho bởi:

$$\int_0^1 \left(3 - x - 2^x\right)dx = 3x - \frac{x^2}{2} - \frac{2^x}{\ln 2}\Bigg|_0^1$$

$$= 3 - \frac{1}{2} - \frac{2}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 2}$$

Vậy: $\displaystyle\int_0^1 \left(3 - x - 2^x\right)dx = \frac{5}{2} - \frac{1}{\ln 2}$ (đvdt)



Câu 4. (Chọn câu C)

Gọi M(0, y, 0) là điểm trên trục Oy, có khoảng cách đến mặt phẳng (P) là MH, đến mp (Q) là MK. Ta có:

$$MH = MK \Leftrightarrow \frac{|y+1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{|y-5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2}}$$

$\Leftrightarrow |y + 1| = |y - 5| \Leftrightarrow y + 1 = \pm(y - 5) \Leftrightarrow y = 2$

Vậy M(0; 2; 0)

Câu 5 (Chọn câu C)

(D) là giao tuyến của hai mặt phẳng:

(P): $x - z\sin\alpha + \cos\alpha = 0$ có vectơ pháp $\vec{p} = (1, 0, -\sin\alpha)$

(Q): $y - z\cos\alpha - \sin\alpha = 0$ có vectơ pháp $\vec{q} = (0, 1, -\cos\alpha)$

Nên vectơ chỉ phương $\vec{D}$ của (D): $\vec{D} = \left[\vec{p}, \vec{q}\right]$ có tọa độ:

$$\vec{D} = \left(\begin{vmatrix} 0 & -\sin\alpha \\ 1 & -\cos\alpha \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -\sin\alpha & 1 \\ -\cos\alpha & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}\right)$$

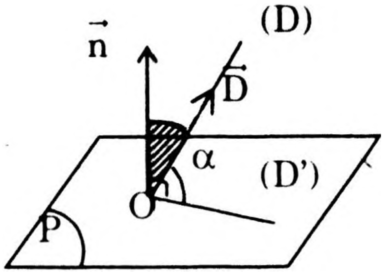
$\vec{D} = (\sin\alpha, \cos\alpha, 1)$

Câu 6. (Chọn câu B)

Gọi (D') là hình chiếu của (D) lên mp (P) thì góc của (D) và mp (P) là góc của (D) và (D').

Gọi α là góc của (D) và (D') ta có:

$$\sin\alpha = \left|\cos\left(\vec{n}, \vec{D}\right)\right|$$



Với $\vec{n}$ là vectơ pháp của mp (P) và (D) là vectơ chỉ phương của (D)

Mà $\vec{n} = (3, 1, -1)$ và $\vec{D} = \left(\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 7 & -2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} \right) = (6, -4, -5)$

Nên: $\sin\alpha = \dfrac{|3.6 + (-4) + (-1)(-5)|}{\sqrt{3^2 + 1^2 + (-1)^2}\sqrt{6^2 + (-4)^2 + (-5)^2}}$

Vậy: $\sin\alpha = \dfrac{19}{\sqrt{11}.\sqrt{77}} = \dfrac{19.\sqrt{7}}{77}$

Câu 7. (Chọn câu A)

Chú ý rằng: $\left(2 + \sqrt{3}\right)\left(2 - \sqrt{3}\right) = 4 - 3 = 1$

$$\Leftrightarrow 2 - \sqrt{3} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \left(2 + \sqrt{3}\right)^{-1}$$

Do đó đặt $t = \left(2 + \sqrt{3}\right)^x$, ta có: $\left(2 - \sqrt{3}\right)^x = t^{-1}$

Phương trình trở thành $t + t^{-1} = 4 \Leftrightarrow t^2 - 4t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \pm \sqrt{3}$

$$\left[\begin{array}{l} t = 2 + \sqrt{3} \Leftrightarrow \left(2 + \sqrt{3}\right)^x = 2 + \sqrt{3} \Leftrightarrow x = 1 \\ t = 2 - \sqrt{3} \Leftrightarrow \left(2 + \sqrt{3}\right)^x = 2 - \sqrt{3} \Leftrightarrow x = -1 \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm: $x \pm 1$

Câu 8. (Chọn câu C)

Phương trình $(1 - k)^2 x + 2k^2 y - (1 + k^2) = 0$ có thể viết:

$$x - 1 + (-x + 2y - 1)k^2 = 0$$

Phương trình này được nghiệm đúng với mọi k.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ -x + 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy điểm cố định phải tìm là $(1, 1)$

Câu 9. (Chọn câu B)

Trong tam giác vuông, cạnh lớn nhất là cạnh huyền nên ta có:

$(8 + x)^2 = (6 + x)^2 + (4 + x)^2 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$

$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -6$ (loại vì $x > -4$).

Vậy $x = 2$ là số phải tìm.

Câu 10.(Chọn câu C)

Hàm số của (C) có thể viết: $y = x + 2 + \dfrac{9}{x + 3}$

Để cho $y \in \mathbb{Z}$, ta phải có $\dfrac{9}{x+3} \in \mathbb{Z}$ với $x \in \mathbb{Z}$.

Do đó: $x + 3 \in \{\pm 1, \pm 3, \pm 9\}$

Suy ra: $x \in \{-12, -6, -4, -2, 0, 6\}$

Và $y = -11$ khi $x = -12$; $y = -7$ khi $x = -6$; $y = -11$ khi $x = -4$; ($x = -2, 0, 6$ thì y âm nên bị loại)

Tóm lại, ta có ba điểm trên (C) thỏa đề bài.

Câu 11. (Chọn câu B)

Phương trình tham số của (d) và (d'):

$$(d):\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = t' \\ y = 1 + t' \\ z = -3 + 2t' \end{cases}$$

$$\text{do (d) cắt (d')} \begin{cases} -1 + 3t = t' \\ 1 + 2t = 1 + t' \\ 3 - 2t = -3 + 2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 2 \end{cases}$$

Vậy giao điểm của (d) và (d') là: (2, 3, 1)

(Thay $t = 1$ vào phương trình của (d) hoặc thay $t' = 2$ vào phương trình của (d'))

Câu 12 (Chọn câu C)

Theo câu 11 thì (d_1) cắt (d_2) tại M(2, 3, 1) nên $M \in mp\,(d_1, d_2)$

Ngoài ra, (d_1) có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{d_1} = (3, 2, -2)$ và (d_1) có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{d_2} = (1, 1, 2)$. Nên vectơ pháp $\vec{n}$ của mp (d_1, d_2) có tọa độ:

$$\vec{n} = \left[\overrightarrow{d_1}, \overrightarrow{d_2}\right] = \left(\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}\right) = (6, -8, 1)$$

Phương trình của mp (d_1, d_2)

$$6(x - 2) - 8(y - 3) + 1(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 6x - 8y + 11 = 0$$

Câu 13 (Chọn câu D)

Bất phương trình: $\log_2 \sqrt{x^2 + 1} < \log_2(-2x - 2) \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 2 > 0 \\ \sqrt{x^2 + 1} < -2x - 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x^2 + 1 < 4x^2 + 4 + 8x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 3x^2 + 8x + 3 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x < \dfrac{-4 - \sqrt{7}}{3} \vee x > \dfrac{-4 - \sqrt{7}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x < \dfrac{-4 - \sqrt{7}}{3}$$

Câu 14.(Chọn câu B)

Ta có: $\dfrac{1+\cos B}{\sin B} = \dfrac{2a+c}{\sqrt{4a^2-c^2}} \Leftrightarrow \dfrac{(1+\cos B)^2}{\sin^2 B} = \dfrac{(2a+c)^2}{4a^2-c^2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1+\cos B}{1-\cos B} = \dfrac{2a+c}{2a-c} \Leftrightarrow \dfrac{1+\cos B}{1-\cos B} = \dfrac{2\sin A + \sin C}{2\sin A - \sin C}$

$\Leftrightarrow \sin C = 2\sin A.\cos B \Leftrightarrow \sin(A+B) = 2\sin A.\cos B$

$\Leftrightarrow \sin(A-B) = 0 \Leftrightarrow A = B \Leftrightarrow \Delta ABC$ cân tại C

Câu 15.(Chọn câu B)

Ta có: $2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM} = 5\overrightarrow{BM}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-3\cos t) = 5(x-0) \\ 2(y-0) = 5(y-2\sin t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2\cos t \\ y = \dfrac{2}{3}\sin t \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{9y^2}{100} = 1 \text{(elip)}$$

Câu 16. (Chọn câu A)

Ta có: vectơ chỉ phương của $(d_1) : \overrightarrow{d_1} = (1,2,-1)$, vectơ chỉ phương của $(d_2) : \overrightarrow{d_2} = (-7,2,3)$

Vectơ chỉ phương của (d) là:

$$\vec{d} = \left[\overrightarrow{d_1}, \overrightarrow{d_2}\right] = \left(\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -7 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -7 & 2 \end{vmatrix} \right) = (8,4,16)$$

Vậy: $\vec{d} = (2,1,4)$

Câu 17. (Chọn câu B)

Diện tích phải tính bằng:

$$\int_2^4 \left(\frac{1}{2}x - 1 + \frac{1}{x-1}\right)dx = \left(\frac{x^2}{4} - x + \ln|x-1|\right)\Bigg|_2^4 = 1 + \ln 3 \text{ (đvdt)}$$

Câu 18.(Chọn câu C)

Ta có: $f(x) - (x-1)f'(x) = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{2}\cos^2 x - (x-1).f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 1 = 0 \\ f'(x) = \dfrac{1}{2}\cos^2 x \ (1) \end{array}\right.$$

Mà $f'(x) = \dfrac{x-1}{2}(\cos^2 x)' + \left(\dfrac{x-1}{2}\right)'\cos^2 x = -\dfrac{x-1}{2}.2\sin x.\cos x + \dfrac{1}{2}\cos^2 x$

$f'(x) = \frac{-1}{2}(x-1)\sin 2x + \frac{1}{2}\cos^2 x$

Nên (1) $\Leftrightarrow (x-1)\sin 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ \sin 2x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x = k\pi\ (k \in \mathbb{Z}) \end{array}\right.$

Câu 19. (Chọn câu A)

Có C_5^3 cách chọn 5 tem thư và C_6^3 cách chọn 3 bì thư.

Số cách làm: $C_5^3.C_6^3 = 200$

Câu 20. (Chọn câu C)

Phương trình chính tắc của hyperbol: $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$

Tiêu cự của hyperbol: $c^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow c^2 = 9 + 4 = 13 \Leftrightarrow c = \sqrt{13}$

Vậy tiêu điểm $F_1\left(\sqrt{13}, 0\right)$; $F_2\left(-\sqrt{13}, 0\right)$

ĐỀ SỐ 23

Câu 1 Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} dx$ có giá trị sau đây:

A. $\frac{\pi}{2} - 1$ B. $\frac{\pi}{2} + 1$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $1 - \frac{\pi}{2}$

Câu 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số $y = x + \sin^2 x$ $(0 \le x \le \pi)$ và đường thẳng (D): $y = x$ bằng số nào sau đây

A. $\frac{\pi}{3}$(đvdt) B. $\frac{\pi}{2}$(đvdt) C. $\frac{\pi}{4}$ (đvdt) D. $1 - \frac{2\pi}{3}$(đvdt)

Câu 3 Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \sqrt{e^x}$, D là hình phẳng giới hạn bởi (C), trục Ox, trục Oy, đường thẳng $x = 1$. Thể tích vật thể sinh ra bởi D quay quanh trục Ox bằng số nào sau đây:

A. $\pi e + 1)$ B. πe C. $\pi(e - 1)$ D. $\pi\left(\sqrt{e} - 1\right)$

Câu 4 Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{1}{x - a}$ $(x \neq a)$ ta được:

A. $\frac{2}{(x-a)^3}$ B. $\frac{1}{(x-a)^3}$ C. $\frac{3}{(x-a)^3}$ D. $\frac{-2}{(x-a)^3}$

Câu 5. Tìm $\lim\limits_{x \to +\infty} x.e^{-x}$, ta được :

A. 0 B. −1 C. 1 D. $-\frac{1}{2}$

Câu 6. Nêu nguyên hàm của số $f(x) = -\frac{4}{\cos^2 x} + \frac{x}{1+x^2}$ là hàm số:

A. $-4\tan x + \ln(1 + x^2) + C$

B. $-4\cot x + \frac{1}{2}\ln\left(1 + x^2\right) + C$

C. $-4\tan x + \frac{1}{2}\ln\left(1 + x^2\right) + C$

D. $4\tan x - \frac{1}{2}\left(1 + x^2\right) + C$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$. Tìm hai hằng số M và N sao cho:

$f(x) = M + N\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Ta được:

A. $M = \frac{1}{2}$; $N = -\frac{1}{2}$

B. $M = -\frac{1}{2}$; $N = \frac{1}{2}$

C. $M = -\frac{1}{2}$; $N = -\frac{1}{2}$

D. $M = \frac{1}{2}$; $N = \frac{1}{2}$

Câu 8. Câu nào sau đây đúng:

A. $\int_0^1 \frac{1}{x}dx$ B. $\int_0^2 \frac{x^2}{x-1}dx$ C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 1$ D. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2 - 1} = \frac{\pi}{2}$

Câu 9. Giá trị của tích phân: $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left(\cos x \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)\right)dx$ là:

A. $2\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos x \ln\frac{1-x}{1+x}dx$

B. $2\int_0^{\frac{1}{2}} \cos x \ln\frac{1-x}{1+x}dx$

C. 0

D. $2\int_0^{\frac{1}{2}} \cos x \ln\frac{1+x}{1-x}dx$

Câu 10. Tính giá trị của tích phân: $\int_{-1}^1 \min\left(e^{-x}, -x + 1\right)dx$, ta được

A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Câu 11. Giá trị của $\lim\limits_{x \to +\infty} \int_1^x \frac{dt}{t(t+1)}$ $(x > 1)$ là số nào sau đây:

A. ln2 B. ln3 ln2 D. $\frac{1}{2}\ln 3$

Câu 12. Giải phương trình: $\int_0^t \left(\sin^2 x - \frac{1}{2}\right)dx$, ta được:

A. $k\pi$ B. $2k\pi$ C. $k\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{2k\pi}{3}$

Câu 13 Tìm k $(k \in \mathbb{Z})$, sao cho: $\int_1^k (k - 4x)dx \geq 6 - 5k$ $(k \geq 1)$, ta được

A. k = 3 B. k = 2 C. k = 4 D. k = 1

Câu 14. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol:

(P): $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$ và hyperbol (H): $y = \frac{x}{x-1}$, ta được:

A. $\frac{5}{6} + \ln 2$ B. $\frac{6}{5} + \ln 2$ C. $\frac{5}{6} - \ln 2$ D. $\frac{6}{5} - \ln 2$

Câu 15 Giải phương trình: $\sqrt{-x^2 + 4x + 2} = 2x$, ta được nghiệm:

A. x = 2 B. x = −2 C. $x = \frac{2}{5}$ D. $x = -\frac{2}{5}$

Câu 16. Trong không gian Oxyz cho điểm A(−2, 4, 3) và mp (P): $2x - 3y + 6z + 19 = 0$. Toạ độ hình chiếu A' của A lên mp (P) là:

A. $\left(-\frac{20}{7}, -\frac{37}{7}, \frac{3}{7}\right)$ B. $\left(-\frac{20}{7}, \frac{37}{7}, \frac{3}{7}\right)$

C. $\left(-\frac{20}{7}, \frac{3}{7}, \frac{37}{7}\right)$ D. $\left(\frac{20}{7}, \frac{3}{7}, \frac{37}{7}\right)$

Câu 17. Cho tập hợp A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} có bao nhiêu tập hợp con X của A thoả điều kiện chứa chữ số 1.

A. 2^6 B. 2^8 C. 2^7 D. 2^5.

Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{2mx^2 + x + m - 1}{mx + 1}$ có đồ thị là (H_m)

Tâm đối xứng của (H_m) có toạ độ là $(m \neq 0)$:

A. $\left(\frac{\cdot}{n}; -\frac{3}{m}\right)$ B. $\left(-\frac{1}{m}; -\frac{3}{m}\right)$ C. $\left(\frac{1}{m}, \frac{3}{m}\right)$ D. $\left(-\frac{1}{m}, -\frac{3}{m}\right)$

Câu 19. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh AB = a và đường cao $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Diện tích toàn phần của hình chóp bằng:

A. $3a^2$ B. $\frac{5a^2}{2}$ C. $2a^2$ D. $\frac{3a^2}{2}$

Câu 20. Trong mp (Oxy) cho parabol (P) có phương trình: $y^2 = x$ và đường tròn (C): $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{5}{4}$. (P) và (C) có mấy điểm chung

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

ĐÁP ÁN ĐỀ 23

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	A	6	C	11	A	16	B
2	B	7	A	12	C	17	C
3	C	8	C	13	B	18	D
4	A	9	C	14	C	19	A
5	A	10	B	15	A	20	C

GIẢI ĐỀ SỐ 23

Câu 1. (Chọn câu A)

Ta có: $\frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos^2 x}{1 + \cos x} = 1 - \cos x$

Do đó: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)dx = \frac{\pi}{2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \frac{\pi}{2} - \sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - (1 - 0)$

Vậy: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} dx = \frac{\pi}{2} - 1$

Câu 2. (Chọn câu B)

Hàm số $y = x + \sin^2 x$ $(0 \le x \le \pi)$ liên tục trên $[0, \pi]$ và $y = x$ cũng liên tục trên $[0, \pi]$. Diện tích phải tính là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C), (D), $x = 0$, $x = \pi$. Ta có:

$$\int_0^{\pi}\left(x - \sin^2 x - x\right)dx = \int_0^{\pi}\sin^2 xdx = \int_0^{\pi}\frac{1-\cos 2x}{2}dx = \int_0^{\pi}\frac{1}{2}dx - \int_0^{\pi}\frac{1}{2}\cos xdx$$

$$= \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}.\frac{1}{2}\sin 2x\Big|_0^{\pi} = \frac{\pi}{2}(\sin 2\pi - \sin 0) = \frac{\pi}{2}\ (\text{đvdt})$$

Câu 3. (Chọn câu C)

Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra bởi D khi quay quanh Ox cho bởi:

$$\pi\int y^2dx = \pi\int_0^1\left(\sqrt{e^x}\right)^2dx = \pi\int_0^1 e^xdx = \pi e^x\Big|_0^1 = \pi e - \pi = \pi(e-1)\ (\text{đvtt})$$

Câu 4. (Chọn câu A)

Ta có: $y = \frac{1}{x-a} \Rightarrow y^{(1)} = \frac{-(x-a)'}{(x-a)^2} = \frac{-1}{(x-a)^2}$

Suy ra: $y^{(2)} = \left(y^{(1)}\right)' = \frac{2(x-a)}{(x-a)^4}$.

Vậy: $y^{(2)} = \frac{2}{(x-a)^3}$

Câu 5. (Chọn câu A)

Ta có: khi $x \to +\infty$ thì $\begin{cases} x \to +\infty \\ e^{-x} \to 0 \end{cases}$ nên $x.e^{-x}$ có dạng vô định $0, \infty$.

Ta biến đổi $x.e^{-x} = \frac{x}{e^x}$ thì khi $x \to +\infty$

Ta có $x.e^{-x} = \frac{x}{e^x}$ có dạng vô định $\frac{\infty}{\infty}$

Áp dụng qui tắc L'Hospital ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} x.e^{-x} = \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x} = 0$

Câu 6. (Chọn câu C)

Ta có: $f(x) = -\frac{4}{\cos^2 x} + \frac{x}{x^2+1}$

Mà nguyên hàm của:

- $-\frac{4}{\cos^2 x}$ bằng $-4\tan x$
- $\frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{2}.\frac{2x}{x^2+1}$ bằng $\frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)$

Nên nguyên hàm của f(x) bằng: $-4\tan x + \frac{1}{2}\ln\left(x^2 + 1\right) + C$

Câu 7. (Chọn câu A)

Ta có: $\frac{\sin x}{\sin x + \cos x} = M + N\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}, \forall x$

Cho x = 0, ta có: 0 = M + N (1)

Cho $x = \frac{\pi}{2}$, ta có: 1 = M − N (2)

Giải hệ (1) và (2) ta được: $M = \frac{1}{2}$; $N = -\frac{1}{2}$

Câu 8. (Chọn câu C)

Các câu a, b, d đều sai vì :

- $\frac{1}{x}$ không xác định trên [0, 1]
- $\frac{x^2}{x-1}$ không xác định trên [0, 2]
- $\frac{1}{x^2-1}$ không xác định trên [−1, 1]

Nên các tích phân tương ứng không tồn tại.

Riêng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ có hàm số cosx liên tục trên $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ nên tích phân tồn tại và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin \pi|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$.

Câu 9. (Chọn câu C)

Vì hàm dưới dấu tích phân: $f(x) = \cos x \ln\frac{1-x}{1+x}$ liên tục trên $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

Ngoài ra:

- cosx là hàm số chẵn trên $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$
- $\ln\frac{1-x}{1+x}$ là hàm số lẻ trên $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

Nên $\cos x \ln\frac{1-x}{1+x}$ là hàm số lẻ trên $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.

Vậy tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \ln\frac{1-x}{1+x}dx = 0$

Câu 10. (Chọn câu B)

Ta xét dấu của $f(x) = e^{-x} - (-x+1)$ trên $[-1, 1]$

Ta có: $f'(x) = -e^{2x} + 1$

- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^{-2x} = 1 \Leftrightarrow x = 0$
- $f'(x) > 0 \Leftrightarrow e^{-2x} < 1 \Leftrightarrow x > 0$
- $f'(x) < 0 \Leftrightarrow e^{-2x} > 1 \Leftrightarrow x < 0$

Bảng biến thiên:

x	−1		0		1
f'(x)	▨	−	0	+	▨
f(x)	▨	↘	0	↗	▨

Do đó: $f(x) \geq 0, \forall x \in [-1, 1]$

Suy ra: $\min\left(e^{-x}, -x+1\right) = -x+1$

Vậy: $\int_{-1}^{1} \min\left(e^{-x}, -x+1\right)dx = \int_{-1}^{1}(-x+1)dx = -\frac{x^2}{2} + x\Big|_{-1}^{1} = 2$

Câu 11. (Chọn câu A)

Ta lấy tích phân rồi tìm giới hạn: $\frac{t}{t(t+1)} = \frac{1}{t} - \frac{1}{t+1}$

Do đó: $\int_{-1}^{x}\frac{t}{t(t+1)}dx = \int_{-1}^{x}\frac{1}{t}dt - \int_{-1}^{0}\frac{dt}{t+1} = \ln t - \ln(t+1)\Big|_0^x = \ln\frac{x}{x+1} + \ln 2$

Suy ra: $\lim\limits_{x\to\infty}\int_{1}^{x}\frac{dt}{t(t+1)} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\ln\frac{x}{x+1}\right) + \ln 2 = \ln 2$

$\left(\text{vì } \frac{x}{x+1} \to 1 \text{ khi } x \to +\infty\right)$

Câu 12. (Chọn câu C)

Ta có: $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x \Leftrightarrow \sin^2 x - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}\cos x$

Suy ra: $\int_0^t \left(\sin^2 x - \frac{1}{2}\right)dx = -\frac{1}{2}\int_0^t \cos 2x dx = -\frac{1}{4}\sin 2x\Big|_0^t = -\frac{1}{4}\sin 2t$

Vậy: $\int_0^1 \left(\sin^2 x - \frac{1}{2}\right)dx = 0 \Rightarrow \sin 2t = 0 \Rightarrow t = k\frac{\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$

Câu 13. (Chọn câu B)

Ta có $\int_1^k (k - 4x)dx = \int_0^k kdx - \int_1^k 4xdx = kx - 2x^2\Big|_1^k$

$$= k^2 - 2k^2 - (k - 2) = -k^2 - k + 2$$

Do đó: $\int_1^k (k - 4x)dx \le 6 - 5k \Leftrightarrow -k^2 - k + 2 \le 6 - 5k$

$\Leftrightarrow k^2 - 4k + 4 \ge 0 \Leftrightarrow (k - 2)^2 \ge 0 \Leftrightarrow k = 2$

Câu 14. (Chọn câu C)

Hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$ liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = \frac{x}{x - 1}$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ nên hàm số $-\frac{1}{2}x^2 + 2x = \frac{x}{x - 1}$ liên tục trên $(-\infty, 1)$ hay $(1, +\infty)$. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (H):

$$-\frac{1}{2}x^2 + 2x = \frac{x}{x - 1} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{array}\right.$$

Như vậy hàm số $-\frac{1}{2}x^2 + 2x = \frac{x}{x - 1}$ liên tục trên $[2, 3] \subset (1, +\infty)$.

Diện tích giới hạn bởi (P), (H), hai đường thẳng x = 2 và x = 3 có giá trị bằng:

$$\left|\int_2^3 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{x}{x - 1}\right)dx\right| = \left|\int_2^3 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1 - \frac{x}{x - 1}\right)dx\right|$$

$$= \left|-\frac{x^3}{6} + x^2 - x - \ln|x - 1|\right|_2^3 = \left|-\frac{27}{6} + 9 - 3 - \ln 2 - \left(-\frac{8^2}{6} + 4 - 2 - \ln 2\right)\right|$$

$$= -\frac{19}{6} + 4 - \ln 2 = \frac{5}{6} - \ln 2$$

Diện tích phải tính: $\frac{5}{6} - \ln 2$

Câu 15. (Chọn câu A)

Phương trình: $\sqrt{-x^2+4x}+2 = 2x \Leftrightarrow \sqrt{-x^2+4x} = 2x-2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ -x^2+4x = (2x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 5x^2 - 12x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = \frac{2}{5} \vee x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$$

Câu 16. (Chọn câu B)

Phương trình của mp (P): $2x - 3y + 6z + 19 = 0$

Một vectơ pháp của (P): $\vec{p} = (2, -3, 6)$

A' là hình chiếu của A lên mp (P) nên AA' $\perp$ mp (P)

Suy ra: $\overrightarrow{AA'} // \vec{p} \Rightarrow \overrightarrow{AA'} = (2, -3, 6)$

Phương trình tham số của AA': $(x = -2 + 2t; y = 4 - 3t; z = 3 + 6t)$

Vì $A' \in$ mp (P) nên: $2(-2 + 2t) - 3(4 - 3t) + 6(3 + 6t) + 19 = 0$

$\Leftrightarrow 49t + 21 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{7}$

Vậy $A'\left(-\frac{20}{7}; \frac{27}{7}; \frac{3}{7}\right)$

Câu 17. (Chọn câu C)

Số tập con X của A thỏa điều kiện chứa số 1 bằng số tập con của tập A' với $A' = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ tức $2^7 = 128$ tập X.

Câu 18. (Chọn câu D)

(H_m) có đường tiệm cận đứng: $x = -\frac{1}{m}$ $(m \neq 0)$

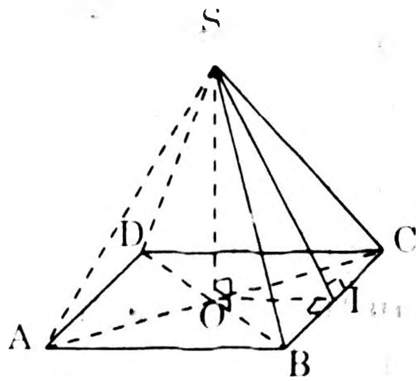
Và đường tiệm cận xiên: $y = 2x - \frac{1}{m}$ $(m \neq 0)$

Tâm đối xứng của (H_m) là giao điểm I của hai đường tiệm cận đó, nên I có tọa độ: $I\left(x = -\frac{1}{m}, y = -\frac{3}{m}\right)$ $(m \neq 0)$

Câu 19. (Chọn câu A)

Ta có: SI là đường cao của ΔSBC với I là trung điểm BC nên:

$$dt(\Delta SBC) = \frac{1}{2}BC.SI$$



dt (toàn phần) = dt (xung quanh) + dt (đáy)

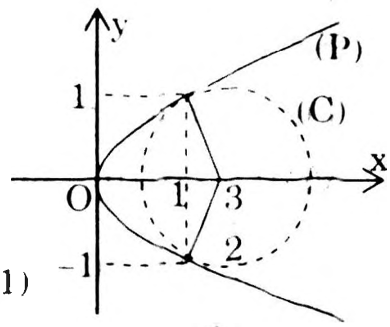
$$= 2BC.SI + AB^2 = 2a\sqrt{OI^2 + OS^2} + a^2$$

$$= 2a.\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{4}} + a^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2$$

Câu 20. (Chọn câu C)

Trong mp (Oxy), parabol (P): $y^2 = x$ và đường tròn (C): $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{5}{4}$

có phương trình hoành độ giao điểm:



$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + x = \frac{5}{4} \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = x_2 = 1$ (nghiệm kép)

Vậy (D) và (C) có hai điểm chung: (1, 1) và (1, -1)

ĐỀ SỐ 24

Câu 1. Tính đạo hàm tại $x = \frac{\pi}{3}$ của $y = \sqrt{2\tan x + 1}$, ta được số nào sau đây

A. $\frac{2}{\sqrt{2\sqrt{3} - 1}}$ B. $\frac{4}{\sqrt{2\sqrt{3} + 1}}$ C. $\frac{2}{\sqrt{2\sqrt{3} + 1}}$ D. $\frac{3}{\sqrt{2\sqrt{3} + 1}}$

Câu 2. Tìm $\lim\limits_{x \to \infty}(\cos x)^{\frac{1}{\sin x}}$ ta được:

A. -1 B. -2 C. 1 D. 2

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = 1 + \left(\frac{2t}{1 - t^2}\right)^2$ với $t = \tan\frac{x}{2}$. Nguyên hàm của f(x) là hàm số nào sau đây:

A. $\tan x + C$ B. $\cot x + C$ C. $\frac{1}{\cos^2 x} + C$ D. $\frac{1}{\sin^2 x} + C$

Câu 4. Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + x$, biết rằng khi $x = 1$ thì nguyên hàm đó bằng 1. Ta có kết quả nào sau đây:

A. $F(x) = x + x^2 + 1$ B. $F(x) = x + x^2 + 1$

C. $F(x) = x + \frac{x^2}{2} + 1$ D. $F(x) = x + \frac{x^2}{2} \pm 1$

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{1 - \tan\frac{x}{2} - \tan^2\frac{x}{2}}{1 + \tan^2\frac{x}{2}}$. Một nguyên hàm của f(x) khi $F(\frac{\pi}{4}) = 1$ là hàm số nào sau đây:

A. $\sin x - \frac{1}{2}\cos x + \frac{3\sqrt{2}}{4}$ B. $\sin x + \frac{1}{2}\cos x - \frac{3\sqrt{2}}{4}$

C. $\sin x - \frac{1}{2}\cos x + \frac{3\sqrt{2}}{4}$ D. $\sin x - \frac{1}{2}\cos x - \frac{3\sqrt{2}}{4}$

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x^4 + 4x^2 + 3}$.

Tìm M và N sao cho: $f(x) = \dfrac{M}{x^2 + 1} + \dfrac{N}{x^2 + 3}$ ta được:

A. $M = \frac{1}{2}; N = -\frac{1}{2}$ B. $M = \frac{1}{2}; N = \frac{1}{2}$

C. $M = -\frac{1}{2}; N = -\frac{1}{2}$ D. $M = -\frac{1}{2}; N = \frac{1}{2}$

Câu 7. f(x) là hàm số liên tục trên [a, b]. Câu nào sau đây đúng:

A. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ B. $\int_a^b f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$

C. $\int_a^b c\,dx = c(b - c)$ (c là hằng số) D. A, B, C đều đúng

Câu 8. Giá trị của tích phân $\int_0^1 x\cos x^2 dx$ bằng bao nhiêu nếu $t = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$

A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

Câu 9. Câu nào sau đây đúng: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(e^{\sin x} - 1 + x\right)dx$ thỏa bất đẳng thức:

A. $I \geq 0$ B. $I > 0$ C. $I \leq 0$ D. $I < 0$

Câu 10. Cho tích phân: $I = \int_0^1 \frac{x^3}{x+1}dx$ với $x \in \mathbb{N}$. Câu nào sau đây đúng:

A. $I \geq 0$ B. $I \geq \frac{1}{n+1}$ C. $I \leq \frac{1}{n+1}$ D. Chỉ có B sai

Câu 11. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P): y_1 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$ và $(H): y_2 = \frac{x}{x-1}$ là giá trị của tích phân nào sau đây:

A. $\int_0^3 \left|(y_1 - y_2)\right| dx$ B. $\left|\int_0^2 \left|(y_1 - y_2)\right| dx\right|$

C. $\left|\int_2^3 \left|(y_1 - y_2)\right| dx\right|$ D. $\left|\int_0^3 \left|(y_1 - y_2)\right| dx\right| + \left|\int_2^3 (y_1 - y_2)\right|$

Câu 12. Trong mp (Oxy), cho parabol $(P): y^2 = x$ và đường tròn (C) tâm I(2, 0), bán kính R. Để cho (C) tiếp xúc với (P), R có giá trị nào sau đây:

A. $\frac{\sqrt{7}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{2\sqrt{7}}{5}$

Câu 13. Trong không gian Oxyz, cho mp $(P): x - y + z - 2 = 0$ và đường thẳng $(D): (x = -1 - t; y = 3 + 2t; z = 4 + t)$. Phương trình hình chiếu (D') của (D) lên mp (P):

A. $\begin{cases} x - y + z - 2 = 0 \\ 3x + 2y - z + 7 = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - y + z - 2 = 0 \\ 3x - 2y - z + 7 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x - y + z - 2 = 0 \\ 3x + 2y + z + 7 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ 3x - 2y + z - 7 = 0 \end{cases}$

Câu 14. Trong không gian Oxyz cho hai điểm A(1, 1, 1) và B(2, 2, 0). (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với OA; (d) là đường thẳng qua B và cùng phương với OA. Khoảng cách từ A đến (d) bằng số nào sau đây:

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{7}}{3}$

Câu 15. Bất phương trình: $\log_2\left(7.10^2 - 5.25^x\right) > 2x + 1$ ta được khoảng nghiệm là:

A. $[-1, 0]$ B. $[-1, 0)$ C. $(-1, 0)$ D. $(-1, 0]$

Câu 16. Cho $f(x) = 3x^2 - x^2 - 4x + 1$ và $g(x) = 2x^3 + x^2 - 3x - 1$. Giải bất phương trình: $f(x) \geq g(x)$, ta được tập nghiệm là:

A. $(-1, 1] \cup (2, +\infty)$ B. $[-1, 1] \cup (2, +\infty)$

C. $(-1, 1] \cup (2, +\infty)$ D. $[-1, 1] \cup (2, +\infty)$

Câu 17. Gieo ba lần liên tiếp một con xúc xắc. Tính xác suất của biến cố: tổng số chấm không nhỏ hơn 16, ta được:

A. $\frac{5}{118}$ B. $\frac{5}{106}$ C. $\frac{5}{108}$ D. $\frac{5}{107}$

Câu 18. Gieo hai lần con xúc xắc. Tính xác suất của biến cố: tổng số chấm ở cả hai mặt bằng 9, ta được:

A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{7}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{9}$

Câu 19. Hỏi trong 10 số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số gồm 6 chữ số khác nhau, sao cho trong đó có mặt hai chữ số 0 và số 1.

A. $5A_8^4$ B. $25.A_8^4$ C. $10.A_8^4$ D. $5.A_8^5$

Câu 20. Giải phương trình: $A_n^1.A_n^{n-2} = 24$, ta được nghiệm

A. n = 3 B. n = 5 C. n = 4 D. n = 6

ĐÁP ÁN ĐỀ 24

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	B	6	A	11	C	16	B
2	C	7	D	12	B	17	C
3	A	8	A	13	A	18	D
4	C	9	B	14	B	19	B
5	B	10	D	15	C	20	C

GIẢI ĐỀ SỐ 24

Câu 1. (Chọn câu B)

Ta có: $y = \sqrt{2\tan x + 1}$

Đặt $u = 2\tan x + 1 \Rightarrow u' = 2.\dfrac{1}{\cos^2 x}$

Lúc đó $y = \sqrt{u} \Rightarrow y' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}} = \dfrac{1}{\cos^2 x}.\dfrac{1}{\sqrt{2\tan x + 1}}$

Khi $x = \dfrac{\pi}{3}$ thì: $\dfrac{1}{\cos^2 x} = \dfrac{1}{\cos^2 \dfrac{\pi}{3}} = 4$; $\sqrt{2\tan x + 1} = \sqrt{2.\tan\dfrac{\pi}{3} + 1} = \sqrt{2\sqrt{3} + 1}$

Vậy $y' = \dfrac{4}{\sqrt{2\sqrt{3} + 1}}$

Câu 2. (Chọn câu C)

Ta có: $y = (\cos x)^{\frac{1}{\sin x}} \Rightarrow \ln y = \dfrac{1}{\sin x}.\ln(\cos x) \Rightarrow \ln y = \dfrac{\ln(\cos x)}{\sin x}$

Suy ra: $\lim\limits_{x \to 0^+} (\ln y) = \lim\limits_{x \to 0^+} \left(\dfrac{-\sin x}{\cos^2 x}\right)$ (Qui tắc L'hospital)

$$= \lim_{x \to 0^+} \left(\frac{-\sin x}{\cos^2 x}\right) = 0$$

Do đó: $\lim\limits_{x \to 0^+} (\ln y) = 0 \Rightarrow \lim\limits_{x \to 0^+} y = 1$

Vậy: $\lim\limits_{x \to 0^+} (\cos x)^{\frac{1}{\sin x}} = 1$

Câu 3. (Chọn câu A)

Ta có: $t = \tan\dfrac{x}{2} \Rightarrow \dfrac{2t}{1 - t^2} = \tan x$. Do đó: $f(x) = 1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

Mà $\dfrac{1}{\cos^2 x}$ là đạo hàm của tanx

Vậy nguyên hàm của $f(x) = 1 + \left(\dfrac{2t}{1 - t^2}\right)^2$

với $t = \tan\dfrac{x}{2}$ là: $F(x) = \tan x + C$

Câu 4. (Chọn câu C)

Ta có: $\begin{cases} \sqrt{x^2} = x \text{ nếu } x \geq 0 \\ \sqrt{x^2} = -x \text{ nếu } x < 0 \end{cases}$ nên $f(x) = \begin{cases} 1 + x \text{ nếu } x \geq 0 \\ 1 - x \text{ nếu } x < 0 \end{cases}$

Suy ra: $F(x) = \begin{cases} x + \dfrac{x^2}{2} + C_1 \text{ nếu } x \geq 0 \\ x - \dfrac{x^2}{2} + C_2 \text{ nếu } x < 0 \end{cases}$ Mà $F(1) = 1$ nên $x = 1 > 0$

Do đó: $F(1) = 1 + 1 + \dfrac{1^2}{2} + C_1 \Leftrightarrow 1 = 1 + \dfrac{1}{2} + C_1 \Leftrightarrow C_1 = -\dfrac{1}{2}$

Vậy nguyên hàm phải tìm là: $F(x) = x + \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{1}{2}$

Câu 5. (Chọn câu B)

Ta có:

$$f(x) = \frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} - \frac{\tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} + \frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2\tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} = \cos x - \frac{1}{2}\sin x$$

Suy ra: $F(x) = \sin x + \dfrac{1}{2}\cos x + C$

Mà $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 1$ nên $1 = \sin \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{1}{2}\cos \dfrac{\pi}{4} + C \Leftrightarrow C = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = -\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

Vậy một nguyên hàm phải tìm: $\sin x + \dfrac{1}{2}\cos x - \dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

Câu 6. (Chọn câu A)

Ta có: $\dfrac{M}{x^2 + 1} + \dfrac{N}{x^2 + 3} = \dfrac{M\left(x^2 + 3\right) + N\left(x^2 + 1\right)}{\left(x^2 + 1\right)\left(x^2 + 3\right)}$

Suy ra: $\dfrac{1}{x^4 + 4x^2 + 3} = \dfrac{(M + N)x^2 + 3M + N}{x^4 + 4x^2 + 3}$

$\Rightarrow 1 = (M + N)x^2 + 3M + N \Rightarrow \begin{cases} M + N = 0 \\ 3M + N = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M = \dfrac{1}{2} \\ N = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Câu 7. (Chọn câu D)

Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $[a, b]$

1. f(x) liên tục trên [a, b] $\Rightarrow \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

Mà f(x) liên tục trên [a, b] $\Rightarrow$ f(x) liên tục trên [b, a]

$$\Rightarrow \int_b^a f(x)dx = F(a) - F(b) = -[F(b) - F(a)] = -\int_b^a f(x)dx$$

Vậy $\Rightarrow \int_b^a f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ (A đúng)

2. $\int_b^a f(x)dx$ chỉ phụ thuộc vào hàm f và hai cận a và b, không phụ thuộc vào các ký hiệu biến số tích phân nên:

$\int_b^a f(u)du = \int_b^a f(x)dx$ (B đúng)

3. $\int_b^a cdx = cx\Big|_a^b = a(b-a)$ (C đúng)

Tóm lại A, B, C đều đúng nên D đúng.

Câu 8. (Chọn câu B)

- $f(x) = x.\cos x^2$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên liên tục trên [0, t]
- Đặt $u = x^2 \Rightarrow du = 2xdx$. Do đó: $x.\cos x^2dx = \frac{1}{2}\cos u.du$
- Đổi cận:

x	0	t
u	0	$t^2 = \frac{\pi}{2}$

Do đó: $\int_0^1 x.\cos x^2dx = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos udu = \frac{1}{2}\sin u\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}$

Vậy: $\int_0^t x\cos x^2dx = \frac{1}{2}$ khi $t = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$

Câu 9. (Chọn câu B)

Ta xét dấu $e^{\sin x} - 1 + x$ trên $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

Đặt: $f(x) = e^{\sin x} - 1 + x$, ta có: $f'(x) = \cos x.e^{\sin x} + 1$

Trên $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, $\cos x \geq 0$ và $\sin x \geq 0$ nên $\cos x.e^{\sin x} \geq 0 \Rightarrow f'(x) > 0$

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	

Do đó: $f(x) \geq 0$ khi $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

Vậy: $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(e^{\sin x} - 1 + x\right)dx \geq 0$

Câu 10. (Chọn câu D)

$x \in [0, 1] \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq x + 1$

Suy ra: $0 \leq f(x) = \dfrac{x^n}{x+1} \leq x^n \Rightarrow 0 \leq f(x) \leq x^n$

$$\Rightarrow 0 \leq \int_0^1 f(x)dx \leq \int_0^1 x^n dx$$

$$\Rightarrow 0 \leq \int_0^1 f(x)dx \leq \left.\frac{x^{n+1}}{n+1}\right|_0^1 = \frac{1}{n+1}$$

Vậy: $\Rightarrow 0 \leq \displaystyle\int_0^1 f(x)dx \leq \frac{1}{n+1}$

Câu 11. (Chọn câu C)

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (H):

$$y_1 = y_2 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x = \frac{x}{x-1} \Leftrightarrow \left(-x^2 + 4x\right)(x-1) = 2x$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ (-x+4)(x-1) = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(x = 0 \vee x = 2 \vee x = 3\right)$$

Tuy nhiên $y_2 = \dfrac{x}{x-1}$ không liên tục trên [0, 2] hay trên [0, 3] nên các tích phân $\displaystyle\int_0^2 (y_1 - y_2)dx$, $\displaystyle\int_0^3 (y_1 - y_2)dx$ không tồn tại.

Vậy diện tích phải tính bằng $\left|\int_2^3 (y_1 - y_2)\,dx\right|$

Câu 12. (Chọn câu B)

Phương trình của (C): $(x-2)^2 + y^2 = R^2$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (C):

$(x-2)^2 + x^2 = R^2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 - R^2 = 0$

(P) tiếp xúc (C) $\Delta = 3^2 - 4(4 - R^2) = 0 \Leftrightarrow R = \dfrac{\sqrt{7}}{2}$

Câu 13. (Chọn câu A)

Gọi (Q) là mp chứa (D) và vuông góc với mp (P) thì (D') là giao tuyến của mp (P) và mp (Q). Ta chỉ cần viết phương trình của mp (Q) là đủ.

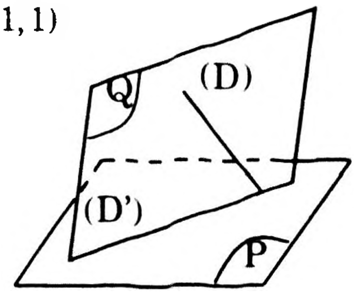
Gọi $\vec{D}$ là một vectơ chỉ phương của (D), ta có: $\vec{D} = (1, -2, 1)$

Gọi $\vec{p}$ là một vectơ pháp của (P), ta có: $\vec{p} = (1, -1, 1)$

mp (Q) chứa (D) và vuông góc với mp (P) nên

một vectơ pháp của mp (Q): $\vec{q} = \left[\vec{D}, \vec{p}\right]$

$$\Rightarrow \vec{q} = \left(\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}\right) = (3, 2, -1)$$



Gọi M(–1, 3, 4) thì M ∈ (D), do đó M ∈ mp (Q).

Suy ra phương trình của mp (Q): $3(x+1) + 2(y-3) - 1(z-4) = 0$

$\Rightarrow 3x + 2y - z + 1 = 0$

Vậy phương trình của (D'): $(D'): \begin{cases} x - y + z - 2 = 0 : mp(P) \\ 3x + 2y - z + 7 = 0 : mp(Q) \end{cases}$

Câu 14. (Chọn câu B)

$\begin{cases} mp(P) \ni A(1,1,1) \\ mp(P) \perp \overrightarrow{OA} = (1,1,1) \end{cases}$

Phương trình của mp (P): $1(x-1) + 1(y-1) + 1(z-1) = 0$

$\Leftrightarrow x + y + z - 3 = 0$: mp (P)

Phương trình của (d): $\begin{cases} (d) \text{ qua } B(2,2,0) \\ (d) \perp mp(P) \Rightarrow (d) /\!/ \overrightarrow{OA} = (1,1,1) \end{cases}$

Phương trình tham số của (d): $(x = 2 + t;\ y = 2 + t;\ z = t)$

Gọi H là giao điểm của (d) và (P) thì AH ⊥ (d) tại H. Suy ra, khoảng cách từ A đến (d) là AH. Tọa độ của H:

$H \in mp(P) \Leftrightarrow 2 + t + 2 + t + t - 3 = 0 \Leftrightarrow 3t = -1 \Leftrightarrow t = -\dfrac{1}{3}$

Suy ra: $H\left(\dfrac{5}{3}, \dfrac{5}{3}, \dfrac{-1}{3}\right)$

Khoảng cách từ A đến (d):

$$AH^2 = \left(\frac{5}{3} - 1\right)^2 + \left(\frac{5}{3} - 1\right)^2 + \left(-\frac{1}{3} - 1\right)^2 = \frac{24}{9} \Leftrightarrow AH = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

Câu 15. (Chọn câu C)

Ta có: $\log_2\left(7.10^x - 5.25^x\right) > 2x + 1 \Leftrightarrow \log_2\left(7.10^x - 5.25^x\right) > \log_2 2^{2x+1}$

$$\Rightarrow 7.10^x - 5.25^x > 2^{2x+1} \Leftrightarrow 5.5^{2x} - 7.2^x.5^x + 2.2^{2x} < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5t^2 - 7t + 2 < 0 \\ t = \left(\dfrac{5}{2}\right)^x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2}{5} < t < 1 \\ t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < t < 1$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} < \left(\frac{5}{2}\right)^x < 1 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} < \left(\frac{5}{2}\right)^x < \left(\frac{5}{2}\right)^0 \Leftrightarrow -1 < x < 0$$

Câu 16. (Chọn câu B)

Ta có: $f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow 3x^3 - x^2 - 4x \geq 2x^3 + x^2 - 3x - 1$

$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 1) - 2(x^2 - 1) \geq 0$

$\Leftrightarrow (x - 1)(x - 1)(x + 1) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1, 1] \cup (2, +\infty]$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		1		2		∞
VT		$-$	0	+	0	$-$	0	+	

Câu 17. (Chọn câu C)

Gieo ba lần liên tiếp một con xúc xắc, ta có không gian mẫu gồm 6^3 phần tử. Gọi A là biến cố "tổng cố chấm ở cả ba mặt không nhỏ hơn 16", thì A là tập hợp của:

$A = \{(6,6,6); (6,6,5); (6,5,6); (5,6,5); (6,5,5); (5,6,5); (5,5,6); (6,6,4);$
$(6,4,6); (4,6,6)\}$

A có 10 phần tử. Xác suất phải tìm: $P(A) = \dfrac{10}{6^3} = \dfrac{5}{108}$

Câu 18. (Chọn câu D)

Gieo một lần 2 con xúc xắc, không gian mẫu: 6^2 phần tử.

Gọi A là biến cố "tổng số chấm ở cả hai mặt bằng 9", ta có:

$A = \{(6,3); (3,6); (5,4); (4,5)\}$

A có 4 phần tử. Xác suất phải tìm: $(P)A = \frac{4}{6^2} = \frac{1}{9}$

Câu 19. (Chọn câu B)

Chọn số 0.

Trong 6 vị trí, có một vị trí dành sẵn cho số 1 nên số 0 chỉ được chọn 5 vị trí còn lại. Vậy có 5 cách chọn vị trí cho số 0

Tương tự có 5 cách chọn vị trí cho số 1

Số 0 và số 1 đã chọn xong, ta còn 4 vị trí dành cho 8 số còn lại: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Vậy có A_8^4

Tóm lại có tất cả: $5.5A_8^4 = 42000$ cách chọn hay 42000 số thỏa đề bài.

Câu 20. (Chọn câu C)

Ta có: $A_n^1 = n$; $C_n^{n-2} = \frac{n!}{(n-2)!2!}$ (Điều kiện: $n \geq 2$)

Nên: $A_n^1.C_n^{n-2} = \frac{n.n!}{(n-2)!2!} = \frac{n.n(n-1)}{2} = \frac{n^2(n-1)}{2}$

Do đó: $A_n^1.C_n^{n-2} = 24 \Leftrightarrow \frac{n^2(n-1)}{2} = 24 \Leftrightarrow n^2(n-1) = 48$ (1)

Mà $48 = 16.3 = 4^2.3 = 4^2(4-1)$

Nên (1) cho: $n = 4$ là nghiệm phải tìm.

Chú ý: Có thể trong (1) lần lượt cho $n = 2, 3, 4, 5$ để phát hiện nghiệm.

ĐỀ SỐ 25

Câu 1. Cho trong không gian (Oxyz điểm M(2, 3, 1) và hai đường thẳng:

$(d_1): \begin{cases} x + y = 0 \\ x - y + z + 4 = 0 \end{cases}$ và $(d_2): \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = t \\ z = 2t \end{cases}$

Phương trình của đường thẳng (d) qua M, cắt (d_1) và (d_2) là phương trình nào sau đây:

A. $\begin{cases} x - 9y + 5z - 20 = 0 \\ x - 2y - 5z + 9 = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - 9y + 5z - 20 = 0 \\ x + 2y - 5z + 9 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x - 9y + 5z - 20 = 0 \\ x + 2y + 5z + 9 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + 9y + 5z - 20 = 0 \\ x - 2y + 5z + 9 = 0 \end{cases}$

Câu 2 Trong mp (Oxyz) cho elip (E) có phương trình $x^2 + 4y^2 = 4$ và đường thẳng (d): y = x + k. Điều kiện của k để cho (E) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt là:

A. $|k| < 2$ B. $|k| \le 2$ C. $|k| > 2$ D. $|k| \ge 2$

Câu 3 Tìm số tự nhiên n sao cho: $C_{14}^{n+5} + C_{14}^{n+3} = 2C_{14}^{n+4}$ ta được:

A. $n = 8 \vee n = 9$ B. $n = 9 \vee n = 6$

C. $n = 4 \vee n = 5$ D. $n = 1 \vee n = 5$

Câu 4. Cho hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 1$ có đồ thị (C) và hàm số $y = -x^2 + 1$ có đồ thị (P). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P), ta được:

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2 - 4} & \text{nếu } x \neq 2 \\ x + 3(a - 1) & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$, a bằng bao nhiêu thì f(x) liên tục tại x = 2.

A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{5}{13}$

Câu 6. Trong mp (Oxy) cho hai đường tròn (C) tâm I(2, –1), bán kính R = 3 và (C') tâm I'(2, –1), bán kính R' = 1. Tập hợp những điểm M(x y) có cùng phương tích đối với (C) và (C') là đường nào sau đây:

A. $3x + 3y + 4 = 0$ B. $3x + 3y - 4 = 0$

C. $3x - 3y + 4 = 0$ D. $3x - 3y - 4 = 0$

Câu 7. Cho hàm số $y = -x^4 - 2(m-1)x^2 + 2m - 1$ có đồ thị là (C_m). Giá trị của m để cho hai tiếp tuyến của (C_m) tại hai điểm cố định của (C_m) vuông góc với nhau là:

A. $m = \pm\frac{1}{4}$ B. $m = \pm\frac{1}{2}$ C. $m = \pm 1$ D. $m = \pm\frac{1}{8}$

Câu 8. Trong một bình đựng 4 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên ra hai viên. Có bai nhiêu cách lấy ra được hai viên bi cùng màu.

A. 18 B. 9 C. 12 D. Một số khác

Câu 9. Gieo hai con xúc xắc vô tư. Tính xác suất của biến cố "các mặt giữa có số chấm bằng nhau", ta được:

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{7}{12}$

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x}{(x-2)^2}$ có đồ thị (C)

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), đường tiệm cận ngang của (C), đường thẳng $x = 0$ và $x = 1$ là giá trị tích phân nào sau đây:

A. $\int_0^1 \frac{-3x+4}{(x-2)^2}dx$ B. $\int_0^1 \frac{3x+4}{(x-2)^2}dx$ C. $\int_0^1 \frac{3x-4}{(x-2)^2}dx$ D. $\int_0^1 \frac{-3x-4}{(x-2)^2}dx$

Câu 11. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số:

$y = \frac{x^2 + mx + 3m^2}{x - 2m}$ $(m \neq 0)$ có tâm đối xứng có tọa độ $(-2, -2)$.

A. $m = 1$ B. $m = -\frac{1}{2}$ C. $m = -1$ D. $m = \frac{1}{2}$

Câu 12. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 5C_x^{y-2} = 3C_x^{y-1} \\ C_x^y = C_x^{y-1} \end{cases}$ ta được:

A. $x = 9; y = 4$ B. $x = 7; y = 4$ C. $x = 8; y = 4$ D. $x = 7; y = 5$

Câu 13. Gieo đồng thời 4 đồng xu vô tư. Tính xác suất để được t nhất hai đồng xu lật ngữa, ta có:

A. $\frac{10}{9}$ B. $\frac{11}{12}$ C. $\frac{11}{16}$ D. $\frac{11}{15}$

Câu 14. Trong không gian Oxyz cho mặt cầu (S) tâm $I(\sqrt{2}, -1, 1)$ và đi qua A(0, 0, 2). Xét vị trí tương đối của (S) và mp $(P): x\sqrt{2} - y - z = 0$, ta thấy

A. (S) cắt (P) B. (S) tiếp xúc với (P)

C. (S) và (P) không có điểm chung D. (P) chứa mặt kính của (S)

Câu 15. Một bình đựng 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ chỉ khác nhau về màu. Lấy ngẫu nhiên một viên bi, rồi lấy tiếp một viên bi nữa. Tính xác suất của biến cố lấy lần thứ hai được một viên bi xanh, ta được:

A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{11}{16}$ D. $\frac{11}{15}$

Câu 16. Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{-x^2 + 2x + 8}}$. Câu nào sau đây đúng:

A. $1 \le I < \frac{3}{\sqrt{5}}$ B. $1 < I \le \frac{3}{\sqrt{5}}$ C. $1 \le I \le \frac{3}{\sqrt{5}}$ D. $1 < I < \frac{3}{\sqrt{5}}$

Câu 17. Giải phương trình: $C_5^{x-2} + 2C_5^{x-1} + C_5^x = 35$ ta được nghiệm:

A. $x = 3 \vee x = 5$ B. $x = 4 \vee x = 5$

C. $x = 4 \vee x = 5$ D. $x = 4 \vee x = 6$

Câu 18. Tính thể tích vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x}.e^x$, trục hoành độ Ox, hai đường tung $x = 0$ và $x = 1$ khi quay quanh Ox, ta được:

A. $\frac{\pi}{4}\left(e^2 + 2\right)$ đvdt B. $\frac{\pi}{4}\left(e^2 - 1\right)$ đvdt

C. $\frac{\pi}{3}\left(e^2 + 2\right)$ đvdt D. $\frac{\pi}{4}\left(e^2 + 3\right)$ đvdt

Câu 19. Trong không gian Oxyz cho ba điểm A(1; 0; 0); B(0; 2; 0) và C(0; 0; 3). Phương trình đường tròn giao tuyến của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC và mp (ABC) là:

A. $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - x - 2y - 3z = 0 \\ 6x + 3y - 2z - 6 = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - x - 2y + 3z = 0 \\ 6x + 3y - 2z - 6 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y - 3z = 0 \\ 6x + 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 + x + 2y + 3z = 0 \\ 6x + 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$

Câu 20. Cho đường thẳng cố định (D) và điểm cố định $F \notin (D)$. Hình chiếu lên (D) của điểm M tuỳ ý là H. Gọi $e = \frac{MF}{MH}$ (e là hằng số dương). Tìm câu sai.

A. Tập hợp những điểm M khi e = 1 là một parabol

B. Tập hợp những điểm M khi e > 1 là một elip

C. Tập hợp những điểm M khi e < 1 là một elip

D. Tập hợp những điểm M khi e > 1 là một hyperbol

ĐÁP ÁN ĐỀ 25

Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn	Câu	Chọn
1	A	6	C	11	C	16	C
2	A	7	A	12	B	17	C
3	B	8	B	13	C	18	A
4	A	9	A	14	B	19	C
5	B	10	A	15	A	20	B

GIẢI ĐỀ SỐ 25

Câu 1. (Chọn câu B)

(d) chính là giao tuyến của mặt phẳng (P) qua M, chứa (d_1) và mặt phẳng (Q) qua M chứa (d_2). Do đó, phương trình của (d) : $\begin{cases} mp(P) \\ mp(Q) \end{cases}$

- Phương trình của mp (P)

* $(P) \supset (d_1)$: $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y + z + 4 = 0 \end{cases}$

(P): $x + y + m(x - y + z + 4) = 0$

$\Leftrightarrow (m + 1)x + (1 - m)y + mz + 4m = 0$

* (P) qua M(2, 3, 1)

$\Leftrightarrow (m + 1)2 + (1 - m)3 + m.1 + 4m = 0 \Leftrightarrow m = -\dfrac{5}{4}$

Thay $m = -\dfrac{5}{4}$ vào (P) ta được $(P) : x - 9y + 5z - 20 = 0$ (1)

- Phương trình mp (Q)

* $(Q) \supset (d_2)$: $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y - 1 = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases}$

Phương trình của mp (Q) chứa (d_2): $x + 3y - 1 + n(y + z - 2) = 0$

$\Leftrightarrow x = (3 + x)y + nz - 2n - 1 = 0$

* mp (Q) $\ni$ M(2, 3, 1) $\Leftrightarrow 2 + (3 + n)3 + n - 2n - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2n + 10 = 0 \Leftrightarrow n = -5$

Thay $n = -5$ vào (Q), ta được: $x - 2y - 5z + 9 = 0$ (2)

Vậy phương trình của (d): $\begin{cases} x - 9y + 5z - 20 = 0 \\ x - 2y - 5z + 9 = 0 \end{cases}$

Câu 2. (Chọn câu A)

Phương trình hoành độ giao điểm của (E) và (d):

$$x^2 + 4(x + k)^2 = 4 \Leftrightarrow 5x^2 + 8kx + 4k^2 - 4 = 0 \quad (1)$$

(E) cắt (d) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có biệt số $\Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow 16k^2 - 5.4\left(k^2 - 1\right) > 0 \Leftrightarrow -k^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow k^2 < 4 \Leftrightarrow |k| < 2$$

Câu 3. (Chọn câu D)

Ta có: $C_{14}^{n+5} = \dfrac{14!}{(n+5)!(9-n)!}$ $(n \le 9)$

$C_{14}^{n+3} = \dfrac{14!}{(n+3)!(11-n)!}$ ($n \le 9$ thoả)

$C_{14}^{n+4} = \dfrac{14!}{(n+4)!(10-n)!}$ ($n \le 9$ thoả)

Điều kiện để có phương trình là $n \le 9$

Ta có: $C_{14}^{n+5} + C_{14}^{n+3} = 2C_{14}^{n+4}$

$$\Leftrightarrow \frac{14!}{(n+5)!(9-n)!} + \frac{14!}{(n+3)!(11-n)!} = 2\frac{14!}{(n+4)!(10-n)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(n+5).(n+4)(n+3)!(9-n)!} + \frac{1}{(n+3)!(11-n)(10-n)!(9-n)}$$

$$= \frac{2}{(n+5)(n+3)!(10-n)(9-n)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(n+5)(n+4)} + \frac{1}{(11-n)(10-n)} = \frac{2}{(n+4)(10-n)}$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 6n + 5 = 0 \Leftrightarrow n = 1 \vee n = 5$$

Câu 4. (Chọn câu A)

Hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 1$ và $y = -x^2 + 1$ đều liên tục trên $\mathbb{R}$

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P):

$$x^3 - x^2 - x + 1 = -x^2 + 1 \Leftrightarrow x^3 - x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1 \vee x = 1$$

Diện tích phải tính là giá trị của tích phân:

$$\int_{-1}^{1}|f(x)|dx \text{ với } f(x) = x^3 - x^2 - x + 1 - \left(-x^2 + 1\right) \Rightarrow f(x) = x^3 - x$$

Suy ra: $\displaystyle\int_{-1}^{1}|f(x)|dx = \int_{1}^{1}\left|x^3 - x\right|dx = \int_{-1}^{0}\left|x^3 - x\right|dx + \int_{0}^{1}\left|x^3 - x\right|dx$

$$= \int_{-1}^{0}\left(x^3 - x\right)dx + \int_{0}^{1}\left(-x^3 + x\right)dx = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_{-1}^{0} + \left(-\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_{0}^{1}$$

$$= \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \text{ (đvdt)}$$

Câu 5. (Chọn câu B)

Ta có: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x - 2} - \dfrac{1}{x^2 - 4} & \text{nếu } x \neq 2 \\ x + 3(a - 1) & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$

Ta phải tìm a để cho: $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = f(2)$

Ta có: $f(2) = 2 + 3(a - 1)$, $f(2) = 3a - 1$

Mặt khác: $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = \lim\limits_{x \to 2}\left(\dfrac{1}{x - 2} - \dfrac{4}{x^2 - 4}\right) = \lim\limits_{x \to 2}\dfrac{x + 2 - 4}{x^2 - 4}$

$$= \lim_{x \to 2}\left(\frac{x - 2}{x^2 - 4}\right) = \lim_{x \to 2}\frac{1}{2x + 2}$$

Suy ra: $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = \dfrac{1}{4}$

Để cho f(x) liên tục tại x = 2, ta phải có:

$$\lim_{x \to 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \frac{1}{4} = 2 + 3(a - 1) \Leftrightarrow a = \frac{5}{12}$$

Câu 6. (Chọn câu C)

Phương tích của M đối với (C):

$$\wp^{M}/_{(C)} = MI^2 - R^2 = (x - 2)^2 + (y + 1)^2 - 9$$

Phương tích của M đối với (C'):

$$\wp^{M}/_{(C')} = MI^2 - R^2 = (x + 1)^2 + (y - 2)^2 - 1$$

Theo đề bài: $\wp^{M}/_{(C)} = \wp^{M}/_{(C')}$

$\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 - 9 = (x+1)^2 + (y-2)^2 - 1$

$\Leftrightarrow 3x - 3y + 4 = 0$

Câu 7. (Chọn câu A)

Hàm số: $y = -x^4 - 2(m-1)x^2 + 2m - 1$

$\Leftrightarrow y + x^4 - 2x^2 + 1 - 2(-x^2 + 1)m = 0$

Phương trình này được nghiệm đúng, $\forall m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x^2 = 0 \\ y + x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$$

Hai điểm cố định (C_m): $I(1, 0)$ và $J(-1, 0)$

Mặt khác đạo hàm y' của y: $y' = -4x^3 - 4(m-1)x$

Hệ số góc của tiếp tuyến của (C_m) tại I: $y'(x_I) = -4m$

Hệ số góc của tiếp tuyến của (C_m) tại J: $y'(x_J) = 4m$

Hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau:

$$\Leftrightarrow y'(x_I).y'(x_J) = -1 \Leftrightarrow (-4m).4m = -1 \Leftrightarrow m = \pm\frac{1}{4}$$

Câu 8. (Chọn câu B)

Lấy được hai viên cùng màu khi lấy được hai viên bi đỏ hoặc hai viên bi xanh.

Số cách lấy hai viên bi đỏ trong 4 viên bi đỏ: C_4^2 cách

Số cách lấy hai viên bi xanh trong 3 viên bi xanh: C_3^2 cách

Suy ra số cách lấy hai viên bi cùng màu: $C_4^2 + C_3^2 = 6 + 3 = 9$

Câu 9. (Chọn câu A)

- Không gian mẫu có: $6^2 = 36$ phần tử
- Gọi A là biến cố "các mặt giữa có số chấm bằng nhau", ta có:
  $A = \{(1,1); (2,2); (3,3); (4,4); (5,5); (6,6)\}$

A có 6 phần tử

Xác suất của A là: $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Câu 10. (Chọn câu A)

Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x}{(x-2)^2}$ có đồ thị (C)

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), đường tiệm cận ngang của (C), đường thẳng x = 0 và x = 1 được tính bằng tích phân:

$$\int_0^1\left(1-\frac{x^2-x}{(x-2)^2}\right)dx = \int_0^1\frac{-3x+4}{(x-2)^2}dx$$

Thật vậy, hàm số $y = \dfrac{x^2-x}{(x-2)^2}$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ nên liên tục trên $[0, 1]$. Ngoài ra: (C) có đường tiệm cận ngang $y = 1$.

Câu 11.(Chọn câu C)

Hàm số $y = \dfrac{x^2+mx+3m^2}{x-2m}$ $(m \neq 0)$

Có thể viết $y = x + \dfrac{3m^2}{x-2m}$

Với $m \neq 0$ hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2m$, đường tiệm cận xiên: $y = x$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là giao điểm của hai đường tiệm cận trên: $\begin{cases} x = 2m \\ y = 2m \end{cases}$

Vì tâm đối xứng có tọa độ $(-2, 2)$ nên $\begin{cases} 2m = -2 \\ 2m = -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$

Vậy khi $m = -1$ thì đồ thị hàm số có tâm đối xứng $(-2, -2)$

Câu 12.(Chọn câu B)

Ta có $\begin{cases} 5C_x^{y-2} = 3C_x^{y-1} \\ C_x^y = C_x^{y-1} \end{cases}$

Điều kiện: $\begin{cases} x \geq y \\ y \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq y \geq 2$

Do đó: $\begin{cases} 5.\dfrac{x!}{(y-2)!(x-y+2)!} = 3.\dfrac{x!}{(y-1)(x-y+1)!} \\ \dfrac{x!}{y!(x-y)!} = \dfrac{x!}{(y-1)(x-y+1)!} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{5}{(x-y+2)} = \dfrac{3}{(y-1)(x-y+1)!} \\ \dfrac{1}{y(y-1)!(x-y)!} = \dfrac{1}{(y-1)!(x-y+1)(x-y)!} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{5}{x-y+2} = \dfrac{3}{x-y+1} \\ \dfrac{1}{y(x-y)} = \dfrac{1}{x-y+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 8y + 11 = 0 \\ x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 4 \end{cases}$$

Câu 13. (Chọn câu C)

Biến cố có ít nhất hai đồng xu lật ngửa gồm:

1. Biến cố có hai đồng xu lật ngửa: (NNSS),(NSNS), (SNNS), (SNSN), (SNNS), (SSNN): có 6 phần tử.
2. Biến cố có ba đồng xu lật ngửa: (NNSS), (NNSN), (NSNN), (SNNN): có 4 phần tử
3. Biến cố có bốn đồng xu lật ngửa: (MNNN): có 1 phần tử

Do đó biến cố có ít nhất hai đồng xu lật ngửa là tổng ba trường hợp trên: 6 + 4 + 1 = 11 phần tử

Mà gieo 4 đồng xu vô tư, mỗi đồng xu có hai mặt: S, N nên không gian mẫu có 2^4 phần tử = 16 phần tử.

Vậy xác suất phải tìm: $\dfrac{11}{16}$

Câu 14. (Chọn câu B)

(S) có tâm $I\left(\sqrt{2}, -1, 1\right)$ và (S) đi qua A(0, 0, 2) nên bán kính R của (S) bằng IA. Do đó: $R = IA = \sqrt{\left(-\sqrt{2}\right)^2 + 1^2 + 1^2} = 2$

Khoảng cách d từ I đến mp (P): $d = \dfrac{\left|\sqrt{2}.\sqrt{2} - (-1).1 + 1.1\right|}{\sqrt{\left(-\sqrt{2}\right)^2 + 1^2 + 1^2}} = 2$

Vậy $R = d \Leftrightarrow$ (S) tiếp xúc với (P)

Câu 15. (Chọn câu A)

Gọi M là biến cố lần thứ hai được bi xanh, n là biến cố lần nhất được bi xanh và lần thứ hai cũng được bi xanh. K là biến cố lần thứ nhất lấy bi đỏ và lần thứ hai lấy bi xanh. Ta lần lượt có:

- Trong bình có 8 bi gồm 5 bi xanh và 3 bi đỏ nên:

  $P(N) = \dfrac{5}{8}.\dfrac{4}{7}$ và $P(M) = \dfrac{3}{8}.\dfrac{5}{7}$

Lưu ý:

- Trong biến cố N, lần thứ nhất lấy 1 bi xanh trong bình có 8 bi nên xác suất là $\frac{5}{8}$
- Đã lấy được 1 bi xanh rồi, trong bình còn 7 bi trong đó có 4 bi xanh nên xác suất là $\frac{4}{7}$
- Trong biến cố K, lần thứ nhất lấy 1 bi đỏ trong bình có 8 b. trong đó có 3 bi đỏ nên xác suất là $\frac{3}{8}$
- Đã lấy được 1 bi đỏ rồi, trong bình còn 7 bi trong đó có 5 bi xanh nên xác suất là $\frac{5}{7}$

Biến cố M là hợp của hai biến cố xung khắc N và K nên:

$$P(M) = P(N \cup K) = P(N) + P(K) = \frac{5}{8}.\frac{4}{7} + \frac{3}{8}.\frac{5}{7} = \frac{5}{8}$$

Câu 16.(Chọn câu C)

Đặt: $f(x) = -x^2 = 2x + 8$

Ta xét $f'(x) = -2x + 2$

Ta có: $f'(x) = -2x + 2$

Bảng biến thiên:

x	0		1		3
f'(x)		+	0	-	
f(x)	8	↗	9	↘	5

Suy ra: $5 \le f(x) \le 9 \Leftrightarrow \sqrt{5} \le \sqrt{f(x)} \le 3$ (nhớ: $f(x) > 0$)

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \le \frac{1}{\sqrt{f(x)}} \le \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Do đó: $\int_0^1 \frac{1}{3}dx \le \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{f(x)}}dx \le \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{5}}dx \Rightarrow 1 \le \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 2x + 8}}dx \le \frac{3}{\sqrt{5}}$

Câu 17.(Chọn câu C)

Nhận xét rằng: $C_5^{x-2} + C_5^{x-1} = C_6^x$

Thật vậy: $C_5^{x-2} + C_5^{x-1} = \frac{5!}{(x-2)!(7-x)!} + \frac{5!}{(x-1)!(6-x)!}$

$$= \frac{5!}{(x-2)!(6-x)!}\cdot\left(\frac{1}{7-x}+\frac{1}{x-1}\right) = \frac{5!}{(x-2)!(6-x)!}\cdot\frac{6!}{(x-1)!(7-x)!}$$

$$= \frac{6!}{(x-1)!(7-x)!} = C_6^{x-1} \text{ (đpcm)}$$

Do đó phương trình cho trở thành:

$$C_5^{x-2} + 2C_5^{x-1} + C_5^x = \left(C_5^{x-2} + C_5^{x-1}\right) + \left(C_5^{x-1} + C_5^x\right)$$

$$= C_5^{x-1} + C_6^x = C_7^x \text{ (tương tự)}$$

Vậy: $C_7^x = 35 \Leftrightarrow \dfrac{7!}{x!(7-x)!} = 35 \Leftrightarrow 6.6.6 = x!(7-x)!$

$$\Leftrightarrow 3!4.3.2.1 = x!(7-x)! \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3!4! = x!(7-x)! \\ 4!3! = x!(7-x)! \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 4 \end{array}\right.$$

Theo đề bài: $2 \le x \le 5$ nên $x = 3 \vee x = 4$ là nghiệm của phương trình.

Câu 18. (Chọn câu A)

Hàm số $y = \sqrt{x}e^x$ liên tục trên $[0, +\infty]$ nên liên tục trên $[0, 1]$. Do đó thể tích phải tính: $V = \pi\int_0^1 y^2dx = \pi\int_0^1\left(\sqrt{x}e^x\right)^2 dx = \int_0^1\left(x.e^{2x}\right)^2 dx$

Đặt $u = x \Rightarrow du = dx$; $dv = e^{2x}dx \Rightarrow v = \dfrac{1}{2}e^{2x}$

Ta có: $\displaystyle\int_0^1 x.e^{2x}dx = \frac{1}{2}x.e^{2x}\Big|_0^1 - \frac{1}{2}\int_0^1 e^{2x}dx = \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{2}.\frac{1}{2}e^{2x}\Big|_0^1$

$$= \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{4}\left(e^2 - 1\right) = \frac{1}{4}\left(e^2 + 1\right)$$

Vậy từ (1) ta có: $V = \dfrac{\pi}{4}\left(e^2 + 1\right)$ (đvdt)

Câu 19. (Chọn câu C)

Đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S) ngoại tiếp OABC và mp (ABC) có phương trình: $\begin{cases} (S) \\ mp(ABC) \end{cases}$

* Phương trình của (S)

Dạng tổng quát: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

- (S) qua O $\Leftrightarrow d = 0$
- (S) qua A $\Leftrightarrow 1 - 2a + d = 0$
- (S) qua O $\Leftrightarrow 4 - 4b + d = 0$
- (S) qua O $\Leftrightarrow + 9 - 6x + d = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a = \dfrac{1}{2} \\ b = 1 \\ c = \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy (S): $x^2 + y^2 + z^2 - x - 2y - 3z = 0$

* Phương trình mp (ABC)

Dạng tổng quát: $ax + by + cz + d = 0$

- mp (ABC) qua A, B, C

nên: $\left.\begin{matrix} a + d = 0 \\ 2b + d = 0 \\ 3c + d = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} -a = -d \\ b = -\dfrac{1}{2}d \\ c = -\dfrac{1}{3}d \end{cases}$

Suy ra mp (ABC): $-x - \dfrac{1}{2}y - \dfrac{1}{3}z + 1 = 0 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$

Tóm lại phương trình phải tìm: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - x - 2y - 3z = 0 \\ 6x + 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$

Câu 20. (Chọn câu B)

Ta có: $\dfrac{ME}{MH} = e \Rightarrow \begin{cases} e = 1 : \text{tập hợp là parabol} \\ e < 1 : \text{tập hợp là elip} \\ e > 1 : \text{tập hợp là hyperbol} \end{cases}$